UN EJEMPLO DEL SENTIDO DIDÁCTICO DE UNA EVALUACIÓN DE FRACCIONES EN 5° GRADO

Silvia Gabriela Pérez
Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática
San Carlos de Bariloche. Provincia de Río Negro (Argentina)

INTRODUCCIÓN

En este documento nos centraremos en la forma de elaboración y el análisis didáctico de una prueba escrita al cierre del desarrollo de la unidad didáctica sobre fracciones, desde el punto de vista de la matemática realista.

El instrumento evaluativo a analizar en el presente documento, la prueba escrita con criterio sumativo, se enmarca en un proceso evaluativo de los alumnos que contempló otras modalidades de evaluación e instrumentos como la observación y registro en el aula, la resolución de trabajos prácticos y autoevaluaciones.

MARCO TEÓRICO DESDE EL CUAL SE PENSÓ ESTA EXPERIENCIA

Desde 1999 vengo trabajando en el GPDM (Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática) y con mis alumnos el enfoque didáctico sostenido por la línea de Matemática Realista conocida en los países anglosajones como RME (*Realistic Mathematics Education*) iniciado por H. Freudenthal en los años 60 en Holanda.

- **CONCEPTO DE LA MATEMÁTICA DESDE LA RME:**

Este enfoque didáctico considera la matemática como una “actividad humana” de organización y no como un sistema preconstituido de saberes (Treffers, 1987). Ella incluye propósitos de:

- generalización: buscar analogías, clasificar, estructurar
- búsqueda de certeza: reflexionar, justificar, probar (usando enfoques sistemáticos elaborando y chequeando conjeturas, etc)
- búsqueda de exactitud: modelizar, definir (acotando interpretaciones y validez)

brevedad: simbolizar y esquematizar (desarrollar notaciones y procedimientos estandarizados)

- **Concepción de aprendizaje desde la RME:**

El proceso de aprendizaje de la matemática en la RME se piensa como la creación y construcción activa de modelos para generalizar y probar conjeturas. (Un modelo puede ser el contexto de una tarea, una descripción verbal, un dibujo o gráfico o la notación convencional).

En la RME el término modelo se entiende en un sentido holístico y dinámico. Como consecuencia, la simbolización que está implicada en el proceso de modelizar y que constituye el modelo cambia en el tiempo. Se busca partir de la resolución de actividades desde lo informal para llegar a las formas convencionales de simbolización. Esto se hace trabajando sobre el proceso de modelización que en sus distintas etapas genera distintas formas de actuar y razonar respecto de la situación de partida.

Este proceso de modelización conlleva 4 clases de actividades distintas:

a) Actividades sobre la situación específica (cuya búsqueda está a cargo de la fenomenología didáctica): su interpretación y solución dependen de la comprensión de cómo actuar en ese contexto (a menudo suele depender de los conocimientos extraescolares). (El chico resuelve la situación por sí mismo)
b) Actividades referenciales: en las cuales el modelo se refiere a la actividad en contexto y tienen la forma de actividades instruccionales (actividades escolares) (Los chicos deben describir cómo interpretaron y resolvieron el problema y surgen modelos para representar la situación y comunicar acciones y razonamientos). Surgen así los “modelos para” resolver la situación.
c) Actividades generales, en las cuales los “modelos para” hacen posible centrarse en interpretaciones y soluciones independientemente de imaginar la situación específica. (Las actividades generales comienzan a emerger cuando el razonamiento de los estudiantes pierde su dependencia de la imagen de la situación específica y los modelos empiezan a tener valor por sí mismos.) Comienza este proceso cuando los alumnos reflexionan colectivamente sobre las actividades referenciales. El modelo se torna una entidad en sí mismo (“modelo de”) y sirve más para razonar matemáticamente que para simbolizar actividades enraizadas en escenarios particulares.
d) Actividades de razonamiento con simbolización convencional: éstas ya no dependen de los “modelos para” en la actividad matemática. (Gravemeijer, Cobb y otros, 2000)

CULTURA DEL AULA

La microcultura áulica, como la denominan en la RME, incluye normas tanto sociales como sociomatemáticas. Las primeras apoyan la matematización colectiva (formas de exposición, escucha, pregunta, etc.) y las segundas norman aspectos de la actividad matemática de los alumnos, por ejemplo, qué se entenderá por una buena solución, una solución original, etc.. Estas normas son establecidas entre docente y alumnos de manera que se facilite en la clase la negociación de conjeturas, explicaciones y justificaciones y el proceso de matematización horizontal (pasaje de la realidad a la matemática) y vertical (avance dentro de la realidad matemática misma). (Treffers, 1989, Gravemeijer, 2000).

