



Nominación y atención del talento matemático por parte del docente

Rafael Ramírez
María C. Cañadas
Universidad de Granada

La identificación de las características del talento matemático por parte del docente está estrechamente relacionada con las tareas que este propone en clase. A partir de un problema utilizado en una prueba de selección de estudiantes para un programa de estímulo del talento matemático, diseñamos tareas de enriquecimiento que, a la vez que atiendan al talento, sirvan como instrumentos de identificación de la alta capacidad matemática.



PALABRAS CLAVE

- TALENTO MATEMÁTICO
- ENRIQUECIMIENTO CURRICULAR
- IDENTIFICACIÓN
- DETECCIÓN

Es conocido el episodio de Gauss en el que mostró su talento matemático con solo siete años. Aunque la edad depende de la versión, el foco se suele centrar en el razonamiento de Gauss. Si nos fijamos en el docente, algunas versiones le atribuyen un papel negativo, con expresiones como: «el profesor les mandó sumar desde el 1 hasta el 100 para tenerlos entretenidos» o «el profesor se mostró irónico al ver que Gauss entregaba tan pronto el resultado». Nuestro interés se centra en el papel del profesor ante un estudiante como Gauss, planteándonos algunos interrogantes como: ¿identificó el profesor el talento de Gauss? ¿Estimuló su talento de algún modo?

La identificación del talento matemático (o alta capacidad matemática) de los alumnos viene dada, mayoritariamente, por la puntuación en unos test estandarizados realizados en el departamento de orientación de los centros educativos. Sin embargo, aunque más subjetivo y menos normalizado, tiene un papel relevante la nominación de personas del entorno del alumno, entre ellas el profesor. Pero, ¿cómo identifica el talento matemático un docente?

La respuesta es compleja. El propósito no es «etiquetar» al estudiante con un adjetivo puntual en

¿Cómo identifica el talento matemático un docente?

un determinado momento. Cuando un profesor nombra a un estudiante como talento matemático, lo hace en un proceso de instrucción en el que identifica unas características especiales que debe atender. Ese proceso tiene que ser adecuado para reconocer y atender la alta capacidad (cuadro 1).

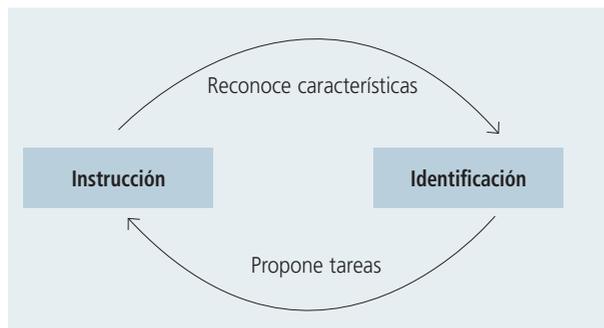
En esta línea, sintetizamos algunas de las ideas relativas a la identificación y la intervención sobre talento matemático que la investigación ha subrayado.

CARACTERÍSTICAS DEL TALENTO MATEMÁTICO Y ORIENTACIONES METODOLÓGICAS

Según algunas de las teorías más referenciadas, la sobredotación va acompañada de alto nivel intelectual general, creatividad y compromiso con la tarea (Rodríguez, 2004). Cuando se particulariza al ámbito matemático, se reconocen unas habilidades matemáticas sobresalientes que los convierten, potencialmente, en estudiantes capaces de obtener un alto rendimiento matemático.

Sintetizamos algunas de las características del talento que el profesor puede observar en la resolución de tareas por parte de los estudiantes (Gutiérrez y Jaime, 2013):

- Formulan espontáneamente problemas y plantean cuestiones que van más allá de las tareas propuestas.
- Piensan y trabajan con problemas matemáticos de manera flexible y creativa, utilizando distintas estrategias.



Cuadro 1. Proceso de identificación del talento matemático

- Localizan la clave de los problemas, organizan bien los datos y buscan relaciones con otras estructuras matemáticas.
- Aprenden rápidamente, son críticos y producen ideas originales.
- Transfieren los conocimientos a nuevas situaciones matemáticas.
- Generalizan y tienen habilidad para trabajar de forma abstracta.
- Tienen un entusiasmo inusual y persisten en los objetivos que se les proponen.

