

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

RELACIÓN DE ORDEN EN LOS NÚMEROS RACIONALES

LODY FUENTES, JORGE LASSO, MARGARITA CRISTANCHO, LAURA LÓPEZ Y
PATRICIA CIFUENTES

BOGOTÁ, NOVIEMBRE DE 2019

En este documento, presentamos la unidad didáctica “relación de orden en los números racionales” desarrollada por el grupo 7 de MAD 7. Para la selección del tema de la unidad didáctica, analizamos el contexto escolar y encontramos que, en el año 2015, los resultados de la institución en el índice sintético de calidad en el componente progreso presentaron un mayor porcentaje en los niveles mínimo e insuficiente. En el año 2016 de nuevo, estos resultados presentaron un descenso en los componentes de desempeño y progreso. También encontramos que, en los últimos años, los resultados obtenidos en las pruebas estandarizadas nacionales han sido bajos, en especial en el pensamiento numérico/variacional y por esta razón buscamos privilegiar este pensamiento matemático, para tener mayor comprensión del uso y de los significados de los números racionales, del sentido y significado de las relaciones entre estos números. El tema de la unidad didáctica favorece la comprensión de la relación de orden en los números racionales en contextos significativos, la cuantificación numérica, la comparación de cantidades y medidas de longitud. Sugerimos este tema porque en la vida real, se nos presentan algunas situaciones cotidianas (como comparar, repartir, partir y medir longitudes y áreas) que, para su solución, se requiere tener presente el tema de la relación de orden en los números racionales.

El tema contribuye al desarrollo de algunos estándares de competencias en matemáticas (MEN, 2006, p. 84) de sexto a séptimo, que pertenecen al pensamiento numérico y sistema numérico:

- ◆ Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida
- ◆ Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal
- ◆ Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad

Así mismo, el tema también contribuye al desarrollo de otros estándares de competencias en matemáticas (MEN, 2006, p. 85) de sexto a séptimo, que pertenecen al pensamiento métrico y sistema de medidas:

- ◆ Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas)
- ◆ Calculo áreas a través de composición y descomposición de figuras
- ◆ Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud

En relación con los Derechos Básicos de Aprendizaje, el desarrollo de las tareas permite abordar el DBA 2 de grado séptimo “describe y utiliza diferentes algoritmos, convencionales y no convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y los emplea con sentido en la solución de problemas” y el DBA 4 “utiliza escalas apropiadas para representar e interpretar planos, mapas y maquetas con diferentes unidades” (MEN, 2015, p. 53, 55).

Implementamos la unidad didáctica en el grado séptimo de la Institución Educativa Pablo Neruda, ubicada en la localidad de Fontibón. Los estudiantes en su mayoría pertenecen a un estrato socio-económico 3.

1. ARTICULACIÓN DE LOS CONTENIDOS

En este apartado, describimos el análisis de contenido del tema desarrollado en la unidad didáctica. Para ello, presentamos y explicamos la estructura de contenido en sus tres aspectos: estructura conceptual-procedimental, sistemas de representación y fenomenología. A continuación, en la figura 1, presentamos el mapa conceptual de la estructura que resume el análisis de contenido realizado al tema de nuestra unidad didáctica y posteriormente damos la explicación a cada aspecto en mención.

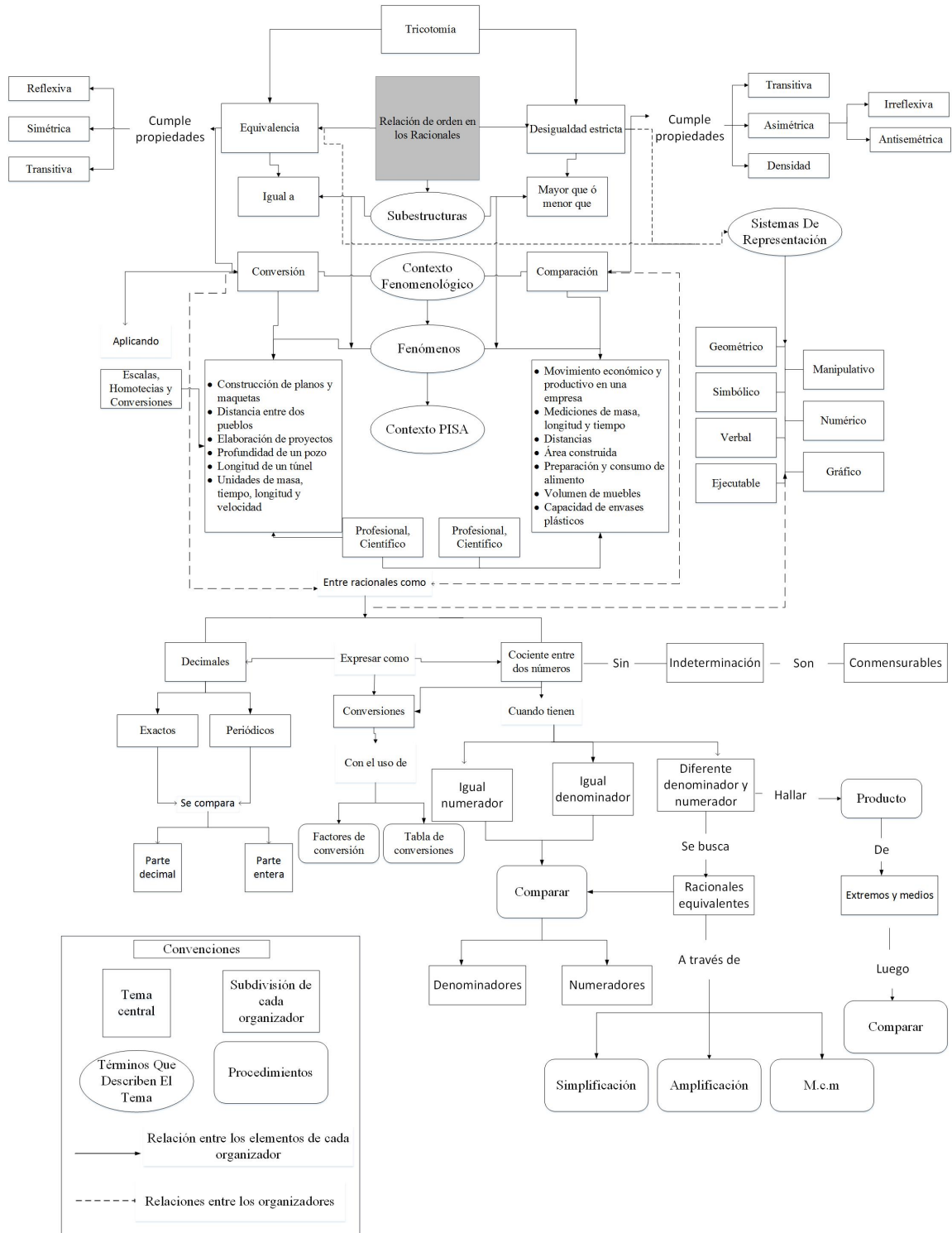


Figura 1. Mapa conceptual del análisis de contenido

1.1. Estructura conceptual-procedimental

En el mapa presentamos como tema central la relación de orden en los números racionales. El tema incluye dos subestructuras: la equivalencia y la desigualdad estricta. A su vez, estas subestructuras están conectadas con los números racionales mediante la ley de la tricotomía del orden estricto que establece que para cada par de números a y b , en este caso, que pertenecen a los racionales, se cumple una sola de las siguientes relaciones: a es igual a b , a es mayor que b o a es menor que b .

Para determinar si la relación es de equivalencia, se deben cumplir las propiedades reflexiva, simétrica, y transitiva. Pero, si la relación es de desigualdad estricta se deben cumplir las propiedades asimétrica (irreflexiva y anti simétrica), transitiva y densidad.

Establecemos la relación de orden entre números racionales decimales, que pueden tener cifras decimales exactas o infinitas periódicas en los que se compara la parte entera y la parte decimal. Al igual, establecemos la relación de orden entre los números racionales como cocientes entre dos números enteros, sin indeterminación (con denominador diferente de cero), los cuales son conmensurables.

Así mismo, la relación de orden, también la establecemos entre números racionales con igual denominador y con igual numerador. En el primer caso, se procede a comparar los numeradores y, en el segundo caso, se tiene en cuenta (o se focaliza) el denominador. Con diferente denominador, utilizamos la amplificación, simplificación o mínimo común múltiplo, para buscar racionales equivalentes a los dados y luego comparar los numeradores o entre dos números fraccionarios, comparamos el producto de extremos y medios.

Por otro lado, con los racionales podemos hacer la transformación de una cantidad expresada en una cierta unidad de medida, en otra equivalente. Este proceso lo realizamos con el uso de los factores de conversión y las tablas de conversión, en el cual multiplicamos la cantidad por un factor de conversión.

1.2. Sistemas de representación

Para presentar la estructura conceptual y las subestructuras de la relación de orden en los racionales hacemos uso de los sistemas de representación. Para Kaput, un sistema de representación es un sistema de reglas para identificar o crear signos, operar sobre y con ellos y determinar relaciones entre ellos, (Cañadas, Gómez y Pinzón, 2016, p. 15). Los sistemas de representación relevantes para nuestro tema son: (a) geométrico, (b) manipulativo, (c) simbólico, (d) numérico, (e) verbal, (f) gráfico y (g) ejecutable. Todos estos sistemas de representación sirven para representar los números racionales.

En el sistema de representación geométrico hacemos uso del concepto de área y partes equivalentes. En el sistema de representación simbólico expresamos la relación de orden a través de los símbolos $>$ o $<$ o $=$. Por ejemplo, $-\frac{2}{3} < \frac{1}{2}$. El sistema de representación verbal lo relacionamos

con la ubicación que tiene un racional en la recta numérica con respecto a otros, por ejemplo, menos tres medios se encuentra a la derecha de menos diez tercios, un cuarto se encuentra en la misma posición de dos octavos y al realizar la lectura menos tres medios es mayor que menos diez tercios, un cuarto es equivalente a dos octavos. En el sistema de representación gráfico, incluimos la construcción de la recta numérica racional, a través de la ubicación de números racionales en

expresión decimal, fraccionaria o número mixto. El sistema de representación ejecutable lo asociamos al uso de un aplicativo¹.

Los sistemas de representación geométrica y manipulativo no los consideramos para los racionales negativos porque no hay una convención para representar áreas negativas. El sistema pictórico no lo tuvimos en cuenta porque al relacionar representaciones como la partición de una torta o una pizza, siempre estamos utilizando propiedades geométricas, lo que indica que se trata de otro sistema de representación. Así mismo, no tuvimos en cuenta el sistema de representación manipulativo, al no incluir la regleta y el ábaco para la comparación de números racionales, porque en la formulación y requerimientos de las tareas no incluimos estos materiales para realizar su solución.

Por otro lado, un concepto o estructura matemática se puede representar en diferentes sistemas de representación, es posible agrupar y caracterizar en tres categorías las operaciones que se pueden realizar sobre los signos que pertenecen a esos sistemas de representación (Cañadas, Gómez y Pinzón, 2016, p. 16). En este sentido partimos de la traducción entre sistemas de representación que consiste en establecer la relación entre dos signos que designan un mismo objeto pero que pertenecen a diferente sistema de representación. Por ejemplo, tomamos la representación de números racionales en la recta numérica o en representación geométrica y representamos la relación de orden en representación simbólica, permitiendo pasar al sistema numérico. O damos las cantidades a comparar (sistema numérico) y las representamos geométricamente o en la recta numérica. Para realizar la traducción del sistema simbólico al ejecutable, utilizamos el sistema numérico. No podemos realizar una traducción del sistema verbal al ejecutable, pero si del ejecutable al verbal.

1.3. Fenomenología

En el análisis fenomenológico, identificamos los fenómenos que dan sentido al tema, las subestructuras, los contextos fenomenológicos y las situaciones según PISA. Rico y sus colaboradores utilizan la noción de contexto fenomenológico para referirse al “modo en que se usan los conceptos en una o varias situaciones” (Rico et al., 2008, p.11). Nuestro análisis aborda, para el contexto fenomenológico, una ampliación de la idea inicial de Rico et al., al incluir también la idea de organizar esos fenómenos a partir de una característica estructural, como se propone en Cañadas, Gómez y Pinzón (2018, pp. 35-36).

En el mapa conceptual (figura 1) evidenciamos dos subestructuras: equivalencia y desigualdad estricta, las cuales permiten organizar los fenómenos identificados para nuestro tema. Las dos subestructuras se relacionan de forma biunívoca con dos contextos fenomenológicos: conversión y comparación. Los dos fenómenos dan muestra de la característica estructural que los agrupa: el primero a la característica de “expresar como” y el segundo a la característica de ser “mayor o menor que”

Relacionamos los fenómenos organizados de acuerdo con la subestructura y el contexto fenomenológico. A la primera subestructura de equivalencia (conversión) le hacemos corresponder: (a) escala en construcción de planos, (b) escala de distancia entre ciudades, (c) escala para la elaboración de productos, (d) construcción de modelos (e) profundidad de un pozo, (e) longitud de un

¹ Enlace para ingresar al aplicativo: <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/index.html#>

túnel. Los tres últimos fenómenos se relacionan con el concepto de homotecia, en los que se establece la equivalencia entre dos razones, dando lugar a magnitudes directamente proporcionales, y (f) conversión de unidades; a la segunda subestructura de desigualdad estricta (comparación) le asignamos: (a) mediciones de masa, longitud y tiempo, (b) distancias, (c) áreas construidas, (d) movimiento económico y productivo en una empresa, (e) preparación y consumo de bebidas y alimentos, (f) volumen de cajas, muebles, electrodomésticos y salones y (g) capacidad de envases plásticos. Estos fenómenos están enmarcados en los contextos de PISA 2012. En el mapa establecemos la relación con el contexto profesional y científico.

2. ASPECTOS COGNITIVOS

2.1. Expectativas de aprendizaje

Las expectativas de aprendizaje se refieren a lo que esperamos desarrollar en los estudiantes durante la enseñanza de un tema matemático específico. A continuación, presentamos los niveles de expectativas de aprendizaje y las expectativas de tipo afectivo. Se distinguen tres niveles de expectativas de aprendizaje: nivel superior, nivel medio y nivel inferior. El nivel superior refiere a las expectativas de largo alcance, son expectativas transversales y comunes para todos los temas de matemáticas. El nivel medio resalta lo más importante que el estudiante debe aprender en la unidad didáctica. El nivel inferior corresponde a los conocimientos más básicos y a los procedimientos rutinarios que el estudiante tiene que aprender o activar a lo largo de la unidad didáctica, (González y Gómez, 2016, p. 121).

Para establecer las expectativas de aprendizaje de nivel superior nos fundamentamos en el marco conceptual de PISA 2012. Seleccionamos las capacidades matemáticas fundamentales y los procesos matemáticos. Las capacidades matemáticas fundamentales se refieren a las acciones cognitivas que son necesarias para resolver problemas en diferentes contextos, para lo cual el estudiante activa los tres procesos esenciales de la competencia matemática.

Con nuestra unidad didáctica, contribuimos a los tres procesos matemáticos: formular, emplear e interpretar. En el primer proceso, el estudiante inicia con la lectura e interpretación de la situación o problema, luego reconoce los datos para realizar la representación matemática. Posteriormente, el estudiante selecciona una estrategia para resolverla y utiliza herramientas matemáticas para establecer y describir las relaciones de orden. El segundo proceso implica utilizar distintas representaciones para presentar el problema, relacionar los datos para llegar a una solución matemática, usar y justificar conceptos y procedimientos de expresión y comparación entre las distintas representaciones de los números racionales, así como aplicar algoritmos, reglas de relación de orden y utilizar adecuadamente distintas herramientas matemáticas incluyendo la tecnología. El tercer proceso hace referencia a presentar explicaciones y argumentos en el contexto del problema, a comparar dos o más representaciones en relación con una situación y a interpretar los resultados.

La unidad didáctica también contribuye al desarrollo de capacidades matemáticas fundamentales como: la comunicación, la utilización de operaciones, la matematización, la representación, el razonamiento y la argumentación, el diseño de estrategias y la utilización de herramientas. Esta unidad didáctica favorece la comunicación, con la interpretación de los enunciados y las preguntas de las situaciones o los problemas de aplicación y la relación con el contexto de comparación.

Así mismo, aporta a la utilización de operaciones, con la comprensión, interpretación, manipulación y utilización de algoritmos y representaciones para establecer el orden en el contexto matemático de los números racionales. De la misma forma, contribuye a la matematización, al poder transformar un problema del mundo real en una forma matemática. Igual favorece la representación, al ser capaz de relacionar y comparar los números racionales con su representación gráfica, geométrica, numérica y simbólica. Además aporta al razonamiento y la argumentación, al ser capaz de utilizar diferentes procesos y justificarlos en la solución de problemas aplicados. También contribuye al diseño de estrategias, por la selección o diseño de una estrategia para resolver la situación o el problema derivado de una tarea. Y de la misma forma favorece la utilización de herramientas, al incluir herramientas físicas como los instrumentos de medición, calculadoras y herramientas informáticas para resolver problemas contextualizados de comparación o conversión entre cantidades de una misma magnitud.

A continuación, presentamos los objetivos formulados para nuestra unidad didáctica, estos se encuentran ubicados en las expectativas de nivel medio.

Objetivo 1. Utilizar y comparar diferentes representaciones para establecer relaciones de orden en los números racionales en situaciones de equivalencia y de desigualdad estricta

Objetivo 2. Utilizar e interpretar las relaciones de orden en los números racionales en diferentes formas de representación numérica para resolver problemas de conversión y comparación de cantidades de una misma magnitud.

Con el primer objetivo buscamos que el estudiante interprete la situación e identifique los datos, luego establezca las relaciones de orden utilizando algunas traducciones entre sistemas de representación como: (a) del sistema de representación numérico al gráfico y simbólico, (b) del sistema de representación geométrico al numérico y simbólico y (c) del sistema de representación verbal al numérico y geométrico. Luego, determinar las estrategias a utilizar en la solución del problema y, finalmente comprenda, además, que el estudiante determine el número racional mayor, menor y equivalente, validando los resultados y relacionándolos con el contexto de la situación. Con el segundo objetivo, buscamos que el estudiante interprete e identifique los datos relevantes y la pregunta; luego, relacione los datos para que especifique la relación entre el contexto del problema y la representación de la solución matemática.

Finalmente, al nivel inferior de expectativas de aprendizaje corresponden las capacidades de los estudiantes. Una capacidad se define como una expectativa del profesor sobre la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo de tarea rutinaria asociada a un tema matemático, como se describe en González y Gómez (2018, pp. 133-138).

Con base en el vínculo de la motivación del estudiante con el contenido matemático que se expresa a través de varios aspectos generales del dominio afectivo que el profesor debe prever al planificar un tema de matemáticas (González y Gómez, 2018, pp. 169-173) formulamos 5 expectativas de tipo afectivo. Enunciamos las expectativas que fortalecen en los estudiantes la confianza, el interés, el desarrollo de habilidades, la valoración y la seguridad. En la tabla 1, presentamos el listado de expectativas afectivas.

Tabla 1

Expectativas de tipo afectivo para la relación de orden en los números racionales

Código	Descripción
EA1	Generar confianza para establecer relación de orden con números racionales en diferentes sistemas de representación y en la solución de problemas
EA2	Desarrollar interés por la utilización de propiedades matemáticas para convertir y comparar números racionales
EA3	Desarrollar habilidades para representar y justificar relaciones de orden en los números racionales
EA4	Valorar la utilidad de la relación de orden de los números racionales para resolver situaciones de conversión y comparación de cantidades de una misma magnitud
EA5	Adquirir seguridad para comunicar información obtenida en la comparación y resolución de problemas de relación de orden en los números racionales

Nota. EA: expectativa de aprendizaje

2.2. Limitaciones de aprendizaje

Las dificultades se evidencian cuando los estudiantes incurren en errores, es decir, cuando ejecutan un procedimiento de manera inadecuada (cuando activan las capacidades, o cuando pasan de una capacidad a otra). Para esto tomamos como referencia a Radatz (1980) y Socas (1997, p.126).