En mi caso particular se estableció una relación basada en el respeto que incluía la aceptación de diferentes modos de resolución y pensamiento. Cada alumno debía resolver la situación planteada indicando o explicitando la estrategia utilizada. Mi rol docente se centraba en la observación de la diversidad de estrategias y la elección de formas representativas de los distintos niveles de complejidad. En la puesta en común se debatía acerca de las estrategias aparecidas, su eficacia, pertinencia hacia el interior de la situación planteada, errores, etc.. Dentro de la negociación elaborada con los chicos, se contempló que todos debían entender lo de todos aunque no lo pudieran aplicar, que todos preguntarían sus dudas y que se leería la descripción de la estrategia utilizada cuando fuera necesario aclarar algún procedimiento efectuado. La reconstrucción con los modelos utilizados se realizaba en afiches que quedaban de referentes en el aula.

- **CONCEPCIÓN EVALUATIVA SEGÚN RME:**

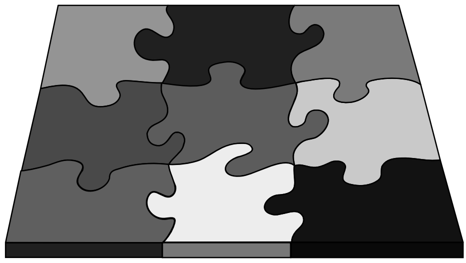
Un enfoque actual de evaluación dentro de esta corriente toma como eje nucleante la idea de que la evaluación debe ser intrínsecamente didáctica. Didáctica en sus propósitos, en su contenido, en sus procedimientos y en sus herramientas.

Conceptos fundantes del enfoque evaluativo en la RME son

- la mejor forma de evaluación de los alumnos es observarlos durante su trabajo y escuchar cuidadosamente sus preguntas, conjeturas, estrategias y explicaciones.
- hoy se considera un criterio de confiabilidad, más poderoso que el de estandarización clásico[1], es el de **la existencia de convergencia** entre las valoraciones del docente, apoyadas en pruebas variadas tomadas a un mismo alumno. Esta variedad implica dar problemas de todo tipo: abiertos, estructurados, en contexto, con presentación puramente matemática, en forma oral y escrita, para resolver en clase y en casa, etc.
- reconocer que los contextos (en sentido realista) en la evaluación tornan a los problemas más accesibles, contribuyen a su transparencia y promueven estrategias de resolución en los alumnos.
- la justicia y la equidad no se logran igualando las condiciones de la evaluación, sino más bien gestando condiciones apropiadas que atiendan a las posibilidades de cada alumno, dándoles oportunidad para mostrar lo que pueden hacer y de acceder a sus mayores niveles de logros.

[1] El principio de confiabilidad se asienta sobre la consistencia o estabilidad de los resultados de una evaluación a lo largo del tiempo. Si posee alta confiabilidad indica que en la asignación de los puntajes se usan los mismos criterios para evaluar, con independencia del evaluador y los tiempos de evaluación. Lógicamente, la fijación de criterios de evaluación claramente consensuados y comprendidos contribuye especialmente a este aspecto. (Bressan, 2001)

LA PRUEBA ESCRITA: SU ELABORACIÓN



a) Propósito de la misma: se centró principalmente en la necesidad de lograr una visión global, lo más completa posible de los alumnos, dándoles la oportunidad de dar respuestas propias con medios propios, transparentando o explicitando así sus modos de pensamiento y sus conocimientos. Se trató de posibilitarles un espacio para manifestar qué conocen, antes de lo que no conocen. Esta prueba escrita enriqueció la información brindada por otros instrumentos evaluativos utilizados y tuvo una característica más bien de evaluación sumativa, es decir, que tuvo como objetivo "comprobar en qué medida los alumnos han adquirido los conocimientos esperados y las competencias correspondientes" (Bressan, 2001).

