ANEXO 03. FICHAS DE TAREAS DE APRENDIZAJE

En este documento, presentamos las fichas de tareas de aprendizaje. Las tareas de aprendizaje son las actividades que desarrollan los estudiantes con el fin de adquirir los conocimientos y desarrollar habilidades que les permitan el alcance de los objetivos. Para nuestra unidad didáctica presentamos cinco tareas de aprendizaje. Las dos primeras correspondientes al objetivo 1 y las tres restantes al objetivo 2.

1. TAREAS DE APRENDIZAJE PARA EL OBJETIVO 1

En este apartado, presentamos las fichas de las tareas de aprendizaje asociadas al primer objetivo. Las tareas correspondientes son T1.1 Bases para portalápices y T1.2 El carrusel.

1.1. Tarea 1.1 bases para portalápices

Con esta tarea de aprendizaje, esperamos que los estudiantes puedan resolver situaciones asociadas a la circunferencia mediante el uso de la ecuación de la longitud, la representación de los diferentes elementos de la circunferencia y el establecimiento de relaciones entre estos elementos. La meta de esta tarea de aprendizaje es que los estudiantes asocien y representen elementos de un contexto a los elementos de la circunferencia y reconozcan la relación entre las longitudes del radio y de la circunferencia.

Requisitos

Para el desarrollo de esta tarea de aprendizaje, los estudiantes requieren de conocimientos acerca de las figuras circulares, los cuerpos redondos y la construcción de circunferencias mediante el uso del compás. También requieren el conocimiento informal de la representación de longitudes mediante recursos como cables y alambres, con los cuales los estudiantes pueden comparar y establecer relaciones entre las longitudes de los elementos de la circunferencia.

Aportes de la tarea al objetivo de aprendizaje
Con esta tarea de aprendizaje, buscamos contribuir al reconocimiento de los elementos de la circunferencia desde una situación en contexto. Además, esperamos contribuir al reconocimiento de la relación entre la longitud del radio y la longitud de la circunferencia.

Formulación
La formulación de la tarea bases para portalápices contiene una situación en contexto e incluye cinco actividades. La actividad 3 está compuesta por cuatro numerales. A continuación, presentamos la formulación de la tarea bases para portalápices.

> Una amiga te llama y te pide el favor de ayudarle a elaborar unos portalápices artesanales. Tu amiga te dice que aún no tiene los cilindros para elaborar los portalápices y que debe hacer las bases de éstos de forma que coincidan en tamaño con el borde de la base de los cilindros. Tu amiga no sabe cómo hacer las bases sin tener los cilindros. Ella quiere que le ayudes a construir esas bases de tal forma que estas queden pintadas y con el borde decorado con alambre de colores. La única información precisa que ella te da es que el borde exterior de la base del cilindro mide 16 cm y 6 mm.
>
> Actividad 1. Responde la siguiente pregunta en la hoja: ¿Cómo podrías construir la base para los portalápices con esta información?
>
> Actividad 2. Construye la base de los portalápices en el cartón. Te sugerimos marcar el centro de la base.
>
> Actividad 3. Realiza las siguientes actividades en la hoja
>
> 3.1 Compara la longitud de la base que construiste con la longitud requerida.
>
> 3.2 Compara la longitud de la base que construiste con la longitud de apertura del compás que usaste para construir la base. ¿Qué resultado encontraste?
>
> 3.3 Realiza la división entre la longitud de la base y la longitud de apertura del compás. ¿Qué resultado encontraste?
>
> 3.4 ¿Qué resultado obtienes al dividir la longitud de la circunferencia entre el resultado del numeral anterior?
>
> Actividad 4. Dibuja una circunferencia de cualquier tamaño y luego compara su longitud con la longitud de su radio. ¿Podemos encontrar alguna similitud con la actividad 3?
>
> Actividad 5. Escribe un mensaje en el cual le cuentes a tu amiga cómo hiciste para construir la base de los portalápices.

Conceptos y procedimientos
El desarrollo de esta tarea involucra conceptos como el reconocimiento de cuerpos redondos y figuras circulares, elementos de la circunferencia y el perímetro de una figura circular. Esta tarea también involucra el reconocimiento de relaciones entre los elementos de la circunferencia. El procedimiento implicado en esta tarea corresponde al despeje de ecuaciones lineales con una incógnita.

Sistemas de representación
El desarrollo de esta tarea implica el uso de cuatro sistemas de representación. El sistema de representación manipulativo está involucrado con el uso del alambre para medir y establecer relaciones entre longitudes. El sistema de representación geométrico está involucrado en la construcción de la base de los portalápices mediante el compás. El sistema de representación simbólico numérico está presente en la representación de las mediciones de los elementos de la circunferencia. Por último, el sistema de representación simbólico algebraico está involucrado en el uso de una ecuación lineal para determinar el radio de la circunferencia.

Contextos PISA en los que se sitúa la tarea
La tarea bases para portalápices está enmarcada en el contexto social de acuerdo con el marco conceptual PISA 2012. La tarea está relacionada con la construcción de una base para unos portalápices mediante la longitud de apertura del compás, es decir, la longitud del radio de la base.

Materiales y recursos
Los materiales y recursos requeridos para el desarrollo de la tarea son: hojas blancas, compás, regla, lápiz, cartón con 2 o 3 mm de espesor, tijeras, calculadora y alambre decorativo. Con el compás, los estudiantes construyen una circunferencia de igual longitud a la base requerida. Ellos pueden construir algunas circunferencias sobre las hojas blancas para establecer relaciones de proporcionalidad en relación con la apertura del compás. Posteriormente, los estudiantes comparan las longitudes de las circunferencias mediante el uso del alambre decorativo. Luego, comparan las longitudes de la base y la apertura del compás en cada circunferencia construida mediante el uso de las hojas, el compás, el alambre, el lápiz, la regla y la calculadora.

Agrupamiento e interacciones
Para el desarrollo de la tarea, los estudiantes se organizan inicialmente en parejas, de modo que puedan colaborarse con el uso del material y aportar ideas para la solución del problema. Cada estudiante presenta el desarrollo de las actividades en su propia hoja. Al finalizar el producto, los estudiantes comparten con sus demás compañeros los mensajes que escribieron para poder construir la base de los portalápices.

La interacción se presenta en tres momentos. En un primer momento, el desarrollo de la tarea permite una comunicación y negociación constante entre los integrantes de cada pareja de estudiantes. En un segundo momento, el profesor guía el proceso mediante ayudas y preguntas orientadoras que permiten a los estudiantes superar las dificultades y errores que pueden presentarse en cada pareja durante el desarrollo de la tarea. Estas ayudas pueden encontrarse en el anexo 3. Y en un tercer momento, las parejas de estudiantes comunican y debaten las soluciones de la tarea durante la puesta en común.

Temporalidad
La tarea se desarrolla en cinco partes. En la primera parte, el profesor hace una intervención para mostrar a los estudiantes una forma de construir circunferencias sin compás, para el caso de estudiantes que no cuenten con el material (10 minutos). En la segunda parte, los estudiantes hacen la lectura de la tarea y proceden a la construcción de las circunferencias mediante el uso del compás

o la técnica mostrada por el profesor (5 minutos). En la tercera parte, los estudiantes comparan la longitud de la circunferencia realizada con la longitud de la circunferencia requerida (10 minutos). En la cuarta parte, los estudiantes establecen relaciones entre longitudes de otras circunferencias y realizan conjeturas (20 minutos). Por último, los estudiantes presentan los resultados obtenidos mediante la puesta en común (25 minutos).

Errores

En cuanto al desarrollo de la tarea Bases para portalápices, algunos errores en que pueden incurrir los estudiantes son: asociar los datos a elementos de la circunferencia sin tener en cuenta las definiciones y características de estos elementos; establecer relaciones no equivalentes entre longitudes de la circunferencia; realizar procedimientos de aproximación de elementos de longitudes de la circunferencia sin utilizar modelos o expresiones matemáticas que los fundamenten. En el anexo 1, presentamos el listado de errores que pueden presentarse en el desarrollo de esta tarea.

Grafos de criterios de logro

El grafo de criterios de logro del objetivo 1 nos permite visualizar los posibles procedimientos que puede realizar un estudiante para resolver la tarea Bases para portalápices. En la figura 6, presentamos el grafo de criterios de logro correspondientes a esta tarea de aprendizaje.