Un contexto idóneo para que el estudiante ponga en juego estas características es el enriquecimiento curricular, en el que se plantean tareas ricas profundizando en los contenidos curriculares sin avanzar en cursos posteriores, o proponiendo contenidos no incluidos en el currículo. Para llevarlo a cabo, se recomienda (Ramírez y Flores, 2016):

- Abordar nuevos problemas matemáticos, que pongan en juego los conocimientos del alumno.
- Plantear problemas abiertos contextualizados en un entorno cercano al estudiante que fomenten el razonamiento, la indagación y la reflexión en torno a problemas reales.
- Combinar el trabajo autónomo con la interacción, en pequeño y gran grupo, para favorecer el intercambio de ideas.
- Profundizar en los contenidos matemáticos y en los elementos de razonamiento matemático, favoreciendo el reposo curricular frente a la inmediatez por dar una respuesta.

Con la intención de diseñar buenas prácticas docentes que permitan identificar y atender al estudiante con talento matemático, presentamos un ejemplo de intervención analizando las características del talento que se ponen en juego y los elementos de enriquecimiento que se persiguen.

IDENTIFICACIÓN SI, Y SOLO SI, INTERVENCIÓN

Una primera aproximación al diseño de tareas de enriquecimiento es partir de problemas utilizados para poner de manifiesto el talento matemático, como pueden ser las pruebas de selección de Estalmat (programa de estímulo del talento matemático) y de los diferentes concursos y olimpiadas matemáticas, o los retos planteados en distintas plataformas como Brilliant, NRICH, Crux Mathematicorum, Art of Problem solving, etc. Modificando elementos como la interacción profesor-alumno y alumno-alumno, el contexto, objetivo y formulación, la característica del talento a favorecer, la complejidad y las posibles estrategias, se pueden obtener diferentes versiones de la tarea (Ribera y otros, 2017).

Como ejemplo, utilizamos uno de los problemas propuestos en el proyecto Estalmat en la prueba de selección de 2017. El problema está diseñado para que el estudiante ponga en juego el pensamiento funcional, encontrando la relación entre las variables que intervienen y expresando sus soluciones en lenguaje algebraico (Soares, Blanton y Kaput, 2005). Está estructurado para que se llegue a la generalización a partir de un proceso inductivo, lo que permite que los primeros apartados no resulten complejos y no sea requisito poseer talento matemático para abordarlos. En cambio, la localización de estrategias eficientes y la habilidad para generalizar y trabajar de forma abstracta son características del talento necesarias para los últimos apartados. Nuestra propuesta va dirigida a estudiantes de primer ciclo de secundaria; si bien, con ligeras modificaciones, también puede adaptarse al último ciclo de primaria.

Para la descripción de las dos tareas propuestas: presentamos el enunciado del problema con algunos comentarios sobre las estrategias de solución; establecemos algunas pautas para la gestión de la tarea, señalando los objetivos y

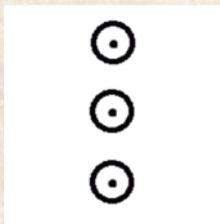
la interacción entre el profesor y los estudiantes; señalamos las características del talento que pueden identificarse, y mostramos los elementos de enriquecimiento curricular para atender a la diversidad dentro del aula.

Tarea 1. Proceso de construcción

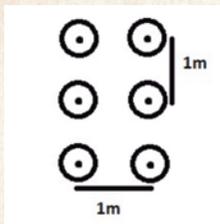
Se plantea individualmente el apartado 1 del problema de Estalmat:

Un agricultor se dispone a sembrar semillas de patatas en su terreno. El primer día, el agricultor siembra tres semillas en línea recta separadas 1 metro entre cada dos consecutivas (imagen 1A).