b) Contenido: giró principalmente alrededor de la resolución de situaciones de comparar y operar en el campo numérico de los números fraccionarios tanto en problemas de enunciado como con números puros. Unos como otros se pensaron significativos para los alumnos en función de las actividades realizadas en el período de enseñanza del tema.
La secuencia didáctica trabajada tomó como eje vertebrador el trabajo de Streefland (1991) que propone partir de situaciones de reparto equitativo y de distribución, en lugar de situaciones parte -todo, para la introducción del concepto de fracción. Este enfoque, más próximo a situaciones de las que manejan los alumnos a diario en su vida cotidiana permite establecer fácilmente conexiones entre los conceptos de división, fracción y razón, llevando espontáneamente al alumno a escrituras aditivas y multiplicativas con fracciones y con fracciones y naturales, al establecimiento de equivalencias entre ellas y a no confundir la operatoria con estos números con la de los números naturales (hecho frecuente cuando se trabaja con la relación parte-todo). Este enfoque permite además que el alumno genere o adopte modelos diversos para interpertar las situaciones. Por ejemplo, las situaciones de pizzas o panqueques favorecen la generación y el uso del modelo circular. El trabajo con situaciones en contextos de latas, chocolates, etc. favorece la aparición del modelo de barras.

c) Elaboración de ítemes: Elegí, algunos de los contextos más utilizados y familiares para los chicos, e inventé situaciones problemáticas análogas a las vistas que demandaran una respuesta sensata dentro del contexto en el cual se proponía el problema. Estas situaciones estuvieron pensadas teniendo en cuenta otros dos aspectos a evaluar. El primero de ellos consistió en el grado de uso de los diversos lenguajes matemáticos empleados en la clase (verbal, dibujos o gráficos, expresiones simbólicas) para resolverlos; y el segundo fue provocar la producción de los alumnos con distintas posibilidades. Al plantear algunos ejercicios dentro de contextos conocidos y otros en contextos numéricamente más puros, podría notar los comportamientos diversos viendo si los chicos podían resolver problemas en contextos realistas o en cálculos puros por igual.

Nombre:..

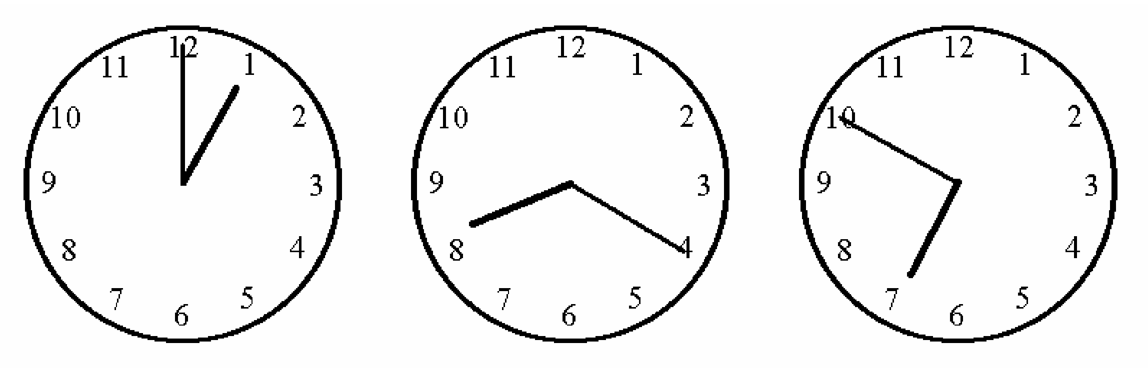
EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

1. 5 panqueques son divididos entre 8 chicos. ¿Cuánto recibe cada uno?

2. ¿Caben en una lata vacía 3/5 de lata + 5/10 de lata? ¿por qué?

3. Una pizza mediana cuesta $9. ¿Cuánto le corresponde pagar a una persona que comió 2/3 de la misma?

4. a)¿Qué fracción de hora habrá pasado cuando las agujas se junten?
b)¿Cuántos minutos representa ese lapso de tiempo?
c)Indicá cuánto mide el ángulo que determinan las agujas y de qué clase es.



