

La comprensión del concepto de parábola como una cónica

*Jorge Hernán López Mesa**

*Eliécer Aldana Bermúdez***

RESUMEN

Esta investigación es parte de un estudio más amplio que se viene realizando con estudiantes de Ingeniería de Sistemas. El propósito de este estudio es el de analizar cómo los estudiantes llegan a la comprensión del concepto de parábola y las dificultades que encuentran en la construcción de este concepto matemático. Para ello se ha utilizado el marco teórico de las Situaciones Didácticas, y la metodología de la Ingeniería Didáctica, apoyada en cuestionarios, en-

trevistas y videograbaciones, y en la utilización de entornos informáticos. A partir del análisis se muestran los primeros resultados sobre los procesos cognitivos y las dificultades que presentan los alumnos en el desarrollo de la comprensión /construcción del concepto de parábola en su fase a-didáctica.

Palabras clave: parábola, geometría, sistemas de representación, situaciones didácticas, ingeniería didáctica.

* Universidad del Quindío. Dirección electrónica: jhlopez@uniquindio.edu.co.

** Universidad del Quindío. Dirección electrónica: eliecerab@uniquindio.edu.co

PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

En las prácticas pedagógicas se evidencian las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión de las cónicas, en concreto, la parábola; se observa que realizan un trabajo algorítmico apoyados en un proceso algebraico y memorístico, y dejan de lado la comprensión analítica del concepto. Al respecto, Santa y Jaramillo (2007), ponen de manifiesto el desconocimiento por parte de los estudiantes de los componentes que integran la parábola, lo que indica que no pueden relacionar sus elementos de manera analítica. Gómez y Carulla (2000) plantean que el tratamiento gráfico que realizan los estudiantes en la comprensión geométrica de la parábola es muy complejo, por la síntesis que deben hacer en los modos de representación gráfico, algebraico y analítico. Asimismo, Fernández (2010) en su trabajo sobre cónicas presenta las concepciones erróneas que imposibilitan la comprensión del concepto de lugar geométrico.

MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

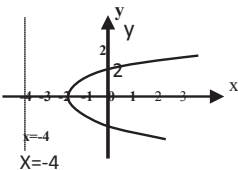
Para este estudio se han utilizado las situaciones didácticas de Brousseau (1986), las cuales indican un conjunto de secuencias de clases concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo, por parte del profesor, para desarrollar un proyecto de aprendizaje, un saber constituido o en vías de construcción; es un producto resultante de un análisis a priori y a posteriori de unas acciones puestas en práctica. Una situación didáctica incluye un contrato didáctico, la situación problema, la variable didáctica y la situación a-didáctica. El contrato didáctico, según Chevallard (1998), hace referencia a los compromisos y resultados que espera el profesor del estudiante, y viceversa. La situación problema puede ser de control o aprendizaje; es de control si nos sirve para comprobar si el estudiante ha adquirido el conocimiento, o de aprendizaje si se plantea un problema al estudiante y este debe tener una estrategia y conocimiento previo para resolverlo. En la variable didáctica, el profesor modifica la estrategia para generar cambios en ella, que le permitan al estudiante llegar al saber matemático. La primera fase en una situación didáctica es la a-didáctica (de resolución de una tarea por parte del alumno), en la que la intención de enseñanza no es explícita para el estudiante, no hay una intención del maestro en cuanto al saber, solo se centra en motivar, en ayudar al sujeto en una fase de adaptación con el medio. En esta fase aparece la devolución, de acuerdo con Brousseau (1997, p: 41): "La devolución es el acto por el cual el enseñante hace aceptar al alumno la responsabilidad de una situación de aprendizaje (a-didáctica) o de un problema y acepta él mismo las consecuencias de esta transferencia".

METODOLOGÍA

La metodología utilizada en este estudio es cualitativa interpretativa, porque permitirá la comprensión; según lo refiere Dreyfus y Eisenberg (1990), citado por Aldana (2011, p: 19), en cuanto explica la forma como los sujetos llegan a la comprensión/construcción del concepto de parábola, apoyada en la Ingeniería Didáctica de Chevallard (1998). El estudio ha sido desarrollado en varias fases: (a) elaboración de situaciones a-didácticas, (b) validación de las tareas por juicio de expertos, (c) aplicación de las situaciones a-didácticas, (d) confrontación de la validación por juicio de expertos y los resultados alcanzados por los sujetos, (e) análisis a priori de la situación a-didáctica, modificación y elaboración de las situaciones didácticas, (f) aplicación de algunas situaciones didácticas, (g) análisis a posteriori, (h) realización de entrevistas, (i) triangulación de la información. Para el estudio se tomó un grupo de 25 estudiantes de Ingeniería de Sistemas de primer semestre, algunos son repitentes, cuyas edades oscilan entre 17 y 30 años. Se utilizó el programa geogebra, se aplicaron cuestionarios, entrevistas, observación en el aula y videograbaciones. A partir de estos instrumentos se realizó el análisis mediante triangulación de la información.

ANÁLISIS DE DATOS

El análisis se realizó considerando conjuntamente los instrumentos y notas de desempeño del estudiante en el desarrollo de las tareas. Para ello nos centraremos en el análisis de la tarea 1.



1. Observe la gráfica correspondiente a una parábola y determine los aspectos que se relacionan.

- ¿Cuáles son las coordenadas del foco y el vértice de la parábola?
- ¿Cuál es la ecuación de la directriz?
- Según la posición de la directriz y el foco ¿cuál es el eje principal de la parábola?
- ¿Cuál es la ecuación correspondiente a la cónica?
- Determine la longitud del lado recto.

