

DIFICULTADES EN EL SIGNIFICADO Y LA COMPRESIÓN DE CONCEPTOS ESTADÍSTICOS ELEMENTALES Y DE PROBABILIDAD

María Inés Rodríguez
Universidad Nacional de Río Cuarto
Río Cuarto. Provincia de Córdoba (Argentina)
mrodriguez@exa.unrc.edu.ar

INTRODUCCIÓN

El objetivo del artículo es presentar ejemplos de actividades que pueden proporcionar al profesor una mayor visión acerca del razonamiento estocástico de los alumnos. Las mismas surgen del estudio de investigaciones experimentales realizadas con grupos de estudiantes, por distintos autores como: Eisenbach (1994), Pollasek (1981), Russell y Mokros (1991), Batanero(1999), Vallecillos (2000) y otros, quienes nos han alertado de la existencia de dificultades de comprensión, como así también sobre el uso de estrategias incorrectas de razonamiento estadístico que implican sesgos en las conclusiones obtenidas, las cuales incluso se perciben en personas que han recibido una preparación estadística. Además se presenta como una alternativa, la incorporación de la simulación en la enseñanza de la probabilidad para hacer la misma más intuitiva. Para ello se utilizará el programa Simpuc, de la Pontificia Universidad Católica de Chile, disponible en Internet.

ESPECIFICIDAD DE LA ESTADÍSTICA DENTRO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

En la actualidad la estadística se ha incorporado, en forma generalizada al currículo de matemáticas de la enseñanza primaria y secundaria y de las diferentes especialidades universitarias en la mayor parte de países desarrollados, lo que ha influido en el desarrollo curricular del campo específico de la estadística. La estadística es hoy día necesaria a un número creciente de personas, provocando, en consecuencia, una gran demanda de formación básica en esta materia, formación que ha sido encomendada, en los niveles no universitarios, a los profesores de matemáticas.

Analizaremos, a continuación, la problemática que, para estos profesores supone la enseñanza de la estadística.

* Una primera dificultad proviene de los cambios progresivos que la estadística está experimentando en nuestros días, tanto desde el punto de vista de su contenido, como por el incremento en las demandas de formación. Estamos caminando hacia una sociedad cada vez más informatizada y una comprensión de las técnicas básicas de análisis de datos y de su interpretación es cada día más importante. Al mismo tiempo, la estadística como ciencia, está en un periodo de notable expansión, siendo cada vez más numerosos los procedimientos estadísticos

disponibles, alejándose cada vez más de la matemática pura y convirtiéndose en una "ciencia de los datos".

- A pesar de su fuerte crecimiento en los últimos años, el número de investigaciones sobre la didáctica de la estadística es aún muy escaso, en comparación con las existentes en otras ramas de las matemáticas. Por ello, no se conocen aún cuáles son las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes. Sería también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas.
- La misma naturaleza del tema es muy diferente de la cultura determinista tradicional en clase de matemáticas. Un indicador de ello es que aún hoy día prosiguen las controversias filosóficas sobre la interpretación y aplicación de conceptos tan básicos como los de probabilidad, aleatoriedad, independencia o contraste de hipótesis, mientras que estas controversias no existen en álgebra o geometría.
- Además, mientras que el material concreto ofrece un apoyo al aprendizaje de las operaciones básicas en aritmética o de los conceptos geométricos, el carácter irreversible de los resultados de los experimentos aleatorios dificulta el apoyo de este material concreto. Aunque la simulación es un medio de estudiar los experimentos aleatorios, su misma variabilidad hace que las experiencias realizadas en clase no siempre converjan con suficiente rapidez o no converjan en el sentido esperado. Una repetición de la experiencia, además, no puede servir para comprobar un resultado, cosa que sí ocurre, por ejemplo, con las operaciones aritméticas.
- Un último punto es la naturaleza interdisciplinar del tema, que hace que los conceptos estadísticos aparezcan en otras materias, como ciencias sociales, biología, geografía, etc., donde los profesores, a veces se ven obligados a enseñar estadística, lo que puede ocasionar conflictos cuando las definiciones o propiedades presentadas de los conceptos no coinciden con las impartidas en la clase de matemáticas.

