

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

# RELACIÓN DE ORDEN CON LOS NÚMEROS ENTEROS

EDICSON GÓMEZ, ALBA PADILLA, SERGIO MORENO, GLORIA PADILLA Y  
MÓNICA BERNAL

BOGOTÁ, ENERO DE 2020

El documento presentado muestra la unidad didáctica del tema “relación de orden con números enteros”, de la maestría en Educación Matemática en la universidad de los Andes. La unidad didáctica fue implementada en el colegio Germán Arciniegas IED, ubicado en la ciudad de Bogotá en la localidad de Bosa, las familias son en un alto porcentaje empleados y trabajadores informales. La implementación se realizó con estudiantes de grado séptimo, en edades entre los 12 y los 15 años. Ellos presentan buena disposición de trabajo, aunque con dificultades en operaciones básicas y resolución de problemas, ha obstaculizado relacionar las matemáticas con situaciones de la vida real y ha dificultado la comprensión del significado de los números enteros. En este sentido, consideramos que la unidad didáctica propuesta puede ser de gran ayuda para la superación de estas dificultades. El plan de estudios del colegio incluye para grado séptimo la relación de orden con los números enteros, junto con la ubicación en la recta numérica y valor absoluto, aunque en grado sexto aparece en el último trimestre una introducción al concepto de números enteros.

Las actividades que conforman la unidad didáctica las hemos estructurado a partir de situaciones cotidianas, como la inclusión del sistema integrado de transporte de la capital SITP y actividades basadas en el juego que generan el interés y la motivación en los estudiantes. Además, pueden ser adaptadas a cualquier ambiente de aula por un colega del área.

La unidad didáctica contribuye en los estudiantes a la interpretación e identificación de relaciones de orden en los números positivos y negativos a partir de situaciones cotidianas en diferentes representaciones (la recta numérica, tablas y gráficos). El tema propuesto aporta a los estándares básicos de competencias como “resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas”, “resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación” y “formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos”(Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2006, p. 85). La unidad didáctica centra la mirada principalmente en el primer estándar, ya que se aborda a partir de situaciones cotidianas con medidas relativas, como la temperatura, ganancias, pérdidas, haberes, deberes, y la línea del tiempo.

El tema aporta elementos incluidos en los derechos básicos de aprendizaje DBA, en grado séptimo, principalmente el que plantea “Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. También, “reconoce y establece diferentes relaciones de orden y equivalencia; además, las utiliza para argumentar procedimientos” (MEN, 2015). Las competencias que el estudiante debe alcanzar en concordancia con los números enteros incluyen temas como relaciones de orden, ubicación de números en la recta numérica, resolución de problemas, entre otros.

A continuación, presentamos los temas y contenidos matemáticos relacionados con el tema de nuestra unidad didáctica.

## 1. ARTICULACIÓN DE LOS CONTENIDOS

El análisis del tema relación de orden con números enteros lo abordamos a partir de los conceptos y procedimientos que lo caracterizan, algunas formas de representarlo y los contextos o situaciones cotidianas en donde se pueden evidenciar. A continuación, en la figura 1 presentamos el mapa conceptual de la estructura de contenido de la unidad didáctica “relación de orden con números enteros”.

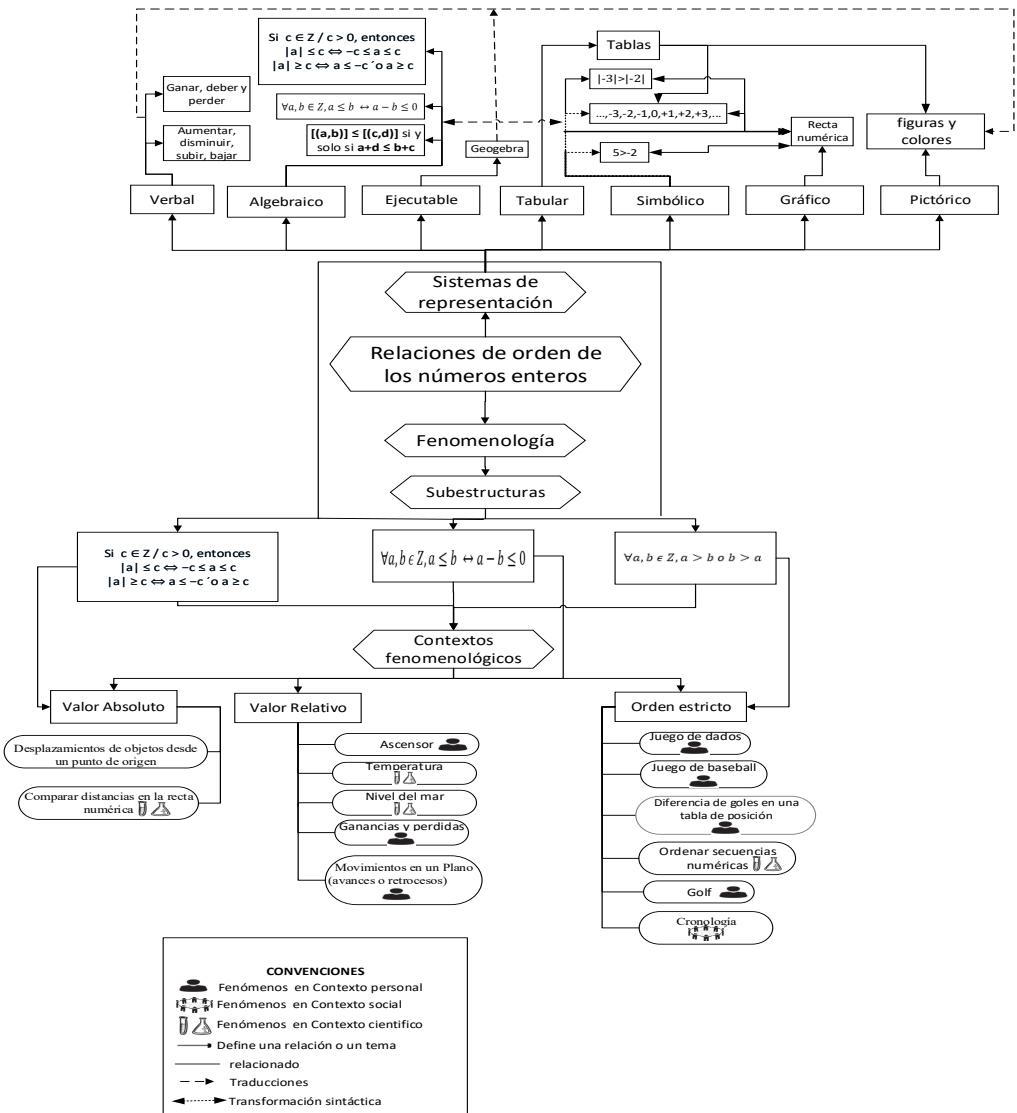


Figura 1. Mapa conceptual del tema relación de orden con números enteros

El tema principal del mapa son las relaciones de orden de los números enteros. En la parte inferior se encuentran tres subestructuras del orden que corresponden a la relación mayor y menor desde el valor absoluto, mayor o igual y menor o igual, y mayor o igual. Estas subestructuras corresponden a tres contextos fenomenológicos (situaciones reales o matemáticas) a las que dan sentido, y son el valor absoluto, el valor relativo y el orden estricto. Cada uno de estos contextos explica matemáticamente ciertos fenómenos personales, naturales y científicos, por ejemplo, los

movimientos de un ascensor o los goles de diferencia que definen la posición de un equipo de fútbol.

La parte superior del mapa presenta los sistemas de representación los cuales son reglas que permiten crear signos, operar y determinar relaciones de equivalencia entre ellos. Para referirnos al orden de los números enteros, mostramos siete sistemas de representación: verbal, algebraico, ejecutable, tabular, simbólico, geométrico y pictórico.

El sistema verbal hace referencia a aquellas expresiones que permiten plantear una relación de orden con números enteros como, por ejemplo, “ganar” o “deber”. El sistema algebraico se refiere a tres subestructuras que explican matemáticamente el orden con números enteros a través de símbolos matemáticos. El sistema ejecutable, a partir del software, Geogebra permite representar dos números enteros y determinar cuál es mayor. El sistema tabular, en el cual se ordenan números enteros en filas y columnas.

De la misma forma, el sistema simbólico permite la utilización de los números de manera convencional..., -2, -1, 0, 1, 2,... para escribir relaciones de orden como por ejemplo  $5 > -2$ . El sistema gráfico utiliza representaciones como la recta numérica. Por último, el sistema pictórico emplea figuras y colores para representar valores relativos.

Los sistemas de representación mencionados anteriormente tienen dos características fundamentales; la primera se refiere a las transformaciones sintácticas en el que se convierte de un signo a otro sin cambiar el objeto matemático, por ejemplo, en el sistema simbólico se puede transformar  $5 > -2$  por  $5 + 4 > -2 + 4$ ; la segunda característica corresponde a las traducciones, en la cual es posible representar el mismo objeto matemático con varios sistemas de representación, por ejemplo, la desigualdad  $5 > -2$  y su representación en la recta numérica por el programa Geogebra.

Finalmente, no tuvimos en cuenta la subestructura matemática del valor absoluto en nuestra unidad didáctica. Sin embargo, aclaramos que podemos definir relaciones de orden con los números enteros haciendo uso del valor absoluto. Por ejemplo, el mayor entero entre dos positivos es el que tiene mayor valor absoluto y viceversa, y el mayor entero entre dos negativos es el que tiene menor valor absoluto. El anexo uno permite identificar el esquema general de la unidad didáctica.

El aspecto cognitivo se enfoca principalmente en el aprendizaje del estudiante. Por tal motivo, y en relación con lo planteado en el marco conceptual PISA 2012, identificamos las expectativas de nivel superior, como aquellas de largo alcance dentro de la unidad didáctica. Dentro de estas expectativas presentamos algunas capacidades matemáticas fundamentales incluidas en las actividades y algunos procesos matemáticos que permiten el desarrollo de dichas habilidades.

Dentro de estas expectativas proponemos los objetivos de aprendizaje, los aspectos que involucran la parte afectiva, limitaciones que puede tener un estudiante a la hora de abordar el tema y los criterios de logro. Estos últimos, entendidos como indicadores del nivel de comprensión que tiene el estudiante sobre el tema.

Por último, los grafos de criterios de logro indican los posibles caminos que un estudiante puede tomar al momento de resolver las tareas de aprendizaje. Estos caminos están conformados por indicadores que incluyen la comprensión, el desarrollo y el análisis de las actividades propuestas.

## 1.1. Expectativas de nivel superior

Las expectativas de nivel superior que vamos a abordar son tomadas como referencia del marco PISA (2012). Este documento menciona siete capacidades matemáticas fundamentales (comunicación, matematización, representación, razonamiento y argumentación, diseño de estrategias para resolver problemas, utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico y utilización de herramientas matemáticas). Cada capacidad matemática relaciona tres procesos (formular, emplear e interpretar) que el estudiante puede desarrollar al momento de abordar una situación matemática.

La unidad didáctica busca contribuir al desarrollo del proceso de formular mediante la identificación de procedimientos, representaciones e interpretación de enunciados que son necesarios para abordar las relaciones de orden en los números enteros. El proceso de emplear está asociado con los cálculos que hacen los estudiantes al realizar y registrar los movimientos en tablas, en la recta numérica y en representaciones numéricas. El proceso de interpretar se desarrolla a partir de la justificación y evaluación de las respuestas que se dan en las tareas de aprendizaje, con el fin de fortalecer los objetivos de la unidad.

Por último, analizamos las diferentes formas en que los estudiantes resuelven cada situación, interpretan las preguntas, utilizan herramientas geométricas y algorítmicas. También, consideramos diversas estrategias para conseguir los objetivos, en el marco del orden con los números enteros.

A continuación, presentamos la tabla 1 que incluye la relación entre las capacidades matemáticas y los procesos matemáticos fundamentales presentes en nuestra unidad didáctica

Tabla 1

*Relación entre los procesos matemáticos y capacidades matemáticas fundamentales en el orden de los números enteros*

CMF	Procesos matemáticos		
	Formular	Emplear	Interpretar y evaluar
Comunicación	Leer e interpretar los enunciados, y las preguntas de las tareas para representar y resolver las situaciones.	Representar los resultados obtenidos en las tareas	Argumentar las respuestas obtenidas en cada una de las tareas
Matematización		Utilizar representaciones simbólicas, gráficas y tabulares en el orden de los números enteros.	

