FACTORIZACIÓN CON MATERIAL DIDÁCTICO EN EGB 3

Patricia AURUCIS
Gerardo MAMANI

La correcta utilización del material didáctico constituye un importante apoyo para la adquisición de conceptos, relaciones y métodos, ya que posibilita una enseñanza activa de acuerdo con la evolución intelectual del alumno.

Esta estructura es una filosofía de trabajo que enfatiza el "aprender haciendo" y rompe frontalmente con los métodos de enseñanza formales. Es un sistema basado en el aprendizaje activo y localizado en el proceso de aprendizaje, más que en un proceso de enseñanza.

Respetando el proceso del aprendizaje, la idea está en la línea de utilizar una metodología experimental, que conduzca al alumno de la intuición a la descripción, a la definición y al dominio de un concepto.

En este trabajo se tratará el concepto de factorización en diferentes situaciones, enfrentando al alumno de EGB3 con problemas que obliguen a replantear posibles soluciones parciales, para pasar finalmente a la aplicación del concepto a distintas situaciones.

Se adecuó la introducción temática, al nivel cognitivo del alumno, es decir, se ha de partir de lo que el alumno sabe sobre el concepto y a través de distintos materiales y preguntas hacer posible que estos conceptos iniciales se plasmen en acción y lenguaje.

Se ha tenido en cuenta que:

- los alumnos realicen diferentes acciones con un mismo objeto de forma tal de percibir que lo que construye el concepto no es el objeto sino la acción que se realiza sobre él.
- las actividades giren en torno a la resolución de problemas, para lo cual el alumno debe:
  - Identificar la información que provee y exige el problema (datos e incógnitas)
  - Anticipar métodos de solución.
  - Resolver según el método propuesto; validarlo.
- interpreten los resultados dentro del contexto del problema.

CRITERIOS PARA LA SECUENCIACIÓN DE LOS CONTENIDOS Y SU ORGANIZACIÓN

Para la preparación de las actividades, se han seguido los siguientes criterios básicos:

- **Pertinencia en relación al desarrollo evolutivo de los alumnos.**
  Se procuró establecer una distancia óptima entre lo que los alumnos son capaces de hacer y los nuevos contenidos que se tratan de enseñar.

  "La tarea de enseñar una materia a un niño de una edad determinada consiste en representar la estructura de esta materia en los mismos términos en que el niño interpreta las cosas", ha dicho Bruner .

- **Coherencia con la lógica de las disciplinas de las que dependen los contenidos del aprendizaje.**
  Aquí se tomó el concepto de área de un rectángulo y propiedades derivadas para avanzar en la factorización de expresiones algebraicas.

- **Adecuación de los nuevos contenidos a los conocimientos previos de los alumnos.**
  Se procura la exploración de ideas y experiencias que los alumnos tienen en relación al concepto de área y notación simbólica básica a fin de encontrar puntos de conexión que permitan hacerles progresar en la apropiación del aludido contenido, progreso que no será único ni definitivo, sino susceptible de efectuar nuevos progresos en niveles posteriores.

- **Delimitación de una idea eje**
  La estructuración de las secuencias se edifica sobre la idea central de área de un rectángulo concepto que se retoma y aplica continuamente

  Este desarrollo espiralado facilita la construcción progresiva de conocimientos y permite una atención adecuada de la diversidad del grupo clase. La progresión permitirá avanzar desde conocimiento espontáneo, simple y concreto hacia un conocimiento conceptualizado de forma abstracta y cada vez más compleja.

  A este respecto Bruner, en su libro Desarrollo cognivo y educación afirma: "es muy posible que un plan de estudios preliminar para las matemáticas y las ciencias, impartido en los primeros cursos, contribuya decisivamente a la consolidación de formas intuitivas e inductivas de comprensión en el niño, que más tarde habrán de ser complementadas con un aparato más formal en cursos superiores de matemáticas y ciencias".

Lo importante es que la enseñanza posterior esté basada en la primeras reacciones, que procure crear una comprensión más explícita y madura de los temas vistos.

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE CON MATERIAL DIDÁCTICO

El cuanto a la organización del grupo clase, el docente ha de presentar, organizar y guiar el trabajo, pero nunca ha de ser el protagonista del saber, actuando más bien como componente del centro de control. El trabajo de los alumnos tendrá que ser prioritariamente en grupos, tanto en lo que respecta a la experimentación como a la comunicación y explicación de los conceptos y resultados producidos.

Se tendrán en cuenta los siguientes aspectos en la implementación de las actividades:

- Una introducción al tema, para situar al alumno.
- Dar a conocer los objetivos, para enmarcar las acciones a realizar.
- Una presentación de las investigaciones a realizar, adecuadamente graduadas por niveles de comprensión, en las que se induce a manipular, construir, observar, explicar y expresar conjeturas y descubrir distintas relaciones sobre el concepto a tratar.
- Una discusión y contraste en gran grupo, para así enriquecer y comunicar los distintos descubrimientos realizados. En este momento el profesor actúa de moderador de cara a establecer conclusiones.
- Realización y resolución de ejercicios de utilización y consolidación y de problemas de extensión y ampliación.