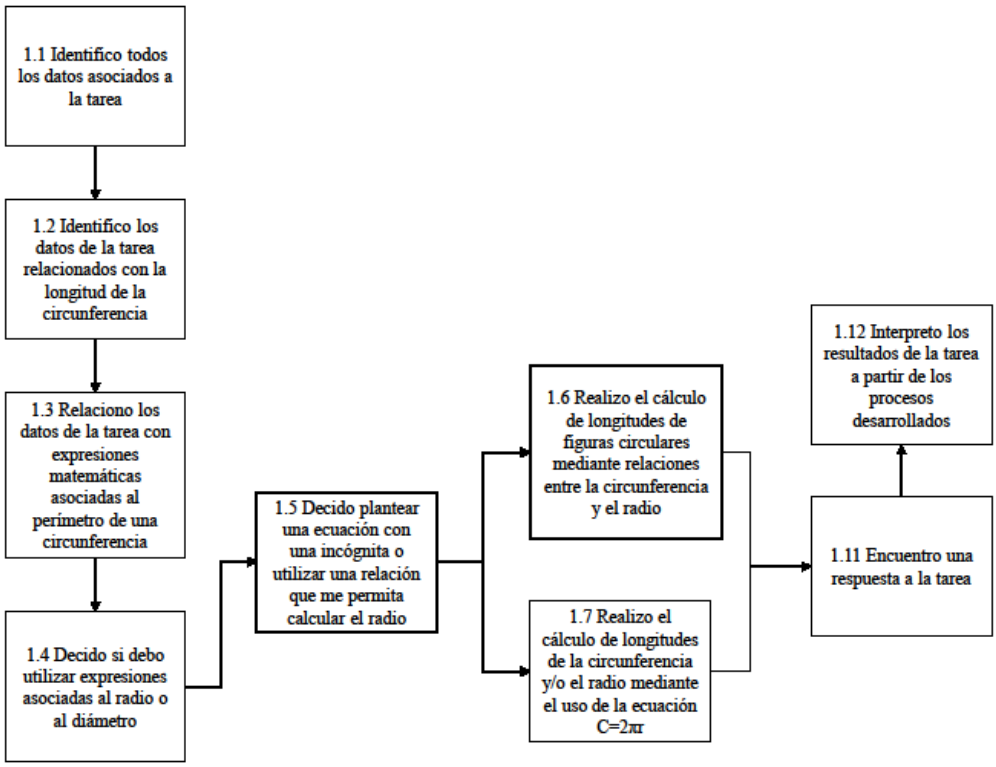


Figura 6. Grafo de criterios de logro de T1.1 Base para portalápices

En la figura 6, observamos que para la tarea Bases para portalápices los estudiantes identifican los datos asociados a la tarea y aquellos datos relacionados con la longitud de una circunferencia. Luego, establecen la relación entre la apertura del compás y la longitud del borde de la base, de modo que usen expresiones matemáticas para expresar esta relación. En este sentido, los estudiantes deciden si usan expresiones asociadas al radio o al diámetro de la circunferencia. Posteriormente, los estudiantes deciden entre usar una ecuación o escribir una relación numérica que les permita calcular el radio de la circunferencia. Luego, realizan los cálculos correspondientes de acuerdo con el tipo de expresión matemática que hayan escogido. Por último, encuentran la respuesta a la tarea y manifiestan su interpretación de los datos de acuerdo con el contexto.

Actuación del profesor

Para favorecer el desarrollo óptimo de esta tarea, proponemos al profesor promover la comparación de las diferentes longitudes de la circunferencia, de modo que los estudiantes establezcan relaciones numéricas y las evidencien en la ecuación de la longitud de la circunferencia. Consideramos que este proceso es importante aún en aquellos estudiantes que muestran buen dominio en el uso de ecuaciones lineales con una incógnita.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones

En el desarrollo de esta tarea es posible que los estudiantes usen el alambre decorativo para hacer una aproximación a la circunferencia requerida. En este sentido, el profesor puede proponer a los estudiantes encontrar otras formas diferentes para construir la base de los portalápices. Por ejemplo, el profesor puede proponer a los estudiantes usar las medidas de las longitudes relacionadas con la formulación. Consideramos importante que el profesor promueva el uso del material para la medición y comparación de longitudes. Asimismo, el profesor puede incentivar a los estudiantes a generar sus propias conclusiones y a establecer relaciones entre los elementos de la circunferencia y el contexto.

Evaluación

Para la evaluación de la tarea bases para portalápices, proponemos al profesor la observación de tres aspectos que le permiten hacer una interpretación de las actuaciones de los estudiantes. El primer aspecto está relacionado con la identificación de elementos de la circunferencia en la situación planteada. Con la observación de este aspecto, el profesor puede determinar posibles causas de las dificultades de los estudiantes para establecer relaciones entre los elementos de la circunferencia y el contexto. El segundo aspecto está relacionado con el uso de expresiones matemáticas relacionadas con la longitud de la circunferencia y sus elementos. La observación de este aspecto permite al profesor identificar las concepciones que tienen los estudiantes respecto al manejo de algoritmos y, en general, el uso de expresiones matemáticas. El tercer aspecto está relacionado con la interpretación de las relaciones numéricas entre las longitudes de la circunferencia. La observación de este aspecto permite al profesor determinar posibles causas de las dificultades de los estudiantes para calcular longitudes de la circunferencia mediante el uso de ecuaciones y expresiones matemáticas.

Ayudas para la tarea T1.1

En la tabla 1, presentamos preguntas y sugerencias que sirvan como ayuda a los estudiantes para la superación de errores y la posibilidad de encontrar procedimientos diversos para la solución de la tarea.

Tabla 1

Descripción de las ayudas de la tarea el carrusel

E	A	Descripción
E7	1	¿Crees que la circunferencia que resultó es adecuada para unos portalápices? Y si la longitud de 16 cm y 6 mm no es la apertura el compás, ¿a qué otra longitud corresponde?
E41	2	¿Tienen claro qué es lo que se debe construir? ¿Qué objetos se mencionan en el enunciado del problema? ¿Qué forma tienen esos objetos? ¿Qué forma tiene el objeto que deben construir?
E57	3	¿Qué longitudes podemos encontrar en esta situación?
		Dibujen una circunferencia de prueba, ¿Qué longitudes podemos medir en esa figura?
E31	4	¿Cuál creen que es la mejor forma de aproximarse a la longitud requerida en el problema con el compás?
E58	5	¿Cómo pueden conseguir una longitud más aproximada de la circunferencia? ¿Cómo se puede determinar ese dato? ¿Cómo se puede determinar de manera más exacta ese dato?
E22	6	¿Cuáles datos les proporciona el problema?
E23	7	¿Qué datos dato es necesario para resolver el problema? ¿Cuál elemento de la circunferencia creen ustedes que se relaciona con la apertura del compás?
E42	8	¿Cuántas veces cabe la longitud del radio en la longitud de la circunferencia? Pueden usar el alambre y las reglas para medir. Realicen eso mismo con otra circunferencia diferente. ¿Qué relación encontraron?
		¿Qué pasa si dividimos la circunferencia entre el radio? ¿El número es siempre el mismo en cada circunferencia? Multipliquen el número por el radio de la circunferencia y compárenlo con la longitud de circunferencia, ¿qué observan?
E90	9	Si tuvieran que construir varias circunferencias con diferentes tamaños específicos, ¿acaso no tendrían que hacer muchas circunferencias? ¿Será posible hallar un método numérico para no tener que hacer tantas circunferencias? ¿Conocen la ecuación de la longitud de la

Tabla 1
Descripción de las ayudas de la tarea el carrusel

E	A	Descripción
		circunferencia? ¿Podríamos usar la ecuación de la longitud de la circunferencia para resolver el problema?
E46-34	10	Si hiciéramos la división entre la circunferencia y el radio, ¿obtendríamos el mismo resultado que las veces anteriores?
E14-15	11	¿El valor de π si corresponde al cociente entre la longitud y el doble del radio?
E51	12	¿Podemos decir que los resultados obtenidos son coherentes con la situación? ¿En una circunferencia el radio es más grande que su perímetro?
E33	13	¿En el despeje de la ecuación podemos observar las relaciones que vimos anteriormente?
E48	14	¿Los resultados que obtuvieron coinciden con lo planteado en la situación? ¿Lograron determinar aquello que solicitaba la tarea?
E71	15	De los resultados que obtuvieron, ¿Cuáles pueden ayudar a solucionar la situación planteada en la tarea?
E27	16	¿La base encajaría perfectamente con los cilindros?

Nota. E = error; A = ayuda.

1.2. Tarea 1.2 el carrusel

Presentamos la tarea T1.2 que corresponde a la segunda tarea del objetivo 1. Con esta tarea buscamos que los estudiantes identifiquen en un enunciado el diámetro de la circunferencia y lo relacionen con la ecuación de la longitud de la circunferencia. La meta de la tarea es relacionar las longitudes de diferentes figuras circulares respecto a sus elementos o a su longitud. Para el desarrollo de la tarea, el profesor puede motivar a los estudiantes en la búsqueda de estrategias que permitan dar solución a la situación.

A continuación, presentamos los elementos de la tarea de aprendizaje. Estos sirven de guía al profesor para planear su actuación y analizar la de los estudiantes durante la implementación. Sugerimos revisar el anexo 3 para consultar con más detalle todos los elementos asociados con la tarea de aprendizaje.

Requisitos

Para el desarrollo de la tarea de aprendizaje, los estudiantes requieren de las nociones de reconocimiento de figuras circulares en gráficos. Los estudiantes determinan las longitudes de figuras circulares y semicirculares con ayuda de la ecuación de la longitud de la circunferencia.

Aportes de la tarea al objetivo de aprendizaje
Con la tarea T1.2, esperamos que los estudiantes identifiquen el diámetro de las formas circulares que se presentan en el plano del carrusel. Con estos, los estudiantes encuentran la relación que existe entre el diámetro y la longitud de la circunferencia. Luego, determinan como usar el diámetro en la ecuación de la longitud de la circunferencia para encontrar la longitud total del carrusel.

Formulación
El profesor hace entrega de una hoja a cada pareja de estudiantes con el planteamiento de la tarea y el plano del carrusel. A continuación, presentamos la formulación de la tarea el carrusel.

> El dueño de un parque de diversiones requiere construir un carrusel y contrata a un arquitecto para que diseñe los planos. El arquitecto diseña un plano dividido en cuatro secciones. En la primera sección, aparece el plano global compuesto por dos figuras circulares y una semicircular. En las tres secciones restantes, aparecen las medidas de cada figura. A partir del plano, el dueño del parque desea saber la longitud total del carrusel para realizar el inventario de cuánto material debe utilizar para su construcción. Ayuda al dueño del parque a encontrar la longitud total de las dos formas circulares y la semicircular a partir de las medidas que se presentan en el plano y ten en cuenta que las medidas están dadas en metros.

