

Uso de la matemática realista y su relación en el aprendizaje de la probabilidad, en un contexto rural

Use of realistic mathematics and its relationship in learning probability, in a rural context

Carolina Mendez-Parra^a, Robinson Junior Conde-Carmona^b, Teremy Tovar-Ortega^c

^aEstudiante de licenciatura en matemáticas, carolinamendez@mail.uniatlantico.edu.co, <https://orcid.org/0000-0001-8205-6304>, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

^bPh.D© educación matemática, rjconde@mail.uniatlantico.edu.co, Colombia, <https://orcid.org/0000-0002-7421-1754>, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

^cMagister en educación, ttovarortega@mail.uniatlantico.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-7213-242X>, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

Forma de citar: Mendez-Parra, C, Conde-Carmona, R.J, Tovar-Ortega, T. (2021), Uso de la matemática realista y su relación en el aprendizaje de la probabilidad, en un contexto rural. *Eco Matemático*, 12 (1), 26-40

Recibido: 25 de agosto de 2020

Aceptado: 28 de octubre de 2020

Palabras clave

Aprendizaje probabilístico,
Contexto rural,
Matemática realista,
Pensamiento aleatorio.

Resumen: La relación del saber aleatorio con el contexto hace parte del bagaje para enfrentarse a las necesidades actuales de la sociedad. El objetivo del trabajo es caracterizar el uso de la matemática realista y su relación en el aprendizaje de la probabilidad, en el contexto rural. Metodológicamente, el diseño es el de una investigación acción, estructurado en cinco ciclos: identificar el problema, crear el plan, ejecutarlo, retroalimentar y caracterizar dicho proceso. Luego, se hizo uso de la observación, diario de campo, encuesta, cuestionario y entrevista no estructurada como las técnicas e instrumentos para la recolección de los datos. De este modo, se patentizó diferentes obstáculos en algunas secciones, lo cuales fueron superados con la matemática realista de una manera gradual y sistemática, es por ello, que se pudo concluir que esta teoría de la educación matemática impacta positivamente en el proceso de aprendizaje probabilístico por las divergentes habilidades que desarrolla para la resolución de problemas inherentes del entorno.

*Autor para correspondencia carolinamendez@mail.uniatlantico.edu.co

Keywords

learning probability;
rural context;
realistic math;
random thinking.

Abstract: The relationship of random knowledge with the context is part of the baggage to face the current needs of society. The objective of the work is to characterize the use of realistic mathematics and its relationship in the learning of probability, in the rural context. Methodologically, the design is that of an action research, structured in five cycles: identifying the problem, creating the plan, executing it, providing feedback and characterizing said process. Then, observation, field diary, survey, questionnaire and unstructured interview were used as the techniques and instruments for data collection. In this way, different obstacles were revealed in some sections, which were overcome with realistic mathematics in a gradual and systematic way, which is why it was possible to conclude that this theory of mathematics education positively impacts the probabilistic learning process. due to the divergent abilities it develops to solve problems inherent in the environment.

Introducción

A lo largo del tiempo, la formación estadística ha presentado mucha incidencia en diferentes campos, es por esto, que ha tomado un auge significativo en los contenidos matemáticos; en lo esencial, es un instrumento para la comprensión de la realidad (Memnun, Ozbilen y Dinc, 2019). Dentro de este marco formativo se encuentra el estudio de la probabilidad, este, como un tópico de suma importancia por su utilidad en la toma de decisiones donde, la incertidumbre y ambigüedad son los protagonistas (Morales, 2018).

Sin embargo, Luká y Gavala (2019) sostienen que, en la actualidad se presentan dificultades en este proceso de aprendizaje, como lo son: la falta de relevancia del tópico probabilístico en los contenidos matemáticos y poca cultura probabilística, ya que, el raciocinio aleatorio presenta inconvenientes en la comprensión de los sucesos azarosos por la dicotomía de los estudiantes frente a la intuición y convicción (Okan y Arican, 2020).

Ahora bien, cabe considerar que los alumnos rurales presentan una deficiencia en la deducción lógica por la poca teoría-práctica en los procesos de aprendizaje, además, porque dicho proceso toma como punto de inicio la presentación de conceptos y problemas de aplicabilidad son supeditados por los juegos de azar, es decir, los profesores en su práctica

pedagógica se apoyan de la estrategia convencional haciendo un fuerte énfasis en la memorización de conceptos y repeticiones algorítmicas. En efecto, desarticulan el contexto del aprendizaje de la probabilidad, es por ello, que el conocimiento frente a este tema es poco duradero y sin sentido (Hernández, Díaz y Pérez, 2019; Zamora y Díaz, 2019).

