¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA?

Aldo Bruno Pizzo

Muchas son las definiciones que hay en libros y manuales sobre la matemática. Todas son defectuosas porque las ideas generales se prestan mal a la definición.

Como para definir hay que emplear palabras que, a su vez, debieran ser definidas, pero cuya significación previa no es perfectamente clara hasta que se conoce el objeto a definir, fácilmente se alcanzan las dificultades de este empeño. No obstante, como por una especie de necesidad lógica, el espíritu humano tiende a quererse explicar las cosas a priori, se ha buscado la manera de satisfacerla diciendo que la Matemática es la ciencia de la magnitud y el orden, o del número y la forma, o del orden y la medida o, según Comte, "*de la medida indirecta de las magnitudes*", o más modernamente, la ciencia de los conjuntos, definiciones todas ellas que pueden ser válidas para quienes posean algunas nociones matemáticas generales, pero completamente inadecuadas para quienes no las tengan porque las palabras *orden, magnitud, forma, conjunto, etc.*, que entran en ellas, carecen de sentido exacto para el común de la gente.

Russell ha dicho que "*la Matemática es la única ciencia en la cual nunca sabemos de qué se habla ni si lo que decimos es cierto*".

Una pregunta que surge en el común de la gente es: Si la matemática es independiente de toda experiencia, ¿cómo se adapta de modo tan admirable a los objetos de la realidad? ¿Es que la razón humana puede descubrir los objetos reales gracias al poder exclusivo del pensamiento y sin contacto alguno con el mundo exterior? ¿Tenía razón Albert Einstein cuando decía, con criterio ecléctico, que "*en tanto las proposiciones matemáticas se refieren a la realidad no son ciertas y en tanto son ciertas no se refieren a la realidad*"? Todas estas preguntas ponen de manifiesto la gran dificultad de definir la Matemática de un modo satisfactorio.

Se la llama una ciencia exacta por antonomasia. Tiene un origen experimental que se ha ido olvidando a medida que evolucionaba por sucesivas abstracciones, hasta el punto tal que hoy parece no tener otro aspecto que el puramente lógico y formal.

Las nociones con que opera son conceptos esquemáticos, sin ningún contenido intuitivo, entes de razón que sólo viven en el mundo del pensamiento puro y cuyo vacío físico se encargan de llenar las ciencias naturales cuando necesitan aplicarlos para formular las leyes de los fenómenos, porque sus cultivadores observan y experimentan y hacen ciencia porque creen en ella, porque creen en el sentido común, el cual les dice que el mundo que nos rodea es accesible a nuestras investigaciones y, por lo tanto, debe ser inteligible; y como no se preocupan por distinguir lo real de lo verdadero, no dudan de la existencia de objetos independientes de la facultad humana de conocer.

El matemático da a la palabra "existencia" otro sentido más restringido. Para unos, un ente existe cuando es construible en un tiempo finito; para otros, cuando no es contradictorio y de aquí que haya considerado la matemática como una rama de la lógica formal en cuanto deduce consecuencias de premisas claramente establecidas sin atender al significado de éstas, con tal de que sean compatibles.

Otro aspecto de la matemática es el trabajo intuitivo del investigador que, apoyándose en recursos arbitrarios, encuentra propiedades nuevas que otros se encargan de demostrar.

Un tercer aspecto es el que está relacionado con la belleza. No sólo una obra de arte es bella o un animal, en su especie también. En la matemática hay belleza. Esta belleza se desprende del análisis de un razonamiento en cuanto a precisión de un lenguaje necesario y suficiente para arribar a una conclusión. Por ejemplo: ¿quién puede dudar de la genialidad de la curva normal de Gauss? Desde su representación gráfica hasta la infinidad de aplicaciones a otras ciencias que la usan para describir una población, uno no puede dejar de maravillarse de semejante creación humana.

Un segundo ejemplo es el que tiene en cuenta cómo, a partir del desarrollo en serie de e^x y de sen x y cos x, y pasarlos al campo complejo, se llega a una de las fórmulas matemáticas más bellas por su perfección, su síntesis:

$$e^{ix} = \cos x + i \ \mathrm{sen}\ x$$

La matemática aparece de manera cada vez más clara, como la ciencia que estudia las relaciones entre ciertos entes abstractos definidos arbitrariamente, con la única condición de que estas definiciones no conduzcan a una contradicción. Estas definiciones arbitrarias, hay que añadirlo para que la matemática no se confunda con la lógica, han sido sugeridas primariamente por analogías con objetos reales. Tal el caso de la línea recta, el círculo, los cuerpos sólidos de la mecánica racional, etc. Pero los números imaginarios, los transfinitos y otros entes matemáticos como los fractales, son creaciones puras del espíritu humano. Se justifican por el hecho de que han permitido resolver más fácilmente ciertos problemas que los matemáticos o los físicos se planteaban y aclarar las dificultades que éstos habían hallado.