Tabla 1

*Relación entre los procesos matemáticos y capacidades matemáticas fundamentales en el orden de los números enteros*

CMF	Procesos matemáticos		
	Formular	Emplear	Interpretar y evaluar
Representación	Ordenar los números enteros a partir de movimientos, desplazamientos situaciones.	Ilustrar, relacionar y utilizar diferentes situaciones de orden en y los números enteros.	
Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico		Utilizar los signos mayor o menor para comparar los números enteros	

CMF: Capacidades Matemáticas Fundamentales

La tabla 1 muestra que la unidad didáctica aporta en mayor medida al proceso de emplear porque utiliza diferentes sistemas de representación para registrar procedimientos matemáticos al momento de ordenar números enteros. Las capacidades matemáticas fundamentales que más aporta la unidad didáctica son comunicación y representación cuando los estudiantes analizan, interpretan y registran las situaciones y procedimientos realizados.

## 1.2. Objetivos de aprendizaje

A continuación, se definen los objetivos de aprendizaje que permiten identificar los alcances de la unidad didáctica, cuyo tema principal es “relación de orden con los números enteros”.

*Objetivo 1.* Determinar el orden de números enteros en situaciones de posiciones relativas a través de diferentes representaciones

*Objetivo 2.* Justificar la solución de problemas planteados desde el contexto del mundo real en los que se emplean una o más representaciones de relaciones de orden con números enteros.

El objetivo uno, busca acercar a los estudiantes a situaciones de orden que involucran números relativos<sup>1</sup> utilizando términos de avances y retrocesos, que le permitan ordenar los valores luego de realizar algunos movimientos. También, permite que los estudiantes ordenen números negativos a partir de identificar números menores que cero y utilicen un sistema de representación para registrar, determinar y justificar la posición final. Además, se busca que los estudiantes ordenen

<sup>1</sup> El número relativo es un instrumento para representar, describir y resolver situaciones relativas y operar en ellas, o para solucionar problemas puramente matemáticos, en contextos numéricos, algebraicos y geométricos. González, J.(1990. p. 77)

números enteros en situaciones relativas (tener y deber), empleando un sistema de representación que les permite registrar, ordenar y argumentar el saldo de final de cada trasferencia.

El objetivo dos plantea que los estudiantes ordenen números enteros empleando situaciones de orden estricto, utilizando un sistema de representación que le permita registrar, comparar y ordenar números enteros (positivos y negativos) para determinar y argumentar los resultados.

### 1.3. Expectativas de tipo afectivo

La motivación es una herramienta fundamental en el campo de la enseñanza de las matemáticas; por tal razón, es importante generar agrado por un área sensible y difícil para muchos. Teniendo en cuenta las necesidades y dificultades que tienen los estudiantes, se plantean cuatro expectativas de tipo afectivo descritas en la tabla 2.

Tabla 2

*Expectativas de tipo afectivo para el tema relaciones de orden con los números enteros*

EA	Descripción
1	Desarrollar seguridad al organizar y comparar los resultados obtenidos en una situación de orden con los números enteros
2	Incrementar la curiosidad y el interés por representar situaciones de orden con números enteros a través de la recta numérica.
3	Desarrollar una disposición favorable para explicar y justificar los procesos o procedimientos utilizados al ordenar números enteros.
4	Desarrollar seguridad al analizar y extraer datos de situaciones de orden con números enteros

Nota. EA: expectativa de tipo afectivo.

La expectativa uno, se plantea teniendo en cuenta las dificultades de los estudiantes cuando comunican sus ideas y no confían en sus resultados, aunque estos sean correctos y sus argumentos sean válidos. La segunda expectativa involucra el interés de los estudiantes por emplear la recta numérica como un sistema para representar el orden de los números enteros. La expectativa tres tiene la intención que los estudiantes muestren destrezas de manera efectiva, a la hora de evidenciar las herramientas y estrategias utilizadas en el desarrollo de las tareas. Por último, la expectativa cuatro se relaciona con la parte inicial de las tareas en el momento que el estudiante analiza y extrae la información que le permite plantear estrategias para hallar la solución.

### 1.4. Limitaciones en el aprendizaje

Las limitaciones de aprendizaje se consideran como las dificultades y errores que obstaculizan el aprendizaje de las matemáticas. Las dificultades de aprendizaje son manifestaciones o condiciones que impiden el alcance de los objetivos previstos, las dificultades agrupan errores en los cuales pueden incurrir los estudiantes durante el desarrollo de una tarea.

Una de las dificultades que se relaciona con el aprendizaje de los números enteros es la relación del número con cantidad. En este sentido “el alumno está acostumbrado a ver en los núme-

ros primero, y más tarde en las letras con que opera, representaciones de cosas reales y concretas, en las operaciones con números y letras las correspondientes operaciones con las cosas" (Klein, F. 1927).

La unidad didáctica tiene en cuenta cinco dificultades que pueden surgir en el aprendizaje del orden con los números enteros. Cada una de las dificultades tiene asociados algunos errores en los que pueden incurrir los estudiantes al desarrollar las tareas de aprendizaje. Además, propone un listado de ayudas que el profesor puede utilizar como herramienta para superar dificultades de los estudiantes, y de esta manera, avanzar en el desarrollo de las tareas. El listado completo se encuentra en el anexo 2.

A continuación, presentamos las dificultades con algunos errores que se pueden presentar en el desarrollo de la unidad didáctica.

La primera dificultad hace referencia al análisis e interpretación de situaciones de orden con números enteros, un error asociado es omitir información al extraer los datos del problema. La segunda dificultad contempla las operaciones con números enteros, uno de los errores relacionados es invertir los números enteros para operarlos como números naturales. La tercera corresponde a la dificultad para ordenar los números enteros en diferentes sistemas de representación, el estudiante puede incurrir en el error de ordenar los números enteros en la recta numérica de manera que extrapolan el orden de los naturales a los negativos. La cuarta dificultad es reconocer los números enteros negativos como extensión de los números naturales, a esta dificultad asociamos el error de ordenar los números enteros de la misma manera que los naturales ignorando el signo. La última dificultad establece la ubicación de los números enteros en la recta numérica tomando como referencia el cero, uno de los errores relacionados es iniciar contando en la recta numérica a partir del número que indica la operación, lo que lleva a obtener en el resultado una cantidad mayor o menor.

### **1.5. Criterios de logro**

Los estudiantes al desarrollar las tareas de aprendizaje de la unidad didáctica realizan una serie de procedimientos que permiten el alcance de los objetivos, a cada uno de estos procesos los denominamos criterios de logro. Los procedimientos forman una estrategia de solución de la tarea empleada por el estudiante denominadas caminos de aprendizaje. Estos caminos determinan los posibles recorridos que puede tomar el estudiante al momento de desarrollar las tareas de aprendizaje.

Las tareas de aprendizaje activan una serie de procedimientos etiquetado con un número decimal, el número que esta antes del punto hace referencia al objetivo y el número después del punto relaciona el proceso empleado en el desarrollo de la tarea. El listado de los criterios de logro para cada objetivo se encuentra con más detalle en el anexo 3.

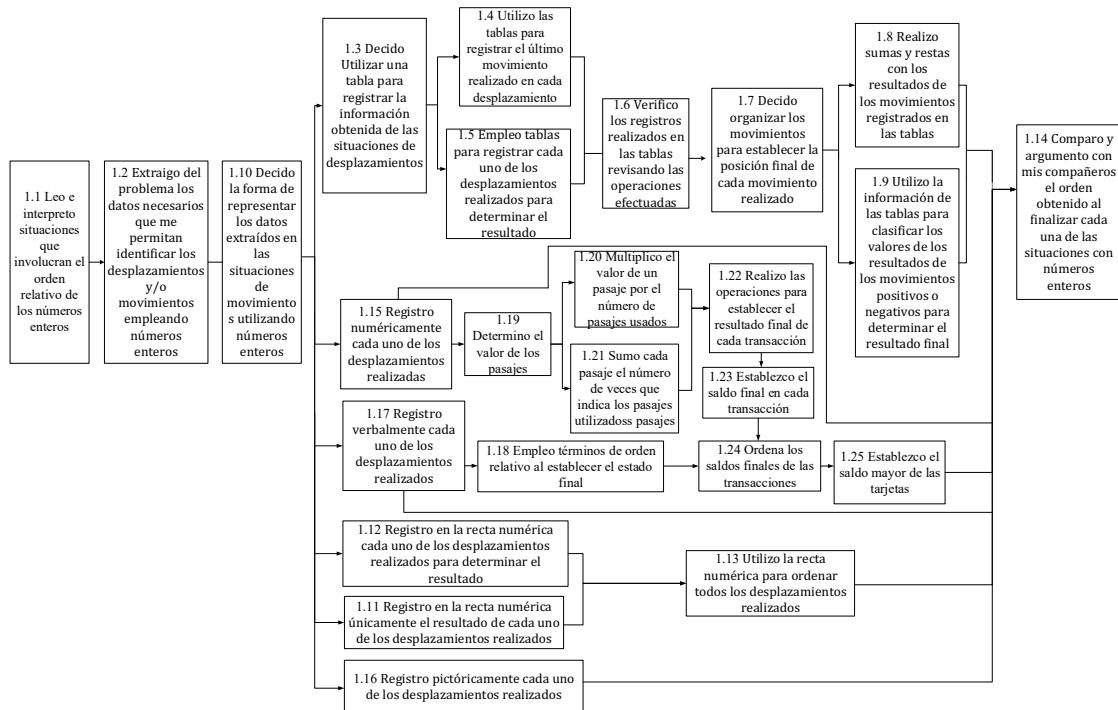
### **1.6. Grafos de criterios de logros de los objetivos de aprendizaje**

Los grafos son una estructura que contiene cada una de las estrategias de solución de las tareas de aprendizaje empleadas por los estudiantes. Estos, comienzan con procesos iniciales que corresponden a las primeras acciones para abordar la tarea. Los procesos de inicio conectan las acciones de procedimiento y de decisión. Las acciones de procedimiento establecen las diferentes estrategias empleadas por los estudiantes para resolver la tarea y los procesos de decisión se

identifican en el grafo con dos o más ramificaciones que permiten decidir por una de ellas para continuar con la estrategia que le permita el desarrollo de la tarea.

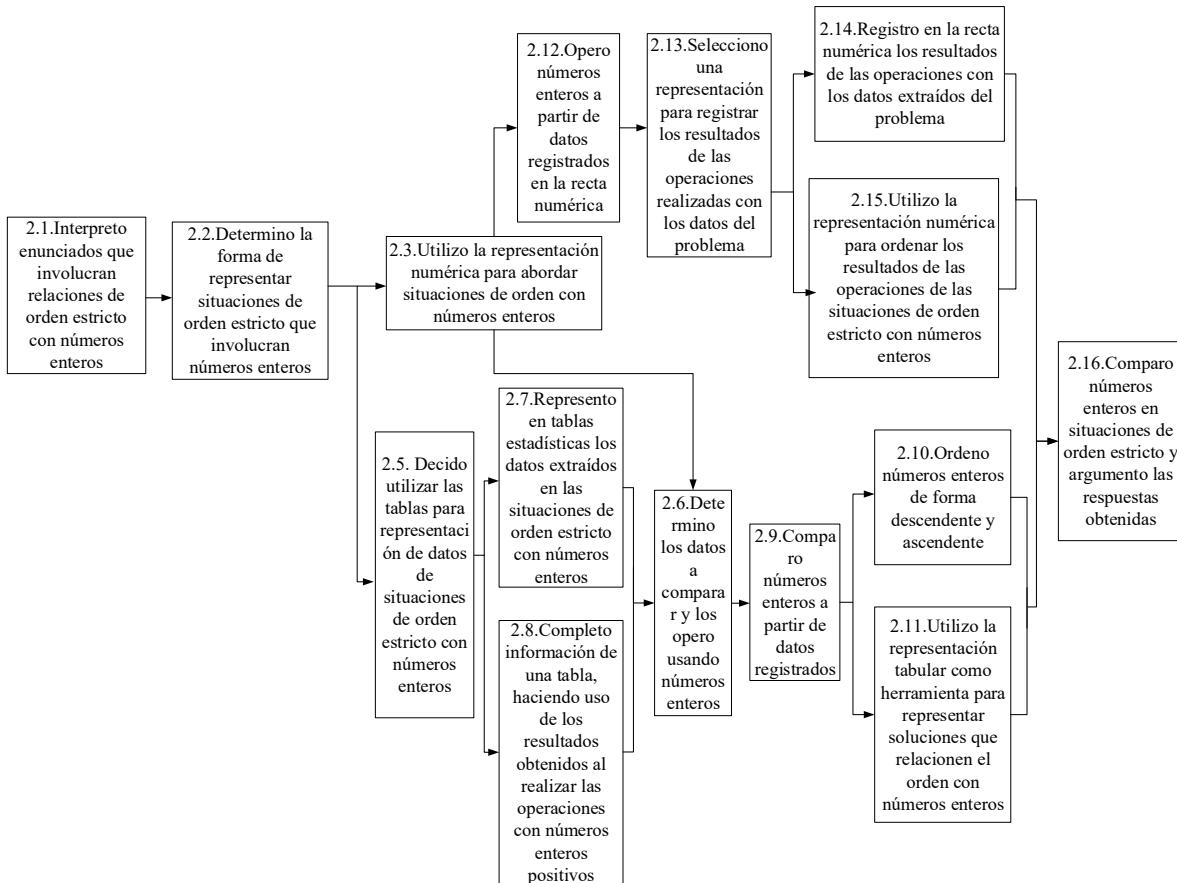
El grafo finaliza con los criterios que determinan el alcance del objetivo, cuando los estudiantes justifican y argumentan el orden de los números enteros en situaciones de orden relativo y estricto.