Figura 1. Tarea 1 del cuestionario 1, situaciones a-didácticas.

En la figura 2 mostramos la manera como el estudiante (E6) realiza la tarea:

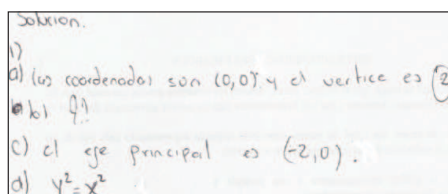


Figura 2. Resolución de la tarea 1 del cuestionario

Se observa en la figura 2 que el sujeto responde de forma incorrecta, porque los argumentos que utiliza no corresponden al lenguaje matemático y no usa los elementos matemáticos necesarios en la resolución de la tarea; además, no es capaz de establecer una coordinación entre los sistemas de representación gráfico y algebraico.

Durante la entrevista cuando se le pregunta, esto es lo que argumenta el estudiante.

I: ¿Por qué se le dificultó la interpretación de este ejercicio?

E6: No recordé la ecuación de la parábola, y no pude reconocer los elementos como el foco, el vértice, la directriz.

I: ¿Cómo puede establecer usted que la gráfica que se referencia corresponde a una parábola?

E6: Por su forma, tiene un vértice y una orientación de una ecuación de segundo grado.

I: ¿Qué importancia tiene la línea recta que se muestra en la gráfica?

E6: Cuando está acompañada de una parábola, se trata de la directriz, y tiene que ver con el valor de p , nos ayuda a formar la ecuación de la directriz.

Estos mismos argumentos los representa en forma escrita el estudiante (E6), (véase figura 3).

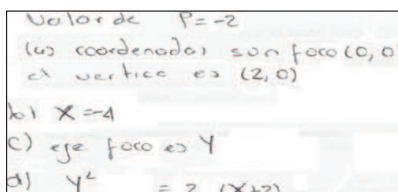


Figura 3. Resolución de la tarea 1 en la entrevista

En la figura 3, se evidencia que este sujeto ha resuelto la tarea correctamente, excepto al referir al eje focal, porque reconoce los elementos de la parábola; sin embargo, no alcanza un nivel analítico porque no utiliza la ecuación canónica $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ para relacionar los elementos de la gráfica.

En la figura 4 se muestran los argumentos dados por el estudiante (E15) frente a la misma tarea.

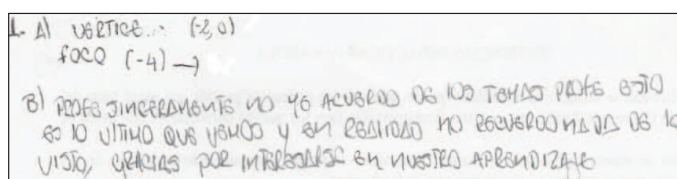


Figura 4. Resolución de la tarea 1 del cuestionario

El sujeto tuvo un contacto previo con el objeto matemático, pero no tiene los elementos para resolver la situación, no logra la construcción analítica del concepto. En la entrevista, logra identificar los elementos.

I: ¿Por qué se le dificultó la interpretación de este ejercicio?

E15: Como mencioné en la prueba, no recordé la ecuación de la parábola, y no pude hallar el foco, la directriz.

I: ¿Cómo puede establecer usted que la gráfica que se referencia corresponde a una parábola?

E6: Por su forma y la curva que representa la parábola.

I: ¿Qué importancia tiene la línea recta que se muestra en la gráfica?

E6: Es la directriz de la parábola, y su importancia es porque me permite establecer la distancia entre la línea y el vértice de la parábola y puedo hallar el valor de p.

Aquí el estudiante muestra mayor nivel de elaboración del concepto, porque reconoce algunos elementos algebraicos de la parábola y los coordina con la representación gráfica.

CONCLUSIONES

El trabajo desarrollado por los estudiantes, del cual se han mostrado algunos casos representativos en este documento, permite aproximar a algunas de las características de sus actuaciones al resolver problemas sobre parábolas, a saber: (a) muestran dificultad para interpretar gráficas por la forma como

relacionan y analizan los elementos de la parábola, (b) no logran abstraer los elementos para relacionarlos con la ecuación canónica, (c) no aplican procedimientos que permitan visualizar la forma como coordinan los modos de representación, desde un análisis algebraico hasta llegar a la forma analítica, (d) muestran concepciones erróneas para coordinar los diferentes modos de representación, (e) tienen nociones débiles sobre el objeto matemático de parábola, porque no comprenden la definición de lugar geométrico, memorizan información que les permite resolver situaciones inmediatas, no coordinan los procesos analíticos que les permitan argumentar de manera lógica su desempeño.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aldana, E. (2011). *Comprensión del concepto de integral definida en el marco de la Teoría "APOE"*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Salamanca, España.
- Fernández, M. (2010). *Estudio de una secuencia de situaciones para la enseñanza de las cónicas integrando Cabri Géomètre II Plus*. Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad de Nariño, Pasto Colombia.
- Gómez, P. & Carulla, C. (2000). *Enseñanza sobre la Función Cuadrática*. Universidad de los Andes. Colombia.
- Santa, Z. & Jaramillo, C. (2007). *Construcción de las secciones cónicas mediante el doblado de papel en el marco del modelo educativo de van Hiele*. X Encuentro Colombiano de Matemáticas Educativa. Universidad de Antioquia.
- Brousseau, G. (1986): *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).
- Brousseau, G. (1997). *La théorie des situations didactiques*. Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal, Montréal.
- Chevallard (1998). *La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique Group Editor.