ALGUNAS TENDENCIAS FUTURAS

Cuando se analiza de cerca el contenido de la educación estadística, vemos que es muy complejo y diversificado, tanto por su alcance (desde la educación primaria a la universidad, la formación profesional, formación de profesores y técnicos en la industria y el gobierno) como por los temas que trata: Investigación, desarrollo curricular, problemas de aprendizaje, modos de razonamiento, evaluación, actitudes, uso adecuado de la estadística, relación con otras disciplinas, materiales y recursos, incluido el software didáctico, historia, filosofía, etc.

Además de la International Association for Statistical Education (IASE), otras sociedades de estadística o de educación están iniciando la organización de secciones específicas de educación estadística, como, por ejemplo, la ASA (American Statistical Association) AERA (American Educational Research Association, Royal Statistical Society, en Inglaterra, Sociedad Estadística Japonesa, la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, etc. Un tipo de agrupación diferente, es *el International Study Group for Research in Learning Probability and*

Statistics, formado por más de 250 investigadores de unos 40 países, que se conectan a través del correo electrónico e intercambian información por medio de una Newsletter distribuida electrónicamente y situada en una página en Internet. En el ámbito docente podemos citar el boletín del *Statistics Teacher Network*, que es una asociación de profesores de estadística en los niveles de primaria y secundaria. El boletín contiene resúmenes de libros, software y materiales docentes.

Las revistas orientadas a los profesores de estadística son también un indicador de la existencia de una problemática docente y de un interés de los profesores por mejorar su acción docente. El mejor exponente lo tenemos en *Teaching Statistics*, que ha cumplido ya 20 años de existencia durante los cuáles se ha ido desarrollando y adquiriendo una identidad y calidad internacional reconocida. Otros países cuentan con revistas similares como *INDUZIONI* en Italia.

Nota:

En la página web del grupo de investigación en Educación Estadística de la Universidad de Granada (<http://www.ugr.es/~batanero/>) figuran direcciones de otros servidores donde puede obtenerse información sobre sociedades, grupos de discusión y recursos relacionados con la educación estadística.

EPISTEMOLOGÍA DE LA ESTADÍSTICA

ESTADÍSTICA. ORÍGENES

Son muchas las definiciones posibles de estadística, pero analizaremos una:

"La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final." (Cabriá, 1994).

Los orígenes de la estadística son muy antiguos, ya que se han encontrado pruebas de recogida de datos sobre población, bienes y producción en civilizaciones como la china (aproximadamente 1000 años a. c.), sumeria y egipcia. Incluso en la Biblia, en el libro de Números aparecen referencias al recuento de los israelitas en edad de servicio militar. No olvidemos que precisamente fué un censo lo que motivó del viaje de José y María a Belén, según el Evangelio. Los censos propiamente dichos eran ya una institución el siglo IV a.C. en el imperio romano.

Sin embargo sólo muy recientemente la estadística ha adquirido la categoría de ciencia. En el siglo XVII surge la aritmética política, desde la escuela alemana de Conring, quien impartió un curso con este título en la Universidad de Helmsted. Posteriormente su discípulo Achenwall orienta su trabajo a la recogida y análisis de datos numéricos, con fines específicos y en base a los cuales se hacen estimaciones y conjeturas, es decir se observan ya los elementos básicos del método estadístico. Para

los aritméticos políticos de los siglos XVII y XVIII la estadística era el arte de gobernar; su función era la de servir de ojos y oídos al gobierno.

La proliferación de tablas numéricas permitió observar la frecuencia de distintos sucesos y el descubrimiento de leyes estadísticas. Son ejemplos notables los estudios de Graunt sobre tablas de mortalidad y esperanza de vida a partir de los registros estadísticos de Londres desde 1592 a 1603 o los de Halley entre 1687 y 1691, para resolver el problema de las rentas vitalicias en las compañías de seguros. En el siglo XIX aparecen las leyes de los grandes números con Bernoulli y Poisson. Otro problema que recibe gran interés por parte de los matemáticos de su tiempo, como Euler, Simpson, Lagrange, Laplace, Legendre y Gauss es el del ajuste de curvas a los datos. La estadística logra con estos descubrimientos una relevancia científica creciente, siendo reconocida por la British Association for the Advancement of Science, como una sección en 1834, naciendo así la Royal Statistical Society. En el momento de su fundación se definió la estadística como "conjunto de hechos, en relación con el hombre, susceptibles de ser expresados en números, y lo suficientemente numerosos para ser representados por leyes".

