

Pensamiento matemático en estudiantes universitarios

Cesar Augusto Hernández Suarez¹, Pastor Ramírez Leal², Gerson Adriano Rincón Álvarez³

Resumen

Esta investigación se realizó con 190 estudiantes de primer semestre que cursaron la materia de matemáticas I, en el programa académico de Administración de Empresas de la Universidad Francisco de Paula Santander (UFPS). A través de una encuesta sociodemográfica se identificaron algunas características de la población, determinando el pensamiento formal por medio del Test of Logical Thinking (TOLT) de Tobin y Capié. Por medio de estadísticos descriptivos que brindan información acerca del pensamiento de acuerdo a los esquemas de razonamiento presentes en los estudiantes. Los resultados obtenidos indican que entre los estudiantes predomina el pensamiento concreto.

Palabras Claves: Pensamiento matemático, Pensamiento formal, Desarrollo cognitivo.

Abstract

This research was conducted with 190 first semester students who studied the art of mathematics I, in the career of Business Administration Universidad Francisco de Paula Santander (UFPS). Through a survey, some sociodemographic characteristics of the population were identified by determining the formal thought through Test of Logical Thinking (TOLT) Tobin and Capié and academic performance through the first preliminary note. The results indicate that among students concrete thinking predominates and not the existence of a relationship with academic performance is observed, as this may be affected by other factors that have not been considered in this research. Investigations of other influential factors on academic performance are proposed.

Keywords: mathematical thinking, formal thinking, cognitive development.

¹ Licenciado en Matemáticas y Computación (UFPS). Especialista en Computación para la Docencia (UAN). Especialista en Práctica Pedagógica Universitaria (UFPS). Magister en Educación Matemática (UNET). Docente adscrito al Departamento de Pedagogía, Andragogía, Comunicación y Multimedia. E-mail: cesaraugusto@ufps.edu.co

² Licenciado en Matemáticas y Computación (UFPS). Especialista en Estadística Aplicada (UFPS). Magister en Educación Matemática (UNET). Docente adscrito al Departamento de Matemáticas y Estadística de la UFPS. E-mail: pastorramirez@ufps.edu.co

³ Licenciado en Matemáticas y Computación (UFPS). Especialista en Computación para la Docencia (UAN). Especialista en Estadística Aplicada (UFPS). Maestrante en Neuropsicología y Educación (UNIR). Docente adscrito al Departamento de Matemáticas y Estadística de la UFPS. E-mail: gersonadrianora@ufps.edu.co

Introducción

Las matemáticas a lo largo de la historia han sido consideradas como el agente del desarrollo humano por su presencia práctica en la vida cotidiana, su influencia en el desarrollo integral y su protagonismo en la vida científica. La perspectiva cognitiva se desarrolla a través del conocimiento de los procesos mentales que se emplean para efectuar una operación o algoritmo o las estructuras intelectuales que debe poseer el estudiante para realizarlo. Este conocimiento permite comprender mejor las fallas y errores al realizar la operación o el algoritmo. El enfoque cognitivo no etiqueta al estudiante, sino que estudia la estrategia seguida, los procesos mentales que realiza y los errores que comete.

En la actualidad, cuando las tendencias mundiales y nacionales en la educación superior se dirigen hacia el aprendizaje autónomo y la creatividad (UNESCO, 1998), es relevante la importancia del desarrollo del pensamiento lógico-matemático y el aprendizaje significativo, del dominio de las operaciones mentales, incluyendo los procesos de razonamiento lógico, análisis, inferencia, generación de hipótesis, entre otros, característicos del pensamiento abstracto, descrito por Piaget (1975) como pensamiento formal (Uribe, 1993) que constituye el nivel superior del pensamiento lógico-matemático.