5. Resolvé los siguientes cálculos. Elegí uno de ellos e inventá una situación cuya solución se encuentre con el cálculo elegido.

a. 1/2 + 3/5
b. 2/3 + 3/4
c. 3/6 + 4/6
d. 7/9 – 1/2
e. 2/3 – 1/4
f. 9/10 – 5/6

6. Compará 9/12 y 5/8 de tres maneras diferentes.

7. Buscá en tu evaluación fracciones propias, impropias y números mixtos. Marcá con rojo, verde y azul respectivamente dos ejemplos de cada clase.

8. Completá la tabla:

FRACCION	DECIMAL
3/4	
	0,15
28/10	

Para los puntos 1, 2, 3, 5 y 6 tenés que dividir la hoja de trabajo y anotar la/s estrategia/s que usaste.

- **ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LOS PROBLEMAS**

Las situaciones planteadas se encuadraron en los denominados problemas abiertos, que son "aquellos que aceptan varios resultados o varios caminos de solución". (Bressan, 2001) considerando así las posibilidades de varios procedimientos de resolución, demostrativos estos últimos de la diversidad cognitiva de los grupos.

Mis expectativas respecto de la evaluación giraban en torno al uso o no de los modelos utilizados en clase. Suponía que iban a aparecer los modelos que se desprenden de la naturaleza de la situación planteada (modelo circular para pizzas y modelo de barra para latas, por ejemplo) y que más allá de esto todos los alumnos iban a poder resolver, por lo menos, los problemas en contextos conocidos.

Problema 1:
Estuvo acotado a una situación de reparto equitativo en su variante más simple (dado un número de personas y un número de panqueques, averiguar cuánto recibe cada una de esas personas). La idea central era ver si reconocían que la fracción que representaba la razón número de panqueques/número de chicos era la misma que la que representaba la porción recibida por cada chico (relación parte-todo).

Problema 2:
Estuvo planteado en un contexto de latas graduadas, que fue el que más utilicé para trabajar la operatoria con fracciones. Sabía que los chicos tenían las tiras de las latas y que les habían sido muy útiles para aprender a buscar equivalencias y combinar fracciones. La pregunta marcaba la necesidad de volver al contexto para responder, ya que no se trataba sólo de sumar las fracciones y dar ese resultado. La situación exigía una interpretación de ese resultado en función de completar o no el entero.

Problema 3:
Apuntaba al uso de la fracción como operador. Está aplicado a una cantidad simple, y de dinero, un referente muy fuerte en los grupos de ambos grados.

Problema 4:
El uso de fracciones en el reloj es algo que también se trabajó y en su momento me pareció de mucha utilidad, puesto que manejan bien la hora y pueden hacer cálculos rápidamente pensando en él. Es un modelo próximo a los alumnos y presenta ventajas en tanto se pueden usar fracciones de denominadores variados (2,3, 4, 5, 6, 10, 12, 15…etc).

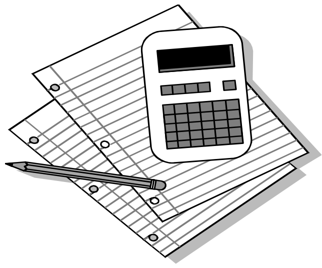
A partir del **punto 5** puse ejercicios que respondieran a los contenidos trabajados pero, a diferencia de los ítemes anteriores, en un contexto puramente numérico Me interesaba ver qué uso de los modelos trabajados en el período de enseñanza utilizaban, o si trabajaban a nivel numérico directamente. Era esperable que tuvieran más dificultades que con los anteriores en que los contextos promueven en los alumnos el uso de sus conocimientos informales tanto como la creación de nuevas estrategias y cargan de significado los números, las operaciones y los procedimientos de cálculo. (van den Heuvel-Panhuizen, 1999, Rabino, 2001). De todos modos, esperaba que las fracciones seleccionadas para los cálculos les permitirían establecer relaciones con sus conocimientos informales tomando como referencia el entero, ½, ¼, ¾, 1/8. Incluí la invención de una situación problemática acorde a alguno de los cálculos dados, porque considero que es una demostración clara de la comprensión adquirida por los alumnos acerca de las fracciones y del sentido numérico que construyeron de las mismas.