Se crearon poco a poco sociedades estadísticas y oficinas estadísticas para organizar la recogida de datos estadísticos; la primera de ellas en Francia en 1800. Como consecuencia, fue posible comparar las estadísticas de cada país en relación con los demás, para determinar los factores determinantes del crecimiento económico y comenzaron los congresos internacionales, con el fin de homogeneizar los métodos usados. El primero de ellos fue organizado por Quetelet en Bruselas en 1853. Posteriormente, se decidió crear una sociedad estadística internacional, naciendo en 1885 el Instituto Internacional de Estadística (ISI) que, desde entonces celebra reuniones bianuales. Su finalidad específica es conseguir uniformidad en los métodos de recopilación y abstracción de resultados e invitar a los gobiernos al uso correcto de la estadística en la solución de los problemas políticos y sociales. En la actualidad el ISI cuenta con 5 secciones, una de las cuales, la IASE, fundada en 1991, se dedica a la promoción de la Educación Estadística.

PANORAMA ACTUAL

Aunque es difícil dividir la estadística en partes separadas, una división clásica hasta hace unos 30 años ha sido entre estadística descriptiva y estadística inferencial. La **estadística descriptiva** tiene como fin presentar resúmenes de un conjunto de datos y poner de manifiesto sus características, mediante representaciones gráficas. Los datos se usan para fines comparativos, y no se usan principios de probabilidad. El interés se centra en describir el conjunto dado de datos y no se plantea el extender las conclusiones a otros datos diferentes o a una población. La **inferencia estadística**, por el contrario, estudia los resúmenes de datos con referencia a un modelo de distribución probabilístico o una familia de modelos, determinando márgenes de incertidumbre en la estimación de los parámetros desconocidos del mismo. Se supone que el conjunto de datos analizados es una muestra

de una población y el interés principal es predecir el comportamiento de la población, a partir de los resultados en la muestra.

Esta división es hoy demasiado simple y han surgido diferentes corrientes dentro de la estadística. Por ejemplo, es común hablar de *análisis de datos*. Pero este término tiene diferentes significados. Analizaremos algunas de estas corrientes modernas en estadística.

ALEATORIEDAD E IDEAS ESTOCÁSTICAS

- **La probabilidad como normalización de nuestras creencias.** En el lenguaje ordinario se usan expresiones como “casi cierto”, “más probable”, pero estas expresiones son poco precisas, ellas se normalizan asignándoles un valor en la escala de la probabilidad, sea ella subjetiva, a priori o a posteriori.
- **El espacio muestral como conjunto de todas las posibilidades.** Fundamental idea de Kolmogorov de asignar un espacio muestral de sucesos observables a cada experimento aleatorio y representar los sucesos como subconjuntos del mismo. Esto permitió axiomatizar la probabilidad. Sin embargo a veces origina dificultades en alumnos que no han alcanzado un nivel de razonamiento combinatorio suficiente.
- **Regla de adición de probabilidades.** Permite obtener la probabilidad de sucesos compuestos sin necesitar explicitar el espacio muestral cuando éste resulta un tanto complejo
- **Independencia y regla del producto.** La idea de que un experimento aleatorio se puede repetir en las mismas condiciones y que los resultados de cada experimento son independientes es un buen ejemplo de la diferencia que hay entre entender un modelo teórico y saber aplicarlo en situaciones concretas. Si bien la regla del producto como modelo matemático es fácil de entender, no ocurre lo mismo en la vida cotidiana y más aún cuando se trata de sucesos de experimentos distintos.
- **Equidistribución y simetría.** Es una idea estratégica descubrir y usar las simetrías físicas o de otro tipo en las situaciones problemáticas, para decidir que ninguno de los resultados posibles tiene mayor ventaja que el resto y que, por lo tanto podemos asignarles la misma probabilidad.
- **Combinatoria.** El utilizar técnicas de recuento para calcular el número de elementos favorables y desfavorables a un suceso y usarlos para calcular las probabilidades es otra idea fundamental. Además las operaciones combinatorias pueden definirse, mediante experimentos aleatorios. Esta conexión entre los experimentos compuestos y la combinatoria se clarifica con el uso del diagrama del árbol. Para Piaget, el camino de la comprensión de los fenómenos de azar pasa por el de las operaciones combinatorias básicas.
- **Modelos de urnas y simulación.** Esta es una palabra clave en estadística que significa poner en correspondencia dos experimentos aleatorios diferentes. La condición es que a cada suceso elemental del primer experimento le corresponda un suceso elemental del segundo y sólo uno, de forma que los sucesos puestos en correspondencia en ambos experimentos sean equiprobables.. Un ejemplo sería “simular” el experimento aleatorio consistente en observar el

sexo de un recién nacido por el experimento aleatorio de lanzar una moneda al aire. Por otro lado la idea de la urna es fundamental, ya que en estocástica hay unos pocos conceptos firmemente enraizados que desafían toda definición rigurosa, como “muestreo al azar”, que sólo pueden ser descritos concretizándolos en un modelo de urnas.