A continuación, presentamos los grafos de criterios de logro de los objetivos de aprendizaje de la unidad didáctica.



*Figura 2. Grafo en términos de los criterios de logro del objetivo uno*

El grafo de criterios de logro para el primer objetivo inicia cuando el estudiante lee, interpreta y extrae los datos de las situaciones de orden relativo (avances, retrocesos, deber y tener). Luego, decide la forma de representar la información y aplica las reglas del sistema seleccionado para determinar los desplazamientos o movimientos finales. Despues, ordena los últimos movimientos, los compara con sus compañeros y argumenta la respuesta.



*Figura 3.* Grafo en términos de los criterios de logro del objetivo 2

El grafo de criterios de logro para el segundo objetivo inicia cuando el estudiante lee e identifica los datos, los cuales le permitan interpretar situaciones con números enteros positivos y negativos. Luego, decide el sistema (numérico, tablas estadísticas o recta numérica) para representar la información extraída de cada situación. Después, realiza operaciones que le permiten establecer y comparar las posiciones finales de los jugadores y de los acontecimientos históricos, a partir del orden estricto de los números enteros. Finalmente, compara con sus compañeros los resultados y argumenta la respuesta obtenida.

### 1.7. Esquema general de la unidad didáctica

La unidad didáctica está diseñada a partir de cuatro tareas de aprendizaje y dos de evaluación. Las tareas de aprendizaje son las actividades que realizan los estudiantes para alcanzar las metas propuestas y las de evaluación permiten identificar de forma individual el alcance de los objetivos establecidos.

La tarea diagnóstica es la actividad que permite identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes para abordar la unidad didáctica. Esta tarea busca evaluar en los estudiantes el nivel de conocimiento al emplear las reglas en el sistema de representación gráfico, el orden de los números naturales, análisis y solución de situaciones cotidianas que requieren el uso

de operaciones básicas con números naturales, la interpretación de información relacionada en tablas estadísticas e identificar situaciones reales o matemáticas que involucren números enteros.

Las cuatro tareas de aprendizaje se encuentran distribuidas para los dos objetivos. Las dos primeras “Carrera de los números enteros” y “Tu pasaje” están diseñadas para el alcance del primer objetivo y pretenden que el estudiante se familiarice con situaciones que involucran relaciones de orden con números relativos a partir de contextos reales y del juego como estrategia didáctica. Para el alcance del segundo objetivo se plantean las tareas “Ruleta en el casino” y “Línea del tiempo”. Las tareas están diseñadas a partir de situaciones contextualizadas de relaciones de orden estricto de los números enteros.

El examen final como tarea de evaluación está integrada por tres partes: el primer ítem, permite evaluar el alcance del objetivo uno a partir de situaciones con posiciones relativas al establecer las posiciones finales en un juego de un casino. Para el objetivo 2 se relacionan los dos últimos ítem, los cuales pretenden medir si un estudiante justifica la solución de problemas planteados desde el contexto del mundo real, en el que se utiliza el orden estricto de los números enteros.

La unidad didáctica concluye con una sesión donde se realiza la realimentación del examen y se establecen las conclusiones finales de todas las sesiones.

**Tabla 3**  
*Esquema general de la unidad didáctica*

Objetivo	Tarea	Sesión	Tiempo	Actividad
	Presentación de la unidad didáctica	1	105 minutos	Socialización de los objetivos y formatos.
	Tarea diagnóstica	2	105 minutos	Implementación de la tarea diagnóstica
	Realimentación de la prueba diagnóstica (conocimientos previos)	3	105 minutos	Socialización y corrección de los resultados obtenidos en la implementación de prueba diagnóstica
1	Tarea 1.1	4	105 minutos	Desarrollo de la tarea y diligenciar los formatos
	Carrera de los números enteros			
1	Tarea 1.2	5	105 minutos	Realimentación T1.1 y desarrollo de la tarea 1.2
	Tu pasaje			
2	Tarea 2.1	6	105 minutos	Presentación del objetivo y desarrollo de la tarea
	Ruleta en el casino			
2	Tarea 2.2	7	105 minutos	Realimentación T2.1 y desarrollo de la tarea 2.2
	Línea del tiempo			

Tabla 3  
*Esquema general de la unidad didáctica*

Objetivo	Tarea	Sesión	Tiempo	Actividad
1 y 2	Evaluación final	8	105 minutos	Implementación del examen final
	Cierre de la unidad didáctica	9	105 minutos	Realimentación de la evaluación final y cierre de la unidad didáctica

La unidad didáctica está estructurada en 9 sesiones de clase, con un tiempo estimado de 105 minutos cada una. La primera sesión corresponde a la presentación y socialización de los aspectos más relevantes de la unidad didáctica tales como los objetivos, el diario del estudiante y la metodología de evaluación que se aplicara. A continuación, en las sesiones dos y tres se proponen la implementación y realimentación de la tarea diagnóstica.

En las siguientes cuatro sesiones corresponden a la implementación y realimentación de las tareas de aprendizaje para ambos objetivos. Finalmente, en las sesiones ocho y nueve planteamos la implementación y realimentación del examen final; por último, el cierre de la unidad didáctica.

A continuación, presentamos de manera detallada las actividades propuestas para el desarrollo de la unidad didáctica; incluimos la tarea diagnóstica, las tareas de aprendizaje para los dos objetivos. Por último, el examen final.

## 2. TAREA DIAGNÓSTICA

La tarea diagnóstica es una tarea de evaluación que busca conocer de manera visible el nivel de conocimientos de los estudiantes en determinados temas (Romero, I. 2016. p. 286). En este caso, esperamos que los estudiantes dominen 11 conocimientos básicos que describimos en detalle en el anexo 4.

En el siguiente apartado presentamos la tarea diagnóstica como introducción a la aplicación de las tareas de aprendizaje. Esta actividad está compuesta por tres numerales; El primero busca emplear las reglas del sistema de representación gráfica al ubicar lugares en la recta numérica y la capacidad de hallar el cardinal y ordinal de un número. El segundo punto pretende identificar la capacidad de los estudiantes al analizar situaciones cotidianas que requieren el uso de operaciones básicas de suma, resta y multiplicación con números naturales. El tercer numeral indaga el uso de los números enteros en situaciones cotidianas.

### 2.1. Descripción de la tarea diagnóstica

La tarea diagnóstica planteada busca verificar el nivel de conocimientos previos de los estudiantes para el desarrollo de las tareas de aprendizaje del tema relación de orden con números enteros.

Los contextos de la tarea diagnóstica están relacionados con aspectos sociales, personales y científicos. Se plantea en el numeral 1 la ubicación de algunos lugares cotidianos que pueden encontrarse en una ciudad. En el numeral 2 se presenta una situación de compras con precios reales de una tienda de barrio estándar de una ciudad colombiana. Finalmente, en el numeral 3 se plantean situaciones reales en los que se pueden emplear los números enteros.

Además, la tarea diagnóstica permite evaluar el uso de las reglas en los sistemas de representación; gráfico al emplear la recta numérica con los números naturales, simbólica al realizar operaciones con números naturales, y tabular cuando los estudiantes usan tablas para organizar la información.

#### *Formulación de la tarea*

A continuación, presentamos como ejemplo el primer punto de la tarea diagnóstica para el tema de la relación de orden con los números enteros, la tarea diagnóstica completa se puede encontrar en el anexo 5.

Traza una recta numérica y ubica la posición de cada lugar

D: La droguería supermercado	H: El hospital C: El centro comercial	G: El colegio K: El parque	S: El R: Restaurante
T: Portal Trasmilenio			

- C se encuentra en la posición 0
- H se encuentra en la séptima posición
- K se encuentra en la décimo quinta posición
- D se encuentra en la tercera posición
- G se encuentra en la octava posición
- S esta ubicada en la décimo segunda posición
- R esta entre C y D
- T esta dentro de R y D

1.1 Escribe de derecha a izquierda y de izquierda a derecha como quedaron ordenados los lugares con su respectiva posición

#### *Errores en los que pueden incurrir los estudiantes al resolver la tarea*

Los estudiantes en el desarrollo de la tarea diagnóstica pueden incurrir en algunos errores relacionados con conocimientos previos. Para esto el profesor en la segunda sesión le proporciona ayudas que les permitan a los estudiantes superar dichos errores y consolidar los conocimientos previos. Por ejemplo, si los estudiantes representan la recta numérica omitiendo el cero o sin tener en cuenta que sus puntos son equidistantes (numeral 1 de la prueba), el profesor puede plantear la reflexión sobre estos aspectos como lo mostramos de manera más concreta en el anexo 6.

### *Sugerencias metodológicas*

Antes de la implementación de la tarea diagnóstica debemos tener impresa la guía junto con hojas blancas para todos los estudiantes. Durante la implementación de la tarea le sugerimos al docente tener en cuenta los siguientes aspectos. El primero es aclararles a sus estudiantes que el propósito de la tarea es indagar sobre los conocimientos que ellos necesitan para realizar las tareas de aprendizaje. El segundo aspecto es que se evalúe el interés mostrado por los estudiantes en el desarrollo de toda la tarea y no los procedimientos efectuados. El último aspecto es que en una sesión posterior se realice la realimentación de la tarea donde los estudiantes puedan explicar sus procedimientos en el tablero, especialmente en los que incurrieron en errores.

## 3. TAREAS DE APRENDIZAJE DEL OBJETIVO UNO

A continuación, presentamos las tareas de aprendizaje del objetivo uno, a partir de los elementos que las identifican. En el anexo 7 Fichas de las tareas del O \_1 se encuentra la estructura completa de las tareas de aprendizaje del primer objetivo.

### **3.1. Tarea 1.1 La carrera de los números enteros**

La tarea permite a los estudiantes familiarizarse con el orden de los números enteros, a partir del concepto de número relativo en situaciones que involucran avances y retrocesos según los resultados obtenidos con el material propuesto para la actividad. La actividad 1.1 se ha planteado a partir del juego como herramienta de interés para los estudiantes.

#### *Requisitos de la tarea*

La tarea tiene como requisito identificar posiciones de avances y retrocesos, además de ubicar los resultados obtenidos en el tablero. También, el manejo de los sistemas verbal, pictórico, gráfico (recta numérica) y tabular (tablas estadísticas) permitirá representar los movimientos de avances y retrocesos obtenidos en cada lanzamiento de dados.

La tarea está planteada a partir del juego, por tal motivo, es necesario que los estudiantes tengan la capacidad de desarrollar actividades en grupo, además, la facilidad de socializar los resultados de manera efectiva.