CONOCIMIENTOS PREVIOS PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE LAS ACTIVIDADES

- Operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.
- Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición y la sustracción.
- Área y perímetro del rectángulo.
- Notación simbólica básica.

CONTENIDOS CONCEPTUALES INVOLUCRADOS

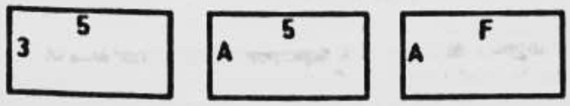
- Factorización
- Extracción de factor común
- Extracción de factor común en grupo
- Trinomio cuadrado perfecto
- Diferencia de cuadrados
- Factorización de una ecuación de segundo grado y resolución intuitiva.

MATERIAL DIDÁCTICO A UTILIZAR

Para la concreción de las actividades que siguen, los alumnos deberán trazar rectángulos sobre cartulina dura y recortarlos de manera prolija. Resulta conveniente que, al menos, exista un juego de piezas por cada par de alumnos.

El tamaño de las fichas necesarias, en centímetros, se adecuará a: 1x3, 3x3, 4x3, 5x3, 7x3, 9x3, 1x4, 4x4, 5x4, 6x4, 7x4, 8x4, 9x4, 1x9, 7x9 y 9x9.

Es necesario singularizar cada pieza, colocándole la identificación que le corresponde según su tamaño y equivalencia simbólica, como se muestra a continuación:



La notación simbólica que se utiliza en la guía guarda la siguiente correspondencia:

Medida del lado	3	4	5	6	7	8	9
Símbolo	A	C	F	G	N	P	Q

Cabe aclarar que por cuestión de comodidad, en la guía siguiente, llamaremos a las piezas "rectángulos".

Finalmente, como se ha adelantado, las actividades que siguen están orientadas al tratamiento de la factorización de expresiones algebraicas, a través de la utilización de los materiales preparados al efecto, partiendo del concepto de área de un rectángulo y propiedades derivadas hasta arribar a la resolución intuitiva de una ecuación cuadrática.

GUÍA DE ACTIVIDADES

1. Justificá por qué las caras de las piezas que recortaste son rectángulos.
2. Calculá el área del rectángulo de lados 4 y 6.
3. Si conocés que uno de los lados de un rectángulo es 3 y desconocés el otro, ¿qué fórmula identifica el área del mismo?
4. ¿Y si desconociéras ambos?
5. Armá con los rectángulos de 3x5 y 3x7 un nuevo rectángulo, de manera que las piezas no se superpongan. ¿Cuáles son las dimensiones del nuevo rectángulo? ¿Cuál es el área de cada uno de los rectángulos? ¿Cuál es el área del nuevo rectángulo? Establece una relación.

6. Empleando los rectángulos de área 5C y 7C, determiná cuáles son las dimensiones del nuevo rectángulo. Obtené el área del nuevo rectángulo y completá:

$5C + 7C =$ ....

7. Resolvé:

a) $5X + 8X =$ b) $3B + 10B =$

8. Utilizando los rectángulos de 9x4 y 3x4, superponé el de menor área al mayor, de manera que coincidan los lados de igual longitud. ¿Cuál es la dimensión del rectángulo sin cubrir? ¿Cuál es el área de cada uno de los rectángulos? ¿Cuál es el área del rectángulo sin cubrir? Establecé una relación.

9. Empleando los rectángulos de área 8A y 3A, superponé el de menor área al mayor. Determiná cuáles son las dimensiones del rectángulo sin cubrir. Obtené su área y completá:

$8A - 3A =$ ....

10. Resolvé:

a) $10X - 3X =$ b) $13B - 4B =$

11. Empleando los rectángulos de área CP y CG, colocándolos de forma consecutiva, como lo hiciste anteriormente, determiná las dimensiones del nuevo rectángulo. Calculá el área y completá:

$CP + CG =$ ....

Observá que has transformado una suma algebraica en ....

A esto lo llamamos **factorizar una expresión**. Decimos que hemos extraído **factor común C.**

Se trata también de la propiedad ....

12. Obtené:

$CG + CG =$ ....

13. Encontrá expresiones equivalentes de:

a) $MQ + MZ =$ b) $AB + BC =$ c) $D + DJ =$

14. Empleando los rectángulos de área AQ y AN, superponelos y calculá las dimensiones del rectángulo sin cubrir. Determiná el área.

15. Obtené:

$CG - CG =$ ....

16. Factorizá:

a) $RT - RK =$ b) $MV - VZ =$ c) $W - WX =$

17. Empleando los rectángulos de área C^2, $5C$ y CG, factorizá:

a) $C^2 + 5C + CG =$ b) $C^2 + 5C - CG =$ c) $CG + C^2 - 5C =$

18. Empleando los rectángulos de área CN, CF, CN y CF, factorizá:

$$CN + CF + CN + CF =$$

¿Es única dicha factorización? En caso contrario, proponé otra forma.