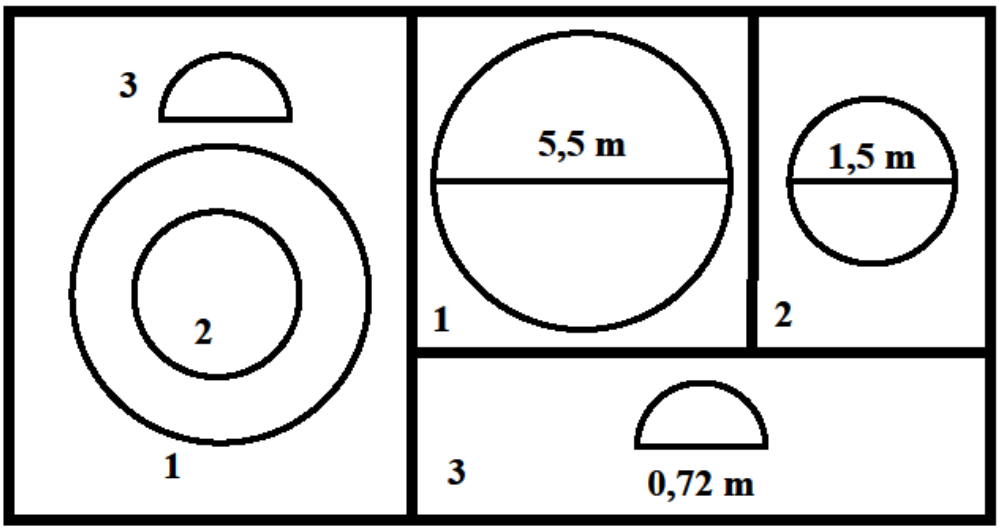


Figura. Plano del carrusel

Conceptos y procedimientos
Los conceptos y procedimientos que promovemos con el desarrollo de esta tarea están asociados con identificar figuras circulares y semicirculares y extraer los valores de los diámetros de cada una de las figuras circulares en el plano del carrusel. También, están relacionados con asociar el diámetro de cada una de las figuras a la ecuación de la longitud de la circunferencia, encontrar las longitudes de cada una y determinar la longitud total del carrusel.

Sistemas de representación
En la tarea de aprendizaje, fortalecemos tres sistemas de representación: el sistema simbólico-algebraico, el sistema numérico y el sistema geométrico. El primero se utiliza en la relación del diámetro con la ecuación de la longitud de la circunferencia. El segundo se usa en las operaciones entre cantidades decimales para encontrar las longitudes. El tercero se aplica en la identificación de las figuras circulares en el plano del carrusel.

Contextos PISA en los que se sitúa la tarea
La tarea T1.2 está enmarcada en un contexto profesional de acuerdo con el marco conceptual de PISA 2012. La tarea de aprendizaje está relacionada con el uso de medidas para encontrar la longitud de un carrusel en un parque de diversiones.

Materiales y recursos
Para la elaboración de la tarea de aprendizaje, los estudiantes requieren de recursos como hojas de papel, lápiz y borrador. El desarrollo de la tarea no requiere del uso de calculadora o de otro tipo de materiales.

Agrupamiento e interacciones
Los estudiantes se ubican por parejas. Luego, discuten entre ellos los procedimientos que deben desarrollar para encontrar la solución. El profesor resuelve las inquietudes que se generen en la discusión de cada pareja. Finalmente, el profesor dirige un debate de ideas en gran grupo en el que los estudiantes argumentan las estrategias utilizadas para la solución de la tarea.

Temporalidad
Al iniciar la sesión, el profesor hace la presentación de la tarea y la organización de los grupos de trabajo (10 minutos). Después, los estudiantes tienen un tiempo para leer, analizar y solucionar la tarea de aprendizaje y entregarla nuevamente (25 minutos). El profesor desarrolla un debate de ideas sobre el planteamiento general de la tarea (10 minutos). Por último, el profesor hace la realimentación de la tarea (10 minutos).

Errores
Al abordar la tarea, los estudiantes pueden incurrir en algunos errores. Por ejemplo, ellos pueden realizar varios procedimientos con los datos de la tarea sin llegar a una respuesta numérica; usar un punto en vez de la coma decimal; asociar longitudes en un enunciado o en un gráfico únicamente en línea recta. Para estos casos y los que se encuentran en el anexo 1, brindamos una serie de ayudas en el documento anexo 3.

Grafos de criterios de logro
Los criterios de logro de la tarea T1.2 aparecen en el orden en que se desarrollan los procedimientos de la tarea y se muestran en un grafo de criterios de logro. Este grafo permite al profesor analizar la actuación de los estudiantes al momento de abordar la tarea. En la figura 7, presentamos el grafo de criterios de logro para la tarea El carrusel.

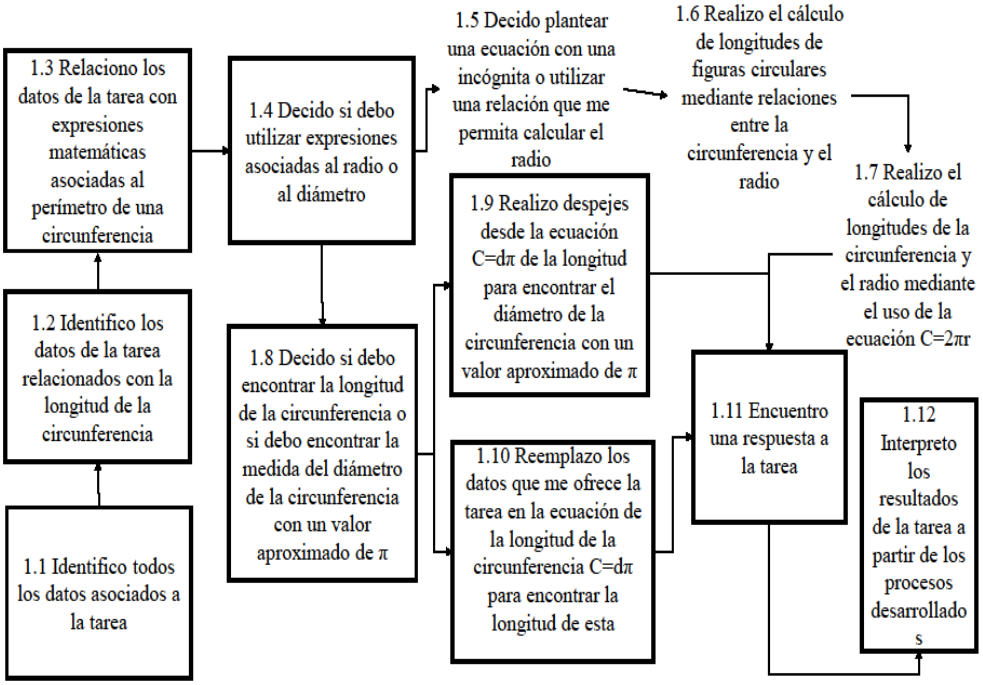


Figura 7. Grafo de criterios de logro de T1.2

En la figura 7, mostramos el grafo de criterios de logro del objetivo 1. Los criterios de logro en los recuadros son los procedimientos que consideramos los estudiantes pueden activar en el desarrollo de la tarea. Sin embargo, mostramos todo el grafo debido a que algunos estudiantes pueden relacionar el diámetro con el radio y utilizar los procedimientos asociados con el radio. Los primeros criterios de logro están asociados con la extracción de datos en la situación. En el criterio 1.4, los estudiantes deciden si trabajan con el diámetro o el radio de las figuras circulares. En el criterio 1.8, los estudiantes determinan si deben encontrar la longitud o hallar el diámetro con ayuda de la longitud de las figuras circulares. En los últimos criterios, los estudiantes encuentran una solución a la tarea y la relacionan con su contexto.

Actuación del profesor

En una primera etapa, el profesor presenta la tarea y contextualiza a los estudiantes con el plano del carrusel y la relación de este con la circunferencia y sus elementos. Antes de iniciar con el desarrollo de la tarea, el profesor aclara las inquietudes que se presenten respecto al contexto de la tarea y procede a organizar las parejas. Durante la implementación de la tarea, el profesor propone ayudas como medio de solución a las inquietudes de los estudiantes. Es conveniente que el profesor haga un acompañamiento permanente a cada uno de los grupos de trabajo. Al finalizar el tiempo de desarrollo de la tarea, cada grupo expone sus resultados y las dificultades que se presentaron en el desarrollo. En esta etapa, el profesor es moderador. Finalmente, el profesor realimenta la tarea y hace énfasis en las relaciones entre los elementos de la circunferencia y la ecuación de la longitud.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones

Es importante que el profesor contextualice la tarea. Para esto, el profesor presenta un carrusel para que los estudiantes logren diferenciar los elementos de la circunferencia y materializar mentalmente la estructura del carrusel que se les proporciona. Adicionalmente, en la tarea El carrusel es posible que aún no exista claridad en el uso de la ecuación de la circunferencia, por lo que es importante que el profesor enfatice en la realización correcta de los procedimientos. En el caso que los estudiantes incurran en errores o haya desconocimiento de los procedimientos, el profesor puede implementar las ayudas planteadas para la tarea en el documento anexo 3 de fichas de tareas.