#### *Aportes de la tarea a los objetivos de aprendizaje*

La tarea permite identificar el orden de los números enteros como números relativos a partir de los movimientos de avance y retroceso. Los estudiantes deben emplear los sistemas de representación para registrar los puntos obtenidos en cada lanzamiento de dados y, de esta manera, ordenar las posiciones finales de los jugadores. En ese sentido, la tarea contribuye al alcance del objetivo uno en la medida en que los estudiantes deben identificar el orden de los números enteros a través de situaciones relativas.

#### *Formulación de la tarea*

La Carrera de los números enteros es un juego que consiste en realizar desplazamientos a partir del lanzamiento de dos dados: uno de color rojo y otro de color azul. El color azul re-

presenta los avances y el color rojo representa los retrocesos. Cada jugador contará con seis lanzamientos. El ganador del juego será el participante que se acerque más a la meta.

- Deben conformar grupos de cuatro personas y tener las siguientes reglas de juego.
- Cada vez que se realice un lanzamiento, el jugador debe registrar el número y el color de cada dado en su hoja. De lo contrario, el jugador no podrá mover su ficha.
- Antes de mover la ficha en el tablero, el jugador debe decir en voz alta cuántos lugares hay que avanzar y retroceder. Cada uno de los jugadores debe registrar en la hoja los movimientos realizados y la posición final. De lo contrario, ninguno de los jugadores podrá mover las fichas.
- Si el jugador se equivoca deberá retroceder tres lugares
- El grupo debe determinar la posición final de los jugadores y comparar los resultados obtenidos con sus compañeros.
- ¿Quién fue el ganador del juego?

#### *Conceptos y procedimientos implicados en la tarea*

La tarea carrera de los números enteros permite reconocer el orden relativo en los números enteros cuando los estudiantes identifican que las posiciones antes de la salida son menores que los desplazamientos que se realizan después del punto de salida, también en los retrocesos reconoce que el mayor corresponde a la posición más cerca al punto de salida.

#### *Sistemas de representación que se activan*

La tarea 1.1 permite que el estudiante decida la aplicación de un sistema de representación (verbal, pictórico, gráfico y tabular) al momento de registrar los movimientos de avances y retrocesos obtenidos en cada lanzamiento con los dados.

#### *Contextos PISA en los que se sitúa la tarea*

La tarea 1.1 se sitúa en el contexto personal de PISA, porque la situación de juego motiva a los estudiantes a participar de la tarea identificando el orden relativo de los números enteros a partir de avances y retrocesos.

#### *Materiales y recursos*

Para la aplicación de la tarea 1.1 es necesario el uso de recursos tangibles como un par de dados cada uno con tres caras de color azul y tres caras de color rojo, cuatro fichas de parques de diferente color. Además, se utiliza como material un tablero con casillas en blanco en forma de espiral que tiene el mismo número de casillas a la derecha e izquierda de la meta para que los estudiantes realicen con las fichas los movimientos de avance y retrocesos. En el anexo 8 se presenta la propuesta del tablero de la carrera de los números enteros. También se requiere el uso de una hoja cuadriculada por cada estudiante y lápices de colores para registrar las posiciones de cada lanzamiento.

### *Agrupamiento*

La tarea está planteada a partir del juego y requieren una organización en grupos de mínimo cuatro estudiantes. Esto permite a los estudiantes determinar la posición final de los jugadores a partir del orden relativo de los números enteros. También, posibilita comparar y argumentar el orden de los cuatro jugadores al momento de socializar los resultados dentro del grupo y al curso en general. Cabe aclarar que la socialización se realiza en pequeños grupos (al interior de los grupos) y de manera general (a todos los grupos de clase), con el apoyo continuo del docente.

### *Interacción.*

En un primer momento, los estudiantes deben leer y analizar el planteamiento de la tarea en forma colectiva y después resolverán las dudas que surjan en el tránscurso de la actividad con el docente. En la parte final de la tarea, se comparten experiencias con la moderación del docente y la participación de todo el curso.

### *Temporalidad.*

La tarea está pensada para una sesión de 105 minutos, los primeros 5 minutos se realiza la organización del grupo, luego se presenta las intenciones del objetivo y explica la manera de diligenciar el diario del estudiante (10 minutos). Después se organiza el salón en grupos de 4 personas y se explica la tarea (10 minutos). A continuación, se desarrolla la tarea en un tiempo de 50 minutos aproximadamente, luego se socializan los resultados de la tarea y se diligencia el diario del estudiante (30 minutos).

### *Grafos de criterios de logro de la tarea*

En la figura 4 presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea 1.1. Los rectángulos en el grafo contienen cada uno de los procesos que los estudiantes pueden realizar al resolver la tarea

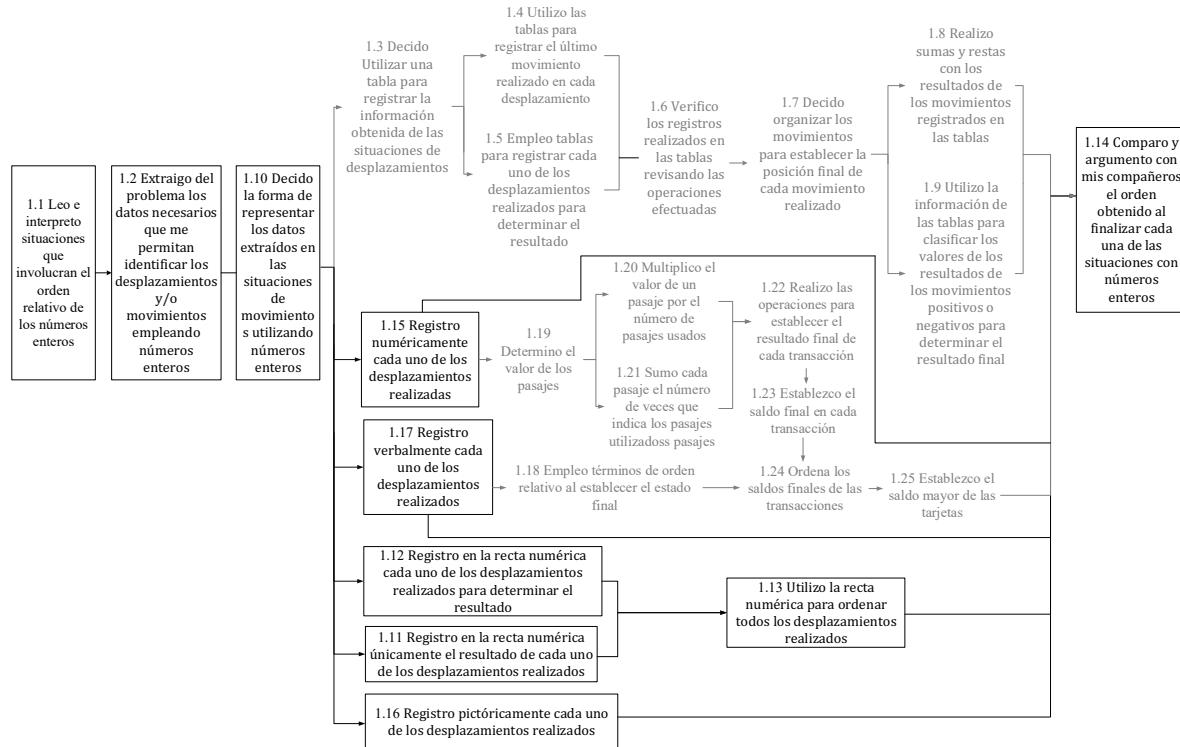


Figura 4. Grafo de criterios de logro de la tarea 1.1

La tarea 1.1 inicia cuando el estudiante lee e interpreta las instrucciones y las reglas del juego, luego decide la forma de registrar los avances y retrocesos utilizan un sistema de representación que puede ser pictórico, numérico tabular o en la recta numérica para determinar la posición de los jugadores en cada partida. Finalmente, los estudiantes ordenan y comparan la posición final de los cuatro jugadores y definen el ganador.

#### *Errores en los que puede suceder el estudiante y ayudas*

Los estudiantes en el desarrollo de la tarea 1.1 pueden suceder en el error de confundir los colores de los dados para los avances y retrocesos, en este sentido, el profesor puede intervenir recordando el color para los avances y los retrocesos. También, los estudiantes podrían realizar movimientos en sentido contrario al indicado por los dados. El docente se encarga de proponer las ayudas para superar las dificultades, estas consisten en formular preguntas como ¿la información de los dados corresponde a la registrada en la hoja? o ¿La representación utilizada es la misma que la registrada por los dados? En el anexo 9 presentamos el listado de errores en que puede suceder un estudiante; además, ayudas que el profesor puede brindar para la superación de estas dificultades.

#### *Actuación del profesor*

Para iniciar la aplicación de la tarea sugerimos que el profesor realice la lectura de la tarea con el grupo completo de clase y permita que los estudiantes enuncien la información importante para la solución. También, el profesor puede realizar preguntas orientadoras para facilitar la

comprensión de la situación en el contexto, como por ejemplo ¿qué indica el color de cada dado? o ¿hacia qué dirección me debería mover de acuerdo con el color de los dados? Asimismo, el profesor debe explicar cómo utilizar los recursos que se emplearán durante el desarrollo de la tarea. El profesor debe revisar de manera constante el trabajo individual y los grupos de trabajo para constatar que todos participen en el juego y recordar a todos los estudiantes el rol de veedores que tiene en cada grupo al momento de registrar la posición final en cada partida. En la puesta en común se sugiere que el docente modere la intervención de cada uno de los grupos.

#### *Sugerencias metodológicas*

Para la implementación de la tarea carrera de los números enteros es necesario que se prepare y organice todo el material necesario para el desarrollo de la actividad. También, es importante que el profesor mencione el primer objetivo de aprendizaje y la meta de la tarea.

Otro aspecto importante para el desarrollo de la tarea es conservar el agrupamiento en los estudiantes que permita participar del juego y comparar las posiciones finales de los jugadores; además, es necesario verificar que cada estudiante registre en la hoja el nombre y los desplazamientos de todos los integrantes del grupo

#### *Evaluación*

El profesor puede evaluar el alcance del objetivo mediante la observación del desarrollo de cada grupo y utilizar los criterios de evaluación propuestos en el diario del profesor que le permite registrar en el semáforo el desempeño general de los grupos. En el anexo 13 se encuentra el ejemplo del diario del profesor para la T1.1.

Para la evaluación de la tarea, es importante que el docente revise las hojas de registro de cada integrante del grupo, que debe dar cuenta del procedimiento empleado en el desarrollo de la tarea.

### **3.2. Tarea 1.2 Tu pasaje**

Definimos la tarea “Tu pasaje” como segunda actividad para el alcance del objetivo uno. La tarea está planteada desde un contexto del mundo real, que permite a los estudiantes identificar el orden relativo de los números enteros, a partir del haber y tener en las tarjetas del sistema integrado de transporte público.

#### *Requisitos de la tarea*

Para desarrollar la tarea “Tu pasaje”, es necesario que los estudiantes identifiquen el orden de los números naturales y realicen operaciones de suma, resta y multiplicación con números positivos. También es necesario el uso de los sistemas de representación verbal, numérica y tabular (tablas estadísticas) como elemento para representar las trasferencias realizadas en cada tarjeta.