Utilizamos dos de las categorías propuestas por Radatz, para establecer las dificultades del tema.

1. Dificultades del lenguaje, errores derivados del mal uso de los símbolos, debido a su inadecuado aprendizaje. El estudiante debe conocer los símbolos $=$, $>$ o $<$ e involucrarlos con los conocimientos propios del tema
2. Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. Errores originados por deficiencia de conceptos, contenidos y procedimientos para la realización de una tarea matemática. Incluyendo ignorancia de algoritmos, conocimientos inadecuados de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios.

Por otro lado, desde la perspectiva de Socas (1997, p.126), tomamos las dos primeras categorías mencionadas en el documento de los apuntes de análisis cognitivo (González y Gómez, 2018, p.140).

3. Asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos. Estas dificultades las relacionamos con las formas de representación, la traducción y la transformación sintáctica entre ellas para establecer la relación de orden en los números racionales.

4. Asociadas a los procesos propios del pensamiento matemático, las relacionamos con la dificultad de identificar e interpretar la relación entre la situación y el contexto de relación de orden en los números racionales.

En la tabla 2 presentamos una dificultad, sus respectivos errores y la capacidad en la cual puede surgir. El listado completo de dificultades y errores se encuentra en el anexo 4.

Tabla 2

Listado de dificultades y errores para el tema relación de orden en los números racionales

E	Descripción	Capacidad asociada
D1. Dificultad en la correspondencia de símbolos y expresiones con la relación de orden en los números racionales		
1	Utilizar el símbolo de menor que para determinar la relación de orden mayor que	C52
2	Utilizar el símbolo de mayor que para determinar la relación de orden menor que	C53
3	Realizar solo la lectura de izquierda a derecha, asumiendo que $a < b = b < a$	C21
4	Dar la interpretación incorrecta a la asociación de los símbolos en la relación de orden	C3

Nota. E: error, D: dificultad.

2.3. Criterios de logro

Los estudiantes pueden emplear diferentes estrategias de solución para resolver una tarea. Estas estrategias están conformadas por procedimientos. A cada procedimiento que forma parte de una estrategia se le denomina criterio de logro, y cada estrategia de solución se le denomina camino de aprendizaje.

A continuación, presentamos algunos ejemplos de criterios de logro significativos para el objetivo 2:

- ◆ CdL2.21, determino la estrategia a utilizar para resolver la tarea.
- ◆ CdL2.9, comparo cada pareja de números racionales.
- ◆ CdL2.27, aplico criterios de relación de orden para comparar números racionales de diferente signo.
- ◆ CdL2.12, ordeno y relaciono los números resultantes para dar solución a la pregunta.
- ◆ CdL2.17, establezco la medida real del objeto amplificando la escala
- ◆ CdL2.19, doy respuesta a la pregunta planteada con la descripción escrita del procedimiento utilizado.

El listado completo de los criterios de logro se encuentra en el anexo 5.

2.4. Grafos de criterios de logro de los objetivos de aprendizaje

A continuación, presentamos los grafos de criterios de logro que tienen como propósito caracterizar los objetivos de aprendizaje de la unidad didáctica. En cada grafo presentamos un esquema de las distintas estrategias de solución en cada una de las tareas, que un estudiante puede seguir para alcanzar cada uno de los objetivos. Para conocer el grafo de criterio de logro para cada tarea, ver el anexo 6.

Grafo de criterios de logro para el objetivo 1

En la figura 2 presentamos el grafo de criterio de logro para el objetivo 1. El grafo está compuesto por 23 criterios de logro. El grafo contiene tres bifurcaciones cada una de ellas corresponde al desarrollo de una tarea diferente. La primera bifurcación corresponde a la tarea “Busca la fracción”, la segunda pertenece a la tarea “Baldosas para el piso” y la tercera corresponde a la tarea “Cuál es mayor”.

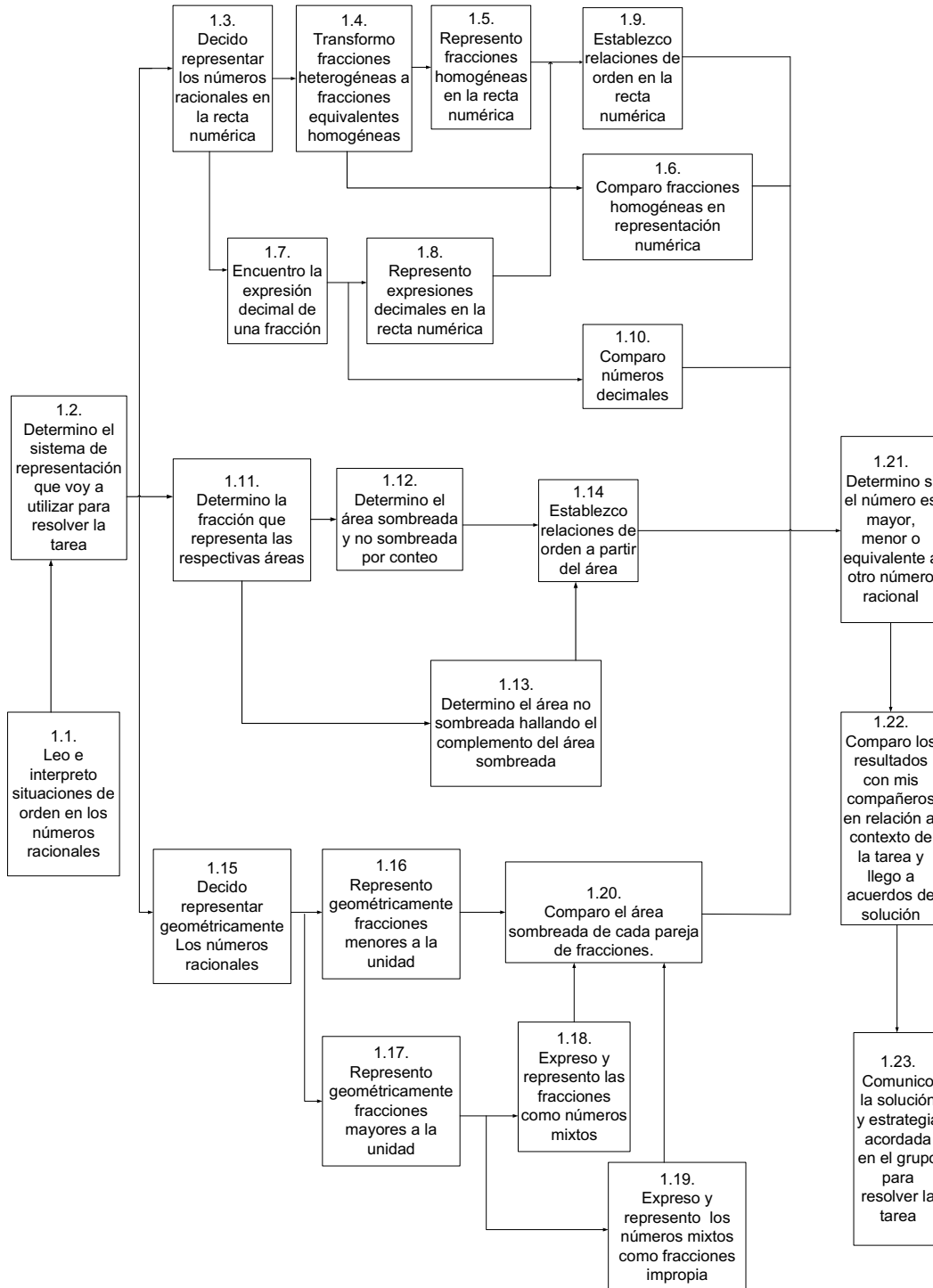


Figura 2. Grafo de criterios de logro del objetivo 1

En general, las acciones que el estudiante debe realizar para lograr el objetivo 1 están relacionadas con interpretar una situación de orden en los racionales y extraer los datos para decidir la estrategia de solución identificando el sistema de representación a utilizar, que puede ser el geométrico, el gráfico o el numérico. Luego debe, realizar transformaciones en el sistema numérico para realizar la traducción de un sistema a otro y posteriormente comparar las representaciones para llegar a determinar el número mayor o menor o equivalente a otro número racional o el número que está entre otros dos números racionales. Finalmente, debe validar los resultados y relacionarlos con el contexto de la tarea.

Grafo de criterios de logro para el objetivo 2

En la figura 3 presentamos el grafo de criterio de logro para el objetivo 2. El grafo está compuesto por 29 criterios de logro y contiene tres bifurcaciones, cada una de ellas corresponde al desarrollo de una tarea diferente. La primera bifurcación corresponde a la tarea “Jugando con racionales”, la segunda es para la tarea “Chicas doradas” y la tercera pertenece a la tarea “Futuro apartamento”.

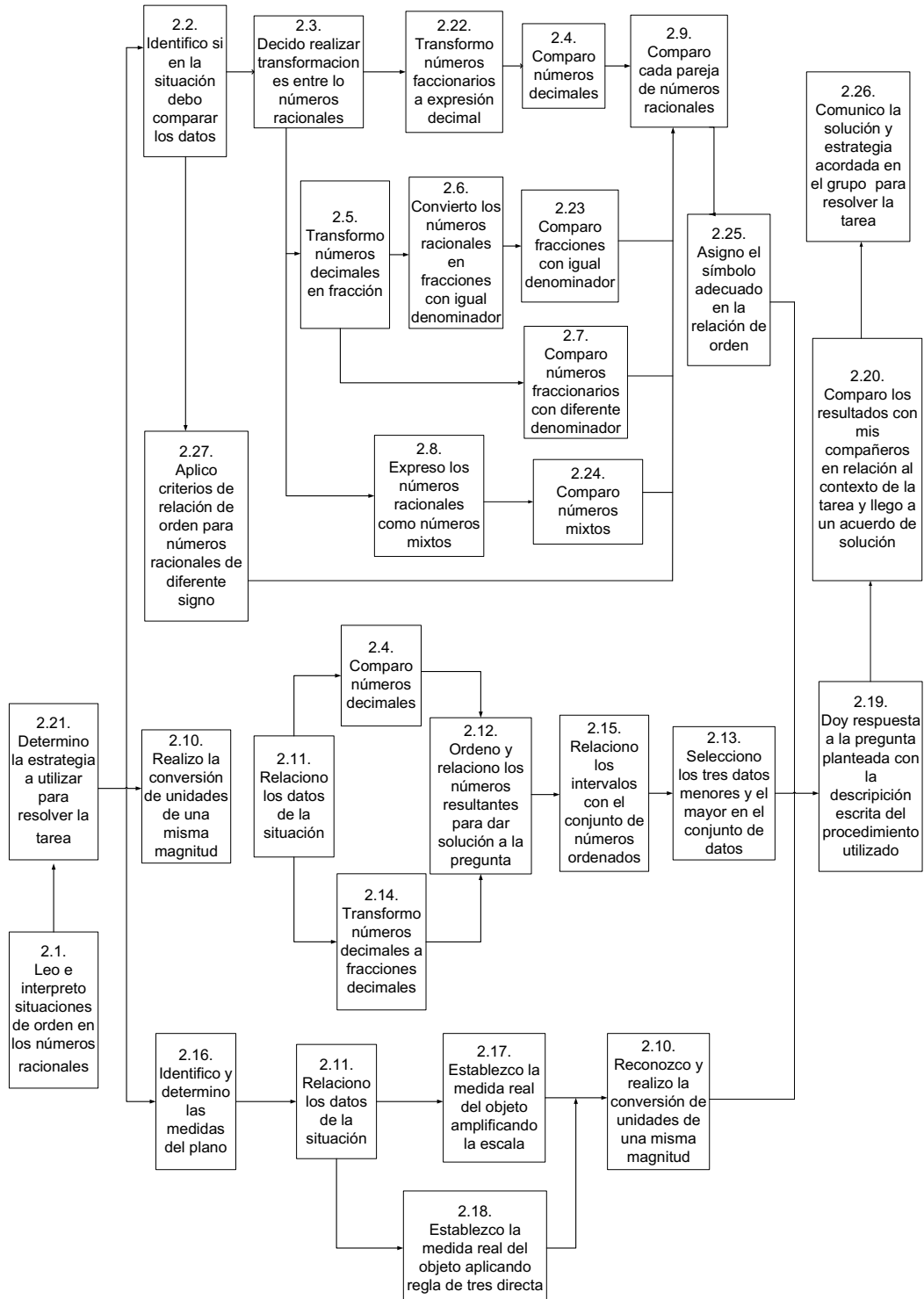


Figura 3. Grafo de criterios de logro del objetivo 2

Para reforzar las diferentes estrategias en la determinación si un número racional es mayor, menor o igual a otro, hemos dispuesto la tarea T2.1 como actividad de transición entre el objetivo 1 y el objetivo 2. Posteriormente, el estudiante resuelve situaciones problema de equivalencia y de desigualdad estricta. Para esto, proponemos otras dos tareas, en las cuales el estudiante inicia leyendo e interpretando la situación problema de orden en los números racionales. Luego, el estudiante extrae los datos para decidir la estrategia de solución, permitiendo determinar si los datos están en una misma representación numérica o realizar la respectiva transformación. Finalmente, el estudiante encuentra la forma de comparar las cantidades haciendo uso de criterios de orden y da respuesta a la pregunta planteada, validando los resultados y relacionándolos con el contexto de la tarea.

2.5. Esquema general de la unidad didáctica

En la tabla 3, presentamos el esquema general de nuestra unidad didáctica, la que incluye la integración de los procedimientos e instrumentos de evaluación. Requerimos 17 sesiones de 80 minutos cada una, para la implementación de la unidad didáctica. Destinamos 4 sesiones para la aplicación de la tarea diagnóstica y verificación de los conocimientos previos que deben tener los estudiantes. El listado completo de los conocimientos previos, se encuentra en el anexo 1. En este mismo sentido, incluimos una quinta sesión para la observación y explicación de videos, con el propósito de reforzar los conocimientos previos que están incluidos en la prueba diagnóstica.

La unidad didáctica consta de 6 tareas de aprendizajes, tres para cada objetivo. Las tareas para el objetivo 1 permiten utilizar sistemas de representación para establecer la relación de orden en los números racionales. Las tareas para el objetivo 2 permiten solucionar problemas de relación de orden en números racionales, aplicando la conversión y comparación entre cantidades de una misma magnitud. Para el desarrollo de la primera y segunda tarea del objetivo 1 y la primera del objetivo 2, se necesitan dos sesiones.

Al finalizar cada tarea, el estudiante diligencia el instrumento que le permite identificar las fortalezas y debilidades al ejecutar los procedimientos para resolver la tarea y reflexionar acerca de su actitud y del nivel de motivación de la clase. Este instrumento, se muestra en el anexo 7. El profesor también registra sus observaciones acerca del desempeño y actuación de los estudiantes durante el desarrollo de la tarea, en el diario del profesor. En el anexo 8, presentamos este instrumento.

En la sesión posterior a la realización de cada tarea se hace una realimentación. En estas sesiones explicamos detalladamente los errores en que incurrieron con mayor frecuencia los estudiantes durante el desarrollo de la tarea.

Al terminar la implementación de las tareas de aprendizaje, aplicamos el examen final para analizar el alcance de los objetivos propuestos en la unidad didáctica. Para la aplicación del examen requerimos dos sesiones. En la primera sesión aplicamos las 2 tareas que evalúan el objetivo 1 y en la segunda sesión aplicamos las 2 tareas que evalúan el objetivo 2.

Finalmente, proponemos una sesión de cierre para compartir resultados de la evaluación total de la unidad didáctica, para evaluar la consecución de los propósitos y su relación con el diseño y explicar los planes de mejoramiento para los estudiantes que no alcanzaron el desempeño mínimo.

Tabla 3
Esquema general de la unidad didáctica

Sesión	Tiempo (min)	Descripción de las actividades
1	25	Presentación del tema, los objetivos de aprendizaje, los grafos de criterios de logro, el diario del estudiante en diapositivas
	10	Presentación de las metas y explicación de la tarea diagnóstica
	45	Entrega del material, aplicación de las actividades 1, 2, 3 y 4 de la tarea diagnóstica y recolección de soluciones
2	80	Puesta en común de los resultados y realimentación de la tarea diagnóstica mediante la corrección de la tarea. Implementación de ayudas para superar dificultades relacionadas con reconocimiento y ubicación en la recta numérica de números racionales y transformaciones sintácticas en el sistema de representación numérica, el producto entre enteros y decimales y la representación geométrica
3	80	Entrega del material, aplicación de las actividades 5, 6 y 7 de la tarea diagnóstica y recolección de soluciones
4	80	Puesta en común de los resultados y realimentación de la tarea diagnóstica mediante la corrección de la tarea. Implementación de ayudas para superar dificultades relacionadas con la amplificación, la equivalencia entre cantidades directamente proporcionales como las unidades de longitud, la relación de la escala con el plano y el uso de los signos de relación de orden entre números decimales y enteros
5	80	Observación y explicación de videos de plataforma educativa (khan Academy) para reforzar temas (conocimientos previos) trabajados en la prueba diagnóstica, antes de la implementación de las actividades de aprendizaje
6	10	Presentación del objetivo de aprendizaje 1 y sociabilización del sistema de evaluación en diapositivas
	5	Presentación de las metas de la tarea T1.1 ¿Cuál es mayor?
	10	Abrir la página del aplicativo del software, entrega de taller y explicación de la actividad
	40	En parejas, solucionar los 5 primeros ejercicios del aplicativo (15 min) tomando apuntes de lo realizado en el software. Luego solucionar los ejercicios de la fotocopia (15 min). Reunión de dos parejas de estudiantes para compartir los aciertos en la solución de los ejercicios y llegar a acuerdos (10 min).
7	15	Cada grupo de 4 estudiantes comparte uno de los resultados de la actividad al grupo de clase
	25	Devolución de trabajos y realimentación de la tarea T1.1

	15	Entrega del formato del diario del estudiante, lectura del grafo de criterios de logro de la respectiva tarea y explicación de la forma de diligenciarlo
	35	Diligenciamiento (15 min) y puesta en común del diario del estudiante (20 min)
	5	Recolección de los trabajos escritos de los estudiantes para luego escanearlos en los tiempos de actividad pedagógica
8	5	Presentación de las metas de la tarea T1.2 Busca la fracción
	15	Abrir la página del aplicativo del software, entrega del taller y explicación de la actividad
	40	En parejas, solucionar los primeros cinco ejercicios del aplicativo (20 min). Luego solucionar los ejercicios de la fotocopia 20 min).
	20	Ocho parejas comparten uno de los resultados de la actividad al grupo de clase y las otras parejas justifican si está de acuerdo o no con la solución presentada.
9	25	Devolución de trabajos y realimentación de la tarea T1.2
	15	Entrega del formato del diario del estudiante, lectura del grafo de criterios de logro de la respectiva tarea y explicación de la forma de diligenciarlo
	35	Diligenciamiento (15 min) y puesta en común del diario del estudiante (20 min)
	5	Recolección de los trabajos escritos de los estudiantes para luego escanearlos en los tiempos de actividad pedagógica
10	5	Presentación de las metas de la tarea T1.3 Baldosa para el piso.
	30	Entrega de material y solución de la tarea, primero en forma individual (15 min), luego en grupos de 3 estudiantes comparten soluciones y llegan a acuerdos (15 min)
	15	Puesta en común de resultados de la tarea y debate dirigido por el docente
	5	Entrega del formato del diario del estudiante y lectura del grafo de criterios de logro de la respectiva tarea
	20	Diligenciamiento y puesta en común del diario del estudiante
	5	Recolección de los trabajos escritos de los estudiantes para luego escanearlos en los tiempos de actividad pedagógica
11	15	Devolución de trabajos y realimentación de la tarea T1.3 y del aprendizaje alcanzado durante el desarrollo del primer objetivo
	10	Puesta en común de las valoraciones obtenidas en las tareas del primer objetivo a través de la presentación de la planilla de calificaciones en una diapositiva
	10	Presentación del objetivo de aprendizaje 2, el sistema de calificación y las metas de la tarea T2.1 Jugando con números racionales
	10	Entrega de material por parejas y explicación de la actividad