Evaluación

Sugerimos que el profesor dé mayor valoración a algunos de los procedimientos relevantes de la tarea y acordes con el objetivo 1. Por ejemplo, sugerimos que el profesor se centre en procedimientos asociados con la identificación de los diámetros en cada una de las figuras circulares en el plano del carrusel. El profesor también puede observar los procedimientos que desarrollan los estudiantes para asociar dichos diámetros con la ecuación de la longitud de la circunferencia. Por último, el profesor puede tener en cuenta los procedimientos asociados con la contextualización de la respuesta obtenida.

Ayudas para la tarea T1.2

En la tabla 2 se muestran algunas preguntas orientadas a que los estudiantes puedan ver en qué momento pueden incurrir en un error y les permitirá utilizar otro procedimiento que le permita pasar a la siguiente etapa del desarrollo de la tarea de aprendizaje.

Tabla 2

Descripción de las ayudas de la tarea el carrusel

E	A	Descripción
E18	1	¿Es necesario encontrar el valor de la longitud de la circunferencia en la tarea? ¿Se debe encontrar la medida del diámetro o el radio en lugar de la longitud? Justifica tus respuestas
E42	2	¿Se debe determinar una única longitud? ¿Si o no? Justifica por qué
E8	3	¿La figura representa una circunferencia, o representa otra figura redonda distinta? Justifica que figura
E6	4	¿La distancia dada en las figuras circulares, representa el diámetro o una cuerda? Justifica tu respuesta
E7	5	¿Es necesario encontrar el radio de las formas circulares? ¿Sí o no? Justifica por qué
E9	6	¿Se debe solo sumar los diámetros para determinar la longitud? ¿Se debe realizar otro procedimiento? ¿Cuál? Justifica tu respuesta

Tabla 2
Descripción de las ayudas de la tarea el carrusel

E	A	Descripción
E22-23	7	¿Tuvo en cuenta todos los datos que da el plano? ¿Solo tuvo en cuenta la información? ¿Sí o no? Justifica tu respuesta
E40	8	¿Debe utilizar la ecuación $C = 2\pi r$ o debe utilizar una ecuación diferente? ¿Sí o no? Justifica tu respuesta
E46-48	9	¿Los reemplazos hechos en la ecuación de la longitud, permiten hallarla o hallan el valor de un elemento? Justifica tu respuesta
E14-15	10	¿El valor de π si corresponde al cociente entre la longitud y el diámetro? ¿Sí o no? Justifica por qué
E25-34	11	¿Las operaciones desarrolladas con la ecuación de la longitud son las adecuadas? Justifica tu respuesta
E49	12	Usa varias longitudes para dar una longitud de figuras compuestas
E26-27	13	¿Los argumentos dados son los adecuados para la solución de la tarea? ¿Existen otros argumentos? ¿Cuáles? Justifica tu respuesta

Nota. E = error; A = ayuda.

Las preguntas planteadas en la tabla 2, sirven de ayuda para identificar si los procesos desarrollados por los estudiantes son los adecuados, o si incurren en un error. Por ejemplo, puede incurrir en E23 que consiste en no tener en cuenta todos los elementos que componen una figura compuesta, por lo que al aplicar la ayuda el estudiante puede ver si tuvo en cuenta todos los datos del plano o si solo tomo como referencia unos.

2. Tareas de aprendizaje para el objetivo 2

En este apartado, presentamos las fichas de las tareas de aprendizaje asociadas al segundo objetivo. Las tareas correspondientes son T2.1. Maqueta circular, T2.2 La bicicleta y T2.3 el odómetro.

2.1. Tarea 2.1 maqueta Circular

En la tarea T2.1 Maqueta circular, esperamos que los estudiantes encuentren longitudes asociadas con la circunferencia en un contexto profesional. Durante el desarrollo de la tarea, esperamos que los estudiantes usen las relaciones establecidas con las tareas del objetivo 1 o por medio del despeje de las variables en la ecuación de la longitud de la circunferencia. Además, esperamos que los estudiantes realicen un modelo con los resultados obtenidos. Con el desarrollo de esta tarea, esperamos favorecer la representación y resolución de un problema mediante el planteamiento de una ecuación con una incógnita a partir de la ecuación de la longitud de la circunferencia. También, esperamos que los estudiantes asocien la longitud del puente con el diámetro de una circunferencia,

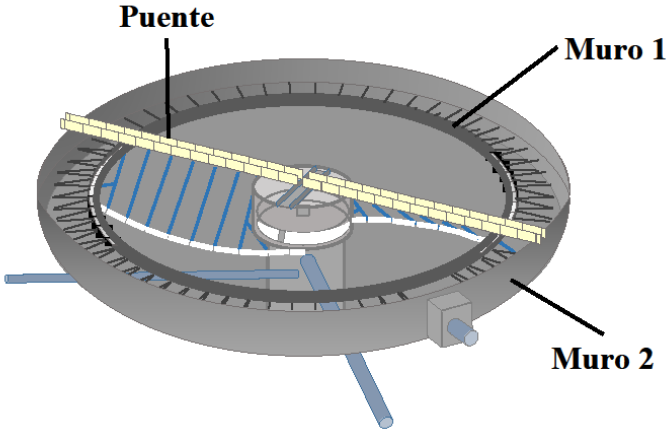
encuentren la relación radio-diámetro y asocien la longitud de los muros a construir con la longitud de una circunferencia.

Requisitos
Para el desarrollo de la tarea, los estudiantes deben trazar circunferencias con el compás y realizar mediciones de longitudes con la regla. También, los estudiantes requieren los conceptos de circunferencias concéntricas, centro de una circunferencia y longitud en una figura circular. Por último, los estudiantes deben conocer la ecuación de la longitud de la circunferencia.

Aportes de la tarea al objetivo de aprendizaje
Con esta tarea de aprendizaje, esperamos favorecer la resolución de problemas mediante la representación exacta de una maqueta circular. Para esta representación, esperamos que los estudiantes relacionen los elementos de la circunferencia y propongan las ecuaciones correspondientes que conlleven a la solución de la tarea.

Formulación
El profesor entrega una hoja a cada grupo de estudiantes con el planteamiento de la tarea. La formulación de la tarea incluye dos actividades. La primera requiere la construcción de la maqueta y la segunda requiere hallar la longitud del diámetro en otra situación. A continuación, presentamos la formulación de la tarea T2.1 Maqueta circular.

> El día de hoy eres un arquitecto y vas a crear parte de una maqueta de una planta de aguas residuales. Debes construir esta maqueta con el cartón paja y representar los sedimentadores. Los sedimentadores son *estructuras circulares* en las plantas de tratamiento de aguas residuales, encargados de separar partículas contaminantes o lodo del agua. Para esto, puedes tener como referente la imagen de la maqueta circular que se muestra a continuación.



Maqueta Circular

> La parte de la maqueta que vas a construir corresponde a un sedimentador que tiene un puente de 15cm de longitud. Debes hacer los dos muros sin que quede sobrepuesto el cartón paja. Para la construcción, debes tener en cuenta que el muro 1 tiene 5cm de altura mientras que el muro 2 tiene 7cm. También, debes tener en cuenta que los muros están separados por 6cm.

Realiza una descripcion paso a paso de cómo construiste la maqueta y luego responde las siguientes preguntas.

a. ¿Cuál es la longitud del largo del cartón cartulina que sirve para construir cada muro?
b. Si otro sedimentador tiene un muro exterior de longitud 75cm, ¿cuál es la longitud de su puente?

Conceptos y procedimientos
Los conceptos en esta tarea están asociados con el reconocimiento de formas circulares, cuerpos redondos, los elementos de la circunferencia y la ecuación de su longitud. También, identificamos los conceptos de distancia y circunferencias concéntricas. Los procedimientos están relacionados con la formulación y despeje de ecuaciones con una incógnita.

Sistemas de representación
Con la tarea de aprendizaje, esperamos fortalecer el sistema de representación geométrico mediante el reconocimiento de figuras circulares y cuerpos redondos. La tarea contiene los sistemas simbólico algebraico y el numérico para el planteamiento de una ecuación que permita encontrar la longitud de la maqueta y los procedimientos requeridos.

Contextos PISA en los que se sitúa la tarea
Esta tarea la ubicamos en un contexto profesional, según con los contextos de PISA 2012. La tarea plantea a los estudiantes desempeñar un rol de arquitecto al construir una maqueta con el uso de materiales.

Materiales y recursos
Para la elaboración de los muros, los estudiantes usan materiales como cartón cartulina, compás, bisturí o tijeras, regla, borrador y lápiz. El cartón cartulina debe tener dimensiones no menores a las de un pliego.

Agrupamiento e interacciones
Para esta tarea, proponemos formar grupos de tres estudiantes. Los grupos deben analizar las posibles formas de solucionar la tarea y tomar una decisión del procedimiento a seguir para construir los muros de la maqueta. Luego, los grupos discuten los resultados y sobreponen los muros construidos para comparar las longitudes halladas con las longitudes requeridas. Al finalizar la tarea, los grupos exponen la solución ante sus compañeros. El trabajo en grupo permite una discusión acerca de la toma de decisiones para la solución de la tarea, así como la motivación en realizar una construcción exacta de los muros del sedimentador.

Temporalidad
El desarrollo de esta tarea contempla tres momentos. En el primer momento, los estudiantes hacen el trazo de una circunferencia a partir del diámetro y luego la recortan (30 minutos). En el segundo momento, los estudiantes reconocen los elementos y hallan las longitudes solicitadas (15 minutos). En el tercer momento, los estudiantes justifican y comprueban los procedimientos realizados (15 minutos).

