

SIMULACIÓN DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS EN EL AULA: PLANILLAS DE CÁLCULO Y TABLAS DE NÚMEROS AL AZAR

Cecilia Crespo Crespo

1. Introducción

Simular significa representar una cosa fingiendo o imitando lo que no es. Esta es la definición que da un diccionario.

La simulación de un experimento consiste en realizar una representación del mismo, identificando sus variables. Las simulaciones de experimentos aleatorios permiten llevar al aula resultados de manera más rápida y sencilla que en la realidad y dando la posibilidad de analizar resultados que de otra manera serían más complicados o insumirían mucho tiempo.

A continuación presentamos algunas ideas de actividades para llevar al aula en el abordaje de problemas de probabilidades.

2. Simulando el lanzamiento de dados y monedas con ayuda de una computadora

La computadora ofrece un importantísimo recurso para la enseñanza de las probabilidades en la escuela.

Las planillas de cálculo permiten simular experimentos de manera sencilla y con conocimientos de computación mínimos.

En lugar de arrojar cien o mil veces una moneda y contar la cantidad de caras y cecas que salen, es posible obtener una tabla de números binarios al azar, asignando, por ejemplo 0 a la cara y 1 a la ceca. Posibles resultados de este experimento para 100 y 1000 tiradas, serían:

	cantidad de veces que se obtuvo
0	41
1	50

	cantidad de veces que se obtuvo
0	515
1	485

Los experimentos, de esta forma, se hacen más rápidos y sobre los resultados obtenidos, es posible trabajar y extraer conclusiones.

Es posible solicitarle a la computadora que arroje cien o mil veces un dado, pidiéndole que genere números al azar entre 1 y 6.

Posibles resultados de este experimento para 100 y 1000 tiradas, serían:

	cantidad de veces que se obtuvo
1	10
2	17
3	19
4	15
5	20
6	19

	cantidad de veces que se obtuvo
1	174
2	160
3	166
4	165
5	169
6	166

La ley de los grandes números, de esta manera, se hace sencilla de trabajar en el aula.

Una vez presentados en el aula los casos de la tirada de una moneda y de un dado, simulemos ahora el lanzamiento de dos dados y estimemos la probabilidad de:

- obtener dos números iguales
- obtener dos números consecutivos
- obtener dos números cuya suma sea menor que 6

En estos casos, como queremos arrojar dos dados simultáneamente, podemos trabajar con dos columnas de la planilla de cálculo. Le proponemos que realice usted estos experimentos y determine los resultados correspondientes a partir de la experimentación.

¿Cuáles son los planteos teóricos de estos problemas? ¿Concuerdan los resultados con los obtenidos a través de la simulación?

3. Experimentos con monedas y dados no perfectos...

Estamos acostumbrados a presentar a nuestros alumnos experimentos equiprobables o bien que se pueden reducir a tales. ¿Es posible simular experimentos que no lo sean, producidos por monedas y dados que no sean perfectos? ¿Cómo podríamos simular la tirada de una moneda que no sea equiprobable?

Dependerá de cuál es el desvío con respecto a la moneda ideal que queramos introducir.

Es interesante plantear a los alumnos de tercer ciclo o polimodal este problema después de que hayan comprendido el concepto de probabilidad y pedirles que sean ellos los que diseñen la estrategia para generar mediante una planilla de cálculo una manera de simular este experimento.

Por ejemplo, supongamos que queremos que la probabilidad de cara al lanzar una moneda sea 0,55. La probabilidad de ceca, será entonces 0,45. Una manera de simular este experimento será generar números enteros entre 1 y 20 inclusive, asignando a la obtención de cara los números menores o iguales que 11, y a la ceca el resto.

4. Otros problemas para simular

Un matrimonio tiene cuatro hijos. ¿Cuál es la probabilidad de que sean 3 mujeres y 1 varón?
 Para realizar la simulación correspondiente, interpretemos 0 = varón, 1 = mujer.
 Generemos ahora cuádruplas de ceros y unos. La frecuencia relativa media de la suma de los elementos de la cuádrupla correspondiente a los sucesos favorables debe ser en este caso 3.
 Se trata de un claro ejemplo de un problema de distribución binomial.

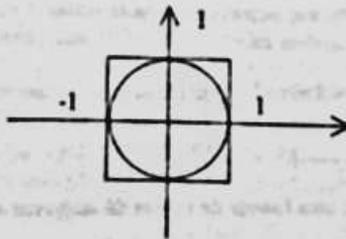
El trabajo con simulaciones permite pensar y resolver problemas aún antes de enseñar y profundizar los fundamentos teóricos correspondientes, ya que es posible a partir de una experimentación lo suficientemente grande, inferir resultados muy próximos a los valores resultantes de desarrollos teóricos. Posteriormente, da oportunidad para verificar resultados.