El **punto 6** pide la comparación de dos fracciones, es decir, poder establecer cuál es mayor y cuál menor (o igual). Mediante este ítem quise averiguar cuál/es eran las estrategias más usadas y qué lugar ocupaba la búsqueda de fracciones equivalentes (que es la estrategia conocida y aplicada por los padres, escrita en los libros, pedida por la generalidad de los maestros). La elección de las fracciones fue cuidadosamente pensada para que se pudieran utilizar todas las estrategias vistas y trabajadas en el aula. Por esta razón incluí también una fracción equivalente a una de uso común (9/12=3/4).
Este par de fracciones (9/12 y 5/8) se puede comparar:

*con la mitad: 9/12=3/4 y es ¼ más que 1/2 y 5/8 es 1/8 más que 1/2
*viendo cuánto falta para el entero: a 9/12 le faltan 3/12 y a 5/8 le faltan 3/8
*buscando equivalentes (un denominador común) 9/12=3/4=6/8 es mayor que 5/8 ó 9/12=18/24 y 5/8=15/24
*usando el dinero 9/12=3/4=$0,75; 5/8=$0,625
*usando el modelo circular (como si fueran panqueques, pizzas)
*usando el modelo de barras (como si fueran tiras, latas, chocolates, etc.)
*usando el reloj 9/12=45 min. y 5/8=37 ½ min.

El **punto 7** apunta al uso y manejo del vocabulario adecuado, a “llamar las cosas por su nombre”. Dentro de la evaluación se encontraban de las tres clases de fracciones y, como no pedía transformar a número mixto en los casos posibles, pedí dos ejemplos de cada clase.

El último punto, **ítem 8**, pide la transformación de fracción a decimal y viceversa. Dado que no fue muy profundizado esto en el aula, decidí poner ejemplos accesibles y que pudieran relacionarse con cosas significativas como el dinero.



- **RESULTADOS**

Para los problemas 1, 2 y 3 hubo un alto nivel de resolución correcta, es decir, un procedimiento claro y explícito y un resultado correcto (acorde a la situación y al contexto). El punto 1 estuvo en un 100% bien resuelto. La situación número 2 fue correctamente resuelta por el 95% del alumnado. Sólo hubo 2 alumnos (5%) que no interpretaron el resultado o efectuaron erróneamente la suma que se desprende del problema. Para el punto 3 hubo 3 alumnos, el 8%, que lo resolvieron mal y 2 alumnos que efectuaron correctamente el cálculo, pero interpretando que la pizza entera valía $18 (el enunciado dice una pizza “mediana” e interpretaron “media” pizza). El cuadro muestra la distinción entre los alumnos que recurrieron al dibujo y los que no. Sin embargo, creo que varios alumnos dibujaron a posteriori de obtener el resultado tanto para representar gráficamente lo que pensaron, como para aclarar o explicar su procedimiento de resolución.

Punto	5° A y B			
	Con dibujo	%	Sin dibujo	%
1.	34 modelo circular	89%	4	11%
2.	16 modelo de barras	42%	22	58%
3.	28 modelo circular 1 modelo de barras	74% 2%	9	24%

Para la corrección del punto 4 se tomaron los siguientes criterios: si todos los subítemes estaban bien se dio por correcto. Si había 2 bien o 1 subítem bien y 2 incompletos se dio como parcialmente correcto. Si los 3 subítemes estaban incorrectos, incompletos o sin hacer, se dio como incorrecto. No se transparentaron estrategias en general. Contestaron directamente o contestaron y marcado sobre el reloj.