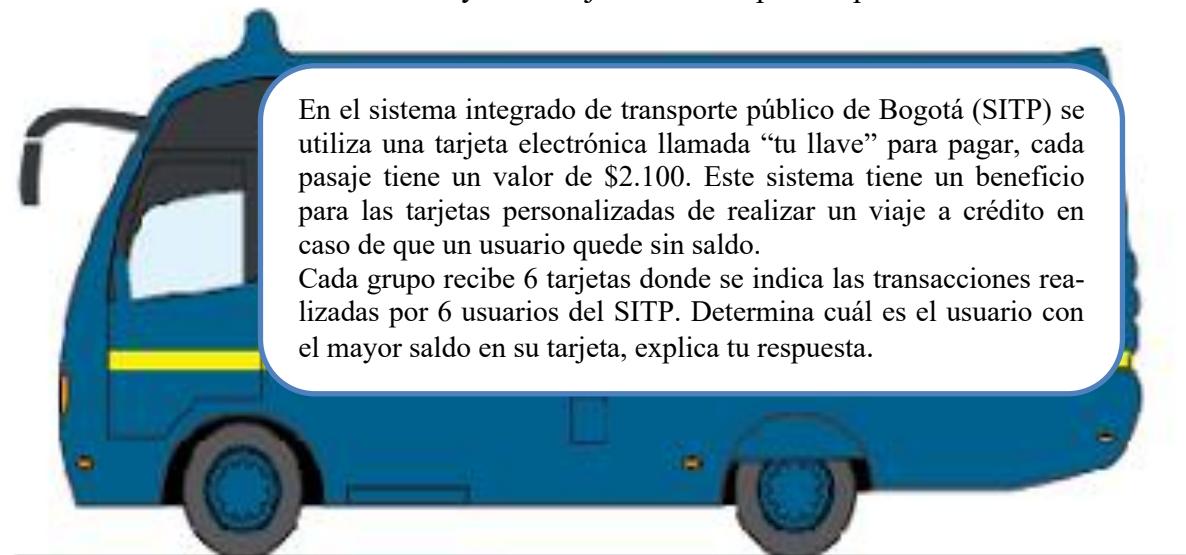
#### *Aportes de la tarea a los objetivos de aprendizaje*

La tarea 1.2 permite identificar el orden de los números enteros como número relativo a partir de las trasferencias realizadas en los pasajes de seis usuarios. Esta tarea de aprendizaje privilegia la representación verbal al emplear términos de deber y tener para establecer el estado final de cada

usuario. De esta manera, la tarea contribuye al alcance del objetivo uno cuando los estudiantes identifican el orden de los números enteros a través de situaciones propias de su contexto.

#### *Formulación de la tarea*

El docente entrega a cada grupo la silueta de un bus con el enunciado de la situación y seis tarjetas tu llave que indica el usuario, el saldo inicial y el número de pasajes utilizados. En el anexo 14 se encuentra la silueta del SITP y las 6 tarjetas tu llave para imprimir.



*Figura 5. Formulación de la tarea 1.2*

#### *Conceptos y procedimientos implicados en la tarea*

La tarea 1.2 “Tu pasaje” permite reconocer el orden relativo en los números enteros. Este concepto lo podemos identificar con los saldos de la tarjeta; el saldo es favorable si el resultado es positivo para el pasajero, y el deber como el saldo de los viajes a crédito. Además, los estudiantes identifican que las deudas siempre serán menores en relación con el saldo a favor que se tiene en las tarjetas. Otro concepto de orden en los números enteros que se puede abordar al momento de comparar dos saldos negativos diferentes cuando el estudiante identifica el mayor de los dos en aquel que tiene el menor valor absoluto<sup>2</sup>.

#### *Sistemas de representación que se activan*

La tarea tu pasaje permite que los estudiantes empleen el sistema de representación verbal, numérico o tabular al registrar las deudas y el saldo a favor en cada trasferencia.

<sup>2</sup> El valor absoluto entendido como la distancia entre cualquier número  $a$  y el cero. Si  $a$  es un número real, entonces el valor absoluto de  $a$  es  $|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$  Stewart (2001. P. 10)

### *Contextos PISA en los que se sitúa la tarea*

La tarea 1.2 se sitúa en el contexto personal de PISA, porque corresponde a una situación vivenciada a diario por los usuarios de transporte público.

### *Materiales y recursos*

Para la aplicación de la tarea 1.2, es necesario el uso de materiales como son, las fichas de las tarjetas, que representan los pasajes de cada usuario. También se requiere el uso de una hoja cuadriculada por cada estudiante, lápiz negro para registrar las operaciones y el saldo final de cada tarjeta. Además, se sugiere para la formulación de la tarea emplear la silueta del bus con el enunciado de la situación porque ubica a los estudiantes en el contexto y los motiva a resolverla.

### *Agrupamiento e interacción*

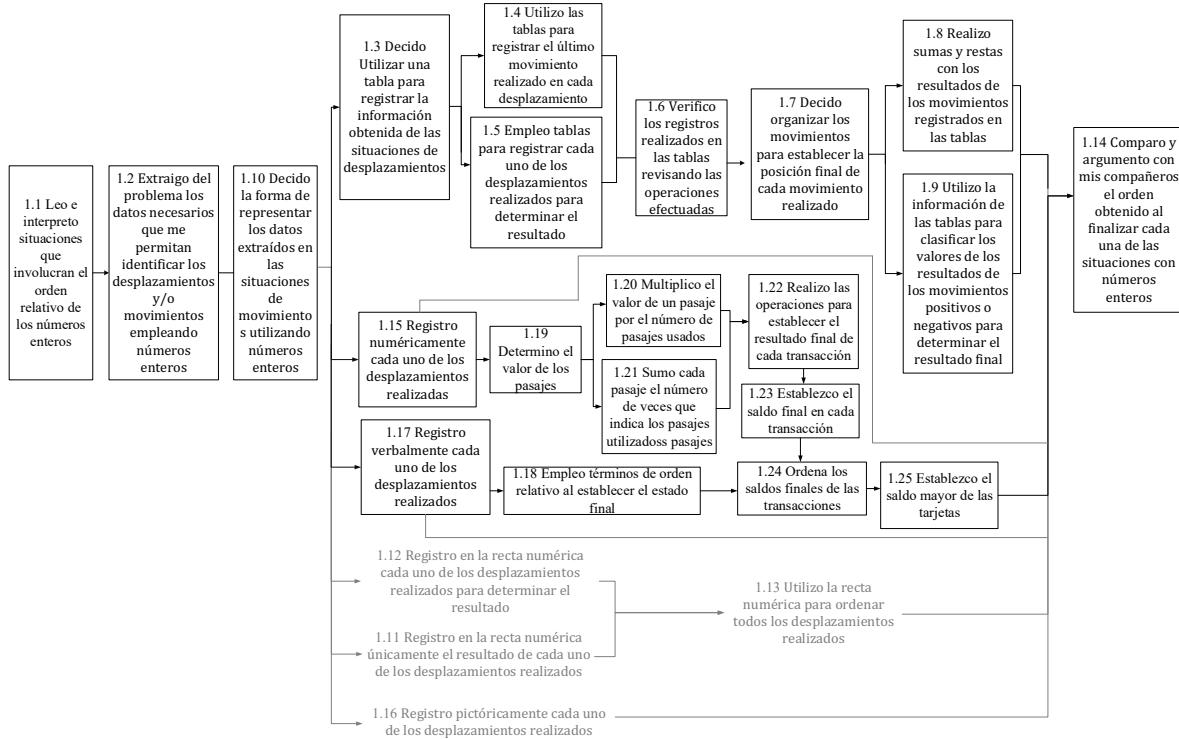
Para la aplicación de la tarea, se sugiere realizar grupos de seis estudiantes. Este agrupamiento permite la interacción entre los estudiantes al intercambiar las tarjetas con los compañeros del grupo de tal forma que cada uno halle aleatoriamente el saldo de cada usuario. También permite ordenar y comparar los saldos finales de cada tarjeta entre los integrantes del grupo y argumentar el mayor saldo de los seis usuarios a sus compañeros de curso.

### *Temporalidad*

El tiempo considerado para desarrollar esta tarea es de 105 minutos. Los primeros 5 minutos se realiza la organización del grupo, en los siguientes 15 minutos se hace la realimentación de la tarea 1.1. En los 60 minutos siguientes los estudiantes desarrollan la tarea, comparan los resultados, unifican como grupo las respuestas y argumentan el orden obtenido. Por último, los estudiantes desarrollan el diario en los siguientes 15 minutos y se realiza el cierre de la actividad (10 minutos).

### *Grafos de criterios de logro de la tarea*

En la figura 6, presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea 1.2. Los rectángulos de la parte superior del grafo contienen cada uno de los procesos que los estudiantes pueden realizar al resolver la tarea.



*Figura 6. Grafo de criterios de logro de la tarea 1.2*

La tarea inicia cuando cada grupo lee e interpreta la situación de orden relativo con números enteros. Despues los estudiantes extraen los datos del enunciado y deciden la forma (numérica, verbal o tabular) de representar la información. Con la información extraída, los estudiantes plantean operaciones con números naturales que le permita hallar los saldos a favor y en contra de cada tarjeta. Luego aplicando las reglas del sistema seleccionado para ordenar los saldos finales de cada transacción. Finalmente, compara con sus compañeros y justifica el mayor saldo de las tarjetas.

#### *Errores en los que puede suceder el estudiante y ayudas*

Los estudiantes pueden suceder en algunos errores al momento de desarrollar la tarea, que impedirá avanzar o hallar la solución correcta de la actividad. En este momento, el profesor puede intervenir proporcionando ayudas a los estudiantes que le permitan continuar con el desarrollo de la tarea. En el anexo 9 presentamos, el listado de algunos errores en los que pueden suceder los estudiantes con su respectiva ayuda. Debemos tener presente que las ayudas se pueden dar a partir de una pregunta, una sugerencia, o la comparación de su trabajo con sus compañeros. La intención es brindarle herramientas para continuar la actividad y llegar a la solución.

Unos de los errores en los que pueden suceder los estudiantes es omitir uno o más datos al momento de registrar la información de las fichas en una tabla. Ante esto el profesor puede intervenir preguntando ¿la información registrada en la tabla incluye todos los datos planteados en la situación?

También, los estudiantes podrían omitir el término haber o deber en los resultados de las operaciones de suma y resta con cantidades relativas; la ayuda que proponemos para superar este error es interrogar a los estudiantes sobre qué representa el resultado final de la operación.

#### *Actuación del profesor*

El profesor entrega la formulación de la tarea en la silueta del bus para contextualizar y motivar a los estudiantes. También es necesario entregar las seis tarjetas a cada uno de los grupos. Cada integrante determina el saldo de un usuario e intercambia su tarjeta con sus compañeros de grupo de tal forma que los seis estudiantes determinen el saldo final de todas las tarjetas.

Durante la implementación, sugerimos que el docente oriente la actividad por medio de la observación a cada uno de los grupos para poder evidenciar el alcance del objetivo y registrar la información en el diario del profesor. Además, el docente modera la intervención de cada grupo cuando argumente el orden establecido.

#### *Sugerencias metodológicas*

Para la implementación de la tarea “Tu pasaje”, es importante organizar el material necesario para su desarrollo. También es importante conservar el agrupamiento de seis estudiantes para distribuir de forma equitativa las tarjetas, otro aspecto a tener en cuenta es verificar que cada estudiante escriba en la hoja el nombre de todos los integrantes del grupo y registre los procesos que desarrolle para ordenar el saldo de las tarjetas.

#### *Evaluación*

El profesor puede evaluar el alcance del objetivo mediante la observación del trabajo de cada grupo y utilizar los criterios de evaluación propuestos en el diario del profesor que le permita registrar en el semáforo el desempeño general de los grupos. En el anexo 13 se encuentra el ejemplo del diario del profesor para la T1.2.

Para la evaluación de la tarea, es importante que el docente revise las hojas de registro de cada integrante del grupo que debe dar muestra del procedimiento empleado en el desarrollo de la tarea.

## 4. TAREAS DE APRENDIZAJE DEL OBJETIVO DOS

A continuación, presentamos las tareas de aprendizaje del objetivo dos, a partir de los elementos que las identifican. En el anexo 10 Fichas de las tareas del O\_2 se encuentra la estructura completa de las tareas de aprendizaje del objetivo dos.

### **4.1. Tarea 2.1 Ruleta en el casino**

La tarea permite a los estudiantes familiarizarse con el orden de los números enteros, a partir del concepto de número con signo (número entero). Se desarrolla a partir de situaciones que involucran pérdidas y ganancias según los resultados obtenidos con el material propuesto para la actividad. La tarea 2.2 se ha planteado a partir del juego como herramienta de interés para los estudiantes.

### *Requisitos de la tarea*

La tarea tiene como requisito identificar pérdidas y ganancias a partir del registro de los resultados obtenidos al girar una ruleta. También, el manejo de los sistemas numérico y tabular (tablas estadísticas) que permitirá representar las pérdidas o ganancias obtenidas en cada giro de la ruleta.

La tarea está planteada a partir de la incertidumbre del azar, por tal motivo, es necesario que los estudiantes tengan la capacidad de desarrollar actividades en grupo, además la facilidad de compartir sus resultados sin inconvenientes.

