

DOI: 10.5281/zenodo.4587710

*¿Qué relaciones establecen los estudiantes al aumentar o disminuir el perímetro y/o área de un rectángulo utilizando el Tangram como recurso didáctico?*

**Puczko, Mirian – Clasen, Rocio – Verón Alejandro**

[lara-graciela@hotmail.com](mailto:lara-graciela@hotmail.com) , [rociocristal22@gmail.com](mailto:rociocristal22@gmail.com) ,

[veronamneulalejandro@gmail.com](mailto:veronamneulalejandro@gmail.com)

Instituto Superior de Formación Docente “Cecilia Braslavsky”

**RESUMEN:**

El siguiente trabajo surge como resultado del análisis a posteriori de una actividad propuesta a los alumnos de séptimo grado de una escuela común rural de la provincia de Misiones, en el marco de un Proyecto de Investigación realizado en la Profesorado de Educación Secundaria en Matemática en el ISFD Cecilia Braslavsky de Aristóbulo del Valle.

El objetivo general del proyecto era determinar las relaciones que establecen los estudiantes entre figuras de igual área y distinto perímetro, y distinta área e igual perímetro. Para ello se planificó una actividad donde se utilizó el Tangram como recurso didáctico para la exploración y la manipulación de las figuras que componen las piezas del rompecabezas y así propiciar la construcción de conjeturas respecto al área y el perímetro de los rectángulos.

Varias investigaciones como Speranza (1987), Fandiño y D'Amore (2007), Fandiño (2007) manifiestan la existencia de dificultades y errores en el aprendizaje matemático de los alumnos en los últimos años del nivel primario y del ciclo básico del nivel secundario. La principal preocupación se da por algunos errores que se detectan en los alumnos en cuanto a las relaciones que establecen cuando calculan área y perímetro de figuras planas.

**PALABRAS CLAVES:**

Perímetro. Área. Dificultades. Relaciones

*¿Qué relaciones establecen los estudiantes al aumentar o disminuir el perímetro y/o área de un rectángulo utilizando el Tangram como recurso didáctico?*

**Puczko, Mirian – Clasen, Rocio – Verón Alejandro**

[lara-graciela@hotmail.com](mailto:lara-graciela@hotmail.com) , [rociocristal22@gmail.com](mailto:rociocristal22@gmail.com) ,

[veronamneulalejandro@gmail.com](mailto:veronamneulalejandro@gmail.com)

Instituto Superior de Formación Docente “Cecilia Braslavsky”

## **INTRODUCCIÓN**

Esta investigación centra la atención en las relaciones que establecen los alumnos de séptimo grado entre los conceptos de perímetro y área, utilizando como material didáctico el Tangram, con la intención de estudiar los errores a la hora de realizar determinados cálculos y relaciones que establecen entre perímetro y área de figuras planas.

Destacando lo mencionado por Fandiño (2007), se hace evidente que las concepciones acerca de las supuestas relaciones entre área y perímetro, constituyen un ejemplo de la actitud no crítica del estudiante que tiende a confirmar aumentos o disminuciones entre entidades puestas en relación, estas palabras toman fuerza ya que tradicionalmente como lo manifiesta Del Olmo (1993) dichos conceptos se abordan como simples fórmulas.

Ahora bien, en lo que refiere a las características de los objetos de estudio, áreas y perímetros, son conceptos de uso frecuente en las aulas de clase, pero como lo menciona Fandiño y D’Amore (2007), se han realizado gran cantidad de investigaciones donde se muestra que existe un problema generalizado en el aprendizaje de estos conceptos, incluso Piaget realizó algunos trabajos al respecto; además estos autores mencionan, que se han realizado estudios clásicos sobre las ideas de longitud y de superficie, que evidencian la gran dificultad que los alumnos tienen para apropiarse de la idea de estos conceptos, ligada a falsas relaciones entre área y perímetro que perduran hasta los 12 años de edad.

Esta misma idea la propone Speranza (1987) citado por Fandiño & D’Amore, (2007); quien plantea que las dificultades de la escuela respecto a los conceptos de área y perímetro permanecen en alumnos avanzados e incluso en la universidad.

Por todo lo expuesto es necesario identificar de qué manera relacionan los alumnos los conceptos y porqué es común que algunos suponen que siempre que haya un aumento (o disminución) de perímetro también el área aumentará (o disminuirá).