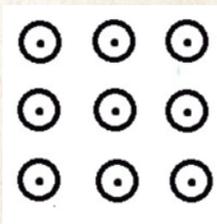
El segundo día, vuelve a sembrar otras tres semillas en una línea paralela a la anterior a distancia 1 metro y también a distancia 1 metro entre cada nueva semilla (imagen 1B).



1A) Primer día de siembra



1B) Segundo día



1C) Tercer día

- 1 Tras la siembra del tercer día, el campo queda como se muestra en la imagen imagen 1C.
 - a) ¿Cuántos cuadrados pueden formarse de modo que las semillas sean sus vértices en el tercer día? Dibújalos en el campo anterior y calcula el área de cada uno de ellos.
 - b) Llamamos *orden* de una semilla al número de cuadrados que tiene alguno de sus vértices en dicha semilla. ¿Cuál es el orden de cada una de las semillas? ¿Cuánto vale la suma de los órdenes de todas las semillas?

En este apartado, los estudiantes pueden tener dificultades al reconocer el cuadrado apoyado sobre uno de sus vértices. Se pretende que utilicen medidas directas de áreas a partir de descomposiciones en figuras más simples. Además del conteo, podrían establecer una relación inicial entre la suma total de los órdenes (24) y el número total de cuadrados (6).

En esta tarea, salvo respuestas originales, no se identifican características del talento. Tras la puesta en común de los resultados, se plantean individualmente los apartados 2 y 3 del problema:

- 2 El agricultor sigue cultivando tres semillas cada día con la misma distribución anterior. Tras la siembra del cuarto día:
- ¿Cuántos cuadrados pueden formarse de modo que las semillas sean sus vértices? Dibújalos en el campo del cuarto día y calcula el área de cada uno de ellos.
 - ¿Cuál es el orden de cada una de las semillas? ¿Cuánto vale la suma de los órdenes de todas las semillas?
- 3 Si han pasado 100 días, responde justificando tu respuesta, a las siguientes preguntas:
- ¿Cuántos cuadrados pueden formarse de modo que las semillas sean sus vértices? ¿Qué área tienen cada uno de esos cuadrados?
 - ¿Cuánto vale la suma de los órdenes de todas las semillas?

En estos apartados, se estimula que establezcan una relación entre el número de cuadrados de un día con el día anterior, y que observen la variación en el orden de los vértices en cada columna y en la suma de todos ellos. Puede que aquí ya localicen el patrón general de las distintas sucesiones y lo particularicen para el caso 100. En las edades a las que va destinado el problema, no debieran estar familiarizados con los tipos de sucesiones ni con el cálculo del término general. Por lo que la determinación de estas fórmulas implicaría un alto nivel de generalización y una buena aproximación al lenguaje algebraico.

Se plantea la resolución en pequeño y, posteriormente, en gran grupo. La gestión de las respuestas dependerá de si alguno de los estudiantes argumenta sobre el caso general o, simplemente, recurren a estrategias sistemáticas para el conteo. Se hace una puesta en común de las estrategias y se enfatizan aquellos argumentos que describen el proceso de obtención de los órdenes de una columna a partir de la anterior. Es interesante que grupos que den soluciones diferentes contrasten sus argumentaciones. En caso de que hagan alusión al caso general, se los puede remitir al siguiente apartado, mientras el resto continúa con esta actividad.

Objetivo: Identificar patrones. Desarrollar estrategias de cálculo eficientes. Calcular el término general de una serie.

Reactivo	Interacción
¿Cómo va cambiando el número de cuadrados respecto al día anterior?	Se motiva que analicen el paso del caso 3 al 4 y que validen si sus argumentos son válidos para el paso del 4 al 5. Que intenten argumentar si ese proceso es válido para cualquiera de los días siguientes.
¿Cómo has hallado la solución para 100?	Se insiste en que justifiquen sus respuestas y que contrasten con otros valores (como, por ejemplo, 90 casos). En caso de que haya estrategias diferentes, se establece un debate para ver si son equivalentes, qué tienen en común, cuál es más operativa, etc.