### *Aportes de la tarea a los objetivos de aprendizaje*

La tarea permite identificar el orden de los números enteros utilizando los signos negativos y positivos para representar las pérdidas y ganancias. La Ruleta en el casino plantea reglas que propician el empleo de un sistema de representación numérico o tabular para registrar las pérdidas o ganancias en cada giro de la ruleta y establecer el resultado final de cada jugador utilizando el registro realizado en cada movimiento.

Finalmente, cada jugador ordenar las posiciones finales de los participantes de acuerdo a sus resultados. De esta manera, la tarea contribuye con el segundo objetivo, cuando los estudiantes solucionan una situación del mundo real (resultados de apuestas) y empleen un sistema de representación para registrar el orden obtenido.

### *Formulación de la tarea*

El docente entrega a cada grupo de cuatro estudiantes una hoja con la siguiente información:

*Ruleta en el Casino es un juego que consiste en hacer girar una ruleta que consta de trece casillas. Las casillas azules representan números positivos (ganancia), las casillas rojas representan números negativos (pérdida) y la casilla verde representa el número cero. Al caer en una casilla específica de la ruleta, el jugador recibirá una ficha que tendrá el mismo valor de la casilla (ver figura 7). Por ejemplo, si el jugador cae en la casilla azul +1 entonces recibirá una ficha marcada con un +1. Cada jugador podrá girar 10 veces la ruleta. Por cada giro, los jugadores deben registrar el resultado obtenido en la guía de trabajo. Una vez todos los jugadores hayan completado los 10 giros, cada uno deberá registrar el resultado total obtenido. El ganador será el participante que obtenga el mayor resultado. ¿Cómo puedes determinar el ganador para cada partida de la ruleta? Debes justificar los procesos empleados y los resultados obtenidos.*



*Figura 7. Ruleta y fichas de la tarea 2.1*

La figura 7 nos muestra la estructura de la ruleta y las fichas que se van a implementar en la actividad. En el material resaltamos en color el signo de los números enteros que actúan dentro de la tarea de aprendizaje.

#### *Conceptos y procedimientos implicados en la tarea*

La tarea Ruleta en el casino permite reconocer el orden estricto de los números enteros. Asimismo, es importante que el estudiante emplee procedimientos de adición con números enteros para ordenar los resultados de los jugadores y, de esta manera, determinar el ganador.

#### *Sistemas de representación que se activan*

La tarea 2.1 permite que el estudiante utilice para su solución un sistema de representación (numérico o tabular) al momento de registrar las pérdidas ganancias obtenidas al girar la ruleta.

#### *Contextos PISA en los que se sitúa la tarea*

La tarea 2.1 se sitúa en el contexto personal de PISA, puesto que involucra a los estudiantes en una situación real de juego con apuestas en donde ellos identifican el orden estricto de los números enteros con su signo a partir de fichas positivas (ganancias) y negativas (perdidas). Este tipo de juegos motiva a los estudiantes a participar activamente en la tarea.

#### *Materiales y recursos*

Para la aplicación de la tarea 2.1, consideramos necesario el uso de materiales tangibles que corresponden a una ruleta y a fichas similares a las que se emplean en un casino. La ruleta debe contener casillas intercaladas de colores azul y rojo. Es posible usar otro tipo de colores, pero es importante que los dos colores empleados se puedan diferenciar. Un color debe representar los números positivos que van del +1 al +6 y el otro color representará los números negativas que

van del -1 al -6. La casilla sobrante debe ir con otro color y representará el número cero (ver figura). También es necesario el uso de una hoja blanca para cada estudiante, así como lápices para registrar el resultado de cada movimiento de la ruleta.

#### *Agrupamiento*

El contexto de la tarea requiere una organización en grupos de mínimo cuatro estudiantes, los cuales deben realizar acuerdos sobre como registrar las pérdidas y ganancias para determinar el ganador, también los integrantes del grupo deben verificar que cada jugador tome las fichas que le corresponden según los puntos obtenidos y registran la información de manera individual. Finalmente, justifican y argumentan como grupo los resultados obtenidos.

#### *Interacción.*

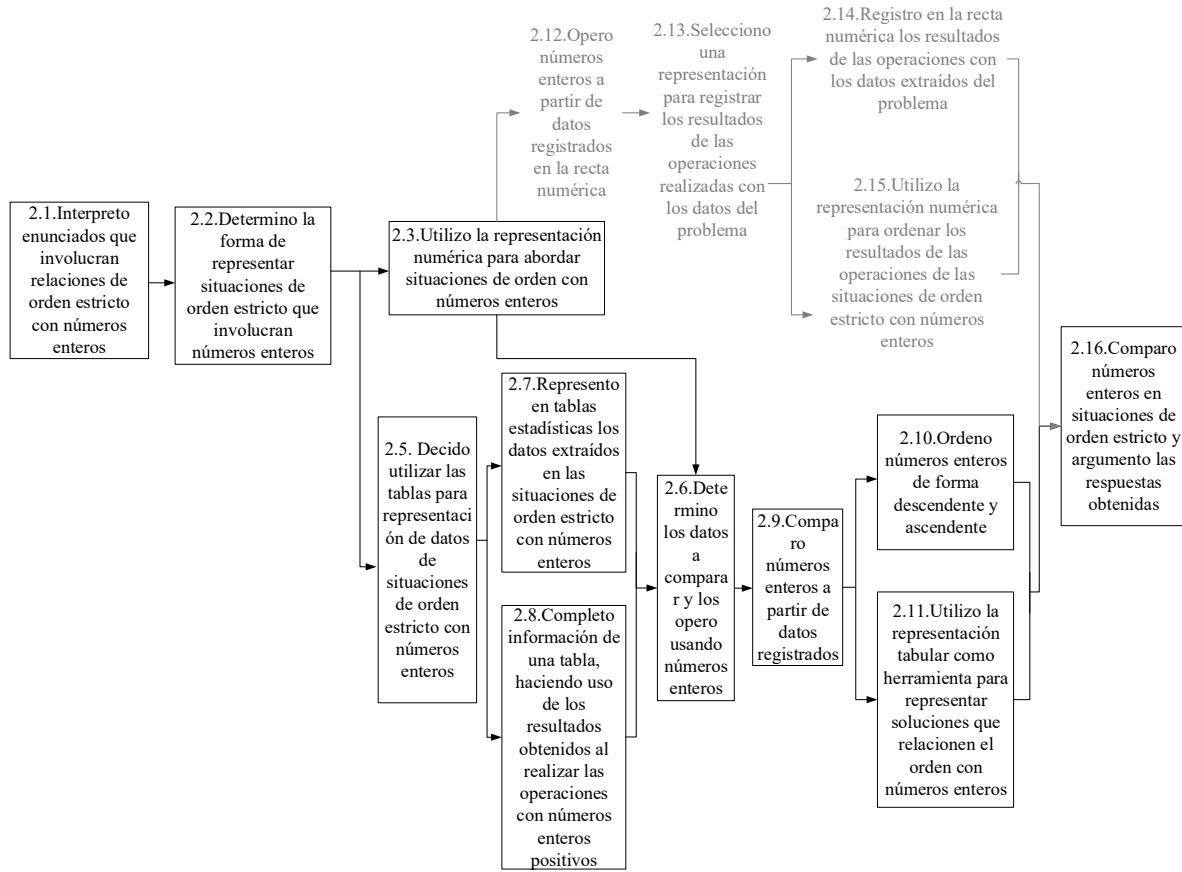
En principio, los estudiantes reciben instrucciones del docente, luego deben leer y analizar el planteamiento de la tarea de forma colectiva para generar acuerdos entre ellos; durante la tarea los estudiantes resolverán dudas con el docente. En la parte final de la tarea habrá una puesta en común con la vocería de un estudiante de cada grupo y la moderación del docente.

#### *Temporalidad.*

La tarea se desarrolla en un tiempo de 105 minutos; los primeros 15 minutos se realiza la organización del salón en grupos de 4 estudiantes, luego se realiza la realimentación de la tarea T1.2 en aproximadamente 15 minutos. Se hace la presentación del objetivo y se explica la tarea en unos 15 minutos. El desarrollo de la tarea toma aproximadamente 50 minutos. Por último, se socializa el orden obtenido como actividad de cierre, para ello, se destina un tiempo aproximado de 25 minutos.

#### *Grafos de criterios de logro de la tarea*

En la figura 8 presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea 2.1. Los rectángulos en el grafo contienen cada una de las estrategias o procesos que los estudiantes pueden realizar al resolver la tarea.



*Figura 8. Grafo de criterios de logro de la tarea 2.1*

La tarea 2.1 inicia cuando el estudiante lee e interpreta las instrucciones y condiciones del juego de la ruleta en el casino, luego decide la forma de registrar las ganancias o pérdidas utilizando un sistema de representación que puede ser numérico o tabular para determinar a través de operaciones con enteros el saldo de los jugadores, finalmente ordena los resultados obtenidos para determinar el ganador y justifica los resultados.

#### *Errores en los que puede suceder el estudiante y ayudas*

Los estudiantes pueden suceder en algunos errores al momento de desarrollar la tarea, esto implica que no puedan avanzar o determinar la solución correcta. Allí, el profesor puede intervenir brindando ayuda a los estudiantes para continuar con el desarrollo de la tarea. En el anexo 11 presentamos el listado de errores con las ayudas que el profesor puede brindar para superar las dificultades.

Por ejemplo, los estudiantes pueden suceder en el error de identificar solamente números naturales en la ruleta o las fichas (E28), confundirse con los colores, omitir datos (E2) o alterarlos (E23), y para ello, las ayudas propuestas son: recordarles a los estudiantes que la ruleta tiene valores positivos y negativos, preguntarles si tuvieron en cuenta el signo al hacer las operaciones, y sugerirles que verifiquen la información que están registrando.

### *Actuación del profesor*

Para iniciar la aplicación de la tarea sugerimos que el profesor indique a los estudiantes la forma como se va a organizar el salón, se realice la explicación de la tarea y del uso de los materiales necesarios que les permita abordar la actividad. Durante la implementación, proponemos que el profesor interactúe de forma grupal e individual. La interacción grupal se da cuando el profesor recuerda a todo el curso el rol de veedores que tiene cada integrante al momento de registrar las pérdidas o ganancias de cada jugador.

El profesor interactúa de manera individual cuando realiza las observaciones a cada grupo para identificar los errores en los que incurren los estudiantes y utilizar las ayudas que les permitan avanzar en el desarrollo de la tarea. En la puesta en común se sugiere que el docente modere la intervención de cada uno de los voceros de los grupos.

### *Sugerencias metodológicas*

Para la implementación de la tarea Ruleta en el casino es importante que se prepare y organice todo el material necesario para el desarrollo de la actividad. También, es importante en los estudiantes conservar un agrupamiento que les permita participar del juego y comparar los estados de pérdidas o ganancias registrados entre ellos, otro aspecto importante es verificar que cada estudiante registre en la hoja su nombre y todos sus resultados en cada movimiento de la ruleta.

### *Evaluación*

El profesor puede evaluar el alcance del objetivo mediante la observación del desarrollo de cada grupo y utilizar los criterios de evaluación propuestos en el diario del profesor que le permita registrar en el semáforo el desempeño general de los grupos. En el anexo 13 se encuentra el ejemplo del diario del profesor para la T2.1.

Para la evaluación de la tarea, es importante que el docente revise las hojas de registro de cada integrante del grupo que debe dar cuenta del procedimiento empleado en el desarrollo de la tarea.

## **4.2. Tarea 2.2 Línea del tiempo**

Con esta tarea pretendemos que los estudiantes resuelvan situaciones en el que se aplique el orden estricto de los números enteros empleando la recta numérica para registrar, ordenar y comparar fechas de acontecimientos ocurridos antes y después de nuestra era.

### *Requisitos de la tarea*

La tarea tiene como requisito identificar los números enteros en situaciones de orden estricto. Para desarrollar la tarea es necesario que los estudiantes realicen operaciones de adición con números enteros que les permitan hallar las fechas de los acontecimientos históricos. Otro requisito para abordar la tarea es el manejo del sistema de representación gráfico (recta numérica) como elemento para ubicar y ordenar los hechos históricos.

