

INFLUENCIA DE LAS CREENCIAS DE LOS ESTUDIANTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Arnulfo Fajardo Valencia y David Benítez Mojica

RESUMEN. Este artículo tiene como objetivo contribuir al conocimiento de las creencias que tienen los estudiantes de educación secundaria sobre las matemáticas. El análisis se ha enfocado en dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿Desde qué perspectivas teóricas entendemos los problemas de matemáticas?; ¿Cuál es el concepto de creencia en el marco de la educación matemática?; ¿Cuáles son las creencias más comunes que tienen los estudiantes de secundaria sobre la resolución de problemas?; ¿Cómo inciden algunas creencias de los estudiantes en la resolución de problemas de matemáticas? Identificamos a partir de la literatura, algunas creencias personales e idiosincráticas que pueden incidir en la forma como los estudiantes reaccionan frente al aprendizaje de las matemáticas y determinan la manera en que abordan la solución de un problema. Concluimos que los maestros deben generar estrategias que permitan identificar las creencias que tienen los estudiantes sobre las matemáticas, reforzar las que inciden positivamente y transformar las que sean necesarias para favorecer el análisis y la resolución de problemas.

Palabras clave: Creencias, Resolución de problemas, Educación Matemática.

Keywords: Beliefs, Problem Solving, Mathematics Education.

ABSTRACT. This article aims to contribute to the knowledge of the beliefs that secondary school students have about mathematics. The analysis has focused on providing answers to the following questions: From what theoretical perspectives do we understand mathematical problems; what is the concept of belief in the framework of mathematics education; what are the most common beliefs that secondary school students have about problem solving; how do some of the students' beliefs influence the resolution of mathematical problems? From the literature, we identified some personal and idiosyncratic beliefs that can influence the way students react to mathematical learning and determine the ways they approach the solution of a problem. We conclude that teachers should generate strategies that identify the beliefs that students have about mathematics, reinforce those that have a positive impact and transform those that are necessary to favour the analysis and resolution of problems.

§1. Introducción

Se identifica la resolución de problemas como una actividad importante para el aprendizaje de las matemáticas (Schoenfeld, 1992; Trigo, 1997; Ministerio de Educación Nacional, 2003; NCTM, 2000; Benítez, 2006; English & Sriraman, 2010).

También se reconoce a la resolución de problemas como un proceso central que dinamiza las matemáticas. Halmos (Halmos, 1980) plantea que aquellos que creen que el corazón de las matemáticas consiste en los problemas no están necesariamente equivocados; (Kleiner, 1986) sugiere que algunos conceptos y teorías abstractas nacen a menudo de dar solución a problemas específicos; (Santos-Trigo, 2019) reconoce que hay rastros de actividades de resolución de problemas matemáticos a lo largo de la historia de las matemáticas y la civilización humana.

En diferentes trabajos podemos encontrar definiciones y significados diferenciados acerca de lo que en el presente trabajo entendemos por problema.

Por ejemplo, (Polya, 1962) considera que “tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata.” (p. 117). En esta dirección, Polya considera que un problema no puede ser resuelto de manera inmediata, para su solución se debe activar un proceso de búsqueda de conocimientos y de heurísticas que puedan resultar de utilidad para lograr el objetivo. Esta concepción implica que el concepto de problema es relativo al sujeto, esto es, lo que para un sujeto puede ser un problema, para otra persona puede ser un sencillo ejercicio.

Desde esta misma perspectiva, un problema es “una situación en la que se pide a un individuo realizar una tarea para la que no tiene un algoritmo fácilmente accesible que determine completamente el método de solución.” (Charles & Lester, 1982, 5).

Según (Puig, 1996), el proceso de resolución de problemas se entiende como la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándosele un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea.

Según (Schrock, 2000) hay tres criterios que un problema debe cumplir: (1) el estudiante debe aceptar que estará implicado en el problema; (2) debe tener cierto grado de obstrucción y no poseer un método para solucionar de inmediato el problema y (3) debe explorar activamente el problema en busca de una solución.

Estos argumentos sustentan el impulso que se viene dando en las últimas décadas a la propuesta de enseñar matemáticas a través del método de resolver problemas. Este método se apoya en el problema como el punto de partida para el aprendizaje y el proceso de resolución se convierte en el camino que permite la construcción del conocimiento matemático. En palabras de (Onuchic, 1999), la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas difiere de los enfoques que privilegian las reglas sobre el “cómo”, abandonando de cierta manera el dominio de los procedimientos algorítmicos o la adquisición de conocimientos a través de la rutina o el ejercicio mental.