	Cantidad de alumnos	Porcentaje
Correctos	9	24%
Parcialmente correcto	20	52%
Incorrecto	9	24%

5°A y B	
14	12%
18	16%
6	5%
35	31%
2	2%
1	1%
13	11%
25	22%

En el punto 5 aparecieron como estrategias más frecuentes las siguientes (en orden decreciente): búsqueda de fracciones equivalentes, uso de tiras, uso de modelo circular (dos casos) y uso explícito de fracciones de referencia (un caso). No se usaron las estrategias del reloj o el dinero. A continuación se transcriben los porcentajes de cálculos correctos y erróneos por separado:

Item	Correcto		Incorrecto	
a)	38	100%	-	-
b)	34	89%	4	11%
c)	38	100%	-	-
d)	35	92%	3	8%
e)	30	79%	8	21%
f)	30	79%	8	21%

En lo que refiere a la creación de la situación problemática, el cálculo utilizado por el 39% de los alumnos fue 3/6+4/6. El 26% de los chicos prefirió usar el cálculo ½+3/5. El 11% tomó alguno de los otros cálculos y el 24% no inventó ninguna situación.

Con respecto al punto 6 se consideró como respuesta correcta aquella que incluía tres estrategias diferentes correctamente realizadas. En la categoría parcialmente correcta se contabilizaron las respuestas que mostraban dos estrategias distintas para comparar el par de fracciones y la restante estaba mal hecha o sin hacer. También se consideraron en esta segunda categoría a las respuestas que tenían una estrategia bien desarrollada y dos parcialmente correctas. Como incorrectas se tomaron aquellas que mostraban tres estrategias mal aplicadas, dos incorrectas, el punto entero sin hacer o el listado de estrategias sin aplicar al par de fracciones dado. El primer cuadro muestra la cantidad de cada respuesta obtenida y el segundo especifica cuáles fueron las estrategias más utilizadas, sobre un total de 114 estrategias, ya que cada uno de los 38 alumnos debía comparar las fracciones usando 3 estrategias distintas

	Cantidad de alumnos	Porcentaje
Correctos	20	53%
Parcialmente correcto	7	18%
Incorrecto	11	29%

Para el ítem número 7, el 63% de los alumnos (24 de 38) marcó correctamente los ejemplos de las tres clases solicitadas. Un 26% (10 de 38) corresponde a los alumnos que marcaron una sola clase de fracciones correctamente y el 11% (4 alumnos de 38) restante marcó erróneamente lo pedido o no resolvió el punto.

El último cuadro resume los resultados obtenidos para el punto 8 y se muestra para cada ítem del ejercicio, cuántos alumnos lo resolvieron correctamente y cuántos no.

Item	Correcto		Incorrecto		Sin hacer	
a)	37	97%	1	3%	-	-
b)	23	60%	13	34%	2	6%
c)	31	81%	5	13%	2	6%

ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LOS RESULTADOS

Desde el docente: considero que los resultados son altamente positivos y que queda claramente marcado aquello que debe ajustarse o revisar. En primer lugar, el hecho de no aclarar en el punto 2 la igualdad de las latas, podría haber generado una confusión. Sin embargo, al resolverlo, todos interpretaron que las latas eran de igual tamaño. Incluso en los dibujos utilizados aparecieron dos latas iguales, o las dos fracciones marcadas en una sola lata. Creo que el uso de contextos familiares influyó en el alto nivel de resolución correcta de las situaciones planteadas (reparto equitativo con panqueques, operaciones en el contexto de latas, operador aplicado al dinero).

Me resultó interesante el alto nivel de uso de las fracciones equivalentes en el sentido de su uso habitual, tanto para operar como para comparar fracciones. Durante el desarrollo de la unidad didáctica se tomó el uso de fracciones equivalentes como una estrategia más para operar o comparar fracciones. El uso de fracciones pequeñas y de uso común favoreció también la seguridad en el trabajo y se evidencia la fortaleza del uso de valores referentes bien internalizados. En el punto 8, manifestaron conocer distintas escrituras de un número y un solo alumno hizo el pasaje de ¾ a número decimal en forma incorrecta.

Las situaciones problemáticas escritas por los alumnos en el punto 5 denotaron errores sintácticos y dudas acerca de la comprensión o no de algunas condiciones de las fracciones, como la igualdad del entero para poder operar. Debido a esto se realizó un trabajo específico de análisis y reflexión sobre este punto, suponiendo que daban por sobreentendida la necesidad de considerar un mismo entero. Se desprende también de los resultados, la tendencia a elegir fracciones pequeñas y accesibles (de referencia o con igual denominador).