	35	Desarrollo de la tarea en parejas. Recolección de trabajos para continuar en la siguiente sesión
12	10	Contextualización de la tarea iniciada en la sesión 11. Devolución de trabajos revisados
	20	Puesta en común de resultados al grupo de clase por parte de 10 parejas de estudiantes
	25	Realimentación de la tarea T2.1
	5	Entrega del formato del diario del estudiante y lectura del grafo de criterios de logro de la respectiva tarea
	20	Diligenciamiento y puesta en común del diario del estudiante
13	10	Presentación de las metas de la tarea T2.2 Futuro apartamento. Entrega de los materiales
	25	Solución de la tarea, primero en forma individual (15 min), luego en grupos de 4 estudiantes comparten soluciones y llegan a acuerdos (10 min)
	15	Puesta en común de resultados de la tarea y debate dirigido por el docente
	5	Entrega del formato del diario del estudiante y lectura del grafo de criterios de logro de la respectiva tarea
	20	Diligenciamiento y puesta en común del diario del estudiante
	5	Recolección de los trabajos escritos de los estudiantes para luego escanearlos en los tiempos de actividad pedagógica
14	20	Devolución de trabajos y realimentación de la tarea T2.2
	5	Presentación de las metas de la tarea T2.3 Chicas doradas. Entrega del material
	25	Solución de la tarea, primero en forma individual (15 min), luego en grupos de 4 estudiantes comparten soluciones y llegan a acuerdos (10 min)
	10	Puesta en común de resultados de la tarea y debate dirigido por el docente
	5	Entrega del formato del diario del estudiante y lectura del grafo de criterios de logro de la respectiva tarea
	15	Diligenciamiento y puesta en común del diario del estudiante. Recolección de los trabajos escritos de los estudiantes para luego escanearlos en los tiempos de actividad pedagógica
15 y 16	20	Devolución de trabajos y realimentación de la tarea T2.3
	15	Presentación de las tareas correspondientes al primer objetivo y entrega del examen final
	45	Solución del examen final en forma individual con la descripción de procedimientos en la solución de cada tarea (dos primeras tareas)

	20	Presentación de las tareas correspondientes al segundo objetivo y entrega del examen final
	50	Solución del examen final en forma individual con la descripción de procedimientos en la solución de cada tarea (tareas 3 y 4)
	10	Recolección de los exámenes
17	30	Compartir los resultados del examen y la realimentación del mismo
	15	Compartir los resultados de la evaluación total y solución de preguntas con respecto a estos resultados
	25	Reflexión sobre la consecución de los propósitos y su relación con el diseño e implementación de la unidad didáctica y diligenciamiento del formato
	10	Explicación de planes de mejoramiento a los estudiantes que no alcanzaron el desempeño mínimo y recolección de formato diligenciado con los niveles de satisfacción de la unidad didáctica

3. TAREAS DE APRENDIZAJE

3.1. Tarea diagnóstica

Iniciamos la implementación de la unidad didáctica con la tarea diagnóstica. La tarea permite reforzar conocimientos previos que van a ser aprovechados en el desarrollo de las tareas de aprendizaje. La tarea diagnóstica está compuesta por siete preguntas abiertas. Estas preguntas permiten establecer si los estudiantes identifican los conjuntos numéricos naturales, enteros, racionales y su ubicación en la recta numérica; relacionan las diferentes expresiones numéricas de los números racionales como decimal, fraccionario y número mixto; efectúan operaciones de multiplicación con números decimales y enteros; realizan la representación geométrica de fracciones y establecen relaciones entre partes sombreadas y no sombreadas en una figura plana; amplifican o simplifican fracciones; establecen relaciones entre magnitudes directamente proporcionales; reconocen la escala; y relacionan la escritura y lectura de símbolos de relación de orden.

Descripción de la tarea

A continuación, describimos la tarea a partir de los siguientes elementos: metas, formulación, conceptos y procedimientos implicados, sistemas de representación, contextos, materiales o recursos, agrupamiento e interacción y temporalidad.

Metas

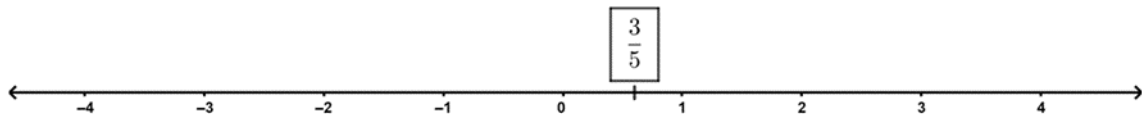
Con la tarea diagnóstica queremos establecer si los estudiantes son capaces de activar los conocimientos previos para abordar el tema relación de orden en los números racionales, e identificar las dificultades y errores que sean necesario superar, antes de implementar las tareas de aprendizaje.

Formulación

A continuación, presentamos los primeros cuatro ítems de la tarea diagnóstica del tema de la unidad didáctica “relación de orden en los números racionales”. La tarea completa se puede encontrar en el anexo 9.

1. Marca con una X, los conjuntos a los que pertenece cada número de la tabla y luego ubícalos en la recta numérica, como se muestra en el ejemplo.

	N	Z	Q
$\frac{3}{5}$	N	Z	X
-3,7	N	Z	Q
5,6	N	Z	Q
$-1\frac{2}{9}$	N	Z	Q
$\frac{10}{4}$	N	Z	Q
$-\frac{4}{5}$	N	Z	Q
0,7	N	Z	Q
-4,3	N	Z	Q
$-2\frac{1}{3}$	N	Z	Q
$\frac{8}{4}$	N	Z	Q



2. Relaciona los valores de la primera columna con los de la segunda columna, colocando la letra en el paréntesis del valor equivalente, como se muestra en el ejemplo $0,5 = \frac{1}{2}$

a. 0,5 $\frac{25}{100}$ ()

b. $1\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ ()

c. 0,25 $\frac{14}{49}$ ()

d. -0,6 -0,16 ()

e. $\frac{9}{6}$ $\frac{1}{2}$ (a)

f. $\frac{2}{7}$ -1,6 ()

g. $-\frac{4}{25}$ $\frac{35}{20}$ ()

h. $-\frac{8}{5}$ $-\frac{6}{10}$ ()

3. a. Ordena de menor a mayor los números enteros 25, -32, 34, -1, 0, -12, -20, 16, -13,

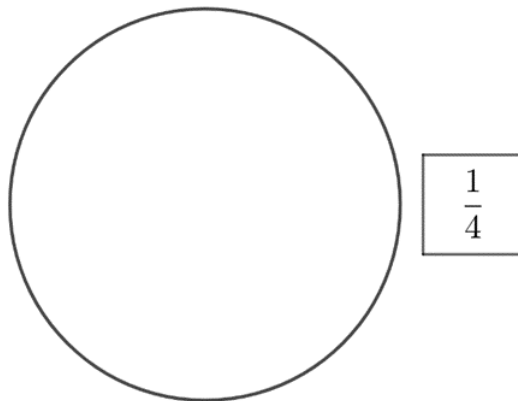
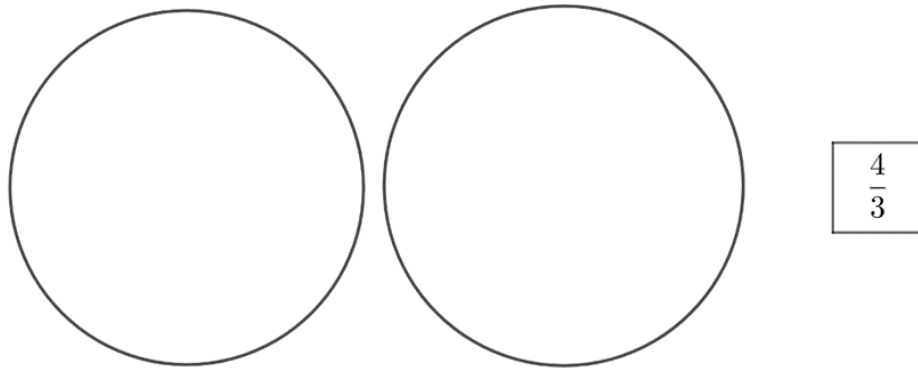
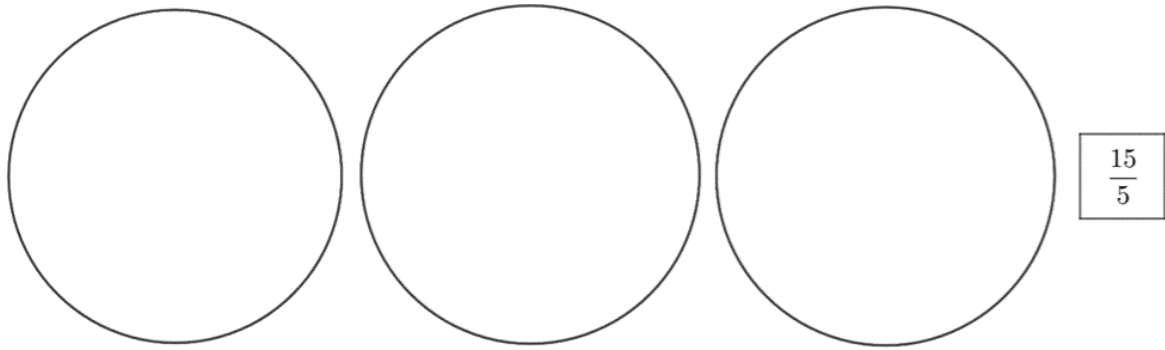
b. Indica los números enteros que están entre:

-5 y 3:

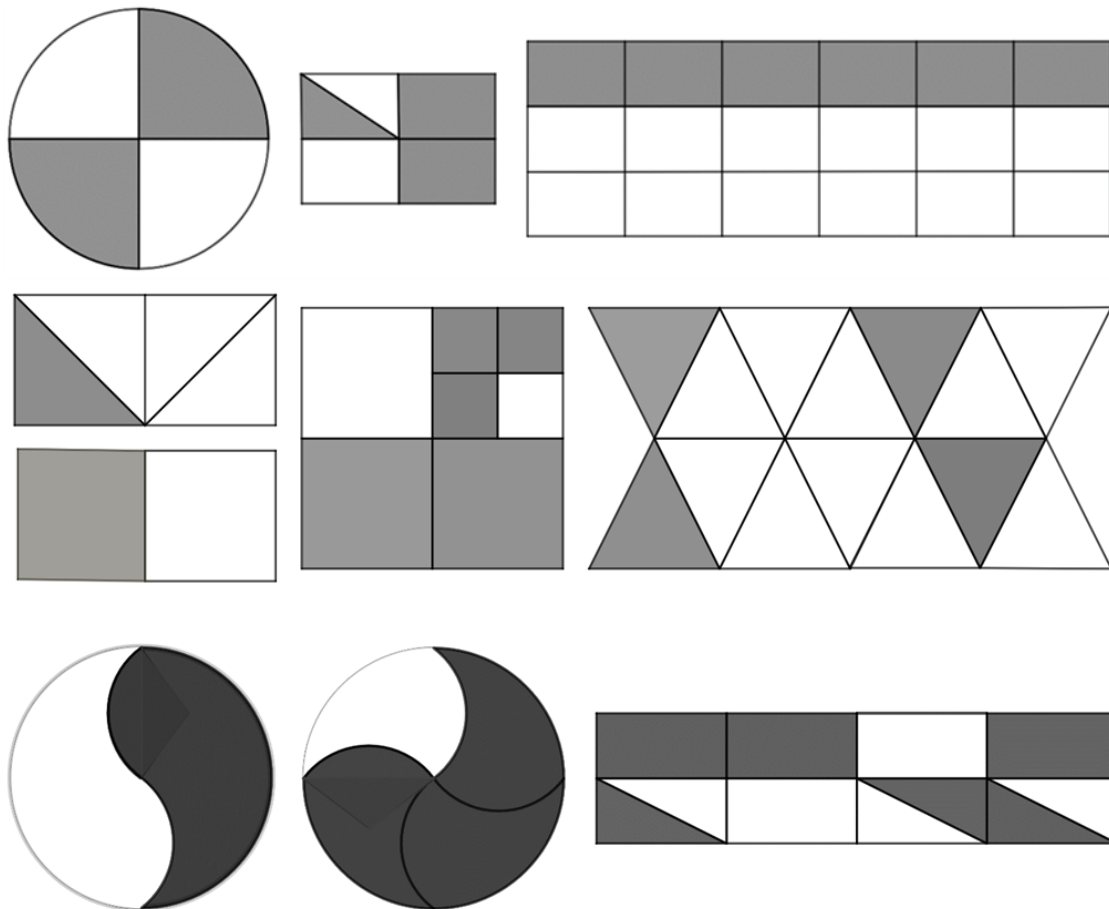
-10 y -6:

-4 y 4:

4. a. Representa las siguientes fracciones en las figuras dadas. Utiliza el transportador para ello.



b. Escribe un número racional que represente la parte sombreada y otro para la parte sin sombreada.



Conceptos y procedimientos

La tarea diagnóstica aborda los siguientes conceptos: conjunto numérico, amplificación, magnitudes directamente proporcionales, escala, área, mayor que y menor que, mínimo común múltiplo, fracciones equivalentes. Los procedimientos que aborda la tarea diagnóstica son: realizar transformaciones entre las formas de representación numérica de los números racionales y ubicar números en la recta numérica, representar geoméricamente fracciones, determinar partes sombreadas, amplificar números racionales positivos, establecer relaciones de orden en números enteros, relacionar magnitudes directamente proporcionales y explicar los tipos de escala.

Sistemas de representación

El desarrollo de la tarea diagnóstica permite utilizar el sistema de representación simbólico, al establecer la relación de orden entre parejas de enteros con los símbolos $>$, $<$ o $=$. El sistema de representación numérico se usa al utilizar la forma fraccionaria, decimal y mixta para nombrar un número racional, realizar operaciones para realizar transformaciones en las representaciones numéricas. El sistema de representación gráfico se aborda al usar la recta numérica. El sistema de representación geométrico, al representar fracciones aplicando el concepto de área y al determinar

el número racional que representa la parte sombreada y otro para la parte no sombreada en una figura plana.

Contextos

La tarea se sitúa en el contexto científico. Los siete ítems los ubicamos en el contexto científico-matemático, porque incluyen mediciones y no se hace referencia a contextos fuera de las matemáticas. Para resolver la prueba, el estudiante debe conocer el lenguaje matemático para referirse al conjunto numérico de los números racionales; utilizar las convenciones para representar los números racionales en la recta numérica; construir y/o relacionar representaciones geométricas; emplear los símbolos, las reglas de relación de orden y los algoritmos.

Materiales y recursos

Para esta tarea se utiliza material fotocopiable, transportador, lápiz, borrador y regla.

Agrupamiento e interacciones previstas

Los estudiantes desarrollan la tarea diagnóstica de forma individual. Durante el desarrollo de la prueba no hay interacción entre profesor y estudiante, para solucionar dificultades en cuanto a la aplicación de conocimientos previos. La interacción entre profesor y estudiante, se da cuando el profesor realiza la realimentación al grupo de clase, al corregir la tarea e implementar las ayudas para superar dificultades.

Temporalidad

La implementación de la tarea diagnóstica requiere dos sesiones de 80 minutos. En la primera sesión, los estudiantes desarrollan los primeros cuatro ítems, y en la segunda sesión los tres ítems siguientes. Para la realimentación también proponemos dos sesiones de 80 minutos. Sugerimos realizar la realimentación de la tarea en la sesión inmediata a la sesión de cada aplicación.

Errores en los que pueden incurrir el estudiante y ayudas

Los siguientes errores son los más frecuentes en los que puede incurrir los estudiantes al resolver la tarea diagnóstica: convertir varias fracciones a igual denominador y dejar los mismos numeradores (E8); dividir siempre el número mayor entre el menor al transformar una fracción a decimal (E11); relacionar la parte sombreada con la parte no sombreada para expresar en forma numérica la representación geométrica (E32); dividir asimétricamente cada segmento unidad en la recta numérica según indica el número mayor de la fracción (E13); y fallar en la aplicación del algoritmo de la división de dos números enteros (E14). En el anexo 10, presentamos la información de la relación de las dificultades con los errores asociados a los conocimientos previos.

Si los estudiantes incurren en algunos de los errores anteriormente mencionados, el profesor puede brindar ayudas a los estudiantes en el momento de la realimentación de la tarea. Algunas de estas ayudas son: realizar la representación geométrica de fracciones heterogéneas, luego la representación de las fracciones equivalentes a estas con igual denominador, y revisar si corresponden las dos representaciones de cada fracción (A8); reconocer fracciones menores que la unidad o mayores que la unidad, la ubicación en la recta numérica y relacionar con la división de numerador entre denominador (A11); reconocer las partes que completan la unidad e identificar las partes que

están o no seleccionadas (A32); recordar el concepto de denominador y realizar la representación de varias fracciones de diferente denominador en la misma recta numérica (A13); y realizar la división entre dos números enteros de una o dos cifras, con dividendo menor al divisor y viceversa (A14). En el anexo 11, presentamos las ayudas de la tarea diagnóstica.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones del tema

Para la implementación de la tarea diagnóstica se recomienda verificar la legibilidad del texto e imágenes en las fotocopias de la formulación de la tarea. En el inicio de la sesión de implementación, el profesor debe presentar y explicar la meta de la tarea y resaltar que esta tarea no tiene valoración cuantitativa. El profesor no apoya a los estudiantes durante la aplicación de la tarea. Después de la aplicación, el profesor devuelve la tarea corregida y desarrolla la realimentación siguiendo el orden de los ítems. Los estudiantes que tuvieron bien la solución de la tarea, apoyan y comparten la solución con los respectivos procedimientos realizados y posteriormente el profesor implementa las ayudas que favorecen la superación de los errores que incurrieron en la solución de la tarea. Posteriormente a la realimentación de la tarea diagnóstica, se dispone de una sesión para observar videos de la plataforma educativa Khan Academy, con el fin de reforzar los conocimientos previos antes de implementar las tareas de aprendizaje. Los enlaces de estos videos se pueden encontrar en el anexo 11.

Evaluación

Es importante que el profesor, durante el desarrollo de la tarea diagnóstica, identifique las capacidades previas que los estudiantes activaron y en cuales presentaron dificultades. Con esta información se planifica la realimentación que ayudará a la superación de dichas dificultades.

3.2. T1.1 ¿Cuál es mayor?

En la primera parte de la tarea se trabaja con un aplicativo, y en la segunda parte con material fotocopiado. El aplicativo permite el trabajo con fracciones propias heterogéneas, y el material fotocopiado permite el trabajo con fracciones impropias heterogéneas o en expresión mixta. El estudiante debe determinar la fracción mayor, tanto en el aplicativo como en el material fotocopiado. Para ello debe utilizar la representación geométrica y amplificar fracciones, de tal forma que se conviertan en fracciones equivalentes con igual denominador, para luego comparar sólo los numeradores.

Descripción de la tarea

En este apartado, presentamos la descripción de los siguientes elementos de la tarea: (a) requisitos, (b) metas, (c) formulación, (d) conceptos y procedimientos implicados, (e) sistemas de representación, (f) contextos PISA, (f) materiales y recursos, (g) agrupamiento e interacciones previstas y (h) temporalidad.