### **La Actividad propuesta**

Teniendo en cuenta lo expresado por los distintos autores de las investigaciones examinadas, quienes sostienen que es probable que los alumnos no disponen de oportunidades suficientes para la exploración práctica de los fundamentos especiales de estas ideas y de las relaciones que las ligan, como lo son la relación entre figuras de igual área y distinto perímetro o distinta área e igual perímetro, se propuso la siguiente actividad.

#### **Actividad**

*Formar rectángulos con las piezas del tangram.*

*Utilizar diferentes números de piezas hasta llegar a utilizar las siete.*

*a) primero ubicar el rectángulo existente entre las piezas*

*b) ¿Cuántos rectángulos puedes formar con dos piezas?*

*c) ¿Cuál es el de mayor perímetro? ¿Cuál es el de mayor área?*

*d) ¿al aumentar el área del rectángulo, aumenta también el perímetro?*

*e) formar rectángulos con tres piezas, e identificar el de mayor perímetro y el de mayor área.*

*f) realizar el mismo procedimiento para cuatro piezas, cinco, seis y siete.*

*g) ¿Hay rectángulos que mantienen la misma área? ¿Qué sucede con el perímetro en este caso?*

*h) ¿si disminuye el perímetro, disminuye también el área?*

Con esta actividad se propone partir de figuras simples, como el rectángulo y luego haciendo diversas transformaciones sobre las piezas, formar otros rectángulos con dos piezas y comparar sus perímetros y áreas, y luego repetir el estudio para otros rectángulos que se pueden formar con tres piezas, y así sucesivamente hasta utilizar las siete piezas del Tangram.

#### **Análisis de las producciones de los estudiantes**

Una situación de aprendizaje está caracterizada por un problema y cierta organización del trabajo adaptada a los objetivos previstos, en la actividad propuesta a los alumnos, se trata de que establezcan las relaciones que se van dando entre las áreas y los

perímetros de diferentes rectángulos obtenidos a partir de la combinación de distintas piezas del tangram.

Para comenzar, se propone a los alumnos trabajar en grupo. Se les provee del material necesario para llevar a cabo el desarrollo de la propuesta, piezas del tangram, fichas con las consignas, fibrones, hojas. En primer lugar, se leen todas las consignas y se les deja trabajar en el grupo de manera que vayan socializando sus ideas.

De acuerdo a lo que plantea Vergnaud (1990) “*el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, lo que lo obliga a un tiempo de reflexión y de exploración, a dudas, a tentativas abortadas y lo conduce al triunfo o fracaso*”(p.6). Además, es importante tener en cuenta que una situación puede ser problema para unos alumnos y no para otros. Es decir que, si un alumno resuelve inmediatamente el problema, seguramente ya disponía de los conocimientos necesarios para hacerlo y no aprende nada nuevo. Lo mismo sucede si el alumno requiere de conocimientos que no se han trabajado. En estos casos no hay problema.

En un principio no entienden la actividad se alborotan y se ponen a formar distintos rectángulos sin seguir el orden de las consignas. Luego se interviene para orientarlos a que sigan las consignas y puedan organizar sus ideas.

Se disponen a armar los rectángulos, en primer lugar, deben armar la mayor cantidad de rectángulos utilizando distintos números de piezas, para ello se especifica en las consignas que deben ver primero si hay rectángulos en las piezas del tangram; comienzan con ver con una pieza si tienen algún rectángulo, luego observan las figuras y dicen que no hay ninguna pieza con forma de rectángulo, uno de los alumnos toma el cuadrado, pero luego lo descarta y toman el paralelogramo suponiendo que es un rectángulo, todos hacen lo mismo, ya que le van siguiendo a uno de sus compañeros. Finalmente deducen que el cuadrado es un rectángulo y no el paralelogramo, dándose cuenta de alguna de las propiedades de los cuadriláteros que tienen incorporadas.

Los alumnos prueban si pueden armar más rectángulos de dos piezas logran formar de dos maneras diferentes, hasta que desisten y preguntan si ya pueden armar los rectángulos con tres piezas.