- **La variable aleatoria** y su distribución, así como el estudio de las familias de distribuciones, son una herramienta muy poderosa porque permite trabajar con el aparato del análisis matemático. La idea de distribución no es muy intuitiva, especialmente cuando unos valores son más probables que otros.
- **Las leyes de los grandes números:** La convergencia estocástica hace posible el estudio de los fenómenos aleatorios en su conjunto, ya que individualmente son impredecibles.
- **Muestreo.** La idea de muestra tiene en sí dos características que parecerían un tanto contradictorias: representatividad y variabilidad. La muestra nos introduce en la inferencia y establece otro puente entre estadística y probabilidad

ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS

Hasta 1900 la estadística se restringía a la estadística descriptiva, que, a pesar de sus limitaciones, hizo grandes aportaciones al desarrollo de la ciencia. A partir de esa época comenzaría la inferencia estadística, con los trabajos de Fisher, Pearson y sus colaboradores. Progresivamente se incorporaría la aportación bayesiana. Cabriá (1994) señala que los avances del cálculo de probabilidades llevaron a la creación de la estadística teórica, que en cierto modo se alejó de las ideas primitivas, que se centraban en el análisis y recogida de datos. De este modo, en los años 60 la mayor parte de los libros de texto se ocupaban especialmente de los modelos inferenciales clásicos o bayesianos con respecto a conjunto simple de datos y hubo una tendencia a la matematización, junto con un descuido en la enseñanza de los aspectos prácticos del análisis de datos.

Con el desarrollo espectacular de la informática en la segunda mitad del siglo XX y la posibilidad de manejar rápidamente grandes masas de datos, se produjo, por un lado, una reacción ante tanta matematización, y por otro, disminuyó la importancia de los estudios muestrales. Puesto que era fácil analizar grandes muestras ya no había por qué limitarse a los métodos estadísticos basados en distribuciones conocidas, cuya principal aplicación eran las pequeñas muestras. Tampoco había por qué limitarse a analizar una o unas pocas variables, porque el tiempo de cálculo se había eliminado y era preferible aprovechar toda la información disponible.

Como consecuencia, durante las últimas décadas se han desarrollado una serie de tipos de análisis de datos que se sitúan entre la estadística descriptiva y la inferencia o estadística teórica. Entre estos tipos se encuentran el análisis exploratorio de datos desarrollado por Tukey entre 1960 y 1980, el análisis inicial de datos, sugerido por Chatfield en 1985 y el análisis cruzado de datos, propuesto por Rao en 1989 y el análisis multivariante.

ALGUNOS EJEMPLOS DEL MATERIAL DE ANÁLISIS

- **Medidas de posición central.**

Actividad 1: Para una fiesta , Clara trajo 7 gaseosas, Juan 4, Luis 6 y Rosa 3 . Busca **un único número** para dar esta información de la siguiente manera: Había cuatro amigos y cada uno de ellos trajo ----- gaseosas. Después llegó una quinta persona que no trajo gaseosas. ¿Qué número pondrías si tuvieses que indicar el número de gaseosas que había traído cada uno de los cinco amigos? ¿Por qué escribes este número?

Actividad 2: Como parte de un proyecto los estudiantes de una clase registran cada uno su número de calzado ,obteniéndose los siguientes datos :

35	38	36	36	43	37	40	37	41	37
39	40	38	40	41	35	37	41	42	37

- a- Si se pregunta cuál sería el mejor número para representar este conjunto de datos, ¿qué número o números elegirías ? Explícanos por qué has elegido ese (esos) número(s)
- b- Si no se hubieran observado los cinco números de calzado 41, 41, 41,42, 43 y en lugar de ellos se hubieran registrado 34, 35, 35, 36,37 ¿se vería alterado el (los) número(s) hallado(s) ? Explícanos por qué

Actividad 3: Un estudio concluye que " los estudiantes de primaria ven la TV un promedio de 3 horas al día-

- a- ¿ Qué significado tiene el término promedio en esta frase ?
- b- Da un ejemplo de cuánto puede ver la TV alguna gente y muestra cómo han podido averiguar este promedio los investigadores.
- c- Otro estudio dice que "25 estudiantes de todo el país ven una media de 8 horas de TV cada fin de semana y 75 estudiantes de esta ciudad ven una media de 4 hs. de TV cada fin de semana". Encuentra la media del total de los 100 estudiantes.