Requisitos

Para esta tarea se requiere que los estudiantes tengan los conocimientos relacionados con las características de los números racionales (cocientes entre dos números enteros excluyendo al cero

como denominador de la fracción), concepto de unidad, representación fraccionaria de un número racional y la representación geométrica de fracciones propias e impropias.

Metas

Con el desarrollo de esta tarea, pretendemos que los estudiantes establezcan relaciones de orden en los números racionales, cuando se comparan dos números racionales en expresión fraccionaria, utilizando la representación geométrica y numérica para determinar cuál de los dos es mayor.

Formulación

Primera parte. Ingresas en el aplicativo <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/index.html#>, luego a la sesión de fracciones y selecciona la opción 4 ordenar fracciones. Posteriormente elige la práctica ¿cuál es mayor? En cada ejercicio, el aplicativo genera una pareja de fracciones heterogéneas. A cada fracción le asigna otra fracción equivalente. Una de las características de estas nuevas fracciones es que el denominador es igual y su numerador es desconocido. Utiliza el círculo para representar cada fracción y su equivalente, utilizando un patrón de subdivisión que está en la parte superior y luego completa el numerador de la fracción equivalente faltante. Posteriormente, determina cuál es la fracción mayor y asocia a la fracción original. Finalmente, verifica en el óvalo y continúa con otra página, hasta resolver los primeros cinco ejercicios. Realiza la representación de cada ejercicio en una hoja.

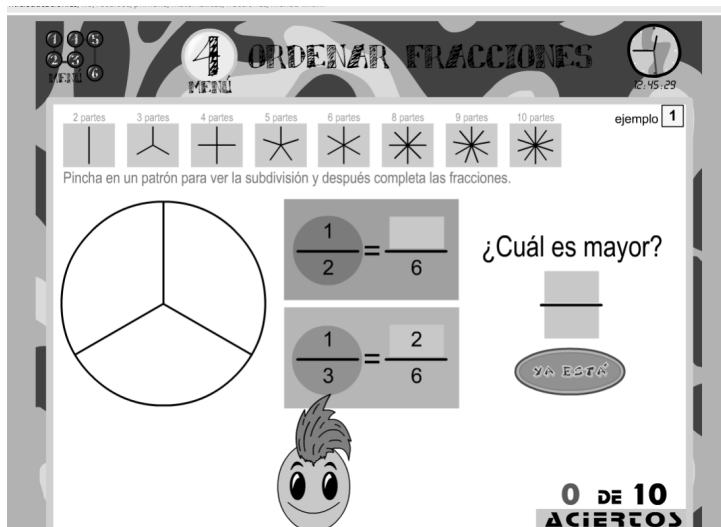


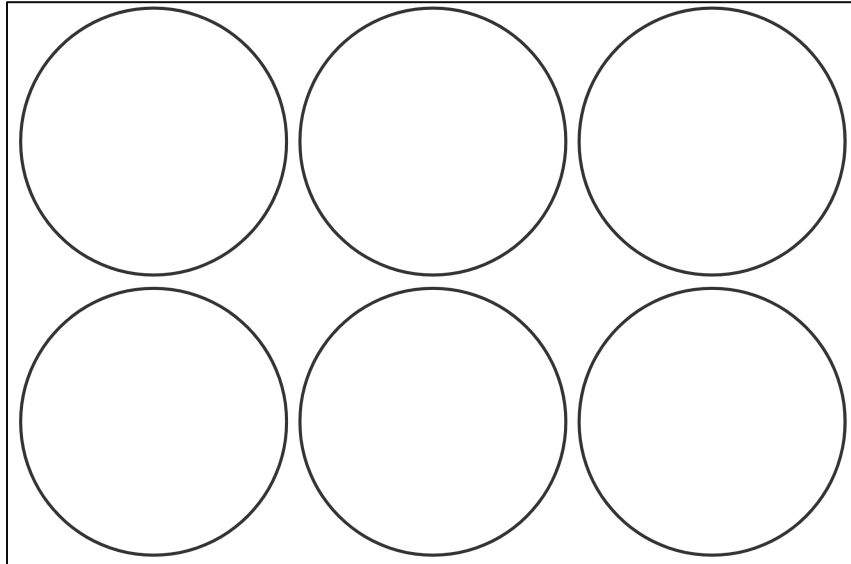
Figura 4. Actividad en el aplicativo: “¿Cuál es mayor?”

Segunda parte. Representa cada pareja de números racionales en expresión fraccionaria o mixta, utilizando los círculos que sean necesarios. Puede utilizar el transportador para dividir en partes iguales cada círculo. Determina ¿Cuál es el número mayor? Utiliza el procedimiento empleado en la primera parte. Completa el numerador faltante de la fracción o número mixto equivalente, ¿Coincide el número mayor que encontró en la representación de los círculos con el número mayor de la representación numérica equivalente? Justifica su respuesta.

1. $\frac{7}{3} = \frac{\quad}{12}$

$\frac{9}{4} = \frac{27}{12}$

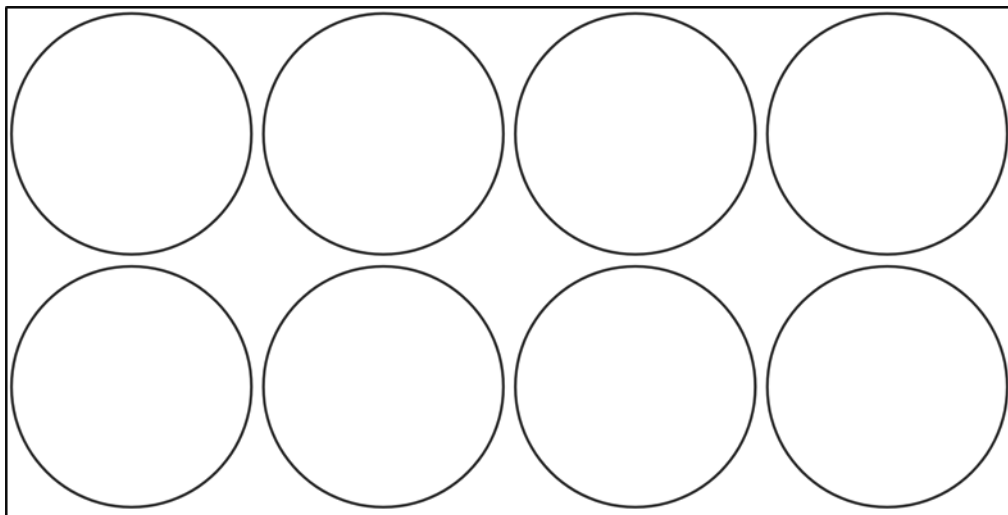
¿Cuál es mayor?



2. $3\frac{1}{2} = 3\frac{\quad}{6}$

$3\frac{2}{3} = 3\frac{4}{6}$

¿Cuál es mayor?



3. $1\frac{2}{3} = \frac{\quad}{3} = \frac{\quad}{15}$ $\frac{11}{5} = \frac{33}{15}$ ¿Cuál es mayor? $\frac{\quad}{\quad}$

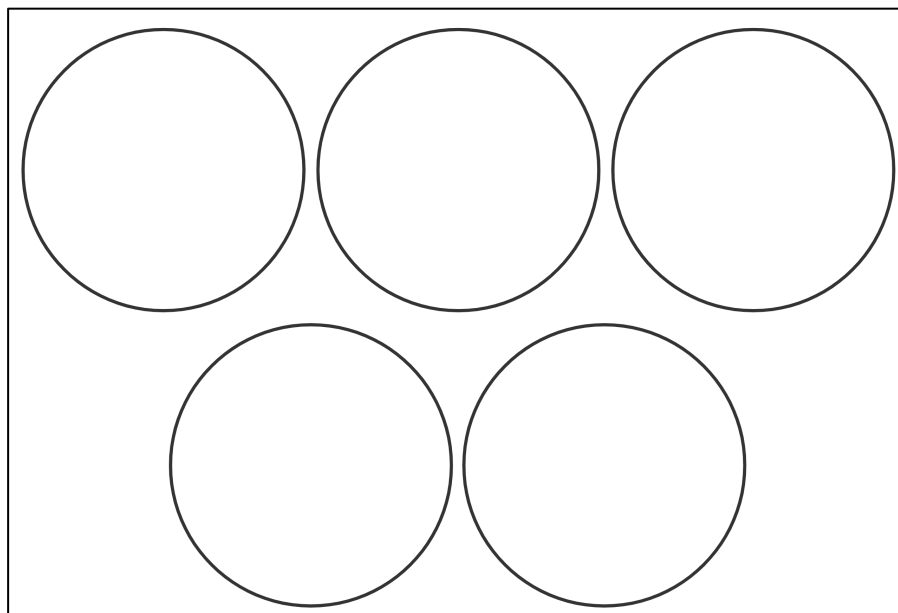


Figura 5. Unidades circulares

Conceptos y procedimientos

La tarea aborda los siguientes conceptos y procedimientos: transformación de las fracciones heterogéneas en fracciones equivalentes homogéneas, amplificación de fracciones, representación geométrica de fracciones, y los símbolos de relación.

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se activan son el numérico y el geométrico.

Contextos de la tarea

Asociamos esta tarea a un contexto científico-matemático.

Materiales y recursos

Los materiales y recursos que se utilizan para esta tarea los mencionamos a continuación, aplicativo <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/index.html#>, computadores, tablets, material fotocopiable, colores, regla, lápiz, transportador, marcadores y tablero.

Agrupamiento e interacciones previstas

En la primera parte de la tarea, los estudiantes trabajan en parejas. En la segunda parte, se reúnen dos parejas de estudiantes para compartir los aciertos en la solución de los ejercicios y llegar a acuerdos. En la tercera parte, las parejas de estudiantes comparten las soluciones de la tarea al grupo de clase. Las clases de interacción que promovemos con esta tarea son: (a) profesor-grupo

de clase, al dar las orientaciones del funcionamiento del aplicativo y del trabajo en el material fotocopiado, al dirigir la socialización de los resultados, y al realizar la realimentación de la tarea; (b) estudiante-estudiante, en el trabajo en parejas al resolver la tarea y en el grupo de dos parejas, al compartir resultados; (c) estudiante-profesor, al realizar preguntas sobre aspectos de la tarea; (d) profesor-estudiante, al resolver dudas y brindar las ayudas; y (e) estudiante-grupo de clase, cuando los estudiantes en grupo comparten sus resultados a los compañeros de la clase.

Temporalidad de la tarea

El tiempo estipulado para esta tarea es de dos sesiones de 80 minutos cada una. En la primera sesión, destinamos 25 minutos para la presentación de objetivo, meta e instrucciones de la tarea, 40 minutos para la realización de la tarea, y 15 minutos para la socialización. En la segunda sesión, destinamos 25 minutos para la realimentación de la tarea, 30 minutos para la presentación, explicación y registro de instrumentos de recolección de información y 20 minutos para la socialización y finalmente cinco minutos para la recolección de trabajos y materiales.

Errores, grafo de criterios de logro de la tarea y actuación del profesor

En este apartado, presentamos los errores en los que puede incurrir el estudiante y relacionamos las ayudas que le brindamos para superar cada error, además presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea y las previsiones de la actuación del profesor durante la implementación de la tarea.

Errores en los que pueden incurrir el estudiante y ayudas

Los siguientes son algunos de los errores en los que pueden incurrir los estudiantes: realizar la representación geométrica de los números racionales sin relacionar con el concepto de área (E28); utilizar solamente una unidad para representar fracciones impropias e invertir la posición de numerador y denominador (E30); representar geoméricamente el número de veces la fracción del número mixto según indique el entero (E45); y obtener un área mayor o menor a la esperada de la representación por no utilizar subdivisiones equitativas en cada figura (E46).

Algunas de las ayudas que se prevé que el profesor puede brindar para la superación de los errores anteriormente descritos son: revisar la medida de los grados con el transportador (A28); realizar preguntas como: ¿Cuál es la diferencia entre una fracción propia e impropia? (A30); discriminar las partes de un número mixto y su característica (A45); y revisar la división equitativa de las partes de cada unidad e identificar la representación de mayor área sombreada (A46). El listado completo de los errores se puede encontrar en el anexo 4 y el de las ayudas en el anexo 12.

Grafos de criterios de logro de la tarea

A continuación, presentamos el grafo de criterios de logro del objetivo 1 y destacamos las estrategias de solución que los estudiantes pueden activar al abordar la tarea. Los criterios de logro que aparecen en el recuadro son los correspondientes a la tarea, y los demás al objetivo.

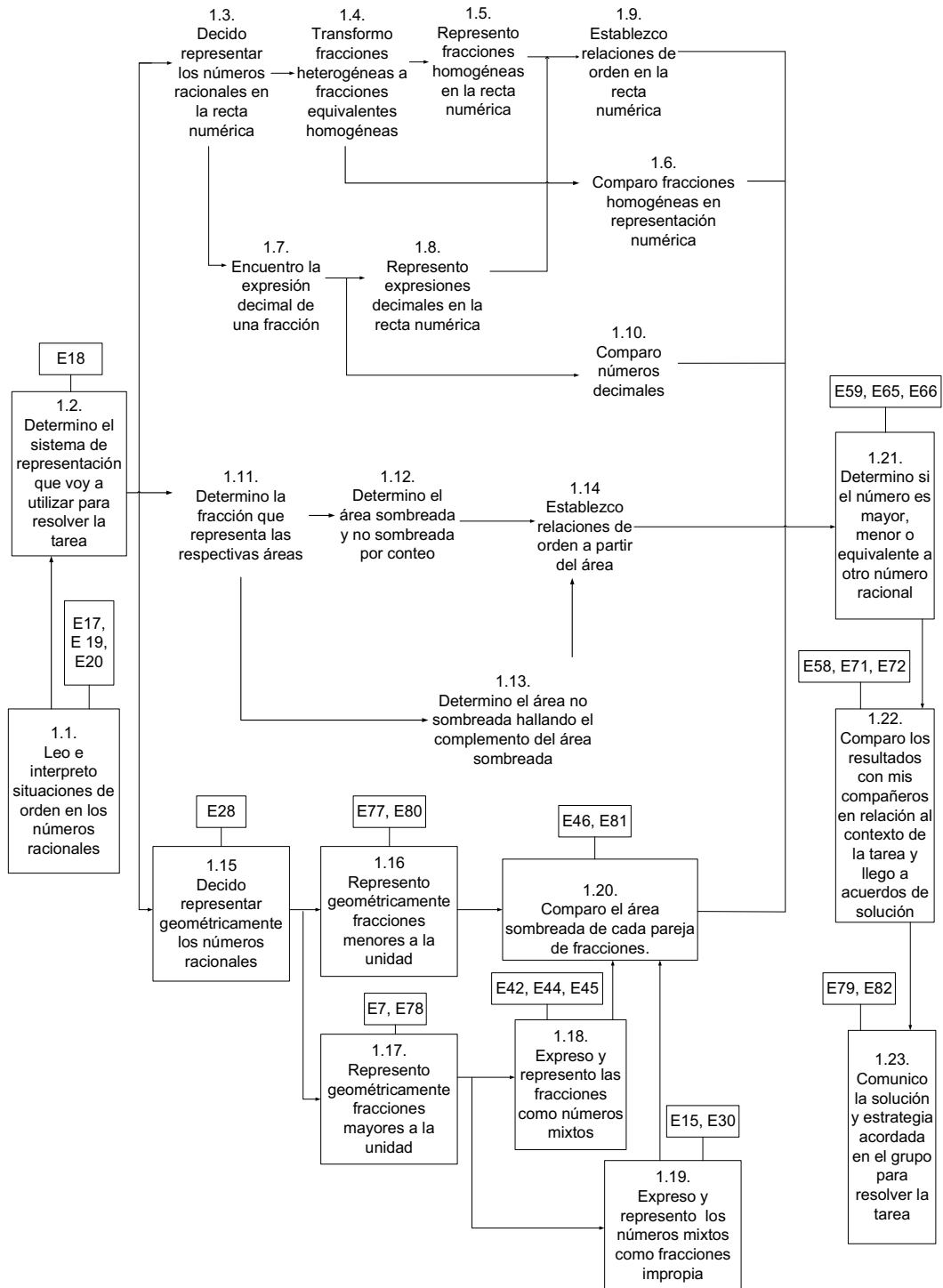


Figura 6. Grafo de criterios de logro de la T1.1.

Actuación del profesor

Durante todo el desarrollo de la tarea, el profesor debe mantener una actitud motivadora, estar pendiente de las dudas que se puedan presentar en las parejas de estudiantes durante el desarrollo de la tarea, en la puesta en común de resultados y en la realimentación de la tarea. Además, el profesor debe brindar oportunamente las ayudas necesarias a los estudiantes cuando han incurrido en errores, y puede realizar preguntas después de la lectura de la formulación de la tarea que ayuden a activar las estrategias de solución como: ¿identificó los datos y la pregunta? ¿Qué información de la situación le permite seleccionar el sistema de representación a utilizar?

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

El profesor presenta la meta a los estudiantes y el tiempo de desarrollo de la tarea antes de iniciarla. Entrega la formulación en forma escrita y solicita a los estudiantes realizar la lectura en forma individual. Luego, un estudiante lee en voz alta al grupo de clase y se pide a algunos estudiantes exponer lo que entendieron, a fin de asegurarse que han comprendido las instrucciones de la tarea.

El profesor motiva a los estudiantes a desarrollar la tarea y observa el desempeño en el manejo del aplicativo y del material fotocopiable, para la solución y el registro de las actividades. En la puesta en común, el profesor solicita la participación de todos los grupos y facilita la discusión reflexiva para reconocer los criterios de logro activados durante la resolución de la tarea.

Evaluación

Durante la implementación de la tarea, el profesor debe estar atento a las intervenciones de los estudiantes en la solución de la tarea, en la socialización al grupo de clase y en la justificación de si está de acuerdo o no con la solución que presenta la pareja de estudiantes. Así mismo, el profesor debe revisar el material diligenciado por los estudiantes y verificar en que medida se ha alcanzado la meta propuesta. Para ello, el profesor debe revisar las respuestas en el aplicativo y en el material fotocopiable, analizar la representación geométrica de las fracciones y verificar si la fracción seleccionada en cada pareja de fracciones corresponde a la mayor. A la vez, el profesor identifica los errores en los que incurrieron los estudiantes, para luego, realizar la realimentación de la tarea antes de la implementación de la siguiente tarea.

3.3. T1.2 Busca la fracción

Para el desarrollo de esta tarea, también utilizaremos un aplicativo y material fotocopiable. Inicialmente, en el aplicativo se generan parejas de fracciones propias heterogéneas en la recta numérica. En la segunda parte, en el material fotocopiable, se les presenta parejas de fraccionarios heterogéneos positivos y/o negativos en la recta numérica. Los estudiantes deben buscar tanto en el aplicativo, como en el material fotocopiable una fracción que esté entre los dos números dados. Para ello, en el aplicativo deben utilizar la representación gráfica y las subdivisiones de la recta que se encuentra en la parte superior del aplicativo para encontrar la fracción que está buscando. En el material fotocopiable, los estudiantes emplean la segunda recta para ubicar los números dados expresados en fraccionarios equivalentes con igual denominador y el fraccionario que está entre ellos.

Descripción de la tarea

En este apartado, presentamos la descripción de los siguientes elementos de la tarea: (a) requisitos, (b) metas, (c) formulación, (d) conceptos y procedimientos implicados, (e) sistemas de representación, (f) contextos PISA, (f) materiales y recursos, (g) agrupamiento e interacciones previstas y (h) temporalidad.

Requisitos

Los conocimientos previos necesarios para abordar la tarea son: reconocimiento de número racional, representación fraccionaria de un número racional, fracciones propias, numerador y denominador, transformación a fracciones equivalentes con igual denominador mediante la amplificación y ubicación de número racional en la recta numérica, densidad y comparación de fracciones o fraccionarios con igual denominador.