Dentro de este marco, se han realizado estudios de investigación enfocados en la educación básica (primaria y secundaria) que evidencian la vigencia de la resolución de problemas y la preocupación por identificar elementos didácticos que puedan fortalecer a los estudiantes en el desarrollo de habilidades para plantear, definir y solucionar problemas (Jones & Inglis, 2015; Lee, 2016; Reiss & Törner, 2007; Sumirattana, Makanong, & Thipkong, 2017; Yuanita, Zulnaidi, & Zakaria, 2018).

En esta línea (Bingolbali & Bingolbali, 2019), por ejemplo, reportan una investigación que explora cómo se aborda la resolución de problemas desde dos libros de texto de matemáticas de sexto grado en Turquía; realizan una comparación con los enfoques que se le da a la enseñanza de los problemas desde el plan de estudios. Los libros se analizan desde tres enfoques de enseñanza: “para, sobre y mediante” la resolución de problemas. El estudio mostró que ninguno de los libros fue guiado por un enfoque específico de los planteados para la enseñanza, los investigadores concluyeron que siendo el libro de texto un elemento esencial de guía para algunos maestros, se corre el riesgo de que estos no sigan ningún enfoque de resolución de problemas en la práctica, lo que podría afectar la calidad de la instrucción sobre el tema.

(Yuanita et al., 2018) reportan un estudio que busca identificar el papel de la representación matemática como mediador entre las creencias y la resolución de problemas en estudiantes de secundaria, utilizando el enfoque de la educación matemática realista como un marco para resolver y proponer problemas que se

basan en rutinas diarias y situaciones suficientemente conocidas por los estudiantes. Los resultados del estudio muestran que el uso de este enfoque aumenta la confianza de los estudiantes al abordar la solución de problemas de aritmética y motiva a los estudiantes para proponer sus propias ideas frente a situaciones o experiencias de la vida real.

(Eisenmann, Novotná, Příbyl, & Břehovský, 2015) realizaron un estudio con jóvenes entre los 12 y 18 años de edad, en el que se exploró el uso de estrategias heurísticas para la resolución de problemas; el estudio tuvo como fin desarrollar una herramienta que permitiera describir la capacidad de un estudiante para resolver problemas. El instrumento fue denominado cultura de resolución de problemas (CPS) y se fundamentó en cuatro elementos de análisis: inteligencia, comprensión del texto, creatividad y capacidad de utilizar el conocimiento existente. Los resultados de la investigación muestran que cuando los estudiantes hacen uso de estrategias heurísticas tales como experimentación sistemática, analogías, trabajo al revés, así como especificación y generalización, son más exitosos al resolver problemas. Los investigadores recomiendan que, si se va a enseñar a los estudiantes el uso de algunas estrategias heurísticas, debe ser a través de un número significativamente alto de problemas.

Otros investigadores han fundamentado sus estudios en la propuesta de (Polya, 1945), tomando como referente las cuatro etapas que deben implementarse para la resolución de un problema matemático: a) entender el problema, b) diseñar un plan, c) llevar a cabo el plan, y d) mirar hacia atrás.

(Tjoe, 2019) por ejemplo centra su estudio en el cuarto paso del enfoque de Polya, “mirar hacia atrás”, plantea que el realizar el análisis retrospectivo de cómo se resolvió un problema, permite al estudiante identificar otros métodos de solución del mismo problema, el estudio advierte que la práctica de “mirar hacia atrás” no se ha integrado de manera efectiva en la instrucción en el aula por lo que propone que se pueden considerar otros estudios que examinen un marco pedagógico, que integre la necesidad de resolver problemas utilizando diferentes métodos de solución.

(Albarracín & Gorgorió, 2014) realizan un trabajo de investigación, centrado específicamente en la etapa del modelo de Polya “diseñar un plan”. El estudio está enfocado en los planes y esquemas destinados a resolver problemas diseñados por estudiantes de 12 a 16 años. Se busca resolver problemas de Fermi que involucran grandes números, los autores argumentan que algunas de las ideas principales que caracterizan este tipo de problema, son la posibilidad de dividirse en problemas más pequeños para resolverlos por separado y por medio de una estimación numérica, se caracterizan además porque no presentan toda la información que sería necesaria para solucionarlos y son ideales para llevar a los estudiantes a diseñar un plan para resolverlos. Los resultados muestran que estudiantes de

diferentes edades, sin experiencia alguna en abordar este tipo de problemas son capaces de crear esquemas que incluyen estrategias matemáticas adecuadas para resolver los problemas presentados.