Recuperamos la siguiente conversación de un grupo de alumnos:

*Iván: hay que hacer rectángulos con dos piezas.*

*Facundo: se puede armar con los triángulos chiquitos.*

*Micaela: también con los triángulos grandes, queda un cuadrado más grande.*

*Juan: entonces el chiquito va a tener menor perímetro que el más grande.*

*Nata: también tenemos que calcular el área.*

*Iván: si es más grande el otro triángulo obviamente va a tener mayor área.*

En estos comentarios de Micaela, Juan e Iván podemos evidenciar que las conjeturas que están formulando se basan en el tamaño de la figura resultante.

Conversación respecto a la formación de rectángulos con tres piezas.

*Mica: yo ya armé uno... se puede armar con los dos triángulos chiquitos y el cuadrado.*

*Facu: Yo armé con los triangulitos y el paralelogramo.*

*Iván: a mí me quedó un cuadrado con los dos triangulitos chicos y el mediano.*

*Juan: a mí no me sale otro.*

*Nata: yo también usé los triangulitos chicos y el mediano, pero me quedó un rectángulo.*

*Iván: pero todos son rectángulos, solo que este tiene los cuatro lados iguales, y el que vos armaste tiene los lados paralelos iguales.*

*Facundo: y el perímetro de todos son iguales.*

*Mica: no tienen la misma forma así que no son iguales.*

*Ivan: Pero el que yo hice y el que hizo Nata tienen las mismas figuras.*

*Juan: pero el de Nata es más largo que ese.*

*Facu: pero es más bajito, a mí me parece que el cuadrado tiene más perímetro.*

*Mica: a mí me parece que el de Nata.*

*Juan: el rectángulo que hizo Nata tiene mayor perímetro, y también va a tener mayor área.*

*Iván: pero usamos las mismas figuras, no puede tener mayor área.*

*Mica: entonces el perímetro del rectángulo más largo es mayor, pero tienen las áreas iguales.*

Es interesante reconocer cómo los alumnos van produciendo afirmaciones muy significativas respecto a la relaciones entre perímetro y el área de las figuras, y en el diálogo y confrontación con el grupo van modificando y/o mejorando las conclusiones que están estableciendo respecto a la actividad propuesta.

Se puede observar que Mica al decir que “no tienen la misma forma así que no son iguales”, se basa su afirmación en la forma que tienen los rectángulos que fueron construyendo, pero Iván insiste en un detalle muy importante “Pero el que yo hice y el que hizo Nata tienen las mismas figuras”, y luego sigue insistiendo en su afirmación y agrega otros elementos que fundamentan su postura “pero usamos las mismas figuras, no puede tener mayor área”. Por último, Mica establece el acuerdo del trabajo al mencionar “entonces el perímetro del rectángulo más largo es mayor, pero tienen las áreas iguales”.

Esta confusión perímetro-área, se denota de manera frecuente en los estudiantes y hace referencia a lo manifestado por Corberán (1996) a cerca de la posición arraigada que tienen los alumnos sobre esa “falsa” relación entre el área y el perímetro, poniendo de manifiesto estos dos conceptos como en dos propiedades de la superficie íntimamente ligadas, siendo una concepción errónea que les impide ver el área como una propiedad de la superficie independiente del perímetro.

Los alumnos proceden a calcular el área y perímetro de sus rectángulos identificando los lados y determinando las medidas de cada lado. Como ya estaban trabajando con áreas y perímetros, tienen en claro que para calcular el perímetro solo necesitan saber cuánto mide el contorno, y para hallar el área, algunos calculan como un rectángulo y otros sacan el área de cada una de las piezas.

En la siguiente conversación podemos notar cómo comienzan a probar sus afirmaciones mediante el cálculo de perímetro y área. Pero también es interesante lo que expresa más adelante Iván al decir que “hay figuras que tienen las mismas piezas, por lo tanto tienen la misma área”, aspectos que nos indican cómo los alumnos están comparando entre los rectángulos las áreas obtenidas, por las piezas que utilizan en la construcción del rectángulo, es decir, que si con las mismas piezas puedo obtener dos rectángulos diferentes, entonces tienen la misma área porque se utilizan las mismas piezas.

