

## ANEXO 1. DIFICULTADES Y ERRORES

En este anexo, presentamos, describimos y justificamos las dificultades y errores en los que los estudiantes pueden incurrir al momento de implementar la unidad didáctica Adición de fracciones. Específicamente, presentamos las limitaciones que logramos identificar desde la teoría y la propuesta de Socas (1997) donde clasifica las dificultades en cinco categorías. No obstante, con el fin de centrarnos en aquellas dificultades que son propias del tema de la unidad didáctica. Abordaremos las dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos y aquellas relacionadas con los procesos propios del pensamiento matemático. En ese sentido, planteamos las siguientes dificultades y asociamos errores particulares para cada dificultad (ver tabla 1):

- ◆ Formulación de un problema que involucra adicionar fracciones
- ◆ Utilización de sistemas de representación para la adición de fracciones
- ◆ Emplear las propiedades de la adición de fracciones
- ◆ Interpretar las reglas que determinan el algoritmo de la suma

Tabla 1

*Listado de dificultades y errores para el tema*

E	Descripción
D1. Dificultad para formular un problema que involucra adicionar fracciones	
1	Sumar fracciones que no corresponden con la información proporcionada en el problema
2	Extraer información de un problema de forma desorganizada y/o que no corresponde con la situación planteada
3	Confundir las características que modelan los fenómenos de parte todo y medida fraccionaria
D2. Dificultad para utilizar de sistemas de representación para la adición de fracciones	
5	Utilizar más de una figura geométrica para representar sumas de fracciones menores que la unidad
6	Utilizar solo una figura geométrica para representar sumas de fracciones mayores que la unidad
7	Representar sumas de fracciones menores que la unidad en la semirrecta a la derecha del 1
8	Representar sumas de fracciones mayores que la unidad en la semirrecta a la izquierda del 1
9	Representar sumas de fracciones iguales a la unidad en las semirrectas ubicadas a la izquierda o a la derecha del 1
10	Realiza representaciones en la recta numérica que no describen lo expuesto en el contexto de la situación
11	Realiza representaciones en modelos geométricos que no describen lo expuesto en el contexto de la situación
63	Realiza representaciones numéricas de las fracciones que no describen lo expuesto en el sistema de representación tabular
12	Dividir la unidad de medida (segmento) en subdivisiones no congruentes
13	Calcular la suma de fracciones heterogéneas por medio de la recta numérica sin haber encontrado fracciones equivalentes
14	Obtener una fracción mayor que la unidad
15	Obtener una fracción menor que la unidad
16	Utilizar GeoGebra para calcular o validar el resultado de una suma de fracciones que no corresponde con su representación numérica

Tabla 1

*Listado de dificultades y errores para el tema*

E	Descripción
17	Utilizar GeoGebra para calcular o validar el resultado de una suma de fracciones que no corresponde con su representación en la recta numérica
18	Utilizar GeoGebra para calcular o validar el resultado de una suma de fracciones que no corresponde con su representación geométrica
19	Expresar un numero mixto en una fracción impropia que no corresponde
20	Expresar una fracción impropia en un numero mixto que no corresponde
29	Realizar particiones en el modelo geométrico
30	Asociar el numerador de una fracción con el número de particiones de la recta numérica
31	Construir intervalos en las rectas numéricas que no son congruentes entre si
32	Realizar divisiones diferentes en los modelos de áreas en cada una de las fracciones que se quieren reducir a común denominador
33	Reducir los denominadores de dos o más fracciones a un denominador no común a través de Geogebra
36	Representar la suma de fracciones heterogéneas a través de un elemento que no corresponde a ningún sistema de representación
66	Representar la suma de fracciones homogéneas a través de un elemento que no corresponde a ningún sistema de representación
37	Construir un modelo geométrico para las fracciones que no describe lo expuesto en el contexto de la situación
38	Elegir un sistema de representación para resolver la situación sin justificar la elección del mismo
39	Interpretar el resultado de una suma de fracciones que no corresponde con el sistema de representación empleado
42	Confundir características de los diferentes sistemas de representación
44	Representar una fracción del tipo $a/b$ sobre una recta numérica sin dividir el intervalo en longitudes $1/b$ congruentes
45	Representar una fracción del tipo $1/b$ sobre una recta numérica definiendo el todo en un intervalo que no va de 0 a 1
46	Ubicar fracciones equivalentes en puntos distintos sobre la recta numérica
47	Asociar la unidad de segmento con un intervalo diferente a $[0,1]$

Tabla 1

*Listado de dificultades y errores para el tema*

E	Descripción
48	Asociar el todo con una longitud de unidad de segmento diferente al intervalo $[0,1]$
49	Encontrar fracciones que no son equivalentes por medio de los sistemas de representación
40	Identificar información errónea de los sistemas de representación y/o que no es relevante en el contexto del problema
65	Escoger un procedimiento que no le permite comparar fracciones
77	Prescindir de sistemas de representación para sumar fracciones heterogéneas, lo que le impide continuar con la resolución de la tarea
78	Prescindir de sistemas de representación para sumar fracciones homogéneas, lo que le impide continuar con la resolución de la tarea
80	Prescindir de procedimientos para comparar fracciones, lo que le impide continuar con la resolución de la tarea
86	Plantear una expresión que no corresponde con una suma de fracciones
87	Prescindir procedimientos para hallar denominadores comunes mediante modelos de áreas, lo que impide continuar con la resolución de la tarea.
88	Utilizar indistintamente los sistemas de representación para sumar fracciones, sin tener en cuenta sus reglas, condiciones de aplicación y requerimientos de las tareas
99	Utilizar diferentes tamaños para representar la unidad en las fracciones a comparar
100	Representar el denominador como las partes tomadas de la unidad
D3. Dificultad al emplear las propiedades de la adición de fracciones	
21	Considerar que para cualesquiera dos fracciones $a$ y $b$ , $a + b$ no es una fracción
22	Considerar que para cualesquiera dos números racionales $a$ y $b$ $a + b$ diferente $b + a$
23	Considerar que la suma de una fracción con el elemento neutro siempre da como resultado un número distinto
51	Asociar el concepto de adición de fracciones con la longitud total del segmento obtenido luego de juntar dos segmentos que no van de extremo a extremo
54	Obtener un resultado de la suma de fracciones sin utilizar el resultado de las fracciones asociadas
71	Simplifica fracciones que no son reducibles