(Hensberry & Jacobbe, 2012) presentan los resultados de un estudio realizado con niños entre los cinco y once años. Intentan aumentar las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes al hacerles seguir las fases de Polya y llevar un diario del proceso. Estos resultados indican que llevar a los estudiantes a escribir un diario siguiendo todos los pasos del modelo de Polya, puede conducir a estrategias de solución más ricas y, por lo tanto, aumentar la capacidad de los niños para resolver problemas.

Otros investigadores realizan estudios aproximándose más al enfoque de Alan Schoenfeld; reconociendo que sus propuestas tienen fuertes raíces en los argumentos de Polya. (Schoenfeld, 1985) establece cuatro categorías para enfocar la resolución de problemas, a saber: los recursos, estrategias cognitivas, estrategias metacognitivas y el sistema de creencias. Los recursos centrados en los conocimientos específicos de matemáticas con los que cuenta un estudiante y que pueden ser utilizados al abordar la resolución de un problema, las estrategias cognitivas definidas como las maneras, técnicas o estrategias implementadas para encontrar caminos de solución a un problema; las estrategias metacognitivas están compuestas por actividades de control asumidas por los individuos para monitorear y autoevaluar la resolución de un problema, con el propósito de entender el enunciado del problema, revisar los recursos y los caminos de solución seleccionados, monitorear los cálculos, revisar si lo encontrado es solución de problema y si existen alternativas de solución. Sobre el sistema de creencias se hará una reflexión a continuación.

§2. Sobre creencias

(Schoenfeld, 1985) reporta que una dimensión importante en el proceso de resolución de problemas lo constituye el sistema de creencias. En este sentido, todo lo que una persona piense acerca de las matemáticas, o de una parte de ella, determina la forma como selecciona recursos y estrategias para resolver un problema. Una idea importante en esta dirección, es que existe una estricta relación entre las creencias que los estudiantes tienen sobre las matemáticas y su legado cultural.

En años recientes hay un interés creciente sobre las creencias, principalmente en investigaciones sobre resolución de problemas en los niveles de la escuela primaria y en la educación secundaria. Entre otros (Papadopoulos, 2015) presenta un estudio que busca determinar si las mismas creencias influyen en el rendimiento de los estudiantes de la misma manera, en los diferentes niveles educativos (primaria, secundaria y universidad). El estudio se realizó a partir de la tarea de resolver un problema escogido por su potencialidad para plantearlo a estudiantes

sin rango de edades, en el que se pueden aplicar diferentes niveles de razonamiento para resolverlo. Los resultados muestran que en la escuela primaria el impacto positivo de las creencias deja espacio para que los estudiantes empleen el razonamiento creativo durante la resolución de problemas no rutinarios, mientras que los estudiantes de educación secundaria y universitaria buscan principalmente estrategias algorítmicas y conexiones con las matemáticas formales para resolver tales tareas, los estudiantes de primaria se desempeñen casi con la misma tasa de éxito que los estudiantes mayores en los mismos problemas, lo que significa que las mismas creencias son menos determinantes para los estudiantes más jóvenes.

(Stylianides & Stylianides, 2014) reportan una investigación en dónde se busca dar respuesta a la pregunta: ¿es posible desarrollar intervenciones de corta duración en las aulas de matemáticas que tengan un impacto en las creencias específicas de resolución de problemas de los estudiantes? La investigación concluyó que las intervenciones de corta duración en el aula pueden impactar positivamente aspectos afectivos y cognitivos de los estudiantes, es decir que pueden incidir en la transformación de las creencias frente a la resolución de problemas.

(M. L. Callejo & Vila, 2009) presentan un estudio que busca obtener una mejor comprensión del papel de los sistemas de creencias en la fase de aproximación a la resolución de problemas matemáticos, de estudiantes de primer año de educación secundaria que se destacan por su buen rendimiento escolar. La investigación se centró en el análisis de dos estudios de caso, en el que se tuvieron en cuenta tres tipos de datos: las respuestas a una prueba de problemas, las respuestas a un cuestionario de creencias, y la actividad de resolución de problemas. El estudio arrojó, que es necesario abordar los sistemas de creencias de un estudiante y no sólo sus creencias específicas, para interpretar su comportamiento frente a la resolución de problemas. Los investigadores plantean que existe una relación compleja y observable entre los sistemas de creencias y los enfoques de los estudiantes para resolver problemas, aunque no se evidencian relaciones de causalidad entre creencias específicas y actividades de resolución de problemas.