El nivel de pensamiento lógico-matemático formal (entiéndase este pensamiento como el nivel superior del pensamiento lógico-matemático), el cual es el resultado del gran auge de estudios del desarrollo cognitivo. A partir del desarrollo de las operaciones formales, Piaget estructura un enfoque teórico que comprende el desarrollo intelectual entre los 11 y los 15 años (Rice, 1997). En el inicio de la juventud, el desarrollo del pensamiento de los estudiantes se caracteriza por la adquisición de la capacidad de pensar y razonar fuera de los límites de su propio mundo realista y de sus propias creencias. Es importante advertir que se presenta un período de transición antes de llegar a tener estructuras plenamente formales; este período se caracteriza por tener características tanto de la fase concreta como de la formal propiamente dicha; es decir, el estudiante comienza a desligar

su pensamiento de lo concreto y a tender hacia un pensamiento deductivo, lógico y abstracto.

De acuerdo al nivel de desarrollo cognitivo de Piaget, los contenidos matemáticos de los últimos años de la educación media y la educación superior exige que el estudiante maneje estrategias propias del pensamiento lógico-matemático formal. Aunque si bien es cierto que las características propias de este tipo de pensamiento no son una condición suficiente para que el estudiante pueda comprender los contenidos matemáticos, sí son condición necesaria, y aquí es donde reside el problema, pues no parece que esta condición necesaria sea un logro generalizado en la mayoría de los estudiantes.

La incapacidad de muchos estudiantes universitarios para enfrentarse al pensamiento lógico-matemático formal podría deberse a que no han logrado el nivel de desarrollo cognitivo apropiado. No se puede esperar que un individuo que no haya alcanzado este pensamiento tenga un buen desempeño en la comprensión de los conceptos matemáticos que requieren esas operaciones. Esto quiere decir que la comprensión de los contenidos matemáticos se convierten en un asunto problemático para un porcentaje considerable de estudiantes, debido al parecer por una posible inadecuación entre la capacidad cognitiva y la estructura de la matemática que se pretende enseñar, aunque no pueden olvidarse otros factores importantes como la motivación, el círculo social, familiar, entre otros, que no son objeto de esta investigación.

El supuesto existente es que los estudiantes pueden aprender de memoria el suficiente material contenido en los cursos para pasar los exámenes aunque no hayan llegado a un estadio de desarrollo cognitivo lo suficientemente avanzado para comprender lo que han “aprendido”. Esto explicaría la existencia de altos promedios académicos en estudiantes universitarios de quienes se sabe presentan un pensamiento concreto (Iriarte, Cantillo y Polo, 2000). Vale la pena señalar que la enseñanza que se impone actualmente dista mucho de la memorística, debido a que las exigencias del currículo proponen que el estudiante desarrolle unas actividades cognitivas más complejas y sofisticadas.

Investigaciones previas sobre el pensamiento formal en jóvenes de último grado de educación me-

día o en educación superior, concluyen que en su mayoría los individuos estudiados no dominan las operaciones intelectuales de razonamiento hipotético deductivo (De ZUBIRÍA, 1998). Se pueden mencionar los estudios: el de Gutiérrez y Pinilla (2002) quienes determinan el desarrollo del pensamiento en una población de estudiantes de la Universidad de Manizales y concluyen que en su mayoría el tipo de pensamiento encontrado fue concreto, y el de Henao, Valencia y Villabona (2003) quienes encuentran una débil relación entre el pensamiento formal y el rendimiento académico en una población de estudiantes de matemáticas I de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Lo anterior, lleva a pensar que los estudiantes que ingresan a la universidad aún no han desarrollado las habilidades mentales propias del pensamiento lógico-matemático formal que se requieren y esperan en este nivel académico, las cuales deberían haber sido desarrolladas en los años precedentes, ya que las asignaturas de matemáticas universitarias exigen de este pensamiento, lo cual se ve reflejado, de alguna manera, en su aprendizaje, y por ende en su desempeño académico.

Ante la diversidad de problemáticas que a diario se evidencian entre los estudiantes que ingresan a la universidad, surge el interés por el estudio y comprensión del desarrollo cognitivo y su relación con los procesos educativos. Por lo que se desea conocer ¿Cuál es el nivel de desarrollo del pensamiento lógico-matemático formal que poseen los estudiantes que ingresan a la universidad? Esto se hizo por medio de la aplicación del Test of Logical Thinking (TOLT) de Tobin y Capié.

Teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget. Luego de años en constante actividad científica, estudiando atentamente como piensan y aprenden los niños, planteó que para comprender la conducta del ser humano se necesitaba de una perspectiva evolutiva, por tanto había que observar al individuo desde sus primeros meses de vida, hasta su adultez.

Basándose en los patrones que había observado repetidamente en los niños en diferentes situaciones, Piaget clasificó los niveles del pensamiento lógico-matemático en tres grandes estadios:

1. Estadio Sensoriomotor (0-2 años).

2. Estudio de las Operaciones Concretas (2-11 años)

3. Estadio de las Operaciones formales (a partir de la adolescencia)

En el marco de esta teoría, el desarrollo cognitivo se entiende como un proceso gradual en el que no hay cambios que aparezcan de la noche a la mañana; hay períodos de desarrollo continuo que se superponen, en lugar de períodos estáticos moderados.

Ocurren entonces transiciones entre período y período que involucran la reestructuración e integración de estructuras de la etapa anterior. Estas transiciones son gobernadas por el proceso de equilibración, que instrumenta las aportaciones de la maduración y de la experiencia tanto social como física (Labinowicz, 1992).

De otra parte, de acuerdo con Piaget el orden por el que pasan los niños a las etapas de desarrollo no cambia. Todos los niños deben pasar por las operaciones concretas para llegar al período de las operaciones formales. Lo que varían son los límites de edad por diversos factores como motivación, influencias culturales o maduración. Se tiene conocimiento de que Piaget (1972) hace algunas consideraciones acerca de sus primeros planteamientos sobre el pensamiento formal, extendiendo hasta los 15 y 20 años su edad de aparición, en donde destaca el papel fundamental del ambiente, las capacidades de la persona y la especialización profesional en el desarrollo de la estructura de las operaciones formales.

El periodo de las operaciones formales y el pensamiento lógico-matemático formal. El estadio de las operaciones formales es considerado, dentro de la concepción piagetiana del desarrollo, como el nivel superior del razonamiento humano cualitativamente distinto de las formas de pensamiento anteriores (Inhelder y Piaget, 1955). Describen detalladamente sus características, puntualizando las diferencias con el pensamiento concreto, el cual consideran la base del desarrollo del pensamiento formal, a través de un proceso de maduración del sistema nervioso, así como de equilibración progresiva. En el pensamiento concreto el individuo realiza operaciones relativas a un objeto, lo posible es una extensión limitada de lo real, mientras en el pensamiento formal el

individuo razona en abstracto, elabora teorías y realiza consideraciones fuera del objeto y tiempo presente, lo real depende de lo posible. En tanto el pensamiento concreto se caracteriza por las operaciones relacionales de primer orden: conservación, igualdad, correspondencia, basadas en los objetos reales, el pensamiento formal se desarrolla en abstracto, permite formular supuestos (hipótesis) y llevar a cabo operaciones proposicionales de segundo orden: compensación, disyunción, implicación, disociación.

Los esquemas operatorios representan en el pensamiento formal un avance con relación al pensamiento concreto, consisten en nociones u operaciones espaciales (no exclusivamente lógicas) que el sujeto utiliza de modo espontáneo por la necesidad de resolver problemas y que es incapaz de realizar en el pensamiento concreto; son más generales, implican la utilización de varias operaciones elementales, se pueden descubrir a partir de la estructuras del sujeto y se relacionan las estructuras de la Matemática.