Una vez presentados algunos aspectos de la matemática, creemos que vale la pena volver a nuestra tarea escolar diaria. A modo de ejemplos, presentaremos un proyecto que hemos puesta en práctica en nuestra institución (**Escuela Normal Superior N°2 Mariano Acosta**) a partir de este ciclo lectivo 2000. Hemos optado por la geometría en todos los cursos de la escuela media ya que esta parte de la matemática es como una Cenicienta o una hermanita perdida. No se le da la importancia suficiente (obviamente no todos los docentes, aunque sí muchos, y los alumnos prefieren ignorarla completamente). Entonces, ¿por qué no empezar a revalorizarla?

El título de nuestro proyecto es:

INTEGRACIÓN DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS

Se pretende que los alumnos, ante una situación problemática, no la resuelvan pensando que solamente es una rutina de ejercitación. Si bien las rutinas de ejercitación son importantes para el proceso de enseñanza aprendizaje, no por ello deberán ser únicas.

Es por esta causa que se plantearán situaciones problemáticas no tradicionales para trabajar en forma grupal y en forma individual; para exponer frente a sus pares; para discutir intergrupalmente; para llevar a cabo investigaciones acerca de modelos matemáticos por ejemplo, los fractales; geometrías no euclidianas; rectas en el espacio y planos en el espacio; análisis de la cinta de Möbius; problemas vinculados con la historia; biografías de matemáticos; etc. Hay que tener presente que esto es el comienzo del proyecto. A medida que transcurra el tiempo, se irán agregando (o suprimiendo actividades).

Las siguientes consideraciones intentan fundamentar nuestra tarea:

- La aplicación de la geometría a la vida cotidiana.
- La posibilidad que da a los docentes de "re-crear" problemas significativos para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje teniendo en cuenta que los problemas pueden darse dentro de un contexto que no sea exclusivamente matemático. No por ello se dejarán de lado los problemas que sólo tienen un contexto de incumbencia matemática solamente.
- La necesidad de lograr que los alumnos utilicen los procesos deductivos en las demostraciones de propiedades elementales a través de los teoremas correspondientes para que valoren la perfecta estructura del andamiaje matemático.
- El conocimiento, y su correcta utilización, del lenguaje propio de la geometría.
- La introducción de situaciones problemáticas novedosas para estimular a los alumnos y despertar en ellos curiosidad.

A continuación, a modo de guía para cada curso del ciclo medio, se proponen algunas actividades.

1. En un paralelepípedo caben exactamente 64 esferitas de 1cm de diámetro cada una. Cada esferita es tangente con las que la rodean o bien tangentes, cuando corresponde, a las caras del paralelepípedo. Escribe las dimensiones de cada uno de los posibles paralelepípedos que las pueden contener. ¿Cuál es el que lleva menor cantidad de material para construirlo? Justifica. **(Cuarto año)**

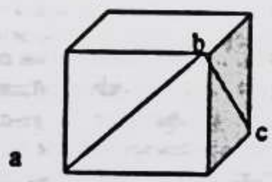
2. En un cuadrado de 10 cm de lado se halla inscripto un círculo. En otro cuadrado igual al anterior, hay cuatro círculos inscriptos; en otro hay nueve; en otro hay 16. ¿Cuánto vale la superficie comprendida entre el cuadrado y los círculos de cada caso?
   ¿Puedes encontrar alguna propiedad? Demuéstrala para un caso general. **(Tercer año)**

3. **Pasa el problema anterior al espacio considerando ahora en lugar de un cuadrado un cubo y en lugar de un círculo, una esfera (o varias) según sea el caso.**
¿Qué diferencia ha podido establecer comparando el problema anterior con éste? (Cuarto año)

4. ¿Cómo puede hacerse para que todos los puntos de la tierra estén conectados simultáneamente, a través de satélites de comunicación? ¿Cuál es la mínima cantidad de satélites artificiales necesaria? ¿Dónde estarían ubicados? **(Cuarto año)**

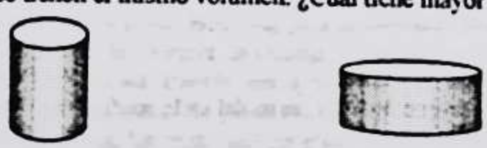
5. ¿Cuál es el mayor número de puntos que puede marcarse en una pelota de fútbol de manera tal que cada uno de ellos quede a la misma distancia de todos los demás? (Distancia, en este caso, alude a la distancia medida sobre la superficie de la pelota). **(Cuarto año)**

6. ¿Cuál es la amplitud del ángulo abc? (Primer año)



7. Dos varillas tienen 21 cm y 28 cm. ¿Entre qué longitudes naturales se halla una tercera varilla para que las tres determinen un triángulo? ¿Por qué?
Clasifica los triángulos obtenidos según sus lados y según sus ángulos. **(Primer año - Quinto año, según la consigna que se dé)**

8. Los siguientes cilindros tienen el mismo volumen. ¿Cuál tiene mayor superficie? **(Cuarto año)**



9. Billy Patas Verdes tiene en su casa una planta que duplica su tamaño por día. La planta tarda 10 días en llenar esta aula. ¿En cuánto tiempo llenarán la misma aula dos plantas exactamente iguales? **(Segundo año)**