Metas

Con esta tarea, buscamos que los estudiantes establezcan relaciones de orden en los números racionales al utilizar la representación gráfica, al descubrir un número racional en forma fraccionaria que está entre otros dos números racionales dados y determinar el número menor y el número mayor. Los estudiantes podrán transformar las fracciones dadas a fracciones equivalentes con igual denominador para poder representar dichos números fraccionarios en la recta numérica.

Formulación

Ingresa en el aplicativo <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/index.html#> a la sesión de fracciones y selecciona la opción 4 ordenar fracciones. Luego elige la práctica “busca la fracción”. En cada ejemplo, el aplicativo genera una pareja de fracciones heterogéneas menores a la unidad en la recta numérica. Con la ayuda de las subdivisiones que se encuentran en la parte superior de la pantalla, busca una fracción que está entre las dos fracciones dadas. Luego elige la fracción que está buscando, regístrala en el espacio requerido, comprueba en el óvalo, y continúa con otra página, hasta resolver los cinco primeros ejercicios. Realiza la representación de cada ejercicio en una hoja y determina cual es la fracción mayor y la fracción menor.

1 1 5
2 3 6
MENÚ

4 ORDENAR FRACCIONES

20:17:27

2 partes 4 partes 6 partes 9 partes ejemplo 1

3 partes 5 partes 8 partes 10 partes

← Pincha en el patrón adecuado y verás que fácil.

0 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ 1

Busca una fracción que esté en la zona rallada.

YA ESTÁ

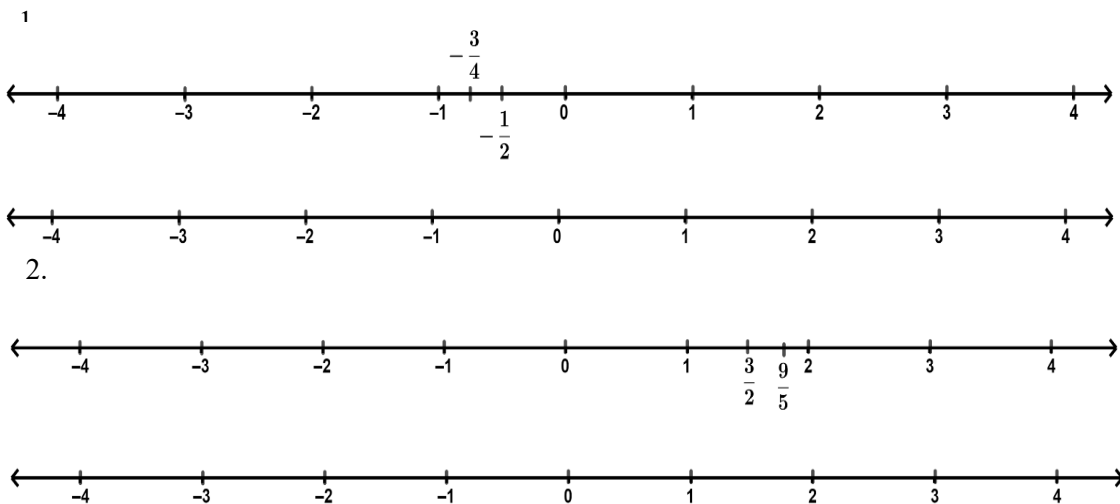
← Escribe la fracción.

AHORÁ TÚ

0 DE 10 ACIERTOS

Figura 7. Actividad en el aplicativo: “busca la fracción”

Segunda parte. Observa las siguientes rectas numéricas: en la primera está la representación de una pareja de números racionales en expresión fraccionaria positiva o negativa y en la otra la recta los números enteros. Busca una fracción que esté entre las dos fracciones dadas y ubica las tres fracciones en la segunda recta. Determina el número mayor y el número menor. Explica la pertinencia de tu respuesta.



3.

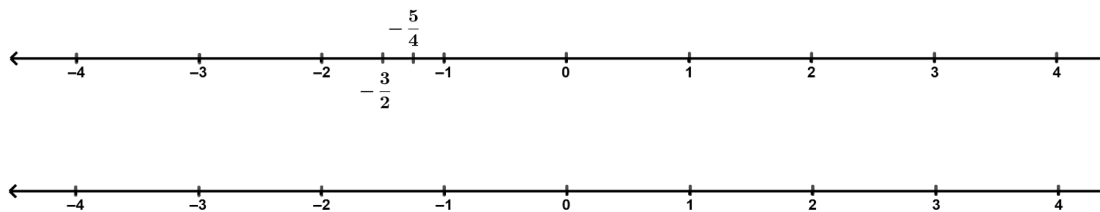


Figura 8. Rectas numéricas

Conceptos y procedimientos

La tarea aborda los siguientes conceptos y procedimientos: número racional, fraccionarios heterogéneos y fraccionarios equivalentes homogéneos, amplificación de fraccionarios, representación gráfica de fracciones o fraccionarios, y los símbolos de relación.

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se activan son el numérico y el gráfico.

Contextos de la tarea

Asociamos esta tarea a un contexto científico-matemático

Materiales y recursos

Los materiales necesarios para esta tarea los citamos a continuación, el aplicativo <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/index.html#>, computadores, tablets o dispositivos de los estudiantes, fotocopias con la formulación de la tarea, lápiz, cuaderno, marcadores y tablero.

Agrupamiento e interacciones previstas

Para el desarrollo de la tarea, en primer lugar, los estudiantes trabajan en parejas. Luego, las parejas de estudiantes comparten soluciones de la tarea al grupo de clase. Las clases de interacción que promovemos en esta tarea son: (a) profesor-grupo de clase, al dar las orientaciones del funcionamiento del aplicativo y del trabajo en el material fotocopiado, al dirigir la socialización de los resultados, y al realizar la realimentación de la tarea; (b) estudiante-estudiante, en el trabajo de parejas al discutir con su compañero la ubicación de los números en la recta numérica y la coincidencia o no del número que está entre los dos números dados; (c) estudiante-profesor, al realizar preguntas sobre aspectos del aplicativo, del material fotocopiado y procedimientos aplicados; (d) profesor-estudiante, al resolver dudas a cada pareja de estudiantes; y (e) estudiante-grupo de clase, cuando los estudiantes comparten sus resultados.

Temporalidad

El tiempo estipulado para esta tarea es de dos sesiones de 80 minutos cada una. En la primera sesión, destinamos 20 minutos para la presentación de la meta, disposición y entrega de material e instrucciones de la tarea. Luego, 40 minutos para la realización de la tarea, y 20 minutos para la

puesta en común. En la segunda sesión, destinamos 25 minutos para la realimentación de la tarea, 30 minutos para la presentación, explicación y registro de instrumentos de recolección de información. Finalmente, 20 minutos para la puesta en común, y cinco minutos para la recolección de trabajos y materiales.

Errores, grafo de criterios de logro de la tarea y actuación del profesor

En este apartado, presentamos los errores en los que pueden incurrir los estudiantes y relacionamos las ayudas que le brindamos para superar cada error. Además, presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea y las previsiones de la actuación del profesor durante la implementación de la tarea.

Errores en los que pueden incurrir el estudiante y ayudas

Los siguientes son algunos de los errores en los que pueden incurrir los estudiantes: amplificar una fracción sumando al numerador y al denominador el mismo número (E6); dividir asimétricamente las unidades enteras de la recta numérica según indica el denominador (E33); realizar la ubicación de los fraccionarios en la recta numérica al tomar como unidad entera el numerador y a partir de este contar subdivisiones según indica el denominador (E42); relacionar la dirección no convencional a la izquierda del número en la recta numérica (E48); relacionar la dirección no convencional a la derecha del número en la recta numérica (E60); y ubicar en diferente punto de la recta numérica los números que tienen una relación de equivalencia (E49).

Algunas de las ayudas que se prevé que el profesor puede brindar para la superación de los errores anteriormente descritos son: realizar preguntas como: ¿Qué significa amplificar? (A6); realizar subdivisiones entre los enteros de la recta numérica utilizando cuadrícula (A33); mostrar números racionales ubicados en una recta numérica y pedir que diga cuál(es) números están a la izquierda o derecha de un número determinado (A48, A60); y presentar la ubicación de varios números racionales en la recta numérica, para luego a cada número asignar diferentes expresiones numéricas equivalentes (A49). El listado completo de los errores se puede encontrar en el anexo 4 y el de las ayudas en el anexo 12.

Grafos de criterios de logro de la tarea

A continuación, presentamos el grafo de criterios de logro del objetivo 1 y destacamos las estrategias de solución que los estudiantes pueden activar al abordar la tarea. Los criterios de logro que aparecen en el recuadro son los correspondientes a la tarea, y los demás al objetivo.

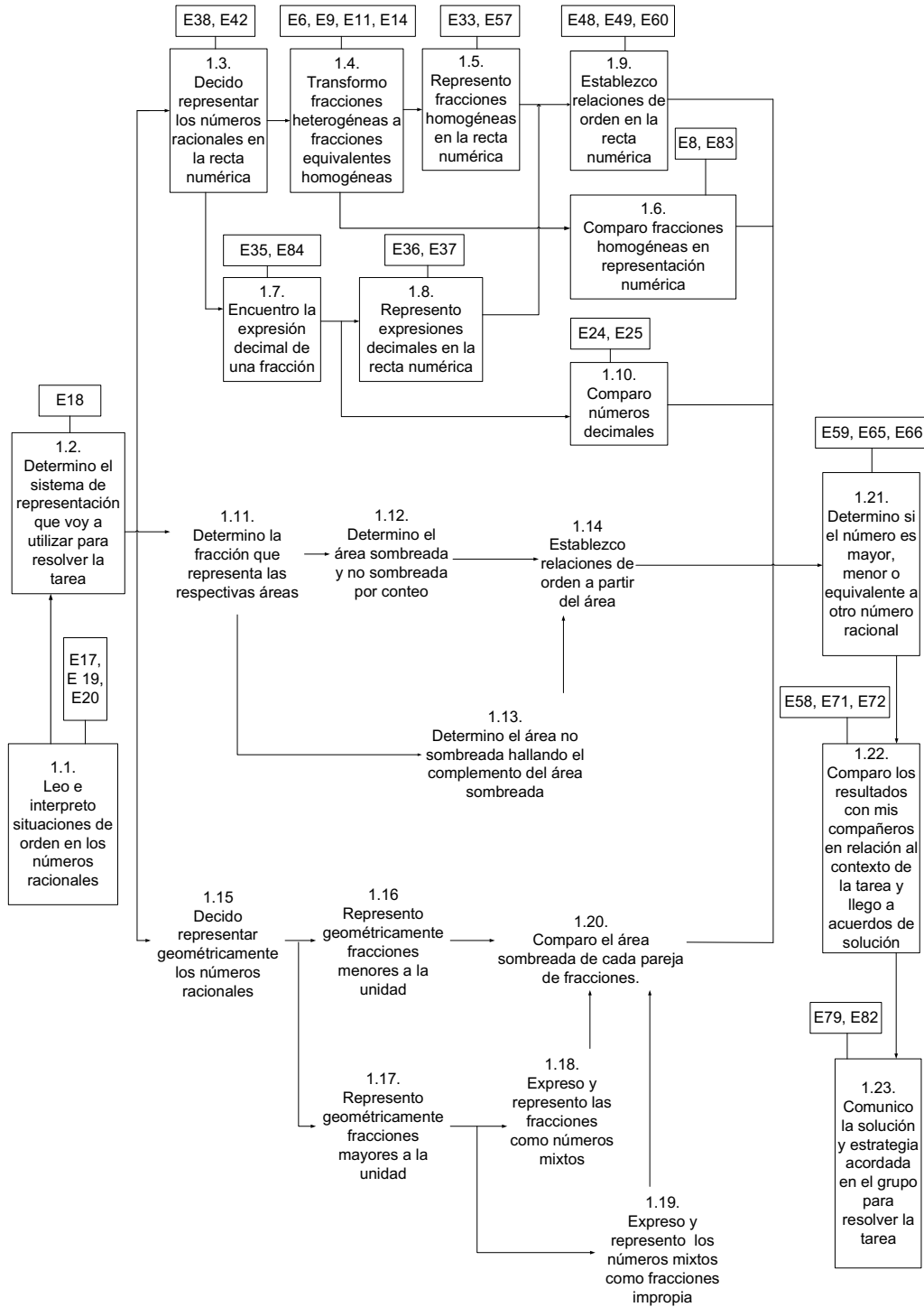


Figura 9. Grafo de criterios de logro de la T1.2.

Actuación del profesor

El profesor está atento a que los estudiantes desarrollen la tarea y a ayudarlos a superar los errores que no permitan continuar con la solución de la tarea. Después de la lectura de la formulación de la tarea, presenta ejemplos para tener una mayor comprensión del requerimiento de la tarea. Luego, el profesor formula preguntas acerca del uso del aplicativo, del sistema de representación gráfico que va a utilizar. Posteriormente, el profesor establece la conexión entre la primera parte, trabajo en el aplicativo y la segunda parte, trabajo en el material fotocopiado. Además, está pendiente de que todos los estudiantes tomen apuntes de los procedimientos ejecutados en el aplicativo.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

El profesor inicia con la presentación de la meta de la tarea, y la lectura de la formulación que se les entrega en la fotocopia. Posteriormente, solicita a los estudiantes que enuncie los requerimientos para garantizar la interpretación de la situación. Durante el desarrollo de la tarea, el profesor debe estar pendiente de los procedimientos que ejecuta el estudiante, tanto en el aplicativo como en la fotocopia; implementa las ayudas asociadas a la ubicación y relación de orden de los números racionales en la recta numérica. En la solución y la puesta en común de la tarea, el profesor busca mediar, valorar los puntos de vista de los estudiantes, y tomar nota de las actuaciones de los estudiantes.

Evaluación

El profesor observa la actuación de los estudiantes durante la implementación de la tarea de aprendizaje y estar atento a sus participaciones en la solución y la puesta en común. Además, el profesor analiza las soluciones de la tarea y el procedimiento utilizado para encontrar la fracción que está entre las dos fracciones dadas en la recta numérica y verificar si la fracción dada por los estudiantes se ubica entre los dos números dados. Así como, la determinación correcta de la fracción mayor y la fracción menor. El profesor revisa los errores en los que pudieron incurrir los estudiantes e implementa las respectivas ayudas en la realimentación de la tarea. También, el profesor considera el material diligenciado por los estudiantes relacionados con la recolección de la información en el aspecto cognitivo y aspecto afectivo; e identifica fortalezas y debilidades en la ejecución de la tarea.

3.4. T1.3 Baldosas para el piso

En la formulación de la tarea presentamos el plano de las partes de una casa. Los estudiantes deben calcular el área de las partes sombreadas y de las partes no sombreadas con respecto al área total de la casa y comparar entre sí las respectivas áreas. La formulación se entrega en fotocopia.

Descripción de la tarea

En este apartado, presentamos la descripción de los siguientes elementos de la tarea: (a) requisitos, (b) metas, (c) formulación, (d) conceptos y procedimientos implicados, (e) sistemas de representación, (f) contextos PISA, (f) materiales y recursos, (g) agrupamiento e interacciones previstas y (h) temporalidad.

Requisitos

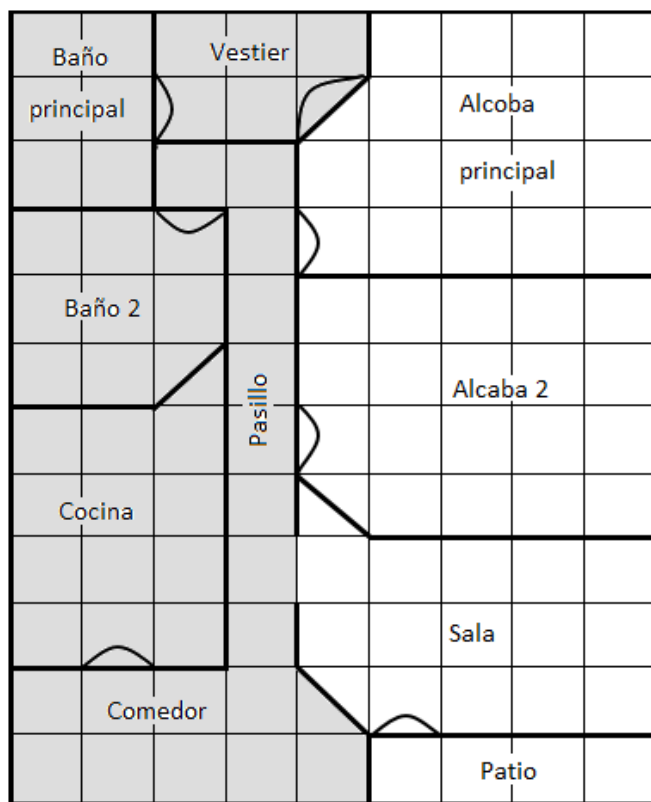
Para el desarrollo de esta tarea, se requiere que los estudiantes tengan los conocimientos relacionados con el concepto de área, de unidades cuadradas, de numerador y denominador, número mixto, representación del área en forma de fracción y comparación de fracciones con igual denominador.

Metas

Con el desarrollo de esta tarea, pretendemos que los estudiantes establezcan relaciones de orden de equivalencia y desigualdad estricta al comparar el área del piso sombreado y no sombreado con respecto al área total del piso de la casa, que se representa en el plano.

Formulación

Lucas construyó su casa teniendo en cuenta el siguiente diseño. Ayudemos a Lucas a calcular la fracción del área del piso sombreada y no sombreada respecto al área total del piso de la casa, que va a cubrir con dos tipos de baldosas. Para la parte sombreada va a utilizar una baldosa más económica que la baldosa para la parte no sombreada. ¿Cuál de los diseños aconsejaría a Lucas seguir para que pueda ahorrar dinero? Nota: El área de dos triángulos es equivalente al área de un cuadrado. Justifica su respuesta.



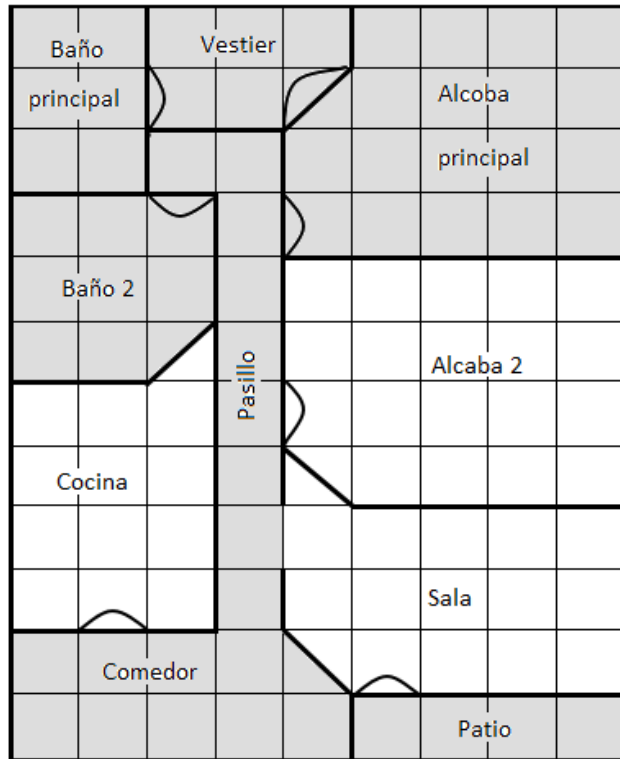
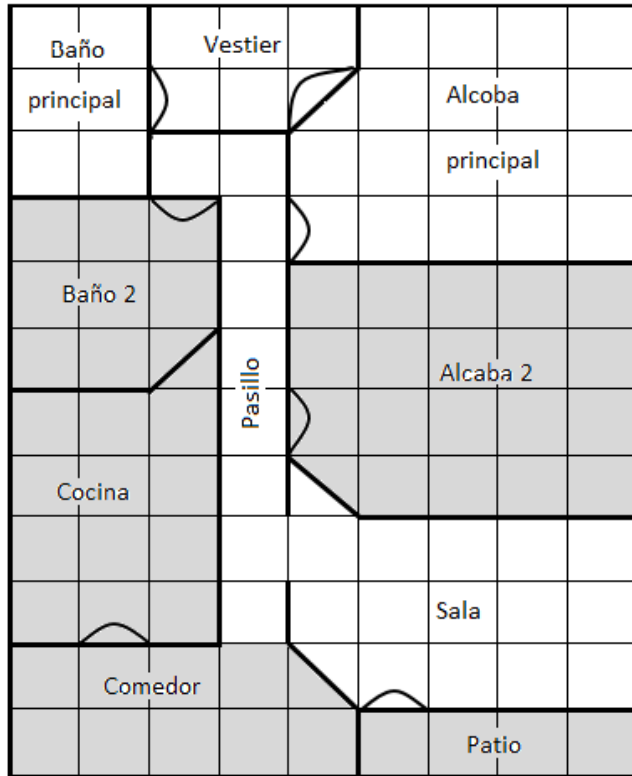


Figura 10. Plano casa de Lucas

Conceptos y procedimientos

Para el desarrollo de esta tarea, los estudiantes utilizan los conceptos y los procedimientos asociados al plano, al área de figuras planas (rectángulo), a las unidades cuadradas y triangulares, a las fracciones homogéneas, al conteo, a los símbolos de relación, y a la comparación del área de partes sombreadas y no sombreadas

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se activan son el numérico y el geométrico.