Algunos esquemas operatorios son:

- **Combinatoria.** Consiste en combinar objetos y proposiciones de todas las maneras posibles, sirviéndose de nociones matemáticas como la combinación, permutación y variación.
- **Coordinación de dos sistemas de referencia (control de variables).** Esquema necesario para comprender todas aquellas tareas o situaciones en las que exista más de un sistema variable que pueda determinar el objeto observado.
- **Proporciones.** Desarrolla la capacidad para operar con proporciones.
- **Noción de probabilidad.** Es un concepto basado en la comprensión de la relación entre azar y proporción.
- **Noción de correlación.** Se define por negar o invertir la operación anterior. Comprensión de la variación conjunta de dos o más variables.
- **Conjunción de los esquemas de proporcionalidad y probabilidad.**
- Otros esquemas son el **equilibrio mecánico, compensaciones multiplicativas y las formas de conservación.**

Materiales Método

La presente investigación se enmarca dentro de las características de una investigación cuantitativa con un enfoque descriptivo (Hernández S. R.; Fernández C. y Baptista, 2010). En este caso, se pretende describir el desarrollo del pensamiento lógico-matemático formal que poseen los estudiantes de primer semestre de la Facultad de Ciencias Empresariales de la UFPS a través de la aplicación del TOLT, en un solo momento y tiempo.

Población objeto de estudio. La selección de la población estudio se llevó a cabo teniendo en cuenta los estudiantes que ingresaron a primer semestre en cada uno de los programas académicos de la Facultad de Ciencias Empresariales durante el segundo semestre del año 2013 y que cursaban la materia de matemáticas I sin ser repitentes. Se aplicó la prueba TOLT para determinar el nivel de pensamiento e identificar a través de una encuesta sociodemográfica algunas características específicas de la población. Se tuvo en cuenta la nota obtenida en la materia de matemáticas I, como indicador de rendimiento académico. Posteriormente se observaron los resultados del TOLT y la nota de primer previo, para identificar una posible relación entre ellos.

Proceso de investigación. Una vez aplicado el TOLT se sistematizaron en la base de datos, diseñada en el SPSS, para posteriormente aplicarlos estadísticos correspondientes con los objetivos de investigación. Por último, se elaboraron las conclusiones y recomendaciones.

Instrumentos de recolección de información. Para identificar el nivel de pensamiento en el que se encuentran los estudiantes de la población estudio se utilizó la versión española denominada Test de Razonamiento Lógico-Matemático (TRLM), del Test of Logical Thinking (TOLT), diseñado originalmente por Tobin y Carpie (1981). Dicha versión fue traducida por el equipo permanente de investigación en didáctica de las ciencias de la Universidad de Cádiz (Oliva e Iglesias, 1990) y posteriormente validada por Acevedo y Oliva (1995). Esta traducción respeta fielmente las características del TOLT (Tobin y Capie, 1981), salvo matices y pequeñas variaciones del lenguaje que de modo alguno alteran su esencia original,

que ha sido usada en diversos contextos escolares principalmente en enseñanza secundaria y universitaria.

El TOLT está constituido por diez tareas de lápiz y papel, para administración colectiva, diseñada con objeto de evaluar cinco esquemas de razonamiento lógico-matemático formal (se distribuyen de a dos por cada uno de los esquemas): Proporcionalidad (PP), Control de variables (CV), Probabilidad (PB), Correlación (CR) y Combinatoria (CB). Características propias del pensamiento formal, y ubica al evaluado en uno de los siguientes niveles: Concreto, Transición o Formal. Su validez convergente es de 0,80 y la confiabilidad es de 0,73, utilizando el coeficiente de Kuder Richardson.

Las ocho primeras tareas poseen una estructura de dos niveles, es decir, se debe dar seleccionar tanto la respuesta como la explicación entre 5 alternativas. Esto minimiza la probabilidad de acierto por azar, del mismo modo que facilita la corrección, tabulación y posterior análisis.

De acuerdo a los autores del test y la bibliografía de consulta, las alternativas o distractores se han elaborado en función de los errores sistemáticos más frecuentes en los que se suele incurrir en la resolución de este tipo de problemas (Acevedo y Romero, 1991, 1992).

Las dos últimas tareas, referidas a permutaciones y combinatorias, son de respuesta abierta de tipo semiestructurado. Los individuos disponen de 38 minutos para responder el test. La puntuación de cada ítems, se considera correcta si y solo sí, el individuo elige una respuesta y una razón para la misma, ésta última permite evaluar el razonamiento seguido por el sujeto en su elección. Se considera el ítem correcto cuando se contesta bien ambos (respuesta y razón) y se logra un punto. En el caso de los dos últimos problemas sólo se considera correcto el número exacto de combinaciones o permutaciones involucrado.