Acerca del punto número 6 vale la pena mencionar la aparición de los decimales para comparar fracciones, ya que dentro del trabajo desarrollado, y por razones estrictamente temporales, no habíamos alcanzado a investigar y profundizar esta posibilidad de uso.

El uso mayoritario de los modelos circular y de barra puede estar relacionado al uso recurrente de contextos que sugieren o favorecen esta modelización (panqueques, pizzas, chocolates, latas, etc). En cuanto al uso del reloj se evidenciaron algunas dificultades centradas mayormente en el aspecto geométrico (subítem c) que pedía medir el ángulo determinado por las agujas y clasificarlo (el % de correctos iguala al de los incorrectos) que debieron ser retrabajadas.

Desde los alumnos: las evaluaciones fueron devueltas con los puntos indicados que debían ser revisados, cada caso en particular. El 79% de los chicos (30 de 38) revisó lo pedido y volvió a entregar la evaluación. Además de este trabajo personal, se hicieron análisis grupales en el aula sobre los puntos 5, 6, 7 y 8 logrando criticar constructivamente los errores aparecidos. Se dio un trabajo de análisis muy interesante respecto de las situaciones problemáticas creadas por ellos para el punto 5. Este debate se centró, no sólo en la adecuación del enunciado al cálculo elegido, sino también en el sentido de la situación y el contexto que la enmarcó evidenciándose los logros alcanzados por los alumnos en su conceptualización de las fracciones.

CONCLUSIONES

Las expectativas respecto de los resultados de la evaluación fueron cumplidas y se notó gran coherencia con lo obtenido a través de los otros instrumentos de evaluación utilizados durante el proceso de enseñanza. Los chicos tomaron con mucha naturalidad la evaluación y no manifestaron que les resultara difícil o contradictoria con lo trabajado en clase. El hecho de pedirles que trabajen como lo hacen habitualmente ayudó a darles confianza para trabajar según sus posibilidades.

Respecto de los propósitos de la evaluación de conocer qué modelos elegían y qué uso les daban, se puede identificar claramente que han preferido el uso de las fracciones equivalentes como una de las estrategias más eficientes y rápidas de resolver situaciones con fracciones. Como se mencionara anteriormente, dentro del aula no se había hecho un tratamiento particular de esta estrategia, ni mucho menos se impuso su uso.

Se puede concluir también, que los alumnos se desenvuelven con confianza y solvencia en actividades del tipo situacional y referencial, ya que pueden resolver problemas en contexto y proponer modelos, tanto para hallar una solución, para explicarla como para significar una situación puramente numérica. El proceso de modelización iniciado se encuentra en una etapa de generalización, previa al razonamiento con simbolización convencional. Es decir que los alumnos están preparados para desprender los modelos de las situaciones particulares y dar lugar a los "modelos de" que se constituirán en el nuevo centro de interpretación, análisis y reflexión.

A partir de esta evaluación se puede efectuar un diagnóstico útil y claro acerca del nivel alcanzado por cada alumno en el trabajo con fracciones, que permita al próximo docente planificar su unidad de trabajo adecuándola al grupo para seguir el proceso de matematización vertical iniciado en este ciclo lectivo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*, Utrecht: Freudenthal Institute.

Perez, Silvia, B. Zolkower y A. Bressan (2001). *¿Es cierto eso? (El principio de realidad).* Novedades Educativas, Año 13, No. 131, pp 21-23 y Nº 132, pp. 22-24.

Rabino, A., A. Bressan y B. Zolkower (2001). *El aprendizaje de los números racionales.* Novedades Educativas, Año 13, No. 129 (septiembre): pp. 16-20.

Streefland, L. (comp.) (1991). *Realistic Mathematics Education in Primary School*, Utrecht: Freudenthal Institute.

Treffers, A. (1987). *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction--The Wiskobas Project*, Dordrecht: D. Reidel.

van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*, Utrecht: Freudenthal Institute.

van den Heuvel-Panhuizen, M. (1999). *Mathematics Education in The Netherlands*, ponencia presentada en una Conferencia en la Universidad de Cambridge, Inglaterra.