Errores

En el desarrollo de esta tarea, los estudiantes pueden incurrir en errores como confundir los valores de los elementos de la circunferencia, por ejemplo, escribir el valor del radio en vez de diámetro para hallar la longitud de la circunferencia en la expresión $C = d\pi$. También, los estudiantes pueden omitir el uso de datos conocidos, información adicional o del contexto para encontrar longitudes requeridas en la tarea. Otros errores están relacionados con los argumentos equivocados o incompletos en los resultados obtenidos.

Grafos de criterios de logro

El grafo de criterios de logro muestra los caminos y posibles procedimientos que los estudiantes pueden desarrollar para resolver la tarea. En la figura 8, presentamos el grafo de criterios de logro correspondiente a la tarea T2.1.

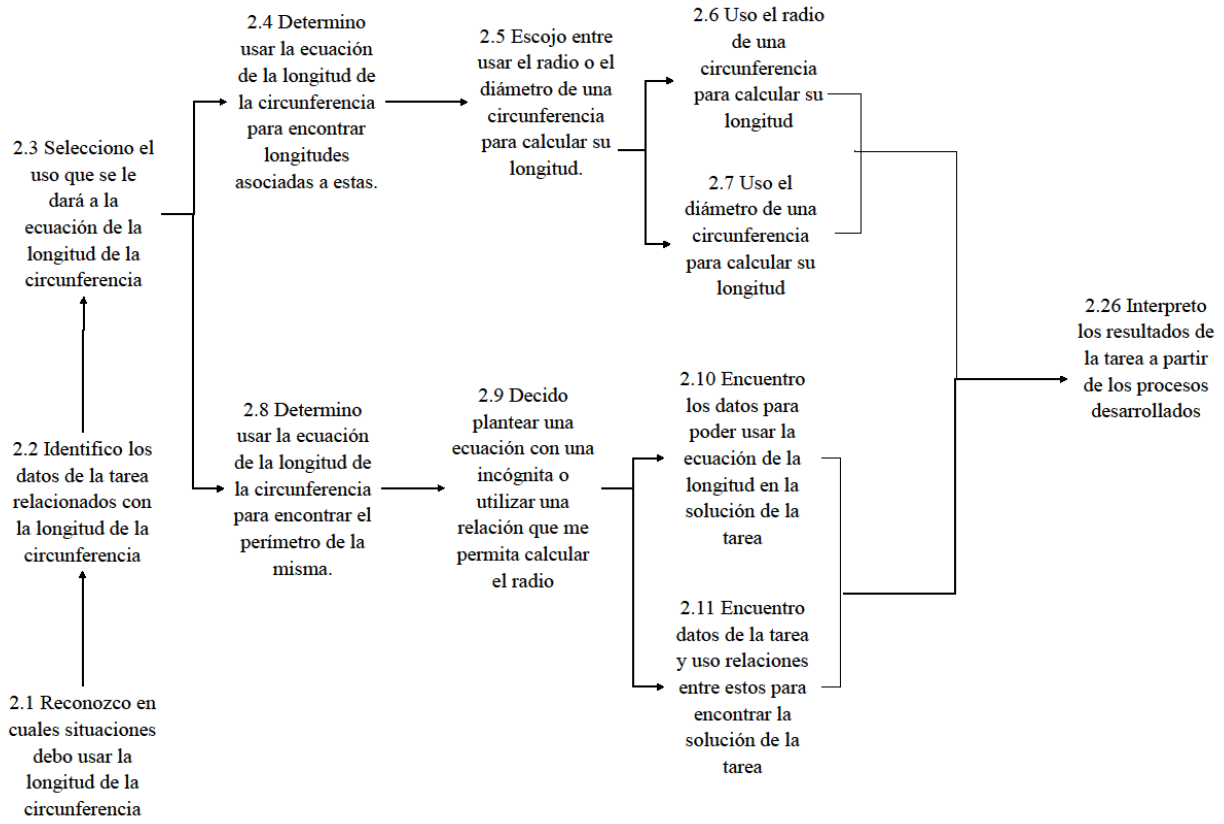


Figura 8. Grafo de criterios de logro T2.1

Uno de los caminos de aprendizaje presentados en la figura 8 requiere el uso del diámetro o del radio para hallar la longitud de la circunferencia, que corresponde al muro de la maqueta. En otro camino, los estudiantes pueden resolver la segunda parte de la tarea al hallar la longitud del puente de otra maqueta mediante el diámetro.

Actuación del profesor
Inicialmente, el profesor contextualiza la tarea en relación con los conceptos técnicos, el mecanismo y el funcionamiento de un sedimentador. Luego, el profesor interactúa con cada uno de los grupos y orienta la tarea en dos contextos, el profesional, en la construcción de una maqueta y el matemático en la exactitud de las longitudes a encontrar. En esta actuación, el profesor brinda las ayudas necesarias a cada grupo con el fin de orientar la solución. Por último, el profesor organiza la presentación de cada uno de los grupos y formula cuestionamientos que evidencie la correcta interpretación y solución de la tarea.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones
Inicialmente, el profesor hace una contextualización de la tarea. Esta es necesaria por el desconocimiento de los términos relacionados con el tratamiento de aguas residuales. Sugerimos ver la imagen de la formulación de la tarea o proyectarla con el fin de identificar los elementos de la maqueta y la forma de la estructura final. Finalmente, proponemos realizar una puesta en común con el propósito de escuchar los resultados de los procedimientos y la solución de la tarea.

Evaluación
Para la evaluación de la tarea de aprendizaje, proponemos que el profesor dé mayor relevancia a los aspectos que están más relacionados con el propósito del objetivo. Uno de esos aspectos está relacionado con el uso de datos implícitos y explícitos de la tarea y el planteamiento de las ecuaciones que conllevan a su solución. También, consideramos relevante la justificación que hacen los estudiantes respecto a los procedimientos utilizados en la construcción de la maqueta.

Ayudas para la tarea T2.1
En la tabla 3 mostramos ayudas a los errores en los que pueden incurrir los estudiantes en la solución de la tarea 2.1 maqueta circular en el momento de la interacción con el docente, con el fin de orientar la solución.

Tabla 3
Descripción de las ayudas de la tarea Maqueta Circular

E	A	Descripción
E24	1	¿Qué expresión matemática que permita hallar la longitud de circunferencia?
E22-23	2	Organizar y verificar que uso todos los datos que dieron en el enunciado de la tarea
E52	3	¿Cuál es la expresión que garantiza hallar las longitudes solicitadas?
E46-53	4	¿Qué valores son necesarios para sustituir en la ecuación de la circunferencia?
E16-35	5	¿Cuál es la relación entre el radio y el diámetro en una circunferencia?
E34	6	¿Cómo se relacionan de forma equivalente al sustituir en la expresión usada?
E2-27	7	¿Los argumentos dados son los adecuados para la solución de la tarea?

Nota. E = error; A = ayuda.

Las preguntas planteadas en la tabla 3 permiten ayudar a los estudiantes en la solución de la tarea Maqueta circular, cuando incurran en algún error. Por ejemplo, si incurren en E52 "Escoger un uso de la ecuación no acorde a las necesidades del problema" se formula una pregunta en la cual estudiante debe indagar acerca de la validez del procedimiento usado, de lo contrario verificar y encontrar la expresión correcta que conlleva a superar dicho error.

2.2. Tarea T2.2 la bicicleta

Con la tarea T2.2 La bicicleta, esperamos que los estudiantes estén en capacidad de resolver situaciones relacionadas con la distancia recorrida por un objeto circular en determinado número de vueltas. De igual forma, esperamos que la tarea permita identificar el tipo de situaciones en las que es posible usar la ecuación de la longitud de la circunferencia y su relación con la distancia que puede recorrer un objeto circular. Los estudiantes deben hacer uso del diámetro o la relación entre éste y el radio. Así mismo, los estudiantes deben tener en cuenta datos que no están explícitos en el enunciado como la relación de los piñones y los platos, que sirve para encontrar el número de vueltas. De esta manera, los estudiantes usan conocimientos directamente relacionados con el tema y conocimientos asociados al funcionamiento de la bicicleta. Con esta tarea de aprendizaje, los estudiantes fortalecen capacidades matemáticas de razonamiento, utilización de operaciones y un lenguaje simbólico y comunicación.

Requisitos

Para dar solución a esta tarea, los estudiantes deben usar conocimientos previos en temas como proporcionalidad, unidades de longitud del sistema inglés, solución de ecuaciones con una incógnita y operaciones básicas con números reales. Los estudiantes deben tener claridad en la

definición del diámetro. Esperamos que en las tareas de aprendizaje del objetivo 1 los estudiantes adquieran habilidades en el reconocimiento de las relaciones entre los elementos de la circunferencia.

Aportes de la tarea al objetivo de aprendizaje

Con esta tarea de aprendizaje, buscamos que los estudiantes identifiquen y distingan el diámetro de la circunferencia de otros valores presentes en el enunciado. También, esperamos que los estudiantes usen un lenguaje algebraico apropiado para representar la situación mediante la expresión algebraica de la longitud de la circunferencia, bien sea mediante el uso del diámetro o del radio. Así mismo, esperamos que los estudiantes usen datos distintos a los requeridos en la ecuación de la longitud de la circunferencia para establecer el número de vueltas que puede dar la rueda de una bicicleta de acuerdo con la relación entre el plato y el piñón.