No obstante, la educación probabilística presenta una alta relevancia en la actualidad, porque se encarga de medir o establecer cuantitativamente la posibilidad de que un suceso o evento produzca un determinado resultado (Andrade, 2019). Es decir, la probabilidad permite escribir en términos matemáticos la incertidumbre, esto, coopera en la vigorización de la intuición (Sepriyanti y Putri, 2018). En este sentido, uno de los componentes internos del aprendizaje probabilístico es el pensamiento aleatorio, es por ello, que existe la necesidad de cooperar en su desarrollo desde una mirada realista. De esta manera, la resolución de problemas inherentes al contexto es la base sólida para abordar dicho estudio (Estrada y Batanero, 2019).

De este modo, el estudio de investigaciones previas data como la matemática realista permite la construcción de un conocimiento formal y riguroso desde la imaginación, experiencia e intuición.

En habidas cuentas, se ha verificado que este conocimiento es con sentido. Además, el proceso es gradual y sistémico, esto, para garantizar que la formación aleatoria sea holística, eficiente y de calidad en el contexto rural (Julie, 2018).

Por lo tanto, el presente trabajo es adecuado para consolidar la cognición y el discernimiento de la ocurrencia de ciertos eventos aleatorios en las zonas rurales, dando oportunidades a los alumnos para reinventar el bagaje probabilístico (Sugilar, Rachmawati y Nuraida, 2019). en suma, es conveniente enfatizar en la confrontación de las heurísticas para disminuir los sesgos que presentan los alumnos de estas zonas. Es por ello, que el proceso es adecuado para ocasionar evidencias o predecir el resultado de divergentes fenómenos a partir de experiencias pasadas.

En este sentido, el objetivo de la investigación es caracterizar el uso de la matemática realista y su impacto en el aprendizaje de la probabilidad, en el contexto rural.

Antecedentes

A nivel Internacional se encontró que Hernández, Díaz y Pérez, (2019) en su artículo “Los proyectos investigativos en el bachillerato: una alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística”, en Ecuador, afirman que la estadística presenta una gran importancia en la educación, además se evidencio que existen dificultades en la estructura de los componentes didácticos, por tal motivo se propone la realización de proyectos investigativos como estrategia didáctica, en la cual concluyen el significado y eficacia en la adquisición del aprendizaje estadístico.

A nivel nacional, Isaza (2020) en su investigación “los contextos inmediato, situacional y sociocultural en el aprendizaje de la probabilidad”, en Medellín, evidencia los diferentes aportes del contexto en el aprendizaje del concepto de

probabilidad, concluyendo un alto índice en la motivación e interés que desarrollan las clases contextualizadas, donde los estudiantes encuentran una aplicabilidad en el entorno.

A nivel local, está el trabajo de Carreño, Vergara y Sevillano, quienes en 2017 titularon su trabajo realizado en Barranquilla como “Efecto de una Estrategia Metodológica de Resolución de Problemas para el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos”, en donde aplicaron una estrategia en la resolución de problemas con el desarrollo del pensamiento aleatorio, en el cual concluyeron que la estrategia pedagógica utilizada presentó resultados significativos y positivos en los estudiantes, además, desarrollaron ciertas habilidades en dicho proceso.

Matemática realista

Esta teoría de la educación matemática nació en 1970 por Hans Freudenthal, quien presentaba controversia frente a la enseñanza de las matemáticas en esa época, donde las ideas abstractas no tenían incidencia en el entorno (Gravemeijer y Doorman, 1999).

A juicio de Kwon (2002) la educación matemática realista (EMR) busca disminuir la brecha entre el bagaje abstracto y el sentido común, en este orden de ideas, propone la relación del saber matemático con la vida real. Es por ello, que el aprendizaje apoyado con esta teoría inicia con problemas inherentes del contexto (Bonotto, 2010). Con base en Freudenthal (1973), la formación matemática debe ser transmitida como un proceso gradual donde los alumnos autoconstruyen su conocimiento a través de la reflexión ocasionada por la interactividad, dicho proceso es guiado por el docente (Palinussa, Molle y Gasperz, 2017; Sepriyanti y putri, 2018).