### *Aportes de la tarea a los objetivos de aprendizaje*

La tarea 2.2 permite identificar el orden estricto de los números enteros a partir de acontecimientos históricos. La tarea Línea del tiempo permite identificar y ordenar cantidades positivas y ne-

gativas al establecer la época en la que ocurrió el evento histórico. Además, esta tarea permite emplear un sistema de representación para ubicar cronológicamente los eventos ocurridos antes y después de nuestra era.

#### *Formulación de la tarea*

En clase de sociales el profesor expone varios hechos históricos ocurridos antes y después del nacimiento de Cristo. Para la presentación el profesor utiliza 11 tarjetas que contiene información importante de la época en la cual ocurrió el evento. Representa todos los hechos históricos de tal manera que se puede determinar la fecha exacta de cada uno de ellos y justifica la respuesta.

#### *Conceptos y procedimientos implicados en la tarea*

La tarea línea del tiempo permite reconocer el orden en los números enteros a partir de situaciones de orden estricto. Los estudiantes al desarrollar la tarea 2.2 reconocen el orden estricto cuando hallan las fechas de los hechos históricos e identifican que los eventos ocurridos antes del nacimiento de Cristo corresponden a los números enteros negativos y se ubican en la recta numérica a la izquierda del cero y los eventos ocurridos después de la edad de Cristo se representan con los números enteros positivos y se ubican en la recta numérica a la derecha del cero.

#### *Sistemas de representación que se activan*

El desarrollo de la tarea 2.2 permite que el estudiante decida la aplicación de un sistema de representación (gráfico o numérico) al hallar las fechas en que ocurrieron los eventos históricos y ordenarlos cronológicamente.

#### *Contextos PISA en los que se sitúa la tarea*

La tarea 2.2 se sitúa en el contexto social de PISA, porque la situación requiere ordenar cronológicamente hechos ocurridos a lo largo de la historia. Al ordenar los hechos históricos los estudiantes deben emplear los números enteros a partir del concepto del orden estricto.

#### *Materiales y recursos*

Los materiales necesarios para esta actividad son las fotocopias con el enunciado de la tarea que serán entregados a cada uno de los estudiantes, este material les permite el análisis de la situación. También se entregará a cada grupo once fichas con las imágenes de los hechos históricos, donde se incluye la fecha de referencia como es el nacimiento de Cristo (En el anexo 16 se encuentran las 11 fichas de los hechos históricos que se puede imprimir). Este material permite a los estudiantes leer la pista que le permite extraer datos conocidos para plantear la operación y hallar la fecha en que ocurrió el evento, así como ordenarlos cronológicamente.

También es necesario el uso de una hoja como recurso para desarrollar las operaciones. Estos materiales y recursos serán entregados a los estudiantes por parte de los docentes, dado que son muy sencillos de elaborar y representan un bajo costo.

### *Agrupamiento.*

Para desarrollar la tarea 2.2 se propone que los estudiantes estén organizados en grupo de tres para que lean la situación, realicen adiciones para encontrar la fecha en que ocurrió cada hecho y lo relaciona con un número entero ya sea negativo o positivo de acuerdo con la época en la que ocurrió el evento histórico, después deciden utilizar un sistema de representación que les permita ordenar los hechos históricos. Finalmente, justifican y argumentan con otros grupos los resultados obtenidos.

### *Interacción*

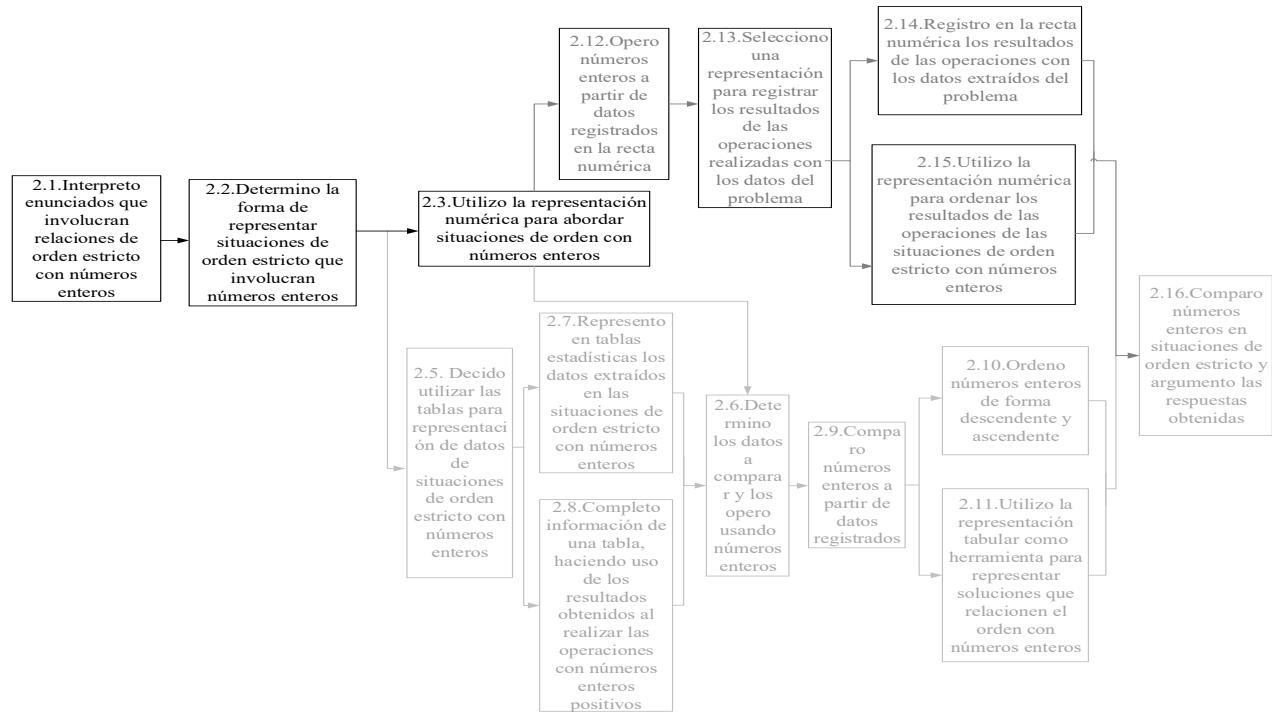
La comunicación e interacción se dará entre estudiante- estudiante al momento de realizar las actividades en grupo como analizar la información de las fichas históricas, así como al proponer operaciones para halla la fecha y al ordenar las fichas cronológicamente, también se da una comunicación entre estudiantes y profesor al generar inquietudes como grupo, en este momento el docente orientará a los integrantes para hallar la solución. En la parte final de la tarea, se comparan los resultados obtenidos y comparten experiencias con la participación de todo el curso.

### *Temporalidad.*

La tarea está pensada para una sesión de 105 minutos, en los primeros 5 minutos se organizan el salón y en los siguientes 15 minutos se realiza la realimentación de la tarea 2.1 ruleta. Después se organizan los estudiantes en grupos de 3 personas y se entrega la formulación y las fichas de los hechos históricos (10 minutos). A continuación, se desarrolla la tarea en un tiempo de 50 minutos aproximadamente, finalmente se socializan los resultados de la tarea y se diligencia el diario del estudiante (25 minutos).

### *Grafo de criterios de logro de la tarea*

En la figura 9 presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea 2.2. Los rectángulos en el grafo contienen cada uno de los procesos que los estudiantes pueden realizar al resolver la tarea



*Figura 9. Grafo de criterios de logro de la tarea 2.2*

La tarea 2.2 inicia cuando el estudiante lee e interpreta la situación, luego decide la forma de registrar la información. Despues emplea la representación numérica para realizar las adiciones que le permitan hallar las fechas de los hechos históricos. Luego decide emplear un sistema de representación para ordenar las fechas de los hechos históricos, finalmente comparan y justifican las respuestas obtenidas.

#### *Errores en los que puede suceder el estudiante y ayudas*

Los estudiantes al desarrollar la tarea es posible que incurran en algunos errores que les impida hallar la fecha exacta de los acontecimientos históricos, en este momento el profesor puede intervenir sugiriendo a los estudiantes establecer la fecha del nacimiento de cristo como referencia para poder determinar los demás.

Otro error en el que pueden suceder los estudiantes al ordenar los acontecimientos históricos es ubicar los números enteros negativos a la derecha del cero en la recta numérica, al presentarse este error el profesor recuerda a los estudiantes tomar como referencia a el nacimiento de cristo y ubicar a la derecha los hechos posteriores y a la izquierda los anteriores. En el anexo 11 presentamos el listado de algunos errores en los que pueden suceder los estudiantes con su respectiva ayuda.

### *Actuación del profesor*

Para iniciar la aplicación de la tarea se sugiere que el profesor indique a los estudiantes el agrupamiento, haga entrega de la formulación, las once fichas con las imágenes de los hechos históricos a cada grupo que les permita hallar las fechas de los acontecimientos. Durante la implementación se sugiere que el profesor interactúe con cada uno de los grupos para identificar los errores en los que incurren los estudiantes y brinde las ayudas necesarias que les permita continuar con las tareas. En la puesta en común se sugiere que el docente modere la intervención de cada uno de los grupos y unifique criterios que les permitan establecer la fecha exacta de cada acontecimiento.

### *Sugerencias metodológicas*

Para la implementación de la tarea línea del tiempo es importante que se prepare y organice las once fichas de los acontecimientos históricos, teniendo en cuenta que este material puede ser utilizado por los estudiantes para registrar la fecha del acontecimiento y emplearlo al momento de establecer el orden de los once hechos expuestos por el profesor en la clase de sociales. También es importante que los estudiantes comparen en pequeños grupos los resultados obtenidos y justifiquen el orden establecido de los acontecimientos históricos.

### *Evaluación*

El profesor puede evaluar el alcance del objetivo mediante la observación del desarrollo de cada grupo y utilizar los criterios de evaluación propuestos en el diario del profesor que le permita registrar en el semáforo el desempeño general de los grupos. En el anexo 13 se encuentra el ejemplo del diario del profesor para la T2.2. Para la evaluación de la tarea, es importante que el docente revise las hojas de registro de cada integrante del grupo que debe dar cuenta del procedimiento empleado en el desarrollo de la tarea.

## 5. EXAMEN FINAL

El examen final es una herramienta que nos permite evaluar los conocimientos y habilidades adquiridas por los estudiantes, luego de trabajar las actividades de la unidad didáctica. El examen final está conformado por tres preguntas que buscan identificar el nivel de desempeño en relación con los dos objetivos propuestos.

La primera pregunta busca evaluar el objetivo uno. Los estudiantes establecen el orden relativo de los números enteros a partir de avances y retrocesos; además, les permite identificar la posición final de cada participante. Las preguntas dos y tres (para el segundo objetivo) buscan evaluar si un estudiante identifica el orden estricto de los números enteros, a partir de situaciones contextualizadas como son las temperaturas de las ciudades y la posición de los equipos de fútbol.

A continuación, presentamos la primera parte del examen final, la rúbrica de evaluación y los niveles de desempeño. El documento completo se encuentra en el anexo 12.

## 5.1. Tarea de evaluación del primer objetivo

La primera situación Carrera de caballos está diseñada para determinar el alcance de los estudiantes al objetivo uno. La pregunta evalúa los criterios de logros relacionados con determinar el orden de los números enteros, cuando usan un sistema de representación para establecer la posición final de cada jugador. A continuación, presentamos la formulación del primer punto de la tarea de evaluación.