19. Utilizando los rectángulos de área C^2 y C, factorizá:

a) $C^2 + C =$ b) $C^2 - C =$

20. Empleando los rectángulos de área AC, 5A, 3C y 15, formá con los cuatro un nuevo rectángulo, colocándolos en forma consecutiva, como sea posible. Calculá las dimensiones del nuevo rectángulo.
Observá que nuevamente has transformado una suma algebraica en: ....
Para pasar de una expresión a otra has aplicado la propiedad: ....

21. Factorizá:

a) $A^2 + AC + AG + CG =$ b) $C^2 + 4C + 3 =$

22. Tomá los rectángulos de área AC, 2C, 3A y 6 y factorizá:

$$AC - 2C + 3A - 6 =$$

23. Factorizá:

a) $AN + CN - AC - CC =$ b) $CN - CA - AN + AA =$

24. Obtené:

$$(A + B) . (C - B) =$$

25. Factorizá:

$$C^2 + 3C + 3C + 9 =$$

Completá:

$$(..... + ...)^2 = ... + ... + ...$$

Enunciá en forma coloquial.

26. Factorizá:

$$81 - 9C - 9C + C^2$$

Completá:

$$(\ldots - \ldots)^2 = \ldots - \ldots + \ldots$$

Enunciá en forma coloquial.

27. Factorizá:

$$Q^2 - 4AQ + 4A^2 =$$

28. Resolvé:

a) $(3F + 2M)^2 =$ b) $(5G - 3P)^2 =$

29. Obtené la factorización de:

$$Q^2 - 4Q + 4Q - 16 =$$

¿Qué propiedad podés aplicar para obtener una expresión reducida de la anterior?
Completá:

$$\ldots^2 - \ldots^2 = (\ldots + \ldots)(\ldots - \ldots)$$

Enunciá en forma coloquial.

30. Resolvé:

a) $X^2 - 4Y^2 =$ b) $9V - 16Q^4 =$

31. Factorizá:

a) $Q^2 - 7Q + 12 =$ b) $Q^2 + 4Q - 21 =$ (recordá que $3Q = 7Q - \ldots$)

Las actividades que siguen se podrían utilizar como actividades de evaluación:

32. Dada la siguiente expresión:

$$9 + 9A - A + 9 - A^2 - A + 9A - A^2$$

a) Escribí una expresión más reducida.
b) Factorizá (podés ayudarte con los rectángulos)

33. Sabiendo que el área de $CQ + C^2 + AQ + AC$ es 55 y que el área de A^2 es 4,

a) Factorizá la expresión (ayudándote con el material)
b) Indicá la expresión que caracteriza a la longitud de cada lado del rectángulo formado.
c) Averiguá la longitud de Q y C.(para este caso particular)
d) Encontrá el área de cada uno de los rectángulos.

CONSIDERACIONES FINALES

El fruto de la aplicación de este trabajo habrá de evidenciar el poder que detenta la intuición geométrica, vehiculizada en el material empleado, en pos de la consecuención de los conocimientos que se procura sean alcanzados.

También ha de poner de manifiesto las vinculaciones que se establecen entre el incipiente acceso al álgebra y los conceptos geométricos básicos adquiridos con anterioridad, aunado a la posibilidad de hallazgos matemáticos propios, que como se sabe, no es otra cosa que recorrer nuevamente el camino que siguió la humanidad en la construcción de los saberes del área.

Si el resultado es positivo, el alumno no habrá aprendido mecánicamente, las leyes que obtenga tendrán significado para él y constituirán un fuerte anclaje para conocimientos futuros.

BIBLIOGRAFÍA

- ALSINA CATALÁ, Claudi: *Materiales para construir la geometría*, Red Federal de Formación Docente Continua- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, Editorial Síntesis.
- ANTUNEZ, S y otros (1992): *Del proyecto Educativo a la Programación de Aula*, Editorial Graó,de Serveis Pedagógics, Barcelona.
- BAROODY, Arthur (1997): *El pensamiento matemático de los niños*. Buenos Aires, Red Federal de Formación Docente Continua- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación.
- BRUNER,J.S: *Desarrollo cognitivo y educación*, Ediciones Morata, Madrid.
- ORÍA de CHOUHY AGUIRRE, M; *Explorando y Creando La Matemática*, Ediciones Aula Abierta, Buenos Aires.
- PUIG ADAM, Pedro(1958): *El material didático matemático actual*, Publicaciones de la revista "Enseñanza Media", Madrid.
- PUIG ADAM, Pedro(1960): *La matemática y su enseñanza actual*, Publicaciones de la revista "Enseñanza Media", Madrid.
- QUESADA SOLANO, Analía (1999): *Las figuras geométricas utilizadas para visualizar conceptos matemáticos*, Resúmenes de la RELME 13, Universidad Autónoma de Santo Domingo, República Dominicana.
- SANTALÓ, Luis (1994): *Enfoques. Hacia una didáctica humanista de la matemática*. Buenos Aires. Editorial Troquel S.a.