Tabla 1

*Listado de dificultades y errores para el tema*

E	Descripción
73	Conservar las fracciones sin simplificar y pasa a adicionarlas como si estas fueran fracciones homogéneas
74	Simplificar las fracciones en lugar de amplificarlas
79	Prescindir de procedimientos para encontrar fracciones equivalentes, lo que le impide continuar con la resolución de la tarea
85	Prescindir de procedimientos para hallar denominadores comunes mediante el sistema de representación numérico, lo que impide continuar con la resolución de la tarea
93	Obtener una indeterminación al construir fracciones equivalentes
94	Prescindir del planteamiento de una expresión con suma de fracciones
95	Simplificar las fracciones resultantes sin obtener la mínima expresión
96	Prescindir de procedimientos para hallar el mínimo común denominador, lo que le impide continuar con la resolución de la tarea
97	Encontrar el máximo común divisor en lugar del mínimo común múltiplo
98	Plantear la división del numerador entre el denominador, sin poderla realizar
D4. Dificultad para interpretar las reglas que determinan el algoritmo de la suma	
24	Adicionar fracciones homogéneas sumando numeradores y denominadores
25	Hallar un denominador que no es común entre las fracciones
26	Multiplicar o dividir el numerador y el denominador de las fracciones por un número distinto
27	Sumar los denominadores comunes de dos o más fracciones en lugar de sumar los numeradores de las fracciones
28	Dividir el numerador y el denominador de una fracción por divisores que no son comunes entre ambos
34	Calcular la suma de las fracciones como si éstas fueran heterogéneas
35	Calcular la suma de las fracciones como si fueran fracciones homogéneas
50	Descomponer una fracción en sumas de fracciones que no tienen el mismo denominador
52	Multiplicar los denominadores y obtener un resultado que no corresponde al producto real
53	Hallar un denominador común pero no multiplica los numeradores por el mismo factor que en el denominador

Tabla 1

*Listado de dificultades y errores para el tema*

E	Descripción
55	Comparar fracciones distintas tomando como referencia el valor del numerador
56	Expresar la fracción en términos de un número decimal que no es equivalente
57	Agrupar dos o más fracciones sin encontrar fracciones equivalentes a las mismas
61	Escribir una fracción propia con un numerador mayor que el denominador
62	Escribir una fracción impropia con un denominador menor que el numerador
64	Escoger un procedimiento que no le permite encontrar fracciones equivalentes
72	Adicionar o sustraer una misma cantidad al numerador y denominador de una misma fracción
75	Escribir la suma de fracciones con fracciones homogéneas
76	Escribir la suma de fracciones con fracciones heterogéneas
81	Prescindir de la escritura de un resultado en el que no se logra plantear una suma de fracciones homogéneas
82	Prescindir de la escritura de un resultado en el que no se logra plantear una suma de fracciones heterogéneas
D5. Dificultad para interpretar soluciones, resultados o conclusiones matemáticas	
43	Comunicar los resultados sin mostrar y/o explicar el proceso de solución de las situaciones planteadas
4	Emitir juicios sobre la razonabilidad de una solución matemática sin explicar por qué dicho resultado tiene o no tiene sentido en el contexto del problema
41	Emplear distintos procesos y propiedades de la adición de fracciones para determinar la(s) posible(s) solución(es) de un problema, pero no justificar su uso
58	Tomar las partes del denominador y sumar los numeradores
59	Tomar las partes sombreadas como el numerador y las no sombreadas como el denominador en el resultado de la suma de las fracciones homogéneas
60	Obtener una fracción mayor o menor que la unidad
67	Comunicar, ante el grupo de trabajo, estrategias que no están relacionadas con la demanda de la tarea
68	Mostrar y explicar estrategias propias que no están relacionadas con la demanda de la tarea
69	Dar solución a la tarea sin escuchar estrategias diferentes a las propias

Tabla 1

*Listado de dificultades y errores para el tema*

E	Descripción
70	Llegar a acuerdos de solución para la tarea sin comparar estrategias y/o procedimientos
84	Prescindir de argumentos y conclusiones matemáticas para justificar el procedimiento usado al encontrar fracciones equivalentes
83	Prescindir de argumentos y conclusiones matemáticas para sustentar la solución de la tarea
89	Plantear un procedimiento en el que no se evidencia una suma de fracciones
90	Obtener como resultado una cantidad que no es coherente con la situación planteada
91	Asociar una fracción propia con una cantidad mayor que la unidad
92	Multiplicar el numerador y denominador por cero

*Nota.* E: error, D: dificultad.