### Situación 1. “Carrera de caballos”

En el casino Royal Center, hay un nuevo juego de mesa denominado carrera de caballos, que se define con el lanzamiento de dos dados de la siguiente manera, el dado con los puntos negros indica avance y el dado con los puntos blancos los retrocesos. Un jugador gana si su caballo es el que logre un mayor avance. A continuación, se registran los resultados obtenidos por cuatro apostadores en una carrera

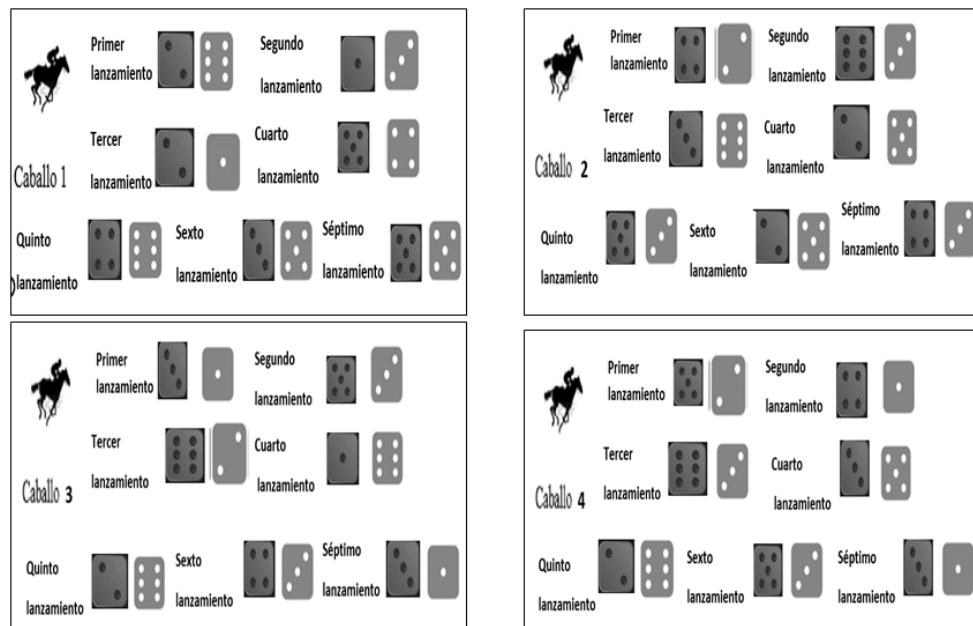


Figura 10. Examen final (Carrera de caballos). Ítem 1

- Determine y represente la posición final de cada caballo al terminar la carrera
- ¿Cuáles fueron las posiciones de llegada de los caballos al finalizar la carrera? Justifica tu respuesta

Las preguntas evalúan los criterios de logros relacionados con determinar el orden de los números enteros, cuando establece la posición final de cada jugador, empleando los criterios de logro CdL 1.7 y CdL 1.14, en situaciones de posiciones relativas (CdL 1.1), al utilizar las reglas de la representación gráfica y tabular CdL 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.10, 1.11, 1.12 y 1.13.

## 5.2. Rúbrica del examen final

En la tabla 5 presentamos la rúbrica de evaluación que definimos para establecer el alcance del objetivo 1 y 2 mediante el examen final, que se aplicará de forma individual, con la escala de valoración establecida por el Ministerio de Educación Nacional, a partir de cuatro niveles valorativos (superior, alto, medio y bajo).

Tabla 6

*Niveles de logro e indicadores para el examen final*

		Objetivo 1
Superior (94% - 100%)	Calificación (4,7 a 5,0)	El estudiante alcanza el criterio si desarrolla todos los numerales de la tarea sin incurrir en ningún error y activa los criterios de logro del objetivo que le permite determinar el orden de los números enteros (CdL 1.7 y CdL 1.14), en situaciones de posiciones relativas (CdL 1.1), emplear las reglas de la representación utilizada (CdL 1.2- CdL 1.3- CdL 1.4- CdL 1.5- CdL 1.10- CdL 1.11- CdL 1.12 y CdL 1.13).
Alto (80% -92 %)	Calificación (4,0 a 4,6)	El estudiante alcanza el criterio cuando desarrolla todos los numerales de la tarea, determinan el orden de los números enteros en situaciones de posiciones relativas, se activan los criterios (CdL 1.7 y CdL 1.14), pero incurre en los errores (E5- E26- E6-E30- E9), al omitir reglas en los sistemas de representación tabular y gráfico.
Básico (60% -79 %)	Calificación (3,0 a 3,9)	El estudiante alcanza el criterio cuando interpreta enunciados que involucran posiciones relativas, se activa el criterio de logro CdL 1.1, pero se le dificulta establecer y representar el orden de los movimientos realizados, se incurre en los errores (E53- E54- E55- E36 – E20-E46 E47- E48-E 49).
Bajo (Menos del 60%)	Calificación (1,0 a 2,9)	El estudiante presenta dificultad al interpretar, determinar, representar y ordenar enunciados que representan situaciones relativas; es decir, no activa los criterios de logro CdL 1.1- CdL 1.2- CdL 1.3- CdL 1.4 - CdL 1.5- CdL 1.7- CdL 1.10- CdL 1.12- CdL 1.11- CdL 1.13- CdL 1.14 al incurrir en el error E54. En este sentido, no relacionan ninguna transferencia en tablas estadísticas, además, el error E36 cuando no decide cómo organizar los movimientos y así establecer el estado final. También, el estudiante presenta desempeño bajo cuando no expresa gráficamente una situación de orden con números enteros (E 20).

**Tabla 6**  
*Niveles de logro e indicadores para el examen final*

		Objetivo 2
Superior (94% - 100%)	Calificación (4,7 a 5,0)	El estudiante alcanza el criterio si desarrolla todos los numerales de la tarea sin incurrir en ningún error y activa los criterios de logro del objetivo que le permite (CdL2, 9- CdL2.10 – CdL2.15) representar y justificar la solución de problemas de orden estricto con números enteros en situaciones cotidianas (CdL2.11- CdL2.12-CdL 2.13-CdL2.14- y CdL2.16).
Alto (80% - 92%)	Calificación (4,0 a 4,6)	El estudiante alcanza el criterio si desarrolla los numerales los ordena y representa los números enteros (CdL2, 9- CdL2.10- CdL2.11- CdL2.12- CdL2.13- CdL2.14- CdL2.15) pero incurre en errores en la justificación realizada (E9) como ordenar números enteros de manera contraria a la instrucción dada.
Básico (60% - 78%)	Calificación (3,0 a 3,9)	El estudiante alcanza el criterio cuando ordena números enteros de las situaciones de orden estricto (CdL16). Sin embargo, incurre en errores al momento de emplear diferentes sistemas de representación para determinarlo. Esto impide la activación de los criterios de logro (CdL2.11, CdL2.14 y CdL2.15) al incurrir en errores al representar números enteros en la recta numérica y en tablas para ordenarlos. (E32, E58, E27, E59, E7, E61, E13, E 51 Y E24)
Bajo (Menos del 60%)	Calificación (1,0 a 2,9)	Se alcanza este criterio cuando el estudiante presenta dificultad al ordenar, representar y justificar la solución de problemas cuando se involucran situaciones de orden estricto con números enteros. Esto impide la activación de los criterios de logro enteros (CdL2.9- CdL2.10- CdL2.11- CdL2.12- CdL2.13- CdL2.14- CdL2.15) al incurrir en errores relacionados con las operaciones y representaciones como (E32-E58-E27-E59-E7-E61-E13-E 51-E24 y E25)

## 6. CONCLUSIONES

La unidad didáctica presentada anteriormente es el resultado de un trabajo de dos años alrededor del tema “relación de orden con números enteros”. Parte de la necesidad presentada en la institución colegio Germán Arciniegas de la ciudad de Bogotá, por mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje del tema en estudiantes de grado séptimo. El trabajo inició con la indagación de documentos institucionales como el plan de estudios y el PEI; además, se analizaron algunos documentos nacionales como los estándares curriculares, los derechos básicos de aprendizaje y el documento del marco PISA, con el fin de dar una estructura formal a la unidad didáctica. Luego, identificamos los conceptos relacionados con el tema, los contextos en donde se puede aplicar y

las estructuras matemáticas que dan un soporte conceptual. Diseñamos los objetivos de aprendizaje que son el núcleo de la unidad didáctica. Continuamos con la elaboración de la tarea diagnóstica para identificar los conocimientos iniciales que el estudiante debería tener para abordar los temas de la unidad; luego, diseñamos las cuatro tareas de aprendizaje, distribuidas de a dos por objetivo; a continuación, construimos el examen final con el fin de determinar los conocimientos adquiridos por el estudiante.

Luego del diseño, realizamos la implementación en el colegio a estudiantes de grado séptimo, y recopilamos información que fue analizada a través de un programa denominado “Sistema ACE”. Cabe aclarar que dentro de la implementación utilizamos dos herramientas llamadas “diario del estudiante y diario del profesor” (anexo 13), estos nos permitieron identificar la percepción de los estudiantes y el profesor sobre el desarrollo de las tareas de aprendizaje. Después del análisis vimos la necesidad de modificar la estructura y características de las tareas en la unidad didáctica; el resultado es el que hemos mostrado en la primera parte del documento. A continuación, presentamos algunas conclusiones sobre la unidad didáctica.

Después de diseñar e implementar la unidad didáctica relación de orden con números enteros podemos concluir que el aprendizaje de los conocimientos previos es fundamental para abordar las tareas de aprendizaje. Por ejemplo, el manejo de operaciones, el orden y la representación en la recta numérica con números naturales son fundamentales para iniciar el trabajo con los números enteros.

También, destacamos en el diseño de la unidad didáctica los contextos en los que están planteadas las tareas de aprendizaje. Estos contextos centran su interés en situaciones personales y sociales de los estudiantes; permiten acercar a los estudiantes a ordenar números enteros a partir de situaciones lúdicas y propias de su contexto. Las tareas 1.1 carrera de los números enteros y T2.1 ruleta en el casino están planteadas a partir del juego; además, las tareas T1.2 tu

Pasaje y T2.2 línea del tiempo están diseñadas a partir de situaciones del mundo real. La fenomenología abordada en las tareas de aprendizaje permite la transversalidad con otras áreas, por ejemplo, la tarea línea del tiempo permite fortalecer conceptos del área de sociales por que la formulación se plantea a partir de fechas de acontecimientos históricos.

Consideramos que la temporalidad en la aplicación puede variar de acuerdo al contexto y la población a la que se aplique la unidad. En nuestro caso, la cantidad de estudiantes en el aula de clases generó la necesidad de ampliar el tiempo en la mayoría de las sesiones.

## 7. LISTADO DE ANEXOS

A continuación, en la tabla 6 presentamos el listado de los documentos anexos.

**Tabla 6**  
*Listado de anexos unidad didáctica*

Anexo	Descripción
1	Mapa conceptual general de la articulación de los contenidos en la relación de orden con los números enteros.
2	Errores y ayudas asociados a las tareas de aprendizaje
3	Criterios de logro asociados a las tareas de aprendizaje
4	Conocimientos previos
5	Tarea diagnóstica
6	Errores y ayudas asociados a la tarea diagnóstica
7	Tareas de aprendizaje del objetivo uno
8	Propuesta de tablero para la tarea 1.1 carrera de los números enteros
9	Listado de errores y ayudas para las tareas del objetivo uno
10	Tareas de aprendizaje del objetivo dos
11	Listado de errores y ayudas asociadas a las tareas del objetivo dos
12	Examen final y rúbrica
13	Diario del estudiante y diario del profesor
14	Silueta del SITP y fichas Tu llave
15	Diseño de la ruleta para la tarea T2.1
16	Fichas de acontecimientos históricos para la tarea T2.2

La tabla nos presenta un conjunto amplio de anexos que nos permite complementar el contenido de la unidad didáctica. Dentro de estos encontramos el mapa conceptual con la estructura conceptual de la unidad didáctica, los criterios de logro, los errores y ayudas para las actividades de aprendizaje. También, podemos encontrar la tarea diagnóstica, las tareas de aprendizaje y el examen final con todas las especificaciones necesarias para el lector. Además, los diarios del estudiante y del profesor. Por último, algunas figuras especiales de las tareas de aprendizaje.

## 8. REFERENCIAS

Cañadas, M. C., Gómez, P., & Pinzón, A. (2018). *Análisis de contenido*. En P. Gómez (Ed.), Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares (pp. 53-112). Bogotá: Universidad de los Andes.

- Gómez, P., Mora, M. F., & Velasco, C. (2018). *Análisis de instrucción*. En P. Gómez (Ed.), Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares (pp. 197-268). Bogotá: Universidad de los Andes.
- González, M. J., & Gómez, P. (2018). *Análisis cognitivo*. En P. Gómez (Ed.), Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares (pp. 113-196). Bogotá: Universidad de los Andes.
- González, J, y otros (1990.) *Número Enteros*. Madrid: Síntesis.
- Klein, F. (1927). *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. Madrid: Colección de Rey Pastor.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2015). *Derechos básicos de aprendizaje*. Bogotá: Autor.
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias*. Madrid: Autor.
- Stewart, James; Redlin, Lothar y Watson Saleem (2001). *Pre cálculo*. Madrid: International Thomson Editores.