De este modo, TOLT tiene un máximo puntaje de 10 y el mínimo 0, además, tal y como lo recomiendan los propios autores, la variable resultante de las puntuaciones debe ser tratada como continua, en lugar de utilizar las habituales clasificaciones discretas. Esta prueba de razonamiento lógico determina los niveles de pensamiento a través del

número de respuestas correctas así: el nivel concreto (0 - 3), transicional (4 - 6) y formal (7 - 10).

Resultados y Discusión

En un primer momento se procede a realizar la encuesta sociodemográfica en la población estudio dando los siguientes resultados:

Tabla 1. Encuesta sociodemográfica

Facultad de ciencias empresariales			
Variables		F	%
Socio demográficas			
Tipo de institución	Público	157	82,6
	Privado	33	17,4
Especialidad de institución	Académico	73	36,8
	Técnico	98	51,1
	Comercial	19	10,0
	Validación	4	2,1
Género	Femenino	108	56,8
	Masculino	82	43,2
Estrato	1	40	21,1
	2	81	42,6
	3	56	29,5
	4	13	6,8
Edad	16	4	2,1
	17	65	34,2
	18	54	28,4
	19	24	12,6
	20	22	11,6
	21	7	3,7
	22	5	2,6
	23	7	3,7
	24	1	0,5
26	1	0,5	
Total estudiantes: 190			

La caracterización sociodemográfica realizada se puede observar que en la Facultad de Ciencias Empresariales el total de la población estudio fue de 190 estudiantes de ellos el 82,6% proviene de instituciones públicas, el 51,6% de instituciones con especialidad técnica, el género femenino con

el 56,8% es el que predomina en esta población que está ubicada entre el rango 1 y 4 en su estrato social, siendo el estrato dos con un 42,6% el de mayor predominio, y sus edades están comprendidas entre 16 y 26 años.

Tabla 2. Resultados de TOLT

Esquema de Razonamiento	Ítems	% Respuesta Correcta	% Género	
			F	M
Proporcionalidad	1 (PP1)	38,4	17,8	20,6
	2 (PP2)	22,1	8,9	13,2
Control de Variables	3 (CV1)	8,9	3,2	5,7
	4 (CV2)	9,4	3,1	6,3
Probabilidad	5 (PB1)	12,1	5,2	6,9
	6 (PB2)	4,7	1,5	3,2
Correlación	7 (CR1)	13,1	7,8	5,3
	8 (CR2)	13,6	9,4	4,2
Combinatoria	9 (CB1)	7,8	4,2	3,6
	10 (CB2)	5,7	2,1	3,6

Se evidencia que los estudiantes tienen un mayor dominio en el esquema de proporcionalidad, de ellos el género masculino fue el que obtuvo un mejor desempeño 20,6% y 17,8% en cada pregunta, seguido por el esquema de correlación 13,1% y 13,6%, probabilidad 12,1% y 4,7%, control de variables 8,9% y 9,4% y combinatoria 7,8% y 5,7%.

Aunque en ninguno de los esquemas anteriormente expuesto se logra que un porcentaje considerable de estudiantes proporcione una respuesta correcta. Lo anterior nos sugiere que la población estudio tuvo gran dificultad al resolver los problemas que involucraban el esquema combinatorio es decir que presentan problemas al tener que organizar y dar todas las combinaciones posibles.

Tabla 3. Niveles de pensamiento formal a partir de TOLT, Facultad de Ciencias Empresariales.

Niveles de pensamiento	F	%
TOLT Formal	3	1,5
(TOLT 7-10) Transicional	184	97,0
(TOLT 4-6)		

Concreto	3	1,5
(TOLT 0-3)		
Total	190	100,0

En la Facultad de Ciencias Empresariales se observa que el 1,5% de los estudiantes se encuentra en el nivel de pensamiento formal y el 97% se encuentra ubicado en el nivel de pensamiento transicional; indicando que la mayoría de estudiantes que conforman la población de estudio dio una resolución equivocada y está fallando en los esquemas de razonamiento. El 1,5% restante de la población con 5 ítems correctos se ubica en el nivel de concreto.