Muy probablemente una de las razones que ha motivado la investigación sobre la identificación, el análisis y la transformación de las creencias de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, radica en dar solución a las dificultades que se evidenciaron después de abordar la resolución de problemas matemáticos sólo desde elementos de tipo cognitivo (Galende, Rojo, & Arrivillaga, 2019; Pongsakdi et al., 2019). En los últimos cuarenta años el estudio de las creencias ha sido reconocido en el campo investigativo como un componente central en el dominio afectivo y aunque no se ha llegado a un acuerdo en el campo de la educación matemática sobre el concepto de creencia, en lo que sí coinciden un buen número de investigadores es en la dificultad para definir dicho término (McDonough &

Sullivan, 2014; M. L. Callejo & Vila, 2009; Stylianides & Stylianides, 2014; Lemus, M., & Ursini, 2016).

Desde la mirada de (Schoenfeld, 1992), las creencias acerca de las matemáticas son la perspectiva desde la cual cada persona se acerca al mundo matemático y pueden determinar la forma, los procedimientos, el tiempo e intensidad del esfuerzo con que abordará un problema dado. Un aspecto que señala también Schoenfeld es que las creencias se abstraen de las propias experiencias y de la cultura en la que uno está inmerso, y recalca que los estudiantes construyen sus creencias sobre las matemáticas formales, su sentido de la disciplina, en gran medida de las experiencias vividas en el aula. Así mismo las creencias de los estudiantes configuran su comportamiento de manera que tiene consecuencias poderosas y a menudo negativas. (Pajares, 1992) considera que las creencias son verdades personales, derivadas de la experiencia o de la fantasía, centradas en componentes afectivos y valorativos. (M. Callejo & Vila, 2003), admiten las creencias como un tipo de conocimiento subjetivo referido a un contenido concreto, sobre el cual versan; plantean además que, aunque tienen un alto grado de estabilidad pueden evolucionar gracias a la confrontación con experiencias que las pueden desestabilizar. (Lemus, M., & Ursini, 2016) consideran que las creencias son el conjunto de perspectivas que una persona tiene acerca de las matemáticas y su aprendizaje, y propician u obstaculizan el desarrollo de las competencias en esta área del conocimiento.

Por otra parte, los investigadores coinciden en que las creencias no son independientes entre sí; por consiguiente, existen grupos que configuran sistemas de creencias, aunque como lo plantea (Stylianides & Stylianides, 2014) no hay consenso en la literatura sobre una definición de "sistemas de creencias." sobre cómo se organizan las creencias en esos sistemas.

Particularmente, consideramos que una creencia en educación matemática es un tipo de conocimiento subjetivo, que se adquiere a partir de experiencias positivas o negativas vividas en los procesos de formación individual y colectiva, es decir que está fuertemente mediado por los sentimientos y las emociones de las personas y por lo tanto son esencialmente construcciones personales y sociales, que pueden definir cómo un individuo abordará el tratamiento y la resolución de un problema matemático, entendiendo así que cada persona podrá verlo de manera diferente.

Asumiendo las creencias como una construcción individual y el conocimiento como una construcción social, se considera que las creencias pueden ser personales e idiosincráticas. (McDonough & Sullivan, 2014) por ejemplo, argumentan que hablar, escuchar, y hacer preguntas a los estudiantes, puede ayudar a los maestros a conocer no solo sus creencias, si no sus sentimientos, comprensiones, experiencias e intereses, lo que permite a los educadores entender mejor a los estudiantes

individualmente. Los autores resaltan que las voces individuales de los estudiantes son importantes, y que la homogenización de la voz del estudiante es una de las formas en que las perspectivas del estudiante son marginadas, algunas voces son más escuchadas y estas no necesariamente representan la diversidad de voces de sus compañeros. Se asume la complejidad de utilizar variedad de procedimientos con todos los estudiantes de un grupo, sin embargo, en aquellos casos particulares de estudiantes con dificultades, realizar entrevistas que permitan a los maestros hablar con ellos, escucharlos y hacerles preguntas, posibilita identificar si existe una disposición emocional negativa o una visión distorsionada de las matemáticas que debe ser modificada en el estudiante de manera individual y no en el grupo en general, ya que las creencias son construcciones personales.

Por su parte (Martínez Padrón, 2013) plantea que las creencias sólo son posibles en el ámbito de la razón, por ello constituyen un elemento de conocimiento, entendiendo el conocimiento como una construcción social. Así mismo, concluye que las creencias son inducidas socialmente y son construcciones que el sujeto va elaborando en su proceso de formación para entender su mundo. Las creencias pueden ser configuradas, transformadas, reforzadas u eliminadas a partir de lo que vive cada individuo.