Formulación

El profesor hace entrega de una hoja a cada uno de los estudiantes con el planteamiento de la tarea. La tarea de aprendizaje tiene dos preguntas. La primera solicita una distancia a partir de un número de vueltas y la segunda solicita el tipo de plato y piñón en un terreno determinado. A continuación, presentamos la formulación de la tarea.

> Una bicicleta es una máquina que transmite el movimiento mediante dos ruedas dentadas unidas por una cadena. La mayor de estas ruedas recibe el nombre de plato y es la que está unida directamente a los pedales. La rueda menor recibe el nombre de piñón y se sitúa en el eje de la rueda trasera, tal como lo muestra la figura. De acuerdo con la combinación que se realice entre el plato y el piñón de la bicicleta se determina su desarrollo. Esto es lo que conocemos como los cambios de la bicicleta. Los cambios de nuestra bici nos permiten subir colinas, arrancar y acelerar de la manera más eficiente.
>
> Se puede definir el desarrollo como la longitud que avanza la bicicleta por cada vuelta completa del pedal, es decir, es la mezcla de marchas y velocidades que la bicicleta ofrece. Por eso, los dientes almacenados en cada uno de estos elementos marcan el sistema de desarrollo de transmisión de la bicicleta. El desarrollo métrico de una bicicleta es la distancia que recorremos en una pedalada.

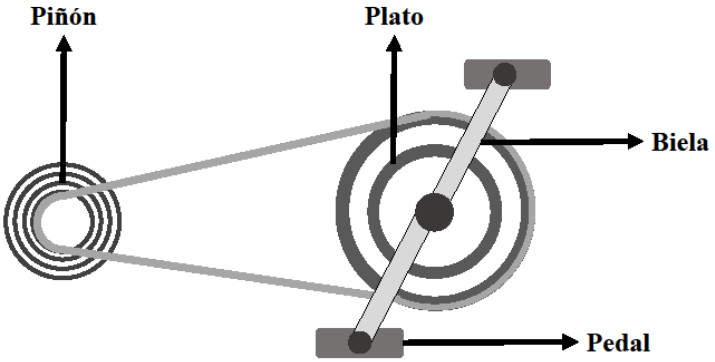


Figura A. Plato y piñón de la bicicleta

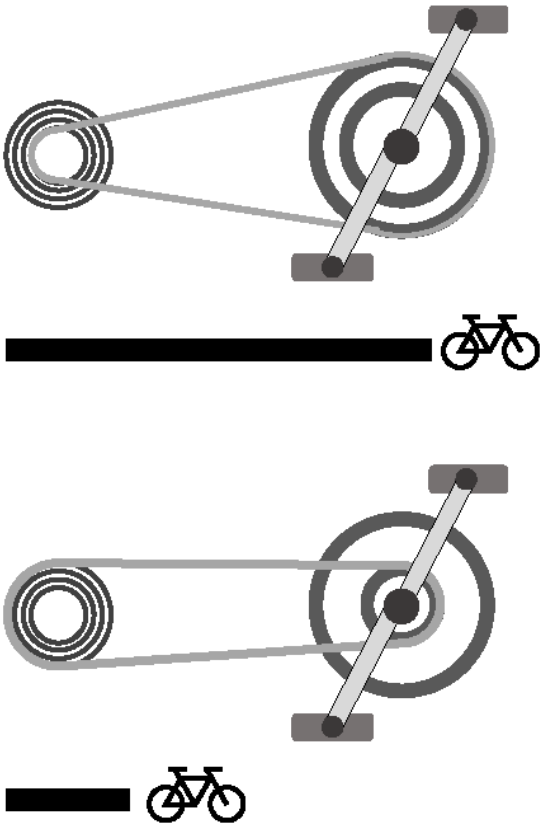


Figura B. Desarrollo métrico

Un ciclista hace un recorrido plano, para ello usa su bicicleta de montaña, la cual tiene sus ruedas de 70 centímetros de diámetro exterior. Para este recorrido, usa el cambio de su bicicleta con el piñón de 14 dientes (Pequeño) y plato de 42 dientes (Grande). ¿Cuántos metros recorre por una pedalada? ¿De qué tamaño podrían ser el plato y el piñón para recorrer un camino en subida? Justifica tu respuesta.

Conceptos y procedimientos

El desarrollo de esta tarea requiere conceptos como el reconocimiento de una distancia recorrida por un objeto circular, elementos de la circunferencia y las relaciones que pueden surgir entre estas. Adicionalmente, esperamos que los estudiantes propongan una razón que represente la relación plato-piñón en el desarrollo de una bicicleta. En la tarea se utilizan procedimientos de despeje de ecuaciones lineales con una incógnita y operaciones básicas entre números reales.

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que fortalecemos con esta tarea son el verbal, el simbólico algebraico y el simbólico numérico. El primero está presente en la tarea cuando los estudiantes distinguen entre un conjunto de datos aquel que corresponde al diámetro. El segundo está presente en el uso de una ecuación lineal con incógnita que se plantea para encontrar la longitud de la rueda. El

tercero está relacionado con el uso de valores numéricos que surgen de la ecuación de la longitud de la circunferencia.

Contextos PISA en los que se sitúa la tarea

La tarea está enmarcada en un contexto personal de acuerdo con el marco conceptual de PISA 2012. La tarea está relacionada con una actividad común como es el uso de la bicicleta como medio de transporte o para la práctica de ejercicio.

Materiales y recursos

Como recursos previstos, contamos con el video "Cómo elegir el desarrollo de tu bicicleta"[1]. Este video tiene como finalidad dar al estudiante ideas claras sobre lo que ocurre al seleccionar cada plato y piñón (cambios de la bicicleta). También, el video hace referencia a las partes del mecanismo de pedaleo y la relación que existe entre los platos y el piñón para determinar el número de vueltas que da la rueda. Adicionalmente, sugerimos el uso de la calculadora para facilitar el cálculo de operaciones. Para la presentación de la tarea y el video, consideramos necesario el uso del tablero digital o video beam. Adicionalmente, los estudiantes necesitan materiales habituales de la clase como lápices, hojas y cuaderno.

Agrupamiento e interacciones

La tarea de aprendizaje se desarrolla en tres momentos. En el primero, los estudiantes trabajan de forma individual en la solución de la primera pregunta. Para este primer momento, el profesor interactúa con los estudiantes mediante la implementación de las ayudas previstas (anexo 3). En un segundo momento, los estudiantes se organizan en grupos de tres personas de tal forma que cada grupo lo integre al menos un estudiante con conocimiento del funcionamiento de la bicicleta. En este momento se presenta la interacción profesor - grupo, en la que el profesor escucha, interroga y orienta a los grupos en sus discusiones. El profesor orienta en definiciones propias del contexto, como desarrollo métrico, marcha o cambios. En el último momento, el profesor concluye la tarea y fomenta la participación de varios grupos. En este momento, los estudiantes argumentan y explican la solución de la tarea.

Temporalidad

En primera instancia, el profesor presenta la tarea y cada estudiante hace la lectura individual correspondiente de la formulación (10 minutos). Luego, el profesor proyecta el video que explica la relación entre el plato y piñón de una bicicleta (10 minutos). Después, los estudiantes resuelven la primera pregunta en forma individual (10 minutos). Luego, los estudiantes se organizan en grupos para la discusión de la tarea y proceden a resolver la segunda pregunta (10 minutos). Finalmente, un representante de cada grupo comparte la respuesta de la segunda pregunta en plenaria con el resto de los grupos (5 minutos)

[1] Video: ¿cómo elegir el desarrollo de tu bicicleta? https://www.youtube.com/watch?v=v5nCMJRelKQ

Errores

Con el desarrollo de esta tarea, los estudiantes pueden incurrir en errores como omitir datos aportados en el enunciado para encontrar longitudes requeridas en el problema. También, los estudiantes pueden incurrir en usar el número de vueltas en lugar del diámetro o radio. Otro error está relacionado con calcular la longitud de la circunferencia y no hallar la distancia recorrida.

Grafos de criterios de logro

En el grafo de criterios de logro de la tarea T2.2 La bicicleta, mostramos dos procedimientos que pueden realizar los estudiantes para resolver la tarea de aprendizaje. En la figura 9, presentamos el grafo de criterios de logro.

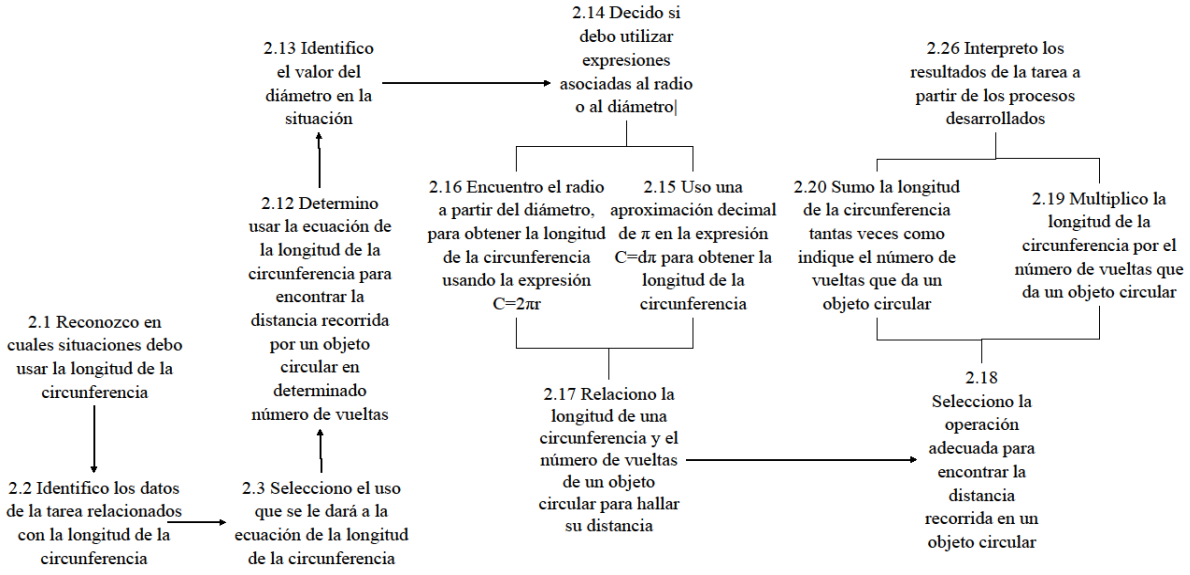


Figura 9. Grafo tarea La bicicleta

En el grafo de la tarea de La bicicleta, observamos los caminos de aprendizaje que pueden tomar los estudiantes para resolver la tarea. En uno de los caminos, los estudiantes pueden usar el radio o el diámetro para calcular las distancias requeridas. En otro camino, los estudiantes pueden escoger entre multiplicar por el número de vueltas o sumar la longitud de la circunferencia según la cantidad de vueltas.