Contextos de la tarea

Asociamos esta tarea a un contexto personal y profesional, porque se presenta el plano de la vivienda y busca ahorrar dinero en la instalación de la baldosa en el piso de la casa.

Materiales y recursos

Los materiales para esta tarea son fotocopias, diseños, lápiz, cuaderno, marcadores y tablero.

Agrupamiento e interacciones vistas

El desarrollo de la tarea se llevará a cabo en forma individual, luego en grupos de tres estudiantes comparten soluciones y llegan a acuerdos. Las clases de interacción que promovemos en esta tarea son: (a) profesor-grupo de clase, al presentar la meta de la tarea y dar las orientaciones; (b) estudiante-estudiante, al compartir las soluciones y llegar a acuerdos en el grupo de los tres estudiantes; (c) estudiante-profesor al realizar preguntas; (d) profesor-estudiante, al resolver dudas en cada sesión y brindar las ayudas; y (e) estudiante-grupo de clase, cuando los estudiantes comparten sus resultados al grupo de clase.

Temporalidad de la tarea matemática escolar

La solución de la tarea se realiza en cuatro etapas. En la primera etapa, el profesor da las orientaciones a todo el grupo de la clase y la meta de la tarea (5 minutos). En la segunda etapa, los estudiantes trabajan individualmente y solucionan la tarea (15 minutos). En la tercera etapa, trabajan en grupos de tres estudiantes para compartir soluciones de la tarea y llegar a acuerdos (15 minutos). En la cuarta etapa, trabajan con el grupo de clase al exponer al grupo de clase la solución y el docente hace la intervención final (15 minutos). El tiempo restante de la sesión de 80 minutos para la integración de la evaluación en la instrucción.

Errores, grafo de criterios de logro de la tarea y actuación del profesor

En este apartado, presentamos los errores en los que puede incurrir el estudiante y relacionamos las ayudas que le brindamos para superar cada error. Además, presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea y las previsiones de la actuación del profesor durante la implementación de la tarea.

Errores en los que pueden incurrir el estudiante y ayudas

Los siguientes son algunos de los errores en los que pueden incurrir los estudiantes: Crear una imagen de lo que no se está presentando en realidad dentro de la situación (E20) no relacionar la

representación geométrica con una representación numérica (E76); contar cada triángulo como una unidad igual al cuadrado (E23); dar la interpretación incorrecta a la asociación de los símbolos en la relación de orden (E4); y obtener una respuesta no relacionada con la pregunta de la situación (E71).

Algunas de las ayudas que se prevé que el profesor puede brindar para la superación de los errores anteriormente descritos son: narrar la situación (A20); reconocer las características de diferentes expresiones numéricas y preguntar ¿cuál se adapta para para representar las áreas de la casa? (A76); realizar la división de un cuadrado en dos triángulos iguales (A23); ejemplificar los símbolos de relación de orden con la representación de fracciones en diferentes figuras planas (A4); y algunas preguntas como ¿La respuesta es coherente con la situación planteada? (A71). El listado completo de los errores se puede encontrar en el anexo 4 y el de las ayudas en el anexo 12.

Grafos de criterios de logro de la tarea

A continuación, presentamos el grafo de criterios de logro del objetivo 1 y destacamos las estrategias de solución que los estudiantes pueden activar al abordar la tarea. Los criterios de logro que aparecen en el recuadro son los correspondientes a la tarea, y los demás al objetivo.

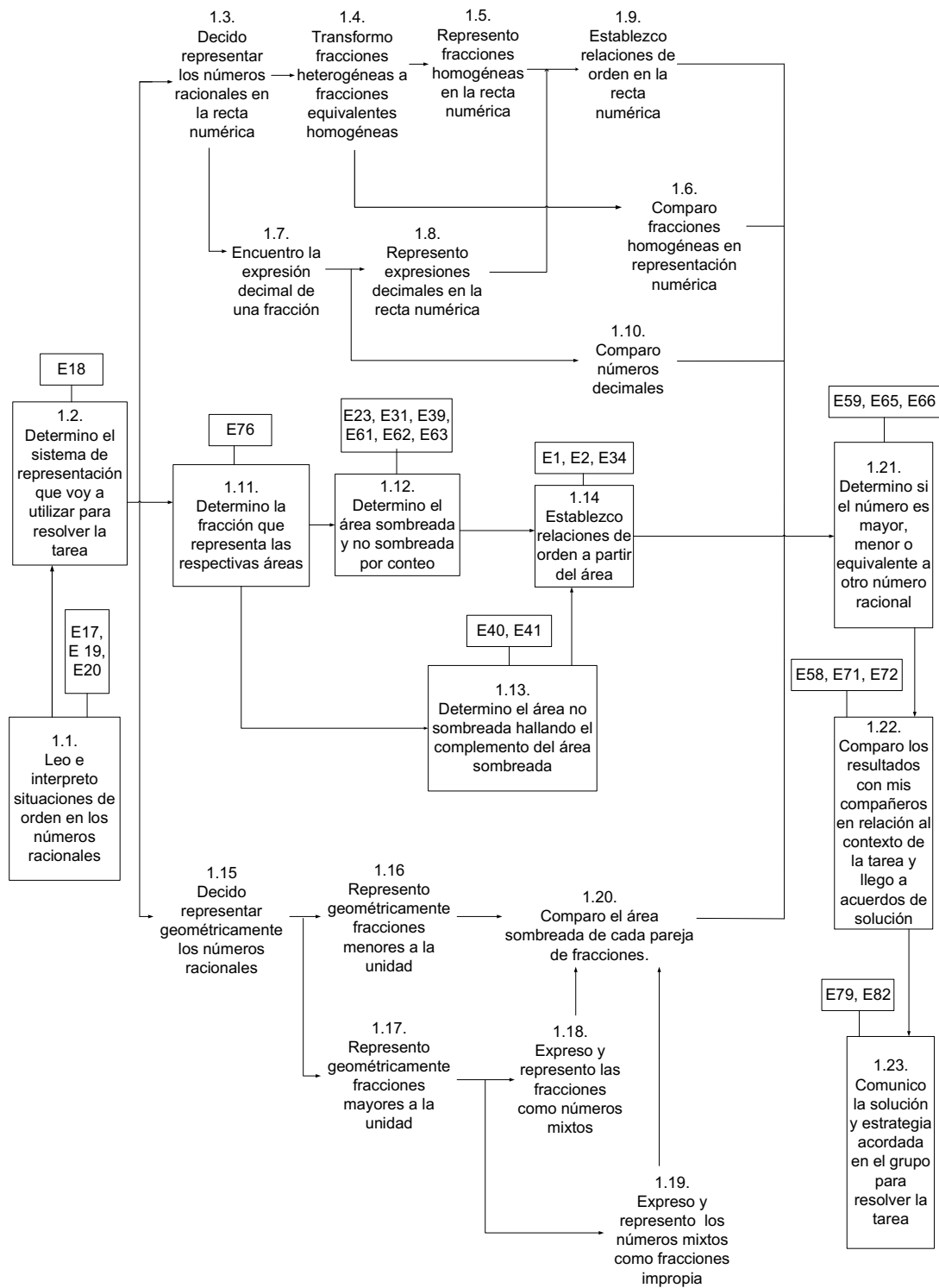


Figura 11. Grafo de criterios de logro de la T1.3

Actuación del profesor

El profesor revisa la disponibilidad de los materiales, la atención e interés de los estudiantes, a su vez, pasea por la clase y de forma individual o grupal, va observando qué problemas o dudas se les presentan a los estudiantes durante la ejecución de la tarea y les ayuda a resolverlos. La intervención del profesor consigue mantener el interés del estudiante al sentirse atendido.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

Antes de la implementación de la tarea, el profesor debe revisar la legibilidad de los planos en la fotocopia. Para dar inicio a la tarea, es importante que el profesor solicite hacer una lectura de la situación y las imágenes de los planos. Realizar una contextualización con respecto al material utilizado en el piso de la casa de algunos estudiantes, y establecer una relación entre estas dos informaciones para comprender el requerimiento de la tarea y continuar con su solución.

Posteriormente, el profesor facilita la conformación de los grupos de tres estudiantes para aportar y discutir su solución. Finalmente, los estudiantes exponen los resultados en plenaria y el profesor motiva y promueve la participación activa y crítica de los estudiantes, genera espacios para la realimentación de la tarea.

Evaluación

Esperamos que el profesor observe la actuación de los estudiantes durante la implementación de la tarea de aprendizaje y que esté atento a sus participaciones en el momento de la socialización de los resultados. Recomendamos al profesor revisar y analizar los documentos escritos de los estudiantes para identificar las dificultades y errores en que incurrieron al comparar el área sombreada y no sombreada con respecto al área total del piso de la casa, para luego, realizar la realimentación de la tarea. Además, verificar si los estudiantes eligieron el diseño adecuado en relación con el contexto de la tarea.

3.5. T2.1 Jugando con números racionales

Esta tarea consiste en un juego lúdico que consideramos como una transición entre el objetivo uno y dos. Durante el desarrollo del juego se busca que los estudiantes interactúen de tal forma que adquieran nuevas estrategias para comparar números racionales, ya sean números racionales en representación fraccionaria impropia o números mixtos. El docente estará dispuesto a colaborar cuando los estudiantes lo requieran.

Requisitos

Para el desarrollo de esta tarea los estudiantes deben conocer algunas representaciones de los números racionales en el sistema numérico, como son número decimal, fracción impropia y número mixto, símbolos asociados a una relación de orden con sus respectivas transformaciones sintácticas, comparación con fracciones con igual denominador y comparar números fraccionarios impropios.

Metas

Esta tarea permite ejercitar los procedimientos para establecer relaciones de orden en los números racionales. Para ello, los estudiantes realizan algunas de las transformaciones sintácticas en la pareja de números racionales obtenidas (expresan los dos números en forma de fracción, número mixto o decimal). Luego, comparan los dos números racionales aplicando reglas de relación de orden para determinar cuál es el número racional mayor o menor.

Formulación de la tarea escolar

Para el desarrollo de esta tarea se entrega en una guía las instrucciones del juego, una tabla de 6 columnas y seis filas con doble entrada y diez fichas con un color diferente para cada jugador. Los estudiantes en parejas tienen a su disposición dos dados de diferente color, una calculadora, una moneda marcada con la letra *M* (*mayor*) en una cara y *m* (*menor*) en la otra cara.

Instrucciones:

- ◆ Se organizan las parejas
- ◆ Observa la tabla y establece el dado que va a indicar la posición horizontal y el dado que va a indicar la posición vertical
- ◆ Un estudiante lanza los dados, revisa los números en los dados, busca la posición en la tabla e identifica el número racional y lo escribe en el material fotocopiado
- ◆ El otro participante lanza los dados, revisa en la tabla y escribe el número a continuación del número del compañero
- ◆ Compara y escribe el procedimiento. Identifica si el primer número es mayor o menor y escribe el símbolo correspondiente entre los dos números
- ◆ Luego, lanza la moneda si cae *M* entonces quien tiene el número mayor coloca una de sus fichas en la casilla, si cae *m* entonces la ficha la coloca quien tenga el número menor y en caso de tener fracciones equivalentes ambos colocan fichas en sus respectivas casillas (si no logran identificar quien tiene el número mayor o menor, pueden hacer uso de la calculadora)
- ◆ Se repite hasta que uno de los dos o ambos estudiantes acaben las fichas

Durante el juego se realizan algunas preguntas como: ¿Por qué este número racional es mayor que el otro? ¿Qué procedimientos utilizaron para decidir cuál de los dos números racionales es mayor?

	1	2	3	4	5	6
1	$\frac{13}{5}$	$-3\frac{3}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{4}$	$1\frac{3}{8}$	$\frac{43}{8}$
2	$1\frac{5}{8}$	$-\frac{23}{4}$	$1\frac{5}{6}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{16}{7}$
3	$4\frac{2}{7}$	$-5\frac{3}{4}$	$\frac{27}{5}$	$2\frac{3}{5}$	$-3\frac{8}{11}$	$-5\frac{1}{4}$
4	$-2\frac{7}{10}$	$\frac{31}{6}$	$6\frac{5}{7}$	$-\frac{15}{4}$	$-1\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{6}$
5	$-\frac{7}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$\frac{11}{8}$	$3\frac{2}{5}$	$-3\frac{7}{9}$	$-2\frac{1}{5}$
6	$-5\frac{7}{8}$	$6\frac{7}{9}$	$5\frac{4}{5}$	$\frac{15}{8}$	$4\frac{1}{6}$	$2\frac{3}{7}$

Figura 12. Tabla de doble entrada

Conceptos y procedimientos

La tarea aborda los siguientes conceptos y procedimientos: número racional, fraccionarios heterogéneos, números mixtos, fracciones impropias, fracciones equivalentes, amplificación y simplificación de fraccionarios, y símbolos para representar relación de orden; convertir una fracción impropia a número mixto y viceversa, convertir fracciones a decimales y viceversa, comparar números racionales.

Sistemas de representación

El sistema de representación que se activa es el numérico.

Contextos de la tarea

Asociamos esta tarea a un contexto científico-matemático.

Materiales y recursos

Para el desarrollo de esta tarea se requiere; una tabla de doble entrada con 36 casillas numeradas que contiene números racionales (ver figura 1), dos dados de diferente color, una moneda marcada

con la letra M en una cara y m en la otra, 10 fichas para cada jugador de colores diferentes, hoja de papel para hacer operaciones y para comparar los números racionales colocando el símbolo según corresponda y calculadora.

Agrupamiento e interacciones previstas

La actividad se desarrollará primero en parejas con todos los materiales para su ejecución. Luego, se reúnen dos parejas para compartir resultados y llegar a acuerdos. Finalmente, los grupos de cuatro estudiantes exponen sus resultados al grupo de clase. Las interacciones que promovemos en esta tarea son: (a) profesor-grupo de clase, cuando da a conocer las metas, solicita la lectura de la tarea, aclara dudas de las instrucciones y al finalizar la tarea realiza la implementación de la realimentación; (b) estudiante-estudiante, en el trabajo por parejas para ejecutar el juego, con el apoyo de la calculadora para verificar decisiones de si el número seleccionado es el mayor o menor, y en el grupo de dos parejas de estudiantes, cuando interactúan, comparten sus resultados y llegan a acuerdos; (c) profesor-estudiante, cuando interviene para aclarar dudas en los procedimientos y en la elección del estudiante ganador; y (d) estudiante-grupo de estudiantes, al compartir la experiencia de participar en esta actividad, y al realizar una realimentación de las ventajas y desventajas que tiene trabajar de esta manera.

Temporalidad de la matemática escolar.

En primer lugar, el docente dará las instrucciones y las reglas del juego a todo el grupo (10 minutos). Con la supervisión del docente, cada pareja de estudiantes desarrolla el juego teniendo en cuenta el cumplimiento de los requerimientos (40 minutos). Por último, se socializa algunos resultados obtenidos por cada pareja de estudiantes y el docente interviene para aclarar las dudas que surjan (30 minutos). El tiempo restante de las sesiones para la integración de la evaluación en la instrucción.

Errores, grafo de criterios de logro de la tarea y actuación del profesor

En este apartado, presentamos los errores en los que puede incurrir el estudiante y relacionamos las ayudas que le brindamos para superar cada error. Además, presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea y las previsiones de la actuación del profesor durante la implementación de la tarea.

Errores en los que pueden incurrir el estudiante y ayudas

Los siguientes son algunos de los errores en los que pueden incurrir los estudiantes: Crear una imagen de lo que no está sucediendo en realidad dentro de la situación (E20); relacionar solo la parte entera y una cifra decimal o solo numeradores o solo denominadores para decidir que son equivalentes (E66); y no establecer la relación entre decimales de parte entera diferente de cero con fracciones impropias y a su vez con números mixtos (E44).

Algunas de las ayudas que se prevé que el profesor puede brindar para la superación de los errores anteriormente descritos son: Narrar la situación (A20); un número es igual o equivalente a otro sólo si todos sus dígitos son exactamente iguales (A66); y algunas preguntas como si vas a trabajar con números mixtos, ¿será necesario hacer la división del numerador entre el

denominador? (A44). El listado completo de los errores se puede encontrar en el anexo 4 y el de las ayudas en el anexo 12.

Grafos de criterios de logro de la tarea

A continuación, presentamos el grafo de criterios de logro del objetivo 2 y destacamos las estrategias de solución que los estudiantes pueden activar al abordar la tarea. Los criterios de logro que aparecen en el recuadro son los correspondientes a la tarea, los demás criterios al objetivo.