Russell y Mokros estudiaron las concepciones que los alumnos de 4 a 8 de enseñanza primaria tienen sobre los valores de tendencia central, empleando para ello tareas similares a las anteriores, de las cuales la más difícil fue la segunda. Ellos también encontraron cuatro categorías generales en las que clasificaron las concepciones de los estudiantes sobre los promedios:

- a) el "valor más frecuente" o moda;
- b) el "valor razonable";
- c) el "punto medio";
- d) una "relación algorítmica", es decir, una fórmula de cálculo.

Cada uno de estos aspectos puede ser cierto en un caso dado, pero puede ser inapropiado en otro. Finalizan el artículo señalando la necesidad de usar diferentes contextos y representaciones en la enseñanza de un concepto matemático. Los resultados de las investigaciones que hemos descrito sobre la media muestran también que el conocimiento de las reglas de cálculo por parte de los estudiantes no implica necesariamente una comprensión real de los conceptos subyacentes.

Si los alumnos adquieren sólo el conocimiento de tipo computacional es probable que cometan errores predecibles, salvo en los problemas más sencillos.

Como se sabe, la media es un valor "típico" o "representativo" de los datos. Campbell (1974) observa que, debido a ello, se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para distribuciones simétricas. Pero cuando la distribución es muy asimétrica la media se desplaza hacia uno de los extremos y la moda o la mediana serían un valor más representativo del conjunto de datos.

Ejemplo: ¿Cuántas operaciones hacen los médicos?

En un estudio de operaciones realizadas por médicos se obtuvieron los siguientes datos acerca de histerectomías realizadas en un año por cada médico de una muestra de 15 doctores varones.

27- 50 - 33- 25 - 86 - 25 - 85 - 31 - 37- 44 - 20 -36 - 59 - 34 - 28 -

Barr (1980) llama la atención sobre la falta de comprensión de los estudiantes sobre la mediana en un estudio llevado a cabo con los estudiantes de edades entre 17 y 21 años. El 49% dio una respuesta incorrecta a la cuestión siguiente:

La mediana del siguiente conjunto de números :

1, 5 , 1 , 6, 1, 6 , 8 es

- a) 1,5 b) 4 c) 5 d) 6 e) otro valor f) no sé

La mayoría de los alumnos entiende la idea de mediana como valor central, pero no tienen en claro a que secuencia numérica se refiere ese valor central. Los estudiantes pueden interpretar la mediana como el valor central de los valores de la variable sin ordenar y responder d) o incluso hacer la tabla :

X	1	5	6	8
f_i	2	1	2	1

buscan la mediana en las frecuencias y en ese caso hacen el promedio de las frecuencias centrales y responden a).

Otro error a mencionar es el que se suele cometer con la moda, por ejemplo dada la siguiente tabla de frecuencias

X	1	2	3	4	5
f_i	3	7	2	5	4

dan como respuesta que la moda es 7 es decir el valor de la frecuencia. También en casos como este en que los datos se presentan en una tabla suelen calcular la media olvidándose de la frecuencia de cada valor.

Gráficos

Curcio (1989) describe cuatro niveles distintos de comprensión de los gráficos, que pueden aplicarse a las tablas y gráficos estadísticos:

- 1 - "Leer los datos": este nivel de comprensión requiere una lectura literal del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.
- 2 - "Leer dentro de los datos": incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
- 3 - "Leer más allá de los datos": requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.
- 4 - "Leer detrás de los datos" supone valorar la fiabilidad y completitud de los datos.