Actuación del profesor

Para esta tarea de aprendizaje, el profesor inicialmente contextualiza a los estudiantes en aspectos técnicos del desarrollo de la bicicleta. En un segundo momento, el profesor actúa como orientador al brindar las ayudas previstas durante el desarrollo individual de la tarea. En la interacción grupal, el profesor acompaña los debates que se puedan dar en los grupos. Finalmente, el profesor usa las explicaciones de los estudiantes en la puesta en común para realimentar y reforzar los conocimientos asociados con la longitud de la circunferencia.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones
Para esta tarea de aprendizaje, sugerimos que el profesor contextualice la tarea de acuerdo con los términos técnicos relacionados con el desarrollo de la bicicleta. Aunque el video contribuye en la ilustración de la situación, el profesor debe asegurarse que los estudiantes tengan claridad en la relación plato-piñón antes de iniciar con la solución de la tarea. El profesor puede apoyarse en los estudiantes que hacen uso de la bicicleta y que cuentan con este conocimiento.

Evaluación
Para la evaluación de la tarea de aprendizaje, sugerimos que el profesor haga énfasis en tres aspectos importantes. El primero relacionado con el uso del diámetro o el radio, esto con el fin de fortalecer el primer objetivo. El segundo relacionado con la argumentación de los procedimientos usados para la solución de la tarea con el fin de valorar la resolución de problemas. El tercero relacionado con los procedimientos para determinar distancias recorridas por un objeto circular con el uso de la ecuación de la circunferencia.

Ayudas para la tarea
En la tabla 4 se muestran algunas preguntas con las que se pretende orientar a que los estudiantes puedan visualizar los errores en los que posiblemente puede caer al resolver la tarea y les ayude a superar las dificultades para así avanzar en el camino.

Tabla 4
Descripción de las ayudas de la tarea la bicicleta

E	A	Descripción
E18	1	¿Qué figuras geométricas evidencia en la situación?
E18	2	¿Qué atributo medible debe establecer en esta situación?
E22-23	4	¿Qué valores distintos a los relacionados con circunferencia encuentra en la situación?
E22-23	5	¿A qué cree que hacen referencia estos valores?
E55	6	¿Por qué cree que se dan valores distintos a los relacionados con circunferencia encuentra en la situación?
E52	7	¿Cuál es la expresión que garantiza hallar las longitudes solicitadas?
E53	8	¿Qué parte del circulo quiere encontrar?
E20	9	¿Si una rueda da más vueltas recorre más o menos distancia?
E5	10	Dibuje sobre una circunferencia cada uno de los elementos que conozca
E13	11	¿Qué diferencia hay entre radio, diámetro y cuerda?

Tabla 4
Descripción de las ayudas de la tarea la bicicleta

E	A	Descripción
E10	12	¿Cuenta con todos los valores necesarios para sustituir en la ecuación de la circunferencia?
E14-15	13	¿Qué conoce sobre el número π?
E14-15	14	¿De dónde sale el valor de π?
E24	15	¿Qué variable debe conocer en la ecuación $C = d\pi$?
E16	16	¿Qué cantidades de posiciones decimales hay en total en los factores?
E30-29	17	¿Qué significa matemáticamente que la rueda da vueltas?
E26-27-28	18	¿Los argumentos dados son los adecuados para la solución de la tarea?

Las preguntas planteadas en la tabla 4, contribuyen en la identificación de los procesos que los estudiantes han efectuado de manera incorrecta. Por ejemplo, puede incurrir en E55: Ignorar datos adicionales y distintos a los relacionados con la longitud de la circunferencia que son necesarios para solucionar una situación. Con la ayuda 5, el estudiante puede darse cuenta de que los datos que la situación le proporciona y que son distintos a los que él espera (radio o diámetro) deben usarse en algún momento para dar solución a la situación.

2.3. Odómetro

Presentamos la tarea T2.3 que corresponde a la última tarea de aprendizaje de la unidad didáctica. Esta tarea de aprendizaje pretende que los estudiantes calculen el radio o el diámetro de un objeto circular que ha recorrido una distancia en determinado número de vueltas. Además, la tarea recopila varios aspectos que se aplicaron en las tareas anteriores.

A continuación, presentamos los elementos de la tarea. Recomendamos al profesor ver el documento anexo 3 que contiene además de la ficha de la tarea el listado de ayudas. Dicho listado contribuye a la solución de algunas de las inquietudes que los estudiantes pueden presentar al momento de abordar la tarea.

Requisitos

La tarea propone utilizar el conocimiento informal que los estudiantes tienen sobre círculo y circunferencia. También, los estudiantes requieren de conceptos relacionados con segmentos equidistantes y medidas de longitud del sistema internacional. Además, los estudiantes requieren conocimientos de los conceptos de radio y diámetro y las relaciones utilizadas en el objetivo 1.

Aportes de la tarea al objetivo de aprendizaje

Con esta tarea de aprendizaje, buscamos favorecer la resolución de problemas mediante el planteamiento de una ecuación con una incógnita a partir de la longitud de la circunferencia o el uso de relaciones. Además, esperamos que los estudiantes encuentren la longitud de la circunferencia

de un objeto circular que recorre una distancia en determinado número de vueltas y que de esta longitud logren establecer su diámetro.

Formulación

El profesor hace entrega de una hoja con el planteamiento de la tarea a cada uno de los estudiantes. La formulación de la tarea contiene la definición de odómetro y la explicación de su funcionamiento. Después, el profesor presenta las aplicaciones del odómetro y los diferentes tipos. A continuación, mostramos la formulación de la tarea El odómetro.

> La rueda contadora o también conocida como odómetro se utiliza para medir trayectos y distancias en terrenos de superficies desiguales. Por ello, el odómetro se emplea fundamentalmente en campos, terrenos de cultivo, prados y bosques. Tiene un contador en la rueda que funciona automáticamente y marca el número de vueltas y centímetros. Podemos encontrar odómetros (mecánicos o electrónicos) en un automóvil o vehículo (también llamado cuenta kilómetros).
>
> Una cuestión para tener en cuenta es el tamaño de la rueda del odómetro, pues la oferta de odómetros comprende una gran variedad de tamaños de rueda, tan pequeños como las de un carrito de compras o tan grandes como las de una bicicleta. Cuanto más irregular sea la superficie para medir, mayor deberá ser el tamaño de la rueda para obtener las estimaciones más precisas.
>
> Los tamaños de la rueda se miden según el diámetro y/o el perímetro o la circunferencia de la rueda, los tamaños más pequeños corresponden a ruedas de entre 8 cm y 16 cm de diámetro. Las ruedas de tamaño medio tienen 32 cm de diámetro y las ruedas de gran tamaño tienen un diámetro de 64 cm.
>
> Si al medir una distancia determinada con el odómetro este marca 24,49 metros en 13 vueltas, ¿qué terreno crees que se midió?

Conceptos y procedimientos

Los conceptos y procedimientos que promovemos en esta tarea de aprendizaje están asociados con determinar la longitud de un objeto circular que recorre determinado número de vueltas. Además, esperamos que los estudiantes identifiquen el diámetro de una forma circular y que desarrollen operaciones de conversión de medidas de longitud.

Sistemas de representación

Con la tarea de aprendizaje, buscamos fortalecer los sistemas de representación simbólico algebraico y el numérico. El primero se utiliza en el planteamiento de una ecuación que permita encontrar la longitud del objeto circular. El segundo se utiliza en los procedimientos que desarrollan los estudiantes con las cantidades numéricas que propone la tarea.

Contextos PISA en los que se sitúa la tarea

La tarea está enmarcada en un contexto profesional de acuerdo con el marco conceptual de PISA 2012. Consideramos que la tarea permite reconocer un instrumento utilizado en varios campos profesionales.

Materiales y recursos
Antes de la implementación de la tarea, el profesor hace la presentación en power point y muestra los distintos tipos de odómetros y terrenos que se pueden medir con éstos. Además, los estudiantes requieren de papel y lápiz para desarrollar la tarea.

Agrupamiento e interacciones
Los estudiantes resuelven la tarea en forma individual y eligen uno de los terrenos propuestos. En un segundo momento, los estudiantes se agrupan de acuerdo con el terreno elegido por cada uno (si quedan grupos muy grandes el profesor puede separar un equipo en dos equipos pequeños). En cada grupo, los estudiantes compararan sus respuestas y generan un argumento de acuerdo con la elección de su terreno. Finalmente, un representante de cada grupo defiende la idea en una plenaria que modera el profesor.