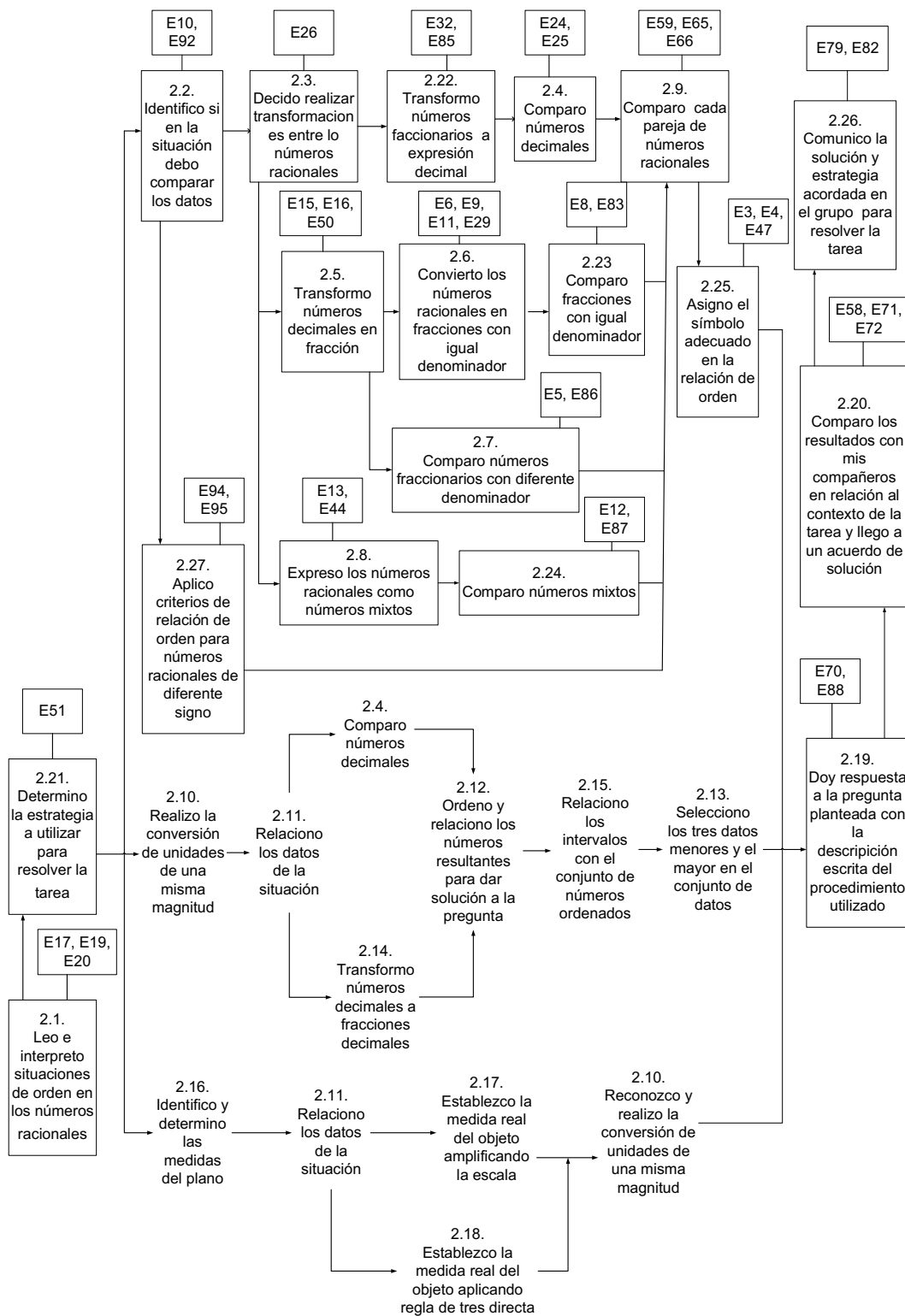


Figura 13. Grafo de criterios de logro de la T2.1.

Actuación del profesor

El profesor debe mantener una actitud motivadora, y estar pendiente de las dudas que se puedan presentar en las parejas de estudiantes durante el desarrollo de la tarea, en la puesta en común de resultados y en la realimentación de esta tarea. Además, el profesor debe brindar oportunamente las ayudas necesarias a los estudiantes cuando han incurrido en errores y puede realizar preguntas después de la lectura de la formulación de la tarea que ayuden a activar las estrategias de solución como, ¿identificó los datos y la pregunta? ¿qué información de la situación le permite seleccionar el sistema de representación a utilizar?

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

El profesor presenta la meta de la tarea y revisa la disponibilidad de los materiales en cada pareja de estudiantes. Entrega la formulación de la tarea en forma escrita y solicita a los estudiantes realizar la lectura en parejas. Luego, pide a algunas parejas de estudiantes que explique con sus propias palabras las reglas del juego.

El profesor motiva a los estudiantes a participar del juego y registrar los resultados que cada uno va obteniendo en su turno correspondiente. En la puesta en común se solicita la participación de todos los grupos y facilita la discusión reflexiva para reconocer los criterios de logro activados durante la resolución de la tarea.

Evaluación

Durante la implementación de la tarea, el profesor debe verificar que los estudiantes lleven el registro de los números obtenidos en el juego, que también realicen la comparación y escriban el procedimiento. Así mismo, el profesor debe verificar en qué medida se ha alcanzado la meta propuesta (la comparación correcta de cada pareja de números racionales, con la descripción del procedimiento utilizado y la asignación del símbolo de relación correspondiente) e identificar los errores en los que incurrieron los estudiantes, para luego, realizar la realimentación de la tarea antes de la implementación de la siguiente tarea.

3.6. T2.2 Futuro apartamento

En la formulación de la tarea presentamos el plano del apartamento. La formulación se entregará en una fotocopia. Los estudiantes deben tomar medidas de cada segmento con la regla y hallar las medidas reales del apartamento.

Requisitos

Los estudiantes deben tener conocimientos de medición, amplificación, escala, segmento, plano, regla de tres, conversión de unidades, operaciones con números decimales y proporción.

Metas

Con el desarrollo de esta tarea, pretendemos que los estudiantes establezcan la relación de orden de equivalencia al relacionar la medida del plano con la escala para hallar la medida real del objeto, y posteriormente realizar conversión de unidades de longitud.

Formulación de la tarea escolar

Alicia desea comprar su apartamento. En la constructora le ofrecen la venta del apartamento sobre planos. Le dan el plano del apartamento. Alicia desea saber las medidas reales del apartamento ¿Cuáles son las medidas reales del apartamento que va a comprar Alicia?

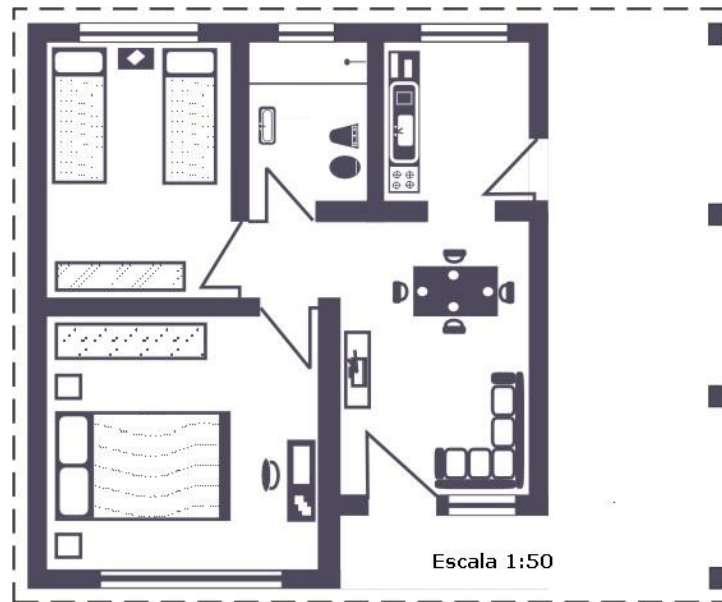


Figura 14. Plano del apartamento²

Conceptos y procedimientos.

La tarea aborda los siguientes conceptos y procedimientos: medición, amplificación, escala, segmento, regla de tres, conversión de unidades, operaciones con números decimales y proporción.

Sistemas de representación.

Los sistemas de representación que se activan son, el numérico y el gráfico.

Contextos de la tarea.

Asociamos esta tarea a un contexto personal y profesional, porque se presenta el plano de la vivienda a escala para la información del cliente.

Materiales y recursos.

Los materiales para esta tarea son fotocopias, plano, regla, lápiz, cuaderno y tablero.

Agrupamiento e interacciones previstas

El desarrollo de la tarea se lleva a cabo individualmente. Luego, en grupos pequeños de cinco estudiantes para verificar la solución, llegar a acuerdos y organizar la solución en una cartelera y

² Imagen tomada de <http://www.planosdecasa.es/planos-de-casas-a-escala-1-50/>

con todo el grupo de clase al realizar la plenaria con la exposición de las carteleras. Las interacciones que promovemos en esta tarea son: (a) profesor-grupo de clase, cuando el profesor explica las actividades de la tarea, da orientaciones generales y hace intervención final; (b) estudiante-estudiante, durante el trabajo en el grupo de cinco estudiantes; (c) estudiante-profesor, cuando el estudiante pregunta sus inquietudes al profesor; y (d) estudiante-grupo de clase, cuando se hace la lectura de las carteleras y validación de las respuestas.

Temporalidad de la matemática escolar

En la primera etapa, el profesor da las orientaciones a todo el grupo de la clase y la meta de la tarea (10 minutos). En la segunda etapa, los estudiantes trabajan individualmente y solucionan la tarea (15 minutos). En la tercera etapa, trabajan en grupos de cinco estudiantes (10 minutos). En la cuarta etapa, trabajan con el grupo de clase socializando por grupos los resultados e intervención final del docente (10 minutos). El tiempo restante de la sesión de 80 minutos para la integración de la evaluación.

Errores, grafo de criterios de logro de la tarea y actuación del profesor

En este apartado, presentamos los errores en los que puede incurrir el estudiante y relacionamos las ayudas que le brindamos para superar cada error. Además, presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea y las previsiones de la actuación del profesor durante la implementación de la tarea.

Errores en los que pueden incurrir el estudiante y ayudas

Los siguientes son algunos de los errores en los que pueden incurrir los estudiantes: realizar la medición de los segmentos sin tener en cuenta el cero (E73); establecer la relación de orden entre cantidades expresadas en diferentes unidades de medida sin realizar conversiones (E21); y realizar los productos de los valores de forma horizontal en una regla de tres directa (E14).

Algunas de las ayudas que se prevé que el profesor puede brindar para la superación de los errores anteriormente descritos son: realizar preguntas como: contar los centímetros que hay de uno a 10 y de cero a 10 (A73); algunas preguntas como ¿cuáles unidades de medida aparecen en la situación? (A21); y relacionar la regla de tres directa con una proporción (A14). El listado completo de los errores se puede encontrar en el anexo 4 y el de las ayudas en el anexo 12.

Grafos de criterios de logro de la tarea

A continuación, presentamos el grafo de criterios de logro del objetivo 2 y destacamos las estrategias de solución que los estudiantes pueden activar al abordar la tarea. Los criterios de logro que aparecen en el recuadro son los correspondientes a la tarea, y los demás criterios al objetivo.

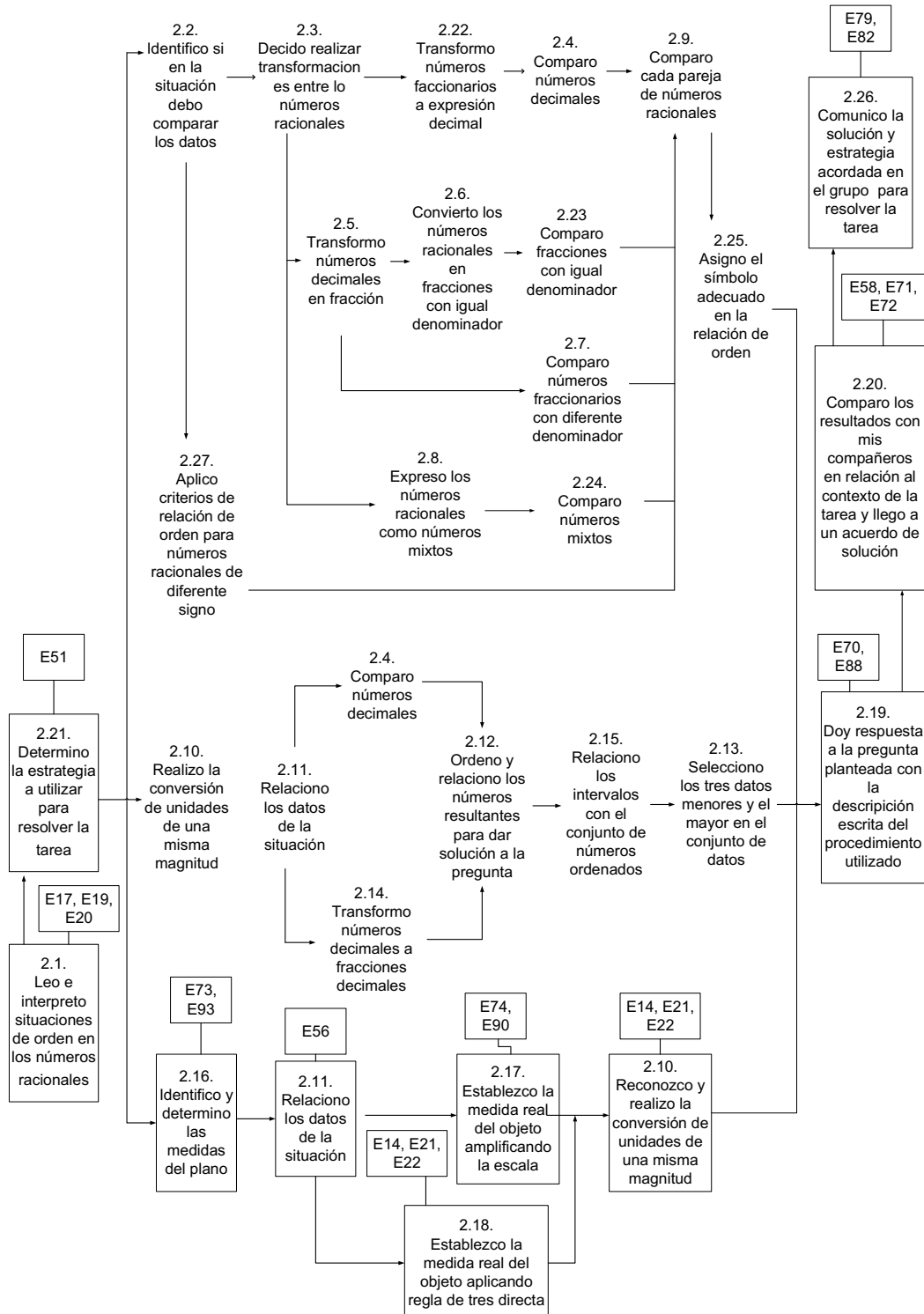


Figura 15. Grafo de criterios de logro de la T2.2.

Actuación del profesor

El profesor debe estar atento a que los estudiantes desarrollen la tarea y a ayudarlos a superar los errores que no permitan continuar con la solución de la tarea. Después de la lectura de la formulación de la tarea, presentar ejemplos para tener una mayor comprensión del requerimiento de la tarea. El profesor debe estar pendiente de los errores que el estudiante pueda cometer para utilizar las ayudas correspondientes.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

Antes de la implementación de la tarea, el profesor revisa la legibilidad del plano en la fotocopia. Para dar inicio a la tarea, es importante que el profesor solicite hacer una lectura de la situación y las imágenes del plano y asimismo de la meta de la tarea. Posteriormente solicita a los estudiantes que enuncien la pregunta para garantizar la interpretación de la situación. Durante el desarrollo de la tarea, el profesor está pendiente de los procedimientos que ejecuta el estudiante; implementa las ayudas relacionadas con escala, representación de unidades de longitud y la utilización de la regla de tres. En la solución y la puesta en común de la tarea, el profesor busca mediar, valorar los puntos de vista de los estudiantes, y toma nota de las actuaciones de los estudiantes.

Evaluación

El profesor observa la actuación de los estudiantes durante la implementación de la tarea de aprendizaje y está atento a sus participaciones en la solución y la puesta en común. Además, el profesor analiza las soluciones de la tarea y el procedimiento utilizado para encontrar la medida real del apartamento y revisa los errores en los que posiblemente incurrieron los estudiantes e implementa las respectivas ayudas en la realimentación de la tarea.

3.7. T2.3 Chicas doradas

En la formulación presentamos las estaturas de las jugadoras de la selección de baloncesto femenino de Colombia, la descripción de las posiciones en la cancha para que el estudiante formule su propuesta de las 5 integrantes que van a participar en el juego. El estudiante debe establecer relación de orden de equivalencia o de desigualdad estricta entre números racionales. A continuación, describimos los elementos que se tienen en cuenta para la implementación de esta tarea.

Requisitos

Para esta tarea, se requiere que los estudiantes tengan los conocimientos relacionados con clasificación de números decimales, conversión de unidades, representación decimal de un número racional, expresión fraccionaria decimal de un número decimal y reconocimiento de datos enteros que están entre otros dos datos.

Metas

Con el desarrollo de esta tarea, pretendemos contribuir a que el estudiante establezca relaciones de orden de equivalencia o de desigualdad estricta, utilizando la conversión de unidades de longitud, la transformación de una representación numérica en otra, del sistema de representación gráfico y luego la comparación de cantidades en una misma magnitud al ordenar los datos y dar solución al problema.

Formulación

Colombia ganó la medalla de oro en el baloncesto femenino de los Juegos Centroamericanos y del Caribe en Barranquilla y destronó a Cuba, el martes 24 de julio de 2018, en el Coliseo Elías Chegwin.

En la tabla se registra la estatura de las integrantes del equipo de baloncesto femenino de Colombia:

Tabla 4
Estaturas de las jugadoras

Nombre	Estatura
Narlyn Mosquera	197 cm
Tania Acosta	164 cm
María Mónica Palacio	1,63 m
Diana Prens	192 cm
Jenifer Muñoz	1,78 m
Manuela Ríos	170 cm
Yuliany Paz	1,97m
Mabel Martínez	1,72m
María Caicedo	1,6 m
Yaneth Arias	1,8 m
Carolina López	182 cm
Libia Saldarriaga	195 cm

El entrenador necesita colocar 5 jugadoras en el juego. Según las posiciones de las jugadoras en el juego de baloncesto están las posiciones exteriores: base, escolta y alero, y las posiciones interiores: ala-pívot y pívot. La de base, suele ser la jugadora de menor estatura: de 1,60 m a 1,69 m, la escolta no se caracteriza por una gran estatura del equipo: de 1,70 m a 1,79 m, la alero es una altura intermedia entre los jugadores interiores y exteriores: de 1,80 m a 1,89 m, la ala-pívot con estatura cercana a la más alta del equipo: de 1,90 m a 1,95m y la de pívot, suele ser la jugadora más alta del equipo: por encima de 1,95 m.



Figura 16. Posiciones de jugadores en la cancha de baloncesto³

El entrenador del equipo de Colombia necesita la formación para el próximo partido. Si usted fuera el asistente del entrenador.

¿Qué formación le recomendaría? Presente una propuesta y justifíquela.

Identifique las 3 integrantes del equipo de menor estatura y la de mayor estatura.

Conceptos y procedimientos

Para el desarrollo de esta tarea, los estudiantes utilizan los conceptos y los procedimientos asociados a la clasificación de números decimales, conversión de unidades, representación decimal de un número racional, reconocimiento de datos enteros que están entre otros dos datos numéricos y representación de decimales en la recta numérica.

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se activan son, el numérico y el gráfico. Los estudiantes pueden elegir representar los decimales en la recta numérica para organizarlos.

Contextos de la tarea

Asociamos esta tarea a un contexto personal y profesional, porque se presenta una situación de la realidad deportiva de interés para los estudiantes.

Materiales y recursos.

Los materiales para esta tarea son fotocopias, papel periódico, marcadores, lápiz, borrador, cinta y tablero.

Agrupamiento e interacciones previstas

Para el desarrollo de la tarea, se realiza primero la solución de forma individual, luego, los estudiantes se organizan en pequeños grupos de cuatro estudiantes para constatar la solución, llegar a

³ Imagen tomada de <https://medac.es/articulos-deporte/posiciones-en-el-baloncesto/>

acuerdos y elaborar cartelera en el papel periódico. Finalmente, cada grupo realiza la plenaria del trabajo al grupo de clase, y los demás grupos validan la solución de la tarea. Las interacciones que promovemos en esta tarea son: (a) profesor-grupo de clase, cuando el profesor explica las actividades de la tarea, da orientaciones generales y hace intervención final; (b) estudiante-estudiante, durante el trabajo individual, en el grupo de 4 estudiantes y cuando observan los trabajos de los compañeros; (c) estudiante-profesor, cuando el estudiante pregunta sus inquietudes al profesor; y (d) estudiante-grupo de clase, cuando los estudiantes hacen apreciaciones o ajustes a un análisis de los demás compañeros.