Entre las creencias más comunes frente a la educación matemática encontramos entre otras: la matemática es una actividad difícil y aburrida (Martínez Padrón, 2008; Gómez Chacón, 2003); la matemática es una actividad solitaria, realizada por individuos de forma aislada, solo hay una forma correcta de resolver cualquier problema matemático, las matemáticas que se aprenden en la escuela tienen poco o nada que ver con el mundo real (Schoenfeld, 1992).

Ante este tipo de planteamientos, algunos investigadores coinciden en que las creencias de los estudiantes pueden afectar la motivación, el interés y el gusto por el aprendizaje de las matemáticas (Erazo-Hurtado & Aldana-Bermúdez, 2015; Papadopoulos, 2015; Martínez Padrón, 2013) y que esta afectación puede darse en sentido negativo o positivo frente a la manera como se aborda la enseñanza en esta área del conocimiento.

En esta misma línea, estamos de acuerdo con quienes plantean que las creencias que tienen los estudiantes frente a las matemáticas inciden en la forma en como ellos mismos se ven frente al aprendizaje en esta área, ya sea generando sentimientos de motivación e interés en sentido positivo o de desinterés y angustia en sentido negativo. Las experiencias de aprendizaje en las clases, contribuyen a la elaboración de sus creencias sobre las matemáticas y determinan elementos centrales en la auto valoración que realiza el estudiante frente a su capacidad para resolver tareas y asumir situaciones cotidianas que impliquen el pensamiento matemático.

§3. Las creencias y la resolución de problemas

Frente a la resolución de problemas existe la creencia de que un problema de matemáticas puede resolverse fácilmente y en corto tiempo (Prendergast et al., 2018; Schoenfeld, 1988, 1992) considera que el origen de este tipo de creencia está relacionado con el diseño de las tareas que el profesor propone en el aula. Durante su investigación observó que los estudiantes no se enfrentaban a tareas matemáticas que pudieran considerarse “problemas”, lo que los estudiantes trabajaban eran particularmente ejercicios, siendo una de las preocupaciones de los maestros que los estudiantes realizaran el mayor número posible en un corto período de tiempo. Cuando este tipo de prácticas se repite, es posible que los estudiantes terminen considerando que un problema de matemáticas no tomará más de unos minutos para ser resuelto.

Esta idea ha sido reforzada por algunos profesores en las aulas de clase con argumentos tales como: “quién termine primero obtendrá la mejor calificación”; “los mejores estudiantes resuelven rápidamente un problema”, etc. Desconociendo que son muchos los ejemplos que podemos encontrar, en donde problemas matemáticos planteados en la antigüedad han sido resueltos siglos después, o han servido de plataforma para el desarrollo de teorías matemáticas modernas. Podríamos mencionar entre otros: los problemas griegos de construcción con regla y compás, el último teorema de Fermat, la conjetura de Goldbach, lo que contradice contundentemente ese tipo de afirmaciones. Sin embargo, la creencia de que pueden resolverse problemas fácilmente y en corto tiempo puede llevar a un estudiante a abandonar fácilmente su trabajo, pues su motivación puede verse afectada al dedicarle un corto tiempo al análisis de un problema y no poder resolverlo.

Así mismo, cuando se refuerza la creencia de que todos los problemas de matemáticas se resuelven a través de cálculos, operaciones y algoritmos (M. Callejo & Vila, 2003; Stylianides & Stylianides, 2014; Jäder, Sidenvall, & Sumpter, 2017; Prendergast et al., 2018), se puede generar la idea errónea, en los estudiantes, de que todo el conocimiento matemático se limita al dominio aritmético o al enfoque determinístico. Este tipo de creencia puede originarse a partir de que tanto en la educación formal como en otro tipo de escenarios, no se han tenido en cuenta otros aspectos de la matemática tales como lo estético y lo lúdico. Como lo argumentan (M. Callejo & Vila, 2003), se ha olvidado su dimensión histórica y humana, sus aportes a otras ciencias y por ende al desarrollo de la humanidad. En la misma línea de (Schoenfeld, 1992) estos autores afirman que las creencias se van modelando según el tipo de actividades que se proponen en las clases, por lo tanto, si las tareas que proponen los profesores están centradas en ejercicios repetitivos, cuya respuesta se obtiene exclusivamente a través de cálculos matemáticos, es posible que se fortalezca esta creencia en los estudiantes, (Garofalo, 1989) argumenta que

esta creencia influye en los estudiantes al abordar las tareas de manera mecánica, dándole poca importancia a la comprensión del pensamiento matemático.