En el trabajo individual, el profesor interactúa con cada uno de los estudiantes y ofrece las ayudas necesarias. Además, el trabajo en grupo permite una discusión acerca de la toma de decisiones para la solución de la tarea, así como la motivación de seleccionar el terreno más adecuado. En la interacción, el profesor identifica los errores en los que pueden incurrir los estudiantes y brinda las ayudas necesarias para continuar con la solución.

Temporalidad
Para esta tarea, proponemos tres momentos. En el primero cada estudiante hace la solución individual de la tarea (20 minutos). En el segundo momento, los grupos de estudiantes que seleccionan el mismo terreno preparan la argumentación de éste (10 minutos). En el tercer momento, los estudiantes debaten en torno al terreno que más se ajusta según la medida realizada con el odómetro (10 minutos).

Errores
En la tarea de aprendizaje, los estudiantes pueden incurrir en errores asociados con la extracción de los datos de la tarea, con las operaciones que se desarrollan o con la argumentación y relación de la respuesta numérica en el contexto de la tarea. Por ejemplo, los estudiantes pueden tomar los datos de los diámetros de los diferentes tamaños de los odómetros y no lograr relacionarlos con la distancia recorrida por el objeto circular. También, pueden obtener una respuesta numérica pero no lograr relacionarla con el contexto de la tarea o no poder corroborar si los procedimientos desarrollados son los adecuados.

Grafos de criterios de logro
Los criterios de logro de la tarea T2.3 se presentan en el orden en que los estudiantes pueden desarrollar los procedimientos y estos se muestran en un grafo de criterios de logro. Este grafo permite al profesor analizar la actuación de los estudiantes al momento de abordar la tarea. En la figura 10, presentamos el grafo de criterios de logro para la tarea El odómetro.

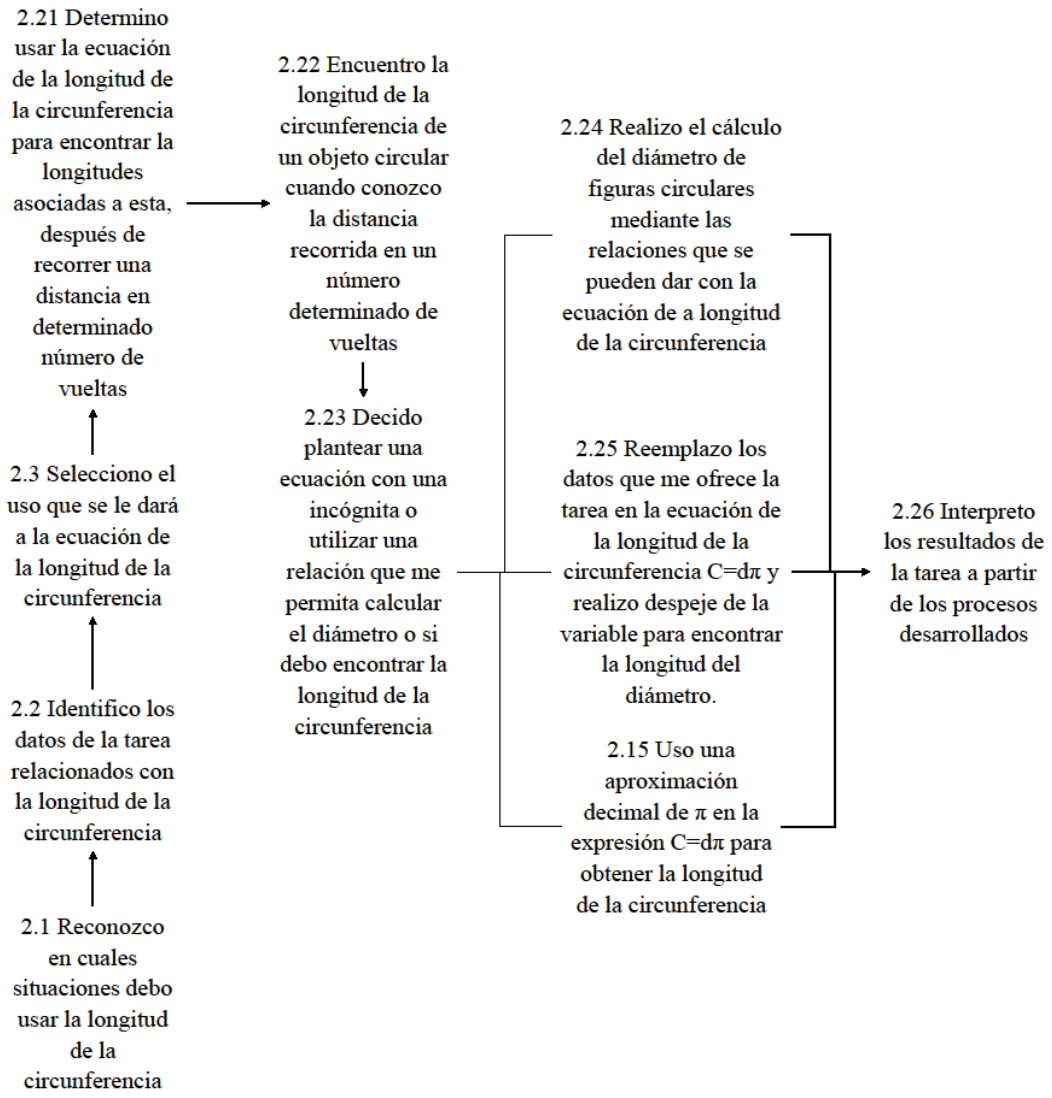


Figura 10. Grafo de criterios de logro de la tarea El odómetro

En la figura 10, presentamos los criterios de logro que componen la tarea El odómetro. Los primeros criterios de logro están asociados con la extracción de datos de la tarea y con seleccionar el uso que se le da a la ecuación de la circunferencia. Los siguientes criterios de logro son los procedimientos que el estudiante desarrolla con los datos extraídos de la tarea en la ecuación de la longitud de la circunferencia. Los últimos criterios de logro están relacionados con dar una respuesta a la situación e interpretar ese resultado en el contexto de la tarea.

Actuación del profesor

El profesor debe motivar y orientar a los estudiantes durante el desarrollo de la tarea de aprendizaje. Al inicio de la tarea, el profesor muestra la presentación en power point de los odómetros y los terrenos. Luego, el profesor ofrece las ayudas necesarias a los estudiantes cada vez que se

generen dudas sobre la tarea de aprendizaje, tanto en el trabajo individual como en el grupal. Por último, el profesor debe ser el moderador en el debate de ideas sobre los terrenos.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones
Sugerimos al profesor estar atento a las actuaciones de los estudiantes durante la implementación de la tarea de aprendizaje. Lo anterior permite al profesor tener una valoración más acertada al momento de evaluar el aprendizaje de la tarea y la consecución de las expectativas. Además, recomendamos al profesor estar atento a que no se generen confusiones en los estudiantes respecto al tamaño de los odómetros o a los terrenos que se pueden medir.

Evaluación
Sugerimos al profesor dar una mayor valoración a los criterios de logro que están relacionados con el propósito del objetivo 2. De acuerdo con esto, consideramos que los criterios de logro que deben tener mayor valoración son aquellos relacionados con encontrar el valor del diámetro del odómetro, dar una respuesta a la tarea y justificar la respuesta en el contexto.

Ayudas para la tarea T2.3
En la tabla 5 se muestran algunas preguntas con las que se pretende orientar a los estudiantes puedan visualizar los errores en los que posiblemente puede caer al resolver la tarea y les ayude a superar las dificultades para así avanzar en el camino.

Tabla 5
Descripción de las ayudas de la tarea el odómetro

E	A	Descripción
E21	1	¿La distancia que queremos encontrar es más grande o más pequeña a la que ya tenemos?
E21-19	2	¿Qué operaciones matemáticas permiten disminuir la cantidad original?
E21 - 19	2	¿A qué se refieren las vueltas en la situación?
E - 19	4	¿Qué valores distintos a los relacionados con circunferencia encuentra en la situación?
E45	5	En la ecuación de la longitud de la circunferencia, ¿cuál es la operación que se debe hacer entre el diámetro y Pi?
E47	6	¿Qué valores de la ecuación conoce?
E47	7	¿A qué variables corresponden estos valores?
E14-15	13	¿Qué conoce sobre el número π?
E14-15	14	¿De dónde sale el valor de π?

Tabla 5
Descripción de las ayudas de la tarea el odómetro

E	A	Descripción
E24	10	Dibuje sobre una circunferencia cada uno de los elementos que conozca
E24-25	12	¿Qué variable debe conocer en la ecuación $C = d\pi$?
E51	13	¿Los argumentos dados son los adecuados para la solución de la tarea?
E26-27-28	18	¿Los argumentos dados son los adecuados para la solución de la tarea?

Las preguntas planteadas en la tabla 5, contribuyen en la identificación de los procesos que los estudiantes han efectuado de manera incorrecta. Por ejemplo, puede incurrir en E55: Ignorar datos adicionales y distintos a los relacionados con la longitud de la circunferencia que son necesarios para solucionar una situación. Con la ayuda 5, el estudiante puede darse cuenta de que los datos que la situación le proporciona y que son distintos a los que él espera (radio o diámetro) deben usarse en algún momento para dar solución a la situación.