Freudenthal (1977) caracteriza seis principios, siendo estos, los instrumentos conceptuales que fundamentan la EMR. A título ilustrativo, se indicará a continuación los principios:

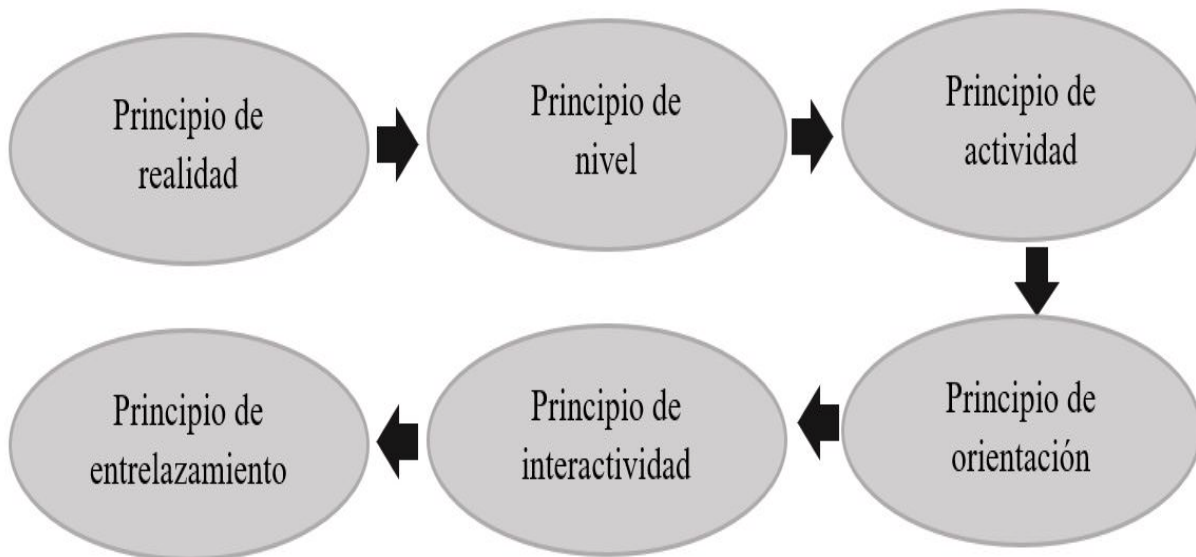


Figura 1. Principios de la matemática realista

Fuente: Elaboración propia

Enseñanza de la probabilidad

La educación aleatoria comienza integrándose desde los primeros cursos académicos con el objetivo de cuantificar la incertidumbre, por lo tanto, se consolidó en una prescripción de cómo debemos razonar, en vez de especificar cómo lo hacemos (Tversky y Khaneman, 1982; Madsen 1995). Teniendo en cuenta a Batanero, Contreras, Fernández y Ojeda, (2010) este tópico estadístico presentó un auge gradual en la rama de las matemáticas por ser una disciplina que reverbera el saber matemático en la realidad, es por ello, que su estudio ha presentado un impacto notorio en los procesos de aprendizaje. Sin embargo, su éxito dependerá de la práctica pedagógica y la formación del docente (Batanero, Burril, y Reading, 2011; Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras, 2013).

En opinión de Andrade, (2019) esta enseñanza busca dotar de habilidades y estrategias divergentes para enfrentar las necesidades del actual siglo; las cuales exigen ciudadanos altamente competentes

para interpretar y evaluar fenómenos no deterministas a través de la abstracción.

Pensamiento aleatorio

Este pensamiento es una edificación humana que hace alusión a la capacidad de pensar, observar, razonar, distinguir, evaluar y darle sentido a los eventos aleatorios (Ben-Zvi, y Garfield, 2004). Se ha verificado que, este raciocinio hace parte del bagaje educativo para emitir juicios plausibles, de tal manera que se comienza a desarrollar desde edades tempranas. No obstante, solo es alcanzado con estudios formales, el cual debe ser gradual y sujetado a la resolución de problemas del entorno, esto, para alcanzar la relación del pensamiento matemático con divergentes aristas (Batanero, Shernoff, Engel, Lee y Sánchez, 2017; Escobar-Pérez, Herrera-Rojas y Gea-Serrano, 2019).

Materiales y métodos

El presente trabajo es de tipo cualitativo, con un diseño de investigación acción. Metodológicamente, se busca integrar la vertiente del entorno con el saber probabilístico desencadenando el autoaprendizaje donde el investigador y la docente encargada de los investigados asumen el rol de guías durante el proceso con el fin de moderar los debates, administrar los recursos y ser los expertos para formalizar el conocimiento (Botella y Ramos, 2019).

En este orden de ideas, la metodología se exhibe en cinco ciclos, los cuales fueron propuestos por Sampieri (2014), en función de lo planteado, los ciclos son los siguientes: definición de la problemática, aquí, el investigado plantea el qué y por qué se va a investigar, en efecto identifica las necesidades que se desean abordar, seguidamente se crea el plan, por lo tanto, aquí se redactan y validan todos los insumos de la investigación, luego se coloca en marcha el ciclo anterior desencadenado una retroalimentación, de esta manera, se denota la caracterización del aprendizaje de la probabilidad, en un contexto rural.