Cuando se refuerza la creencia de que para aprender matemáticas existe una única forma de abordar y solucionar un problema y es la que el profesor ha explicado en clase, es probable que los estudiantes no estén dispuestos en el futuro a realizar trabajos colaborativos, ni a trabajar en proyectos o a hacer parte de discusiones grupales sobre matemáticas. Así mismo, como lo argumentan (McDonough & Sullivan, 2014), si los niños ven el aprendizaje como un proceso activo en el que tienen un papel constructivo, estarán dispuestos a correr riesgos en su aprendizaje y participar en las discusiones.

Algunas creencias idiosincráticas, que pueden incidir en la manera como los estudiantes abordan la resolución de un problema son las que plantean que no todas las personas pueden resolver problemas. De acuerdo con (Martínez Padrón, 2013), se consideran creencias idiosincráticas porque provienen de diversas fuentes tales como las tradiciones, el sentido común, las costumbres sociales y las experiencias vividas; se asumen como verdades indiscutibles aunque no estén basadas en resultados científicos. Algunas de estas creencias son: Sólo los genios son capaces de descubrir o crear matemáticas (Schoenfeld, 1985), las matemáticas son para gente creativa; el resto sólo intenta aprender lo que se le trasmite (Garofalo, 1989), los alumnos que entienden matemáticas son capaces de resolver cualquier problema (Schoenfeld, 1992).

(M. Callejo & Vila, 2004) plantean que este tipo de creencias generan una separación entre quienes son capaces de resolver problemas y quienes no, potenciando actitudes de confianza en sus propias capacidades y como consecuencia motivación para enfrentar problemas o, todo lo contrario. (Garofalo, 1989) manifiesta que los estudiantes que sostienen estas creencias no podrán imaginarse haciendo o produciendo matemáticas por su cuenta y se convertirán en reproductores de las matemáticas de otras personas.

§4. A manera de conclusión

Los profesores de matemáticas reconocemos desde nuestra experiencia, que es factible que las relaciones con los estudiantes terminan siendo el reflejo de lo que ellos sienten y creen sobre la asignatura. Si bien algunos terminan admirando y apreciando al maestro, al menos uno de nuestros estudiantes terminará con el deseo de no volver a saber nada sobre la materia. En algunos casos, podemos encontrar estudiantes que aprecian y reconocen el esfuerzo de sus maestros, pero al terminar sus ciclos de formación en el área no han adquirido un conocimiento específico del contenido que les permita potenciar las habilidades para abordar la resolución de un problema.

Como lo plantean (Martínez-Padrón, Contarino, & Ávila, 2015), una tarea del profesor de matemáticas es entender y asumir que el mal desempeño de los estudiantes en la asignatura, no siempre es achacable a su apatía o falta de compromiso, pudiendo deberse a situaciones de aversión o miedo de no poder satisfacer lo exigido por quien le enseña.

Lo que se busca al indagar sobre las creencias de los estudiantes es generar estrategias que permitan que tanto la enseñanza como el aprendizaje sean más efectivos. La investigación sobre identificación de creencias no tendrá mucho valor si no se generan estrategias que ayuden a los estudiantes a superar las creencias menos positivas ante el aprendizaje de las matemáticas y la resolución de problemas particularmente. Algunos investigadores han reportado avances en esta línea. Por ejemplo, (Wang, Zhang, & Cai, 2019) presentan un estudio que busca examinar las relaciones entre las creencias matemáticas de los estudiantes de secundaria con los elogios de los maestros, así como las percepciones de los estudiantes sobre sus propios logros en las clases de matemáticas. Los resultados muestran que, la estrategia de los elogios de los maestros hacia los estudiantes incide positivamente en las creencias relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas y en la obtención de los logros en la asignatura. (Markovits & Forgasz, 2017) exploraron las creencias de los estudiantes de primaria sobre las matemáticas y sobre ellos mismos como aprendices de matemáticas a través de una “metáfora animal”. Los investigadores propusieron a los estudiantes dar respuesta a la pregunta ¿Qué animal crees que son las matemáticas? El estudio arrojó información que permite a los docentes observar algunas diferencias importantes entre las creencias de las niñas y los niños. La mayoría de las niñas consideraron que las matemáticas son para personas inteligentes, mientras que los niños muestran un mayor número de opiniones negativas sobre las matemáticas. De igual manera, se observó que las niñas son más sensibles que los niños frente a los desafíos que enfrentan los estudiantes en las clases de matemáticas. En este estudio se resalta la estrategia del uso de metáforas para revelar las creencias de los estudiantes hacia las matemáticas. (Pongsakdi et al., 2019) investigaron sobre el papel que tienen las creencias y las variables motivacionales en la mejora de la resolución de problemas de palabras (word problems), con estudiantes de cuarto y sexto grado. El estudio concluyó que utilizar el programa de enriquecimiento de palabras en la enseñanza de las matemáticas, impacta positivamente tanto en el desempeño de los estudiantes, como en sus creencias acerca de la naturaleza de la resolución de problemas.