*Iván: Yo armé uno parecido al de Mica, pero con otras piezas. Estos dos van a tener el mismo perímetro y creo que la misma área.*

*Mica: entonces los otros van a tener mayor perímetro, porque el rectángulo que armamos hoy tenía mayor perímetro que el cuadrado.*

*Cesar: por lo tanto ¿el rectángulo va a tener mayor área?*

*Iván: (con poca paciencia) ya dijimos que no importa el perímetro, el área es lo que ocupan las figuras, y hay figuras que tienen las mismas piezas, por lo tanto tienen la misma área.*

*Facu: todas tienen el mismo perímetro, fíjate que si este lado (señala uno de los lados de la figura que construyó) mide 7cm, este otro también 7 cm, el lado del cuadrado 7cm, son 21cm de lado, como hay dos lados iguales son 42cm y las alturas son 7cm cada una, en total el perímetro es de 56cm*

*Iván: los lados del cuadrado miden 14 cm, y son 4 lados iguales, quiere decir que... (realiza los cálculos en una hoja) mide 56cm de perímetro.*

*Mica: ah! Entonces son iguales los perímetros.*

En las anotaciones, algunos alumnos confunden las unidades de longitud y de área o no las escriben directamente, que según Del Olmo (1993, p. 43), “la confusión de área y perímetro es un error bastante frecuente”.

Otro giro importante que tuvo la actividad planteada es al momento de armar rectángulos con seis piezas, en esta oportunidad se puede evidenciar lo siguiente:

*Mica: con seis piezas pudimos encontrar solo una forma de ordenar las seis figuras y que quede un rectángulo.*

*Facu: no podemos comparar con otra, a menos que comparemos con la que tiene cinco figuras.*

*Cesar: ¿y qué conclusión vas a tener?*

*Facu: que si aumentamos la cantidad de piezas aumenta el área.*

*Iván: ¿y qué pasa con el perímetro?*

*Facu: a mí me parece que aumenta también. Queda una figura más grande y va a tener más perímetro.*

*Mica: yo sumé todos los lados y salió que el perímetro es de 70. Y es igual al rectángulo que hicimos con las cinco figuras, porque el cuadrado que hizo Iván es más chiquito.*

*Iván: ¿entonces aumentó el área, pero el perímetro quedó igual?*

Los alumnos por percepción creían que al tener una figura de mayor área tendría también mayor perímetro. Saben que el perímetro es igual a la suma de los lados y va a depender de la cantidad de lados que tengan y el área va a ser igual a la superficie que cubren las figuras.

Los estudiantes estuvieron confundidos al principio, cuando construyeron con las mismas figuras rectángulos diferentes supusieron que si construyen figuras que tienen la misma área el perímetro debe permanecer igual, pero al medir no obtuvieron los mismos resultados, deducen que al cambiar la posición de las figuras se forman otras que cambian la medida de los lados, por lo cual llegan a la conclusión de que a veces no cambia el área y si el perímetro.

No necesariamente estas dificultades, se deben al obstáculo inherente del concepto, también puede estar ligada a las prácticas o métodos de enseñanza elegidos por el docente como lo manifiesta Fandiño & D'Amore (2009).

Los alumnos dijeron que todos los rectángulos que se obtengan con la misma cantidad de piezas tendrán igual área porque se obtienen del mismo cuadrado, no obstante, uno de ellos calcula el área de las figuras obtenidas para justificar sus conclusiones y mide su perímetro.

Ante la problemática de que, si aumenta el perímetro los alumnos en principio, antes de realizar la experiencia supusieron que aumentará el área también, sin darse cuenta que estaban usando las mismas figuras, pero en posiciones diferentes. En la actividad pude constatar que la primera conjetura de los estudiantes es al aumentar una de las unidades también aumenta la otra y al disminuir una disminuye la otra o bien ambas permanecen iguales. Recién al realizar la actividad pudieron darse cuenta que no es así y que ambos conceptos son independientes.

A partir de las preguntas que realizaban los estudiantes, el material manipulativo se desempeñaba como mediador en la búsqueda de respuestas adecuadas, una vez encontradas las formas de uso o la utilidad que ofrecían las figuras en el estudiante expresaba la satisfacción de resolver el problema y gran seguridad al momento de dar una respuesta gracias a ese reconocimiento, y de esta manera se hacía evidente el cambio que sufrió el material en la transición de ser un artefacto para convertirse en un instrumento mediador en la actividad desarrollada.