Ahora bien, la investigación se llevó a cabo en una escuela rural con un nivel socioeconómico bajo, ubicada en Córdoba-Colombia; la cual abarca la educación primaria, secundaria y media. De este modo, la muestra que se utilizó fueron los estudiantes de quinto grado, sus edades oscilan entre los 10 y 12 años. Cabe resaltar que es un grupo de estudiantes heterogéneo.

Cabe considerar, por otra parte, que los insumos para recolectar los datos fueron los de esta línea investigativa. Por consiguiente, se hizo uso de la observación como una herramienta para registrar todos los acontecimientos del proceso de aprendizaje. Esta información de carácter no formativa fue almacenada en un diario de campo (Caicedo y Calderón, 2020).

También, se llevó a cabo la encuesta donde se aplicaron dos cuestionarios a los estudiantes de quinto grado, por un lado, la primera se realizó a través de plataformas virtuales sincrónicas, con el objetivo de reconocer, identificar y describir el saber probabilístico de los investigados. Seguidamente, se realizó la segunda apoyada con la EMR como estrategia didáctica, para que los estudiantes haciendo uso del contexto, la imaginación, la experiencia y el conocimiento informal, desarrollen un conocimiento robusto, con sentido y formal; además, caracterizar la conexión de la estrategia con el pensamiento aleatorio.

Ahora bien, la entrevista no estructurada fue el instrumento de investigación aplicado a la docente encargada de los investigados, con el objetivo de darle pertinencia a la Matemática Realista, además identificar las nociones y utilidad que brinda el contexto a los procesos de enseñanza de la probabilidad, y a su vez identificar la práctica pedagógica sobre las actividades desarrolladas con temas de probabilidad, en el contexto rural.

Los instrumentos fueron validados por el método Delphi, el cual utiliza una técnica estructurada de cuestionarios individuales a expertos. Esto les otorga a los expertos proporcionar desde su objetividad y experiencia una reflexión sistemática. Luego, los investigadores exploran cada sugerencia (Brown y Casado, 1970; Cruz, 2009). En este caso, los expertos son investigadores en educación matemática con nacionalidad española, mexicana y colombiana. Inicialmente no se logró un consenso entre las opiniones de los expertos, por lo tanto, los investigadores exploraron cada problemática suministrada y adaptaron las sugerencias para una segunda iteración, después, estuvieron de acuerdo con las preguntas propuestas en los cuestionarios, por ende, no se realizaron más modificaciones.

A título ilustrativo, se presentarán las validaciones de los insumos del actual trabajo.

	14.8	28.4	42.8	56.8	70
NA	PA	A	BA	MA	

Figura 2. Recta de la validación del cuestionario de resolución de problemas con probabilidad.

Fuente: *Elaboración propia*

	14.8	28.4	42.8	56.8	69
NA	PA	A	BA	MA	

Figura 3. Recta de la validación del cuestionario de resolución de problemas aleatorios apoyados de la matemática realista.

Fuente: *Elaboración propia.*

	10.5	17.5	24.5	31.5	34
NA	PA	A	BA	MA	

Figura 4. Recta de validación de la guía de la entrevista no estructurada.

Fuente: *Elaboración propia.*

NA: No adecuado. PA: Poco Adecuado. A: Adecuado. BA: Bastante Adecuado. MA: Muy Adecuado.

Como se evidencia en las figuras anteriores, la media de las valoraciones de los expertos queda ubicada como muy adecuada (MA), por lo que se puede concluir que la pertinencia de los instrumentos es alta, ya que se presentan en el rango con mayor valor.

Resultados y análisis

En este apartado, se presenta la revisión analítica de los resultados recabados mediante los instrumentos descritos anteriormente. Además, se exponen los resultados de los seis principios que construyen a la teoría de la EMR.

Principio de realidad

Freudenthal (1973) hacía referencia a este principio como un patrón experimental donde los estudiantes hacían uso de las actividades mentales para imaginar situaciones de su entorno; por lo

tanto, al aplicar los instrumentos se evidenció que los alumnos lograron imaginar situaciones de su propio contexto y, a partir de esas actividades mentales reflexionan sobre estrategias utilizadas previamente para resolver el problema (Sepriyanti y putri, 2018). En este sentido, las observaciones datan como se exploraron las preguntas de cada sección a través del entorno, esto, cuando hacían analogías con situaciones ya vividas.

Sin embargo, esta actividad mental presentó un alto déficit para ser conectada con el conocimiento disciplinar. En otras palabras, se evidenció la falta de conceptualización, para esto, el agente investigador dio ejemplos con el objetivo de hacer notar la diferencia entre sucesos aleatorios y deterministas (Isaza, 2020). Por otro lado, el insumo apoyado con la matemática realista permitió hacer uso de