En los últimos años se han incrementado los estudios de investigación sobre el uso de software dinámico en la resolución de problemas. Como lo presentan (Olsson & Granberg, 2019) el software dinámico facilita visualizar las relaciones entre representaciones, permite ofrecer comentarios sobre las acciones de los estudiantes y proporciona múltiples variaciones, es decir que es beneficioso para

el aprendizaje de las matemáticas. (Fiallo Leal, J.E. & Gutiérrez Rodríguez, 2007), por su parte, plantean que las nuevas tecnologías ofrecen herramientas para la enseñanza que contribuyen a que los estudiantes, a través de ellas, pongan en juego sus ideas, exploren, analicen, tomen datos y pongan a prueba sus conjeturas. Estos conceptos tienen particular validez cuando de abordar resolución de problemas se trata y unidos a la motivación que genera en los estudiantes el uso de dispositivos electrónicos, consideramos que el uso de software dinámico en los procesos de enseñanza puede facilitar la transformación de algunas creencias que los estudiantes poseen sobre dominios específicos de la educación matemática.

El trabajo que presentamos aquí, es parte de un proyecto más amplio, donde se identificarán el sistema de creencias de los estudiantes de educación básica, a partir de ellos se diseñarán actividades de aprendizaje con apoyo de tecnología, para movilizarlas hacia el desarrollo del pensamiento estocástico. De esta manera, se reconoce que el conocimiento del sistema de creencias, se constituye en la línea base sobre la cual el profesor parte para el diseño de tareas para mejorar el desempeño de sus estudiantes.

Bibliografía

- Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2014). Design a plan to solve fermi problems involving large numbers. *Educational studies in mathematics*, 86(1), 79–96.
- Benítez, D. (2006). *Formas de razonamiento que desarrollan los estudiantes en la resolución de problemas con apoyo de la tecnología computacional*. Tesis Doctoral (Unpublished doctoral dissertation). Cinvestav.México.
- Bingolbali, F., & Bingolbali, E. (2019). One curriculum and two textbooks: opportunity to learn in terms of mathematical problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 31(3), 237–257.
- Callejo, M., & Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. *Boletín de la Asociación matemática Venezolana*, 10(2), 173–194.
- Callejo, M., & Vila, A. (2004). Matemáticas para aprender a pensar. *El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid, Nancea.
- Callejo, M. L., & Vila, A. (2009). Approach to mathematical problem solving and students' belief systems: two case studies. *Educational Studies in Mathematics*, 72(1), 111–126.
- Charles, R. I., & Lester, F. K. (1982). *Teaching problem solving: What, why & how*. Dale Seymour Publications Palo Alto, CA.
- Eisenmann, P., Novotná, J., Příbyl, J., & Břehovský, J. (2015). The development of a culture of problem solving with secondary students through heuristic strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 535–562.

- English, L., & Sriraman, B. (2010). Theories of Mathematics Education. In L. English & B. Sriraman (Eds.), *Theories of mathematics education* (Springer-V ed., pp. 263–289). Heidelberg: Heidelberg:Springer-Verlag. doi: 10.1007/978-3-642-00742-2
- Erazo-Hurtado, J. D., & Aldana-Bermúdez, E. (2015). Sistema de creencias sobre las matemáticas en los estudiantes de educación básica. *Praxis*, 11(1), 163–169.
- Fiallo Leal, J.E. & Gutiérrez Rodríguez, A. (2007). Unidad de enseñanza de las razones trigonométricas en un ambiente Cabri para el desarrollo de las habilidades de demostración. In P. F. B. G. J. M. G. P. Bolea M. Camacho (Ed.), *Investigación en educación matemática. comunicaciones de los grupos de investigación* (pp. 41–62). Huesca.: X Simposio de la SEIEM.
- Galende, N., Rojo, V., & Arrivillaga, A. R. (2019). The influence of beliefs in the process of teaching-learning mathematics. *Journal of Psychological & Educational Research*, 27(2), 88–110.
- Garofalo, J. (1989). Beliefs and their influence on mathematical performance. *The Mathematics Teacher*, 82(7), 502–505.
- Gómez Chacón, I. M. (2003). La tarea intelectual en matemáticas afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 225–248.
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519–524.
- Hensberry, K. K., & Jacobbe, T. (2012). The effects of polya’s heuristic and diary writing on children’s problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 24(1), 59–85.
- Jäder, J., Sidenvall, J., & Sumpter, L. (2017). Students’ mathematical reasoning and beliefs in non-routine task solving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(4), 759–776.
- Jones, I., & Inglis, M. (2015). The problem of assessing problem solving: Can comparative judgement help? *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 337–355.
- Kleiner, I. (1986). Famous problems in mathematics: An outline of a course. *For the learning of mathematics*, 6(1), 31–38.
- Lee, S.-Y. (2016). Students’ use of “look back” strategies in multiple solution methods. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(4), 701–717.
- Lemus, M., & Ursini, S. (2016). Creencias y actitudes hacia las matemáticas. Un estudio con alumnos de Bachillerato. In . . . T. F. A. J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández (Ed.), *Investigación en educación matemática xx* (pp. 315–323).