Temporalidad de la tarea matemática escolar

La solución de la tarea se realiza en 4 etapas. En la primera etapa, el profesor realiza realimentación de la tarea anterior, da las orientaciones y la meta de la tarea (25 minutos). En la segunda etapa, los estudiantes trabajan individualmente y solucionan la tarea (15 minutos). En la tercera etapa, trabajan en grupos de 4 estudiantes para compartir soluciones de la tarea y llegar a acuerdos (10 minutos). En la cuarta etapa, los grupos pequeños exponen al grupo de clase la solución y el docente hace la intervención final (10 minutos). El tiempo restante de la sesión de 80 minutos para la integración de la evaluación.

Errores, grafo de criterios de logro de la tarea y actuación del profesor

En este apartado, presentamos los errores en los que puede incurrir el estudiante y relacionamos las ayudas que le brindamos para superar cada error. Además, presentamos el grafo de criterios de logro de la tarea y las previsiones de la actuación del profesor durante la implementación de la tarea.

Errores en los que pueden incurrir el estudiante y ayudas

Los siguientes son algunos de los errores en los que pueden incurrir los estudiantes: crear una imagen de lo que no está sucediendo en realidad dentro de la situación (E20); expresar decimales a fracción decimal escribiendo el decimal como numerador y la potencia de 10 como el denominador (E52); y asignar la potencia de 10 no correspondiente a la cantidad de cifras decimales para expresar la fracción decimal (E54).

Algunas de las ayudas que se prevé que el profesor puede brindar para la superación de los errores anteriormente descritos son: narrar la situación (A20); si realiza la división de estos dos números será que da exactamente el mismo número decimal (A52); y contar las cifras decimales y relacionarla con la cantidad de ceros que debe tener la potencia de 10 (A54). El listado completo de los errores se puede encontrar en el anexo 4 y el de las ayudas en el anexo 12.

Grafos de criterios de logro de la tarea

A continuación, presentamos el grafo de criterios de logro del objetivo 2 y destacamos las estrategias de solución que los estudiantes pueden activar al abordar la tarea. Los criterios de logro que aparecen en el recuadro son los correspondientes a la tarea, y los demás criterios al objetivo.

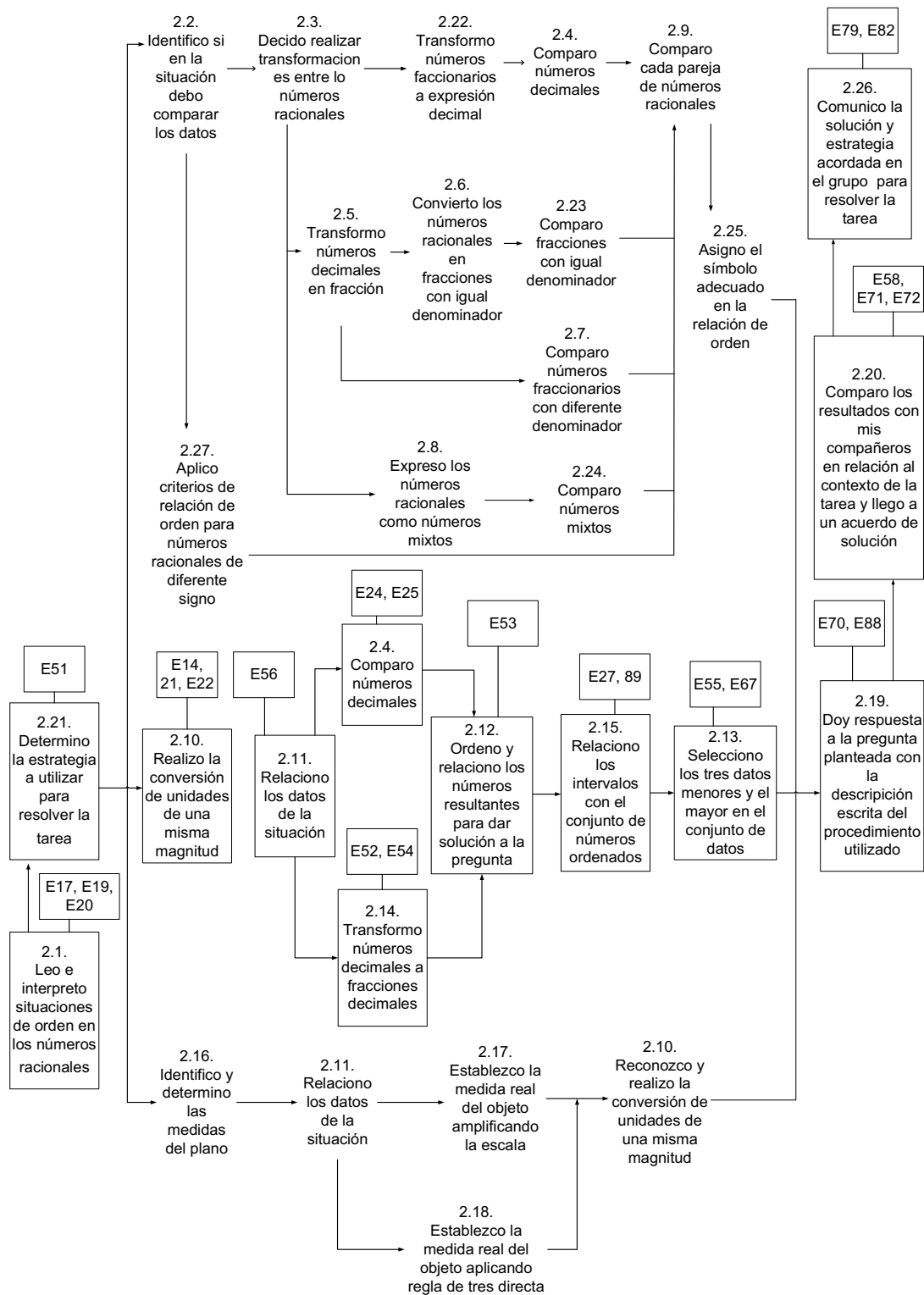


Figura 17. Grafo de criterios de logro de la T2.3

Actuación del profesor

El profesor debe revisar la atención e interés de los estudiantes. A su vez, el profesor se desplaza por el salón y de forma individual o grupal, observa qué problemas o dudas se les presentan a los estudiantes durante la ejecución de la tarea y les ayuda a superarlas. La intervención del profesor consigue mantener el interés del estudiante al sentirse atendido. Es importante que el profesor acompañe a los estudiantes en la realización de la tarea pero que no dé las respuestas y le permita cometer errores en las estrategias que utilicen, él siempre estará disponible para utilizar las ayudas, y poder completar la tarea.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

Para dar inicio a la tarea, es importante que el profesor solicite hacer una lectura de la situación y las imágenes de los planos; realizar una contextualización de la situación para poder continuar con la solución de la tarea. Posteriormente, el profesor facilita la conformación de los grupos de cuatro estudiantes para aportar y discutir su solución. Finalmente, los estudiantes exponen los resultados en plenaria y el profesor motiva y promueve la participación activa y crítica de los estudiantes, y genera espacios para la realimentación de la tarea.

Evaluación

Esperamos que el profesor observe la actuación de los estudiantes durante la implementación de la tarea de aprendizaje y que esté atento a sus participaciones en el momento de la puesta en común de los resultados. El profesor debe evaluar la propuesta que presenta cada grupo y su justificación para ver si es acorde a lo que pide la tarea y que haya identificado correctamente las tres jugadoras de menor estatura y la de mayor estatura. Además, el profesor revisa y analiza los documentos escritos de los estudiantes para identificar las dificultades y errores en que incurrieron, para luego, realizar la realimentación de la tarea.

4. EVALUACIÓN FINAL

Finalizamos la descripción de la unidad didáctica con el examen final. El examen permite evaluar individualmente el logro de los dos objetivos propuestos para la unidad didáctica y está compuesto por cuatro preguntas. Estas preguntas permiten verificar el aprendizaje de los estudiantes en cuanto al orden de los números racionales.

Para evaluar el logro del objetivo 1, incluimos dos tareas en el examen. Para su solución, el estudiante debe usar uno de los sistemas de representación (gráfico, geométrico o numérico) para establecer la relación de orden en los números racionales.

Para evaluar el logro del objetivo 2, también incluimos dos tareas en el examen, en las que se plantea al estudiante situaciones problema de conversión y comparación de cantidades. Para resolverlas, el estudiante aplica la relación de orden en los números racionales en diferentes representaciones numéricas.

Para la implementación del examen final se requieren dos sesiones de 80 minutos, y se recomienda verificar la legibilidad del texto e imágenes en las fotocopias de la formulación de las tareas. En la primera sesión de implementación, el profesor debe presentar las dos primeras tareas

como parte de evaluación del objetivo 1. Luego, en la segunda sesión, se entrega la segunda parte del examen final, correspondiente a las dos tareas del segundo objetivo. Cuando los estudiantes tienen preguntas, el profesor puede ofrecer ayudas recordando alguna de las tareas desarrolladas durante la unidad didáctica. Después de la aplicación, el profesor devuelve las tareas corregidas y desarrolla la realimentación siguiendo el orden de los ítems. En esta realimentación, el profesor presenta los resultados del examen, soluciona preguntas con respecto a los resultados y explica el plan de mejoramiento para los estudiantes que no alcanzaron el nivel de desempeño mínimo. Esta temporalidad la puedes encontrar detallada en el anexo 13 de fichas de tareas. A continuación, presentamos el diseño del examen, y posteriormente mostramos la rúbrica que nos permitirá calificarlo. Este examen completo se puede encontrar en el anexo 14.

4.1. Formulación

Presentamos la primera parte del examen final del tema de la unidad didáctica “relación de orden en los números racionales”.

1. Represento y ordeno

Representa cada trío de números racionales e identifica el número racional menor, el mayor y el que está entre ellos.

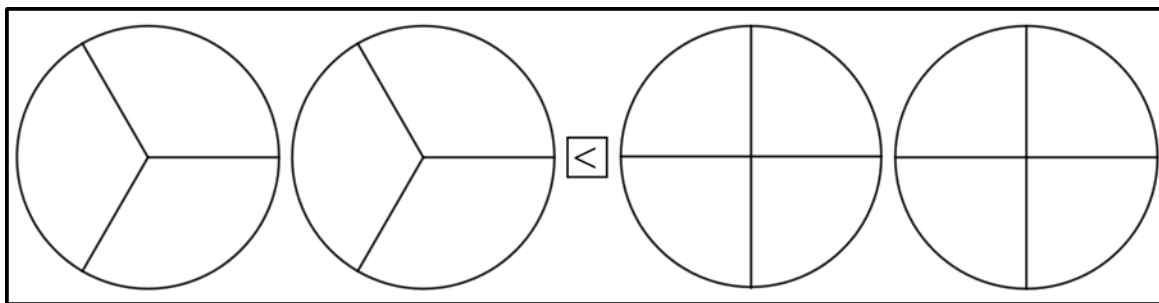
$$\frac{5}{4}, -\frac{3}{2}, -\frac{15}{4}$$

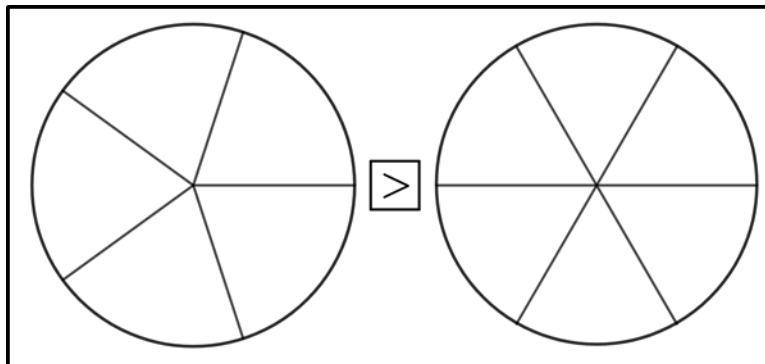
$$-\frac{2}{5}, -\frac{7}{8}, -\frac{4}{5}$$

$$\frac{13}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{10}$$

2. Represento relaciones de orden

Sombrea las partes de cada uno de los siguientes gráficos de manera que se cumpla la relación de orden establecida. Escribe el número racional que ha quedado en cada gráfico.





4.2. Rúbrica de la evaluación

Para la evaluación sistemática del examen final se presenta una rúbrica, dividida en cuatro niveles de logro (superior, alto, básico y bajo) para cada objetivo. De esta manera, para el primer objetivo (dos primeras tareas) se establecen los criterios de logros que el estudiante debe activar para obtener el nivel de logro correspondiente y se sugiere una valoración entre 1 y 5. De igual manera sucede para el segundo objetivo (dos últimas tareas). Para calificar el examen y asignar la nota se presenta una rúbrica.

A continuación, presentamos la rúbrica para las dos primeras tareas. La rúbrica completa se encuentra en el anexo 14.

Tabla 5
Niveles de logro e indicadores para el objetivo 1

Nivel de logro	Indicadores
Superior Valoración desde 4,5 a 5,0	El estudiante activa todas las secuencias previstas en el camino de aprendizaje del objetivo, que le permiten usar el sistema de representación geométrico, gráfico o numérico para establecer relaciones de orden entre números racionales, sin incurrir en errores.
Alto Valoración desde 4,0 a 4,4	El estudiante establece relaciones de orden en los números racionales al utilizar los sistemas de representación gráfico (CdL1.3, CdL1.5, CdL1.8, CdL1.9), geométrico (CdL1.15, CdL1.16, CdL1.17, CdL1.18, CdL1.19 y CdL1.20) o numérico (CdL1.1. y CdL1.14), pero incurre en errores de aplicación de algoritmos en las operaciones aritméticas para transformar de fracción a decimal (E35), transformar fracciones de diferente denominador a fracciones equivalentes con igual denominador (E29, E9, E6 o E11) que no le impiden llegar hasta el final.
Básico Valoración desde 3,0 a 3,9	El estudiante activa con dificultad algunas secuencias al representar números racionales en la recta numérica (CdL1.3, CdL1.5 y

CdL1.8), al expresar la representación geométrica en representación numérica (CdL1.11, CdL1.12 y CdL1.13) y al representar geoméricamente los números racionales (CdL1.15, CdL1.16 y CdL1.17) e incurre en al menos un error relacionado con su aplicación para establecer la relación de orden en la recta numérica (E48, E60 o E49) y a partir del área (E1, E2, E34 o E46).

Bajo

Valoración desde 1,0 a 2,9

El estudiante no llega a establecer la relación de orden en los números racionales porque incurre en al menos uno de los errores relacionados con la lectura e interpretación de la situación (E20 o E19), la determinación del sistema de representación a utilizar (E18), el reconocimiento y aplicación del algoritmo de las operaciones para la transformación de un sistema numérico a otro (E29, E9) o la representación de los números racionales en la recta numérica (E42 o E57) y la representación geométrica (E45) que le impide avanzar en el camino de aprendizaje.

5. CONCLUSIONES

En este documento, presentamos el resultado de una propuesta para la enseñanza del tema relación de orden en los números racionales. Para la redacción de este documento, primero realizamos la descripción de la unidad didáctica, con base en el modelo del análisis didáctico (en los análisis de contenido y cognitivo), luego presentamos la tarea diagnóstica, las tareas de aprendizaje y la evaluación final, diseñadas para los dos objetivos. Describimos los elementos de las tareas y proponemos algunas ideas que el profesor puede tener en cuenta a la hora de implementarlas.

Además, incluimos un listado de anexos para que el profesor se remita a los documentos si desea conocer o profundizar en algunas temáticas relacionadas con las tareas. Para el desarrollo de nuestra propuesta, primero decidimos la pertinencia del tema al considerar la importancia de los números racionales para solucionar situaciones cotidianas de relación de orden.

Tomamos como referencia los documentos de los estándares para grado sexto y séptimo y los derechos básicos de aprendizaje de grado séptimo. Luego determinamos los dos objetivos de aprendizaje. Diseñamos tareas de aprendizaje en el primer objetivo que, privilegian los procesos de formular y emplear, y contribuyen al desarrollo de las capacidades matemáticas fundamentales como comunicación, representación y la utilización de operaciones; en el segundo objetivo, diseñamos tareas que privilegian el proceso de interpretar y contribuyen al desarrollo de las capacidades matemáticas fundamentales como comunicación, utilización de operaciones y razonamiento.

La unidad didáctica está diseñada para desarrollar inicialmente una tarea diagnóstica que está compuesta por siete ítems, en la que se espera que el estudiante demuestre sus conocimientos previos que consideramos debe tener para que el desarrollo de las tareas de aprendizaje sea más pertinente y de esta manera sea más efectivo. Para el logro de los dos objetivos de la unidad didáctica, propusimos seis tareas, tres, para el objetivo 1, en las que para su desarrollo se utilizan traducciones entre sistemas de representación; y tres, para el objetivo 2, que se desarrollan con la solución situaciones problema de conversión y comparación de cantidades de una misma magnitud.

Finalmente, diseñamos el examen final con cuatro tareas: las dos primeras corresponden a la evaluación del objetivo 1 y las dos últimas a la evaluación del objetivo 2. Consideramos que la unidad didáctica permite el desarrollo de la relación de orden con números racionales, desde diferentes contextos, con la aplicación de traducciones en los diferentes sistemas de representación. Una de las limitaciones de la unidad didáctica es contar con la disponibilidad del recurso tecnológico individual y el servicio internet, para el desarrollo de las dos primeras tareas. Para abordar esta limitación, se puede descargar la aplicación y presentar en una pantalla grande, e implementarla con la participación de algunos estudiantes en la ejecución del aplicativo. Los estudiantes van representando los ejercicios en hojas anexas.

6. LISTADO DE ANEXOS

A continuación, presentamos el listado de anexos que apoyan la segunda parte del informe final de la unidad didáctica relación de orden en los números racionales.

- ◆ Anexo 1. Conocimientos previos
- ◆ Anexo 2. Capacidades
- ◆ Anexo 3. Secuencias de capacidades
- ◆ Anexo 4. Dificultades y errores
- ◆ Anexo 5. Criterios de logro
- ◆ Anexo 6. Grafos de criterios de logro
- ◆ Anexo 7. Diario del estudiante
- ◆ Anexo 8. Diario del profesor
- ◆ Anexo 9. Formulación tarea diagnóstica
- ◆ Anexo 10. Dificultades y errores de la tarea diagnóstica
- ◆ Anexo 11. Listado de ayudas de la tarea diagnóstica
- ◆ Anexo 12. Listado de ayudas de las tareas de aprendizaje
- ◆ Anexo 13. Fichas de las tareas en las que se incluye la tarea diagnóstica, la descripción los elementos de las tareas de aprendizaje, los grafos de criterios de logro de las tareas y el listado de ayudas
- ◆ Anexo 14. Formulación de la evaluación final

7. REFERENCIAS

- Cañadas, M., Gómez, P., Pinzón, A. (2018). Análisis de contenido. En Gómez, Pedro (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 1-50). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/11904/1/Canadas2018Analisis.pdf>
- Fuentes, L., Lasso, J., Cristancho, M., López, L. (2018). Actividad 2.4. Balance del análisis de contenido. Módulo 2 de MAD 7. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en https://www.dropbox.com/sh/vfr6huepqedt0c5/AABnDwK1zH9Ce4fsyjPAVz9wa?dl=0&preview=G7_A2.4_Final_180526.docx

- González, M., Gómez, P (2018). Análisis cognitivo. En Gómez, Pedro (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 113-196). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/11905/1/Gonzalez2018Analisis.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Autor
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, lectura y ciencias*. Madrid: Autor
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2015). *Derechos básicos de aprendizaje*. Bogotá: Autor
- Radatz, H. (1980). Errores de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. En L. Rico (1995), *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 13-14). Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/486/1/RicoL95-100.PDF>
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Instituto de Ciencias de la Educación (ice)-Horsori. Disponible en <https://laurabrichetti.files.wordpress.com/2010/12/socas-robayna-dificultades-errores-y-obstaculos-en-el-aprendizaje-de-la-matematica.pdf>