Li y Shen (1992) muestran ejemplos de elección incorrecta del tipo de gráfico en los proyectos estadísticos realizados por los estudiantes de secundaria. Algunos alumnos utilizaron un polígono de frecuencias con variables cualitativas, o un diagrama de barras horizontal para representar la evolución del índice de producción industrial a lo largo de una serie de años. Este problema se agrava por la disponibilidad de "software" para la representación gráfica y el desconocimiento del modo correcto en que debe ser empleado por parte de los alumnos. Con frecuencia la elección de las escalas de representación son poco adecuadas para el objetivo pretendido. Los autores incluyen, además, una lista de errores de carácter técnico entre los cuales destacamos los siguientes:

- omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos;
- no especificar el origen de coordenadas;
- no proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

Otras veces, el empleo inadecuado del "software" gráfico se debe a las concepciones incorrectas del estudiante, como al obtener un diagrama de sectores en los que éstos no son proporcionales a las frecuencias de las categorías. Li y Shen indican que es de sentido común no comparar 30 sillas y 50 kg de carne. Sin embargo, presentan un ejemplo de proyecto realizado por los alumnos sobre la industria textil en que se comparan cantidades heterogéneas en un mismo gráfico.

Estepa (1990) observa las dificultades de los alumnos al interpretar la gráfica de frecuencias acumuladas de variables discretas, debido a que presenta discontinuidades de salto y su inversa no es una aplicación: en esta correspondencia un punto puede tener más de una imagen, o varios puntos pueden tener la misma imagen.

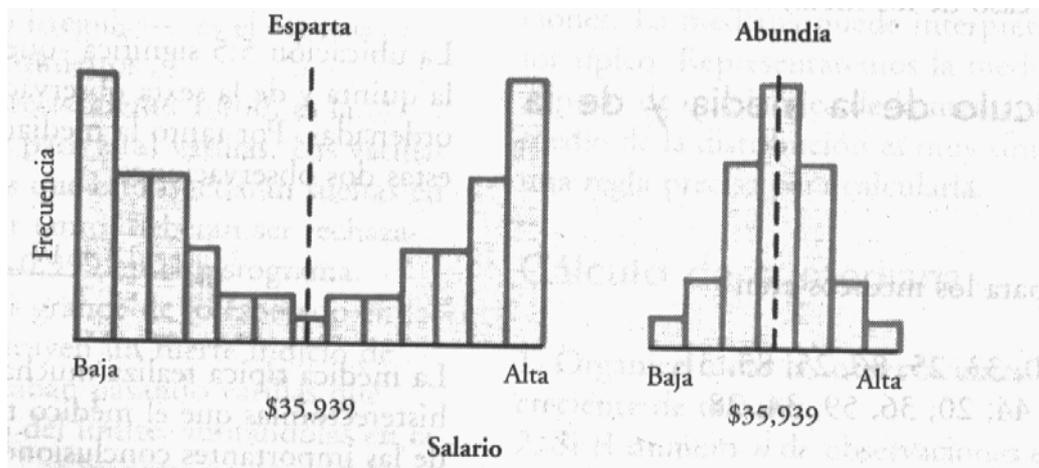
- **Medidas de dispersión**

Actividad 4 : María y Luis forman una pareja ella mide 1.69m y él 1.71. Otra pareja la forman Cecilia y Jorge ella tiene una estatura de 1.45 y su novio , jugador de baloncesto 1.95. Halla la altura media de cada pareja. ¿Es suficiente esta medida para describir lo desparejas que son estas parejas? ¿Cuál o cuáles medidas propondrías?

Actividad 5: Imagínate dos ciudades , Esparta y Abundia, con la misma mediana y media de ingresos familiares de 35.939 dólares. La siguiente figura muestra las dos distribuciones de los ingresos.

¿Tienen ellas sistemas económicos parecidos? . ¿Por qué?

- a- Es suficiente con observar la media y la mediana ¿por qué?



El estudio de una distribución de frecuencias no puede reducirse al de sus promedios, ya que distribuciones con medias o medianas iguales pueden tener distintos grados de variabilidad. Para Campbell (1974) un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones.

Con la finalidad de brindar una aproximación de los temas sobre los cuales se propone orientar las actividades del artículo, se ha resumido aquí por razones de espacio, parte del material para analizar en el mismo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Batanero C., Godino J.; Vallecillos, A., Green D.; Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Batanero C. (2001). *Didáctica de la Estadística* GEEUG- Universidad de Granada.
- Canavos, G. C. (1988). *Probabilidad y Estadística. Aplicaciones y Métodos*. México: Mc Graw Hill.
- Scheaffer R.L., Gnanadesikan M., Watkins A., Witmer J. A. (1996) *Activity-Based Statistics. Instructor Resources*. Springer.
- Vallecillos A. (1996). Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas. Editorial Comares. Granada.