Tal como usted habrá podido apreciar, la selección de los datos a generar y la manera de interpretarlos, exige haber comprendido el problema, pues si no, es imposible extraer conclusiones válidas y dar una respuesta correcta. Este uso razonado de la computadora, la convierte una vez más en una herramienta al servicio de la matemática y muestra cómo la máquina sola no resuelve un problema, sino que ayuda a encontrar una respuesta empírica, evitando tirar monedas y dados durante días enteros, salir a la calle a buscar familias con cuatro hijos para entrevistar, ...

5. Trabajando geometría y análisis matemático con el azar

También pueden abordarse conjuntamente temas de geometría y análisis matemático a través de la generación de números al azar.

Si pensamos en un círculo unitario con centro en el origen inscrito en un cuadrado, es posible generar puntos de ese cuadrado a través de pares ordenados de números entre -1 y 1. Aquellos puntos del área sombreada, o sea del círculo, corresponden a puntos (x, y) cuyas coordenadas verifican: $x^2 + y^2 \leq 1$



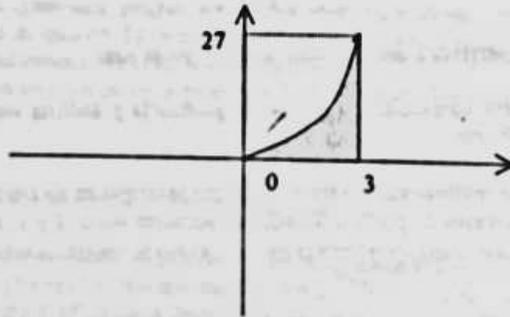
La probabilidad de que un punto del cuadrado, generado al azar esté en el círculo es igual al cociente entre el área del círculo y del cuadrado. En este caso y por tratarse de un círculo de radio unitario:

$$p = \frac{\pi}{4}$$

Generando una cantidad suficientemente grande de pares ordenados y despejando, es posible obtener un valor aproximado para el número π .

Este problema nos abre ahora la posibilidad de continuar mediante la consideración de cocientes de áreas, de trabajar con el cálculo de áreas bajo una curva dada, o sea, integrales definidas.

Consideremos la curva $y = x^3$. Queremos calcular el área bajo esta curva, limitada por las rectas $x = 0$ y $x = 3$.



¿Cómo plantearía usted este problema? ¿Qué elementos generaría para resolverlo? ¿Qué resultado obtiene? ¿Por qué?

6. Las guías telefónicas: una fuente de tablas de números al azar

A veces no tenemos a nuestro alcance una computadora en la clase de matemática, o bien no queremos utilizarla en ese momento. Algunos problemas de simulación pueden resolverse mediante el uso de

tablas de números al azar. Existen en algunos textos de probabilidades, tablas de estos números. Pero este no es el único recurso a nuestro alcance.

Las guías telefónicas suministran tablas de números al azar siempre cerca nuestro. Basta con considerar una página cualquiera que no contenga ningún organismo oficial o dependencia con muchas líneas telefónicas o con números con características mnemotécnicas. Olvidemos las columnas correspondientes a las características. Las últimas cuatro cifras de los teléfonos de la página elegida constituyen una tabla de números al azar.

Supongamos que queremos simular la tirada de una moneda. Entonces identifiquemos la aparición de un número par con la salida de una cara y la de un impar con la de una ceca. Si se trata de un dado: consideremos únicamente los números entre el 1 y el 6 inclusive e ignoremos el resto. Combinemos así varias monedas, varios dados, ...

7. Conclusiones

El diseño de experimentos aleatorios en el aula, no sólo permite su realización de manera sencilla y rápida, sino que hace necesaria la comprensión previa del problema, de las herramientas disponibles, de la manera de adaptarlas e interpretar los resultados obtenidos.

Tanto la utilización de planillas de cálculo para generar números al azar, como el uso de tablas de números al azar, obtenidas, por ejemplo de guías telefónicas, presentan maneras interesantes y sencillas de resolver empíricamente problemas en el aula.

8. Referencias bibliográficas

- COMAP (1999). *Las matemáticas en la vida cotidiana*. Addison Wesley /Universidad Autónoma de Madrid. Madrid, España.
- GARCÍA, Elena (1987). *Números Aleatorios*. En *Elementos de matemática* Vol. I. Nro. IV. CAECE. Buenos Aires. pp. 31-35.
- GARCÍA, Elena (1992). *Probabilidades y estadística en la currícula de la escuela media*. En *Elementos de matemática* Vol. VI. Nro. XXIII. CAECE. Buenos Aires. pp. 59-63.
- GARCÍA, Elena (1992). *Probabilidades y estadística en la currícula de la escuela media (continuación)*. En *Elementos de matemática* Vol. VI. Nro. XXIV. CAECE. Buenos Aires. pp. 45-48.