Conclusiones

Según los resultados de TOLT aplicado a los estudiantes de la Facultad de Ciencias Empresariales, se obtuvo que el esquema de mayor desempeño fue el de proporcionalidad (PP) y el esquema de combinatoria (CB) el de más bajo dominio.

Al realizar la diferenciación por género se observa que en mayor porcentaje el masculino fue el que obtuvo un mejor desempeño en cada pregunta.

El TOLT aplicado en la Facultad de Ciencias Empresariales, ubica a los estudiantes en tres niveles, organizados de la siguiente manera: la inmensa mayoría se encuentra en un nivel de pensamiento concreto, mientras que el resto se ubican equitativamente en el nivel de transición y en el nivel de pensamiento formal.

La gran mayoría de los estudiantes objeto de estudio se encuentra en el nivel de pensamiento concreto coincidiendo con investigaciones como la de Iriarte et al (2000) quienes señalan la aparición tardía del pensamiento formal y por lo tanto se espera que no tenga un buen desempeño en la comprensión de los conceptos particulares que requieren de esas operaciones luego los estudiantes universitarios no alcanzan el nivel formal tan necesario para el aprendizaje (Benitez, 2009).

Referencias

Acevedo, J. A. y Oliva, J. (1995). Validación y

aplicaciones de un test de razonamiento lógico. *Revista de Psicología General y Aplicada*. 48 (3), 339-351.

Acevedo, J. A. y Romero, S. (1991). El error sistemático en la resolución de tareas de proporcionalidad y probabilidad. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales*, 19, 9-24

Acevedo, J. A. & Romero, S. (1992). El desarrollo del razonamiento lógico en matemáticas: correlación y combinatoria. *Suma*, 11-12, 42-52.

Benitez, I. (2009). El desarrollo cognitivo en educación infantil. (s.f). Recuperado de <http://bit.ly/Nnk3UI>

De Zubiría, M. (1998). *Pedagogías del siglo XXI: Mantefactos I. El arte de pensar para enseñar y de enseñar para pensar*. Fondo de publicaciones Bernardo Herrera Merino, Fundación Alberto Merani, Santafé de Bogotá.

Gutiérrez M. C, y Pinilla V. E. (2002). Nivel de desarrollo cognoscitivo de los estudiantes de la Universidad de Manizales 2000. Universidad de Manizales. Facultad de Psicología.

Henao, C. E.; Valencia, S; Villabona, M. L. (2003). Relación entre la ansiedad ante exámenes y el nivel de pensamiento lógico formal con el rendimiento académico de los estudiantes de Matemáticas I en la Universidad Tecnológica de Pereira. [Trabajo de Grado. Especialización en Docencia Universitaria] Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Ciencias de la Educación.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. 5. México: Editorial McGraw Hill.

Iriarte, F, Cantillo, K. y Polo, A. (2000). Relación entre el nivel de pensamiento y el estilo cognitivo dependencia-independencia de campo en estudiantes universitarios. *Psicología desde el Caribe*. Universidad del Norte. 5, 176-196,

Labinowicz, E. (1992). *Introducción a Piaget. Pensamiento, Aprendizaje, Enseñanza*. México: Fondo Educativo Interamericano.

Piaget, J. (1975). *Seis estudios de Psicología*. Barcelona: Barral.

Rice, F. P. (1997). *Desarrollo humano - Estudio del ciclo vital*, 2a edición. México: Prentice Hall.

UNESCO. (1998). *Conferencia Mundial sobre la Educación Superior. Declaración Mundial sobre la Educación Superior en el siglo XXI: visión y acción*. Artículo 9. París: UNESCO.

Uribe, M. (1993). El desarrollo del pensamiento formal y la adolescencia universitaria. *Revista perfiles educativos*, 60. Universidad Autónoma de México. México.