En esta tarea se pueden detectar las características del talento: Localizan la clave de los problemas, organizan bien los datos y buscan relaciones con otras estructuras matemáticas. Puede observarse cuándo los estudiantes muestran estrategias eficientes en las operaciones y cuándo justifican sus argumentos, especialmente cuando hagan consideraciones a la generalización de los patrones de cambio que han encontrado en los primeros casos.

Como enriquecimiento se puede profundizar en el concepto de cuadrado para que reconozcan sus propiedades y las relaciones entre sus elementos, independientemente de la posición (confusión con la imagen prototípica de un rombo). Los estudiantes deben compartir con los demás las estrategias para la búsqueda de patrones y regularidades, y los procedimientos de cálculo. Tener que justificar y contrastar las respuestas con las de sus compañeros para analizar su operatividad puede motivar que tengan que reflexionar sobre su propio proceso de resolución y estructurarlo para comunicar sus argumentaciones. Con los estudiantes con talento, se puede abordar la clasificación de cuadriláteros atendiendo a distintos criterios e identificándolos en las distribuciones de puntos calculando sus áreas mediante descomposición en figuras más simples.

Tarea 2. Generalización

El último apartado del problema es el siguiente:

- 4 Si han pasado n días (n representa cualquier valor de los días de siembra), responde justificando tu respuesta, a las siguientes preguntas:
- ¿Cuántos cuadrados pueden formarse de modo que las semillas sean sus vértices? ¿Qué área tiene cada uno de esos cuadrados?
 - ¿Cuánto vale la suma de los órdenes de todas las semillas?

Aquí se pretende que el estudiante muestre que ha identificado la relación existente entre los días y el número de cuadrados de cada tipo. Además, debe representarlo utilizando simbolismo algebraico, estableciendo una fórmula para cualquier número de días. Al no disponer de técnicas para la identificación del término general, deben mostrar un nivel elevado en el manejo de las relaciones numéricas. La estrategia más eficiente para el apartado b es encontrar la relación entre la suma de todos los órdenes con el número de cuadrados (multiplicando por cuatro).

Siguiendo con la dinámica anterior, se propone resolver esta cuestión en grupos reducidos con la posterior puesta en común para comprobar que la fórmula propuesta cumple todos los apartados anteriores.

Objetivo: Utilizar el lenguaje algebraico para expresar la relación funcional

Reactivo	Interacción
¿Qué significa que pasen n días?	<ul style="list-style-type: none"> Se presentan ejemplos del uso de letras en la resolución de problemas, concretamente el significado de la n en el enunciado. Se motiva a que comprueben las propuestas con casos particulares y que establezcan criterios para validarlas. Se muestran distintas representaciones (orales, simbólicas) de las expresiones utilizadas: número de días menos dos, el doble menos dos...
¿Qué relación existe entre el número de cuadrados y la suma del orden de los vértices?	<ul style="list-style-type: none"> Inicialmente, se establecen relaciones entre las tres sucesiones de cuadrados de diferente área. Se contrastan las distintas estrategias de cálculo y que determinen la más eficiente.

Este apartado, por su complejidad y nivel de generalización, es el que más se presta a que pongan en juego la característica del talento «generalizan y tienen habilidad para trabajar de forma abstracta», además de las anteriores «organizar los datos y desarrollar estrategias eficientes». Estas características son necesarias para la comprensión y el uso de lenguaje algebraico para representar las cantidades indefinidas, expresar la covariación de las variables y manifestar su pensamiento funcional.

El enriquecimiento, además de lo mostrado en el apartado anterior, puede ampliarse con modificaciones relativas a la complejidad (¿qué pasaría si cada día sembrara cuatro semillas en vez de tres?), a la contextualización (¿cuál es la mejor forma de distribuir las semillas en un campo?), a la presentación de resultados (elabora un vídeo explicando la resolución del problema) o a la invención de su propio problema relacionado.