Solamente se nota que los alumnos calculan perímetros y áreas sin utilizar las unidades de medidas correspondientes, ya que ponen solamente el valor numérico sin mencionar si son cm o cm cuadrados.



## CONCLUSIONES

El tratamiento habitual que recibe el concepto de perímetro y el de área en la enseñanza, se suele limitar en el nivel de primaria y secundaria al estudio de las fórmulas para el cálculo de estos. A pesar de la gran variedad de investigaciones que se han realizado en torno a las dificultades que se producen en cuanto a la comprensión de los conceptos de perímetro y área y de los múltiples resultados presentados, la complejidad que predomina en su estudio permanece latente. Deben considerarse, nuevas tendencias que desde enfoques diferentes a los ya tradicionales permitan explicar y caracterizar los fenómenos que subyacen al estudio de este concepto; a la vez, que promuevan el diseño, implementación y evaluación de nuevas apuestas de enseñanza.

Desde esta perspectiva a fin de articular ambos conocimientos y profundizar las nociones sobre perímetro y área de una figura, es necesario un trabajo donde se pongan de manifiesto las relaciones entre perímetro y área, se determinen algunas dificultades que muchos alumnos presentan para diferenciar ambos conceptos, los cuáles pueden atribuirse al menos en parte a un tratamiento escolar poco articulado.

La frecuencia con la que se presentan errores como los mencionados se puede entender si revisamos la metodología que generalmente se utiliza en el desarrollo de las clases. A los niños se les presentan las mismas actividades, basadas en dibujos que se presentan para determinar el área y el perímetro, por lo que es normal que lleguen a confundir el concepto.

Se ha notado que algunos alumnos comenzaron a plantearse qué tipo de relación existe entre área y perímetro de figuras de distinta forma, durante la actividad. Esto permite avanzar en la reconstrucción de dichos conceptos y su independencia.

En este sentido sería conveniente facilitar ejemplos de figuras que, a pesar de dimensiones engañosas, tengan la misma área (tales como paralelogramos de la misma base y altura). Así pues, con los resultados obtenidos se pudo evidenciar que los estudiantes lograron superar algunas de las dificultades relacionadas con el aprendizaje del área, aunque a partir de los resultados obtenidos, se sugiere realizar el estudio del área y perímetro mediante la construcción por sí mismo de figuras que puedan tener igual área con diferente perímetro, diferente área con perímetro constante y figuras con igual área y perímetro.

A manera de reflexión final, se pretende que este trabajo pueda dar respuesta a los tipos de relaciones que establecen los alumnos entre estos dos conceptos y que se reconozca las potencialidades que brindan en general los materiales manipulativos para la comprensión de temas matemáticos, además estos materiales ofrecen a los estudiantes y profesores nuevos instrumentos, diferentes de los usualmente utilizados en las aulas de clase como el lápiz, el papel, los libros de texto, entre otros, que puedan ser mediadores en las actividades a desarrollar.

Para los estudiantes, al implementar este tipo de actividades les favorece la visualización, interpretación y análisis de las situaciones planteadas.

Se observa que los estudiantes con la manipulación del material asimilan y construyen el conocimiento pues cada estudiante es el protagonista de su propio proceso, la mayoría de los estudiantes respondieron de forma correcta la guía.

## **BIBLIOGRAFÍA**

ARENAS, M. (2012). Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.

BOUSSEAU, G. (2007). Iniciación al estudio de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros el Zorzal

CORBERÁN, R. M. (1996): Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde primaria a la Universidad. Tesis de Doctorado. Universidad de Valencia. [www.kekiero.es/area/ElArea.pdf](http://www.kekiero.es/area/ElArea.pdf). Recuperado el 25/06/16.

D'AMORE, B. & FANDIÑO, M.I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 10-1, 39-68. México

FANDIÑO, M. Y D'AMORE, B. (2009). Área y perímetro. Aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá, Colombia: Magisterio.

FANDIÑO PINILLA, M. I. (2012). Convicciones de los docentes sobre área y perímetro: una investigación. In: Sagula J. E. (ed.) (2012). Actas del I SEM, Simposio de Educación Matemática. Universidad de la Cuenca del Plata, Corrientes, Argentina. 6 al 8 septiembre 2012. Corrientes: Universidad de la Cuenca del Plata. 25-30.