10. Trabajo con el Tangram chino.**(Primer año)** Este juego tiene aplicaciones geométricas relacionadas con los números racionales. Si lo pasamos al espacio, las vinculaciones abarcan muchos más contenidos. Por eso, el espacial puede trabajarse perfectamente en **cuarto año**. Por otro lado, el Tangram alemán permite descubrir figuras convexas y propiedades, contenido de **segundo año** – Pero además, aparecen vinculaciones con la ecuación cuadrática (sección áurea), contenido de **cuarto año**

11. Una receta para hacer una crema helada necesita los siguientes ingredientes:
0,3 litros de jugo de durazno concentrado.
0,9 litros de agua
1,5 litros de leche
2 potes de crema de 0,25 litros cada uno
0,3 litros de almíbar
¿Cuál de los siguientes recipientes utilizarías para mezclar los ingredientes? ¿Por qué?
2,5 litros 3,5 litros 4,5 litros
(Segundo año)

12. Los siguientes dibujos representan las sombras de un cuerpo visto desde tres ángulos distintos:

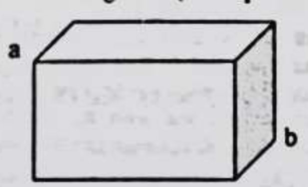
Intenta dibujar cómo sería el cuerpo en cuestión. **(Cualquier curso nivel medio)**

13. Con un mismo material se han hecho cuatro cubos macizos de aristas distintas: 6cm; 8cm; 10cm y 12cm. Hay que colocarlos en los platillos de una balanza de modo que éstos queden en equilibrio. ¿Qué cubo o cubos habría que colocar en cada platillo? **(Segundo año)**

14. Hay dos cajas cúbicas iguales. En una hay una gran esfera cuyo diámetro es igual a la arista del cubo que la contiene. En la otra caja hay bolas de hierro todas iguales y cada una de ellas es tangente con su vecina o con las caras de la caja. ¿Cuál de las dos cajas pesa más? **(Segundo y cuarto años)**

15. Si pudieras darle la vuelta a la Tierra recorriendo al Ecuador, ¿cuántos km recorrerían tus pies y cuántos tu cabeza? Te damos un dato: el radio de la tierra es de 6730 km aproximadamente y tienes una altura de 1,60m. ¿Importa cuál es tu altura exacta, para dar respuesta a esta pregunta? **(Tercer año)**

16. Junto a la carretera hay un adoquín de granito de 30 cm de largo; 20 cm de alto y 20 cm de ancho. En el punto a hay un escarabajo que quiere ir por el camino más corto al punto b. ¿Por dónde pasa el camino más corto y cuál es su longitud? **(Cualquier curso)**



7. ¿Cuál es el perímetro de un campo de una hectárea? (Segundo y quinto año)

8. Se trazan ángulos con el mismo vértice cuyas amplitudes son: 30°; 45°; 60°; 90°; 120°; 150° y 180°. Con un compás se hace centro en el vértice y se traza una circunferencia con un radio cualquiera. Se trazan los segmentos que unen los puntos de la intersección de la circunferencia con cada uno de los lados de los respectivos ángulos. ¿Qué tipo de relación existe entre la amplitud de cada ángulo y la longitud de cada cuerda? ¿Por qué? (Segundo año)

9. Dibuja un cubo y luego toma como vértices los puntos de intersección de las diagonales de sus caras. ¿Qué cuerpo ha quedado formado? ¿Cuánto vale su volumen con respecto al del cubo? (Cuarto año)

'0. Se dispone de muchos cubitos de 1 cm de arista. ¿Cuántos cubitos necesitaré para armar otro cubo tal que tenga dos de los cubitos por arista; luego tres cubitos por arista; cuatro y finalmente cinco. Dibújalos.
Considera ahora cada cubo que has formado y responde para cada uno de ellos lo siguiente:
Cada cara de los cubos obtenidos anteriores se pinta. ¿Cuántos cubitos tienen pintadas:

20.1. Ninguna cara
20.2. Una cara
20.3. Dos caras
20.4. Tres caras
20.5. Más de tres caras? (Segundo año)

BIBLIOGRAFÍA GENERAL CONSULTADA:

ORTON, Anthony: *Didáctica de las Matemáticas*. Ediciones Morata. Madrid, 1990.
YACCOZ, Jean Christophe: *La enseñanza de las Matemáticas*. Revista Investigación y Ciencia. Madrid, 1996.
GARDNER, Martin: *¡Ajá!* Labor. Barcelona, 1992
PERELMÁN, Yakov: *Problemas y experimentos recreativos*. Mir. Moscú, 1975
PERELMÁN, Yakov: *Matemáticas recreativas*. Mir Moscú, 1959
PERELMÁN, Yakov: *Álgebra recreativa*. Mir. Moscú, 1969
TAHAN, Malba: *El hombre que calculaba*. Aedo. Barcelona, 1972.
VILLELLA, José - CRESPO CRESPO, Cecilia - PONTEVILLE, Christiane: *Cuando la Geometría es el tema de la reflexión matemática*. Universidad Nacional de San Martín.San Martín, Argentina. 1999.
SANTALÓ, Luis: *La geometría en la formación de profesores*. Red Olímpica. Buenos Aires, 1993.