CONCLUSIONES

El planteamiento de una tarea de enseñanza de un modo gradual en la dificultad permite que el docente vaya detectando el nivel que van alcanzando los estudiantes progresivamente. En el proceso de enseñanza, el docente puede identificar características del talento matemático asociadas al interés por la resolución del reto planteado, el compromiso con la tarea, el uso de estrategias eficientes, la organización de datos y la habilidad para generalizar y abstraer propiedades numéricas y geométricas.

En las tareas propuestas se aconseja destacar los procesos de razonamiento, más que el resultado de la resolución. **En el enriquecimiento, se pretende profundizar en el concepto de cuadrado (invarianza por movimientos), la medida de área**

■
**Se detecta el talento
midiendo si el alumnado
tiene habilidad para trabajar
de forma abstracta**

por métodos directos, la búsqueda de patrones y regularidades, la generalización, el uso de lenguaje algebraico y estudiar las relaciones entre variables. Esto supone que, además de identificar las características del estudiante con talento, la tarea lo enriquezca y le resulte significativa para profundizar en los contenidos y estrategias. ◀

📍 Nota

* AGRADECIMIENTOS: Este trabajo ha sido realizado dentro de los proyectos de investigación del Plan Nacional I+D con referencias EDU2013-41632-P y EDU2016-75771-P, financiados por el Ministerio de Economía y Competitividad de España.

📖 Referencias bibliográficas

- GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A. (2013): «Exploración de los estilos de razonamiento de estudiantes con altas capacidades matemáticas», en BERCIANO, A. y otros (eds.): *Investigación en Educación Matemática XVII*. Bilbao. SEIEM, pp. 319-326.
- RAMÍREZ, R.; FLORES, P. (2016): «Planificar el enriquecimiento para alumnos de alta capacidad matemática: reposo curricular». *Suma*, núm. 83, pp. 33-41.
- RIBERA, J.M. y otros (2017): «Design of problems for research purposes with mathematically talented stu-

dents», en *10th International Conference Mathematical Creativity and Giftedness*. Nicosia, Chipre.

RODRÍGUEZ, L. (2004): «Identificación y evaluación de niños con talento», en BENAVIDES, M. y otros (eds.): *La educación de niños con talento en Iberoamérica*. Santiago, Chile. OREALC-Unesco, pp. 37-47.

SOARES, J.; BLANTON, M.L.; KAPUT, J. (2005): «Thinking Algebraically across the Elementary School Curriculum». *Teaching Children Mathematics*, núm. 2(5), pp. 228–235.

Direcciones de contacto

Rafael Ramírez Uclés

María C. Cañadas Santiago

Universidad de Granada

rramirez@ugr.es

mconsu@ugr.es

Este artículo fue solicitado por UNO: REVISTA DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS en junio de 2017 y aceptado en noviembre de 2017 para su publicación.

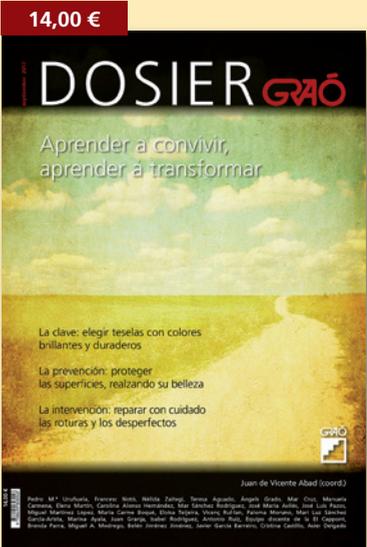
DOSIER **GAO**

Aprender a convivir, aprender a transformar

Juan de Vicente Abad (coord.)

La convivencia de un centro educativo está construida por todas y cada una de las piezas que lo componen, algunas rotas o desechadas, pero todas brillantes y valiosas. Este dossier sobre convivencia escolar está construido con la idea de un mosaico diverso y armonioso. Se pueden encontrar teselas que aportan la visión del alumnado, del profesorado, de las familias, de personas del ámbito universitario o del entorno municipal en el que se desarrolla la convivencia de los jóvenes.

14,00 €



C/ Hurtado, 29
08022 Barcelona Tel.: (34) 934 080 464

www.grao.com
graeditorial@grao.com