- Markovits, Z., & Forgasz, H. (2017). "mathematics is like a lion": Elementary students' beliefs about mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 49–64.
- Martínez Padrón, O. (2008). Actitudes hacia la matemática. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 9(1), 237–256.
- Martínez-Padrón, O., Contarino, A., & Ávila, J. (2015). Aspectos emocionales que impactan el desempeño de los estudiantes en el aula de matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 182–189.
- Martínez Padrón, O. (2013). Las creencias en la educación matemática. *Educere*, 17(57), 231–239.
- McDonough, A., & Sullivan, P. (2014). Seeking insights into young children's beliefs about mathematics and learning. *Educational Studies in Mathematics*, 87(3), 279–296.
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). Estándares curriculares para matemáticas. *Estándares curriculares*.
- NCTM. (2000). Standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Olsson, J., & Granberg, C. (2019). Dynamic software, task solving with or without guidelines, and learning outcomes. *Technology, knowledge and learning*, 24(3), 419–436.
- Onuchic, L. d. I. R. (1999). Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 199–218.
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of educational research*, 62(3), 307–332.
- Papadopoulos, I. (2015). Beliefs and mathematical reasoning during problem solving across educational levels. In C. B.-S. Eichler (Ed.), *Views and beliefs in mathematics education* (pp. 183–195). Springer.
- Polya, G. (1945). How to solve it. princeton. *New Jersey: Princeton University*.
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery*, 1962. John Wiley & Sons.
- Pongsakdi, N., Laakkonen, E., Laine, T., Veermans, K., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2019). The role of beliefs and motivational variables in enhancing word problem solving. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 63(2), 179–197.
- Prendergast, M., Breen, C., Bray, A., Faulkner, F., Carroll, B., Quinn, D., & Carr, M. (2018). Investigating secondary students beliefs about mathematical problem-solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(8), 1203–1218.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Comares.
- Reiss, K., & Törner, G. (2007). Problem solving in the mathematics classroom: the german perspective. *ZDM*, 39(5-6), 431–441.

- Santos-Trigo, M. (2019). Problem Solving in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 129–135). Cham, Switzerland: Cham, Switzerland: Springer.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press Inc.
- Schoenfeld, A. H. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of 'well-taught' mathematics courses. *Educational psychologist*, 23(2), 145–166.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 334–370.
- Schrock, C. S. (2000). Problem solving—what is it?. *Journal of School Improvement*, 1(2), 20–24.
- Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33(1), 8–29.
- Sumirattana, S., Makanong, A., & Thipkong, S. (2017). Using realistic mathematics education and the dapic problem-solving process to enhance secondary school students' mathematical literacy. *Kasetsart Journal of Social Sciences*, 38(3), 307–315.
- Tjoe, H. (2019). "looking back" to solve differently: Familiarity, fluency, and flexibility. In M. S.-T. Liljedahl (Ed.), *Mathematical problem solving, current themes, trends, and research* (pp. 3–20). Springer.
- Trigo, L. M. S. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Wang, G., Zhang, S., & Cai, J. (2019). Chinese high school students' mathematics-related beliefs and their perceived mathematics achievement: A focus on teachers' praise. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(7), em1713.
- Yuanita, P., Zulnaldi, H., & Zakaria, E. (2018). The effectiveness of realistic mathematics education approach: The role of mathematical representation as mediator between mathematical belief and problem solving. *PloS one*, 13(9), 1–21.

ARNULFO FAJARDO VALENCIA
Universidad del Valle.
✉ arnulfo.fajardo@correounivalle.edu.co

DAVID BENÍTEZ MOJICA

Universidad del Valle.

✉ *david.benitez@correounivalle.edu.co*

Recibido: *6 de abril de 2020.*

Aceptado: *28 de agosto de 2020.*

Publicado en línea: *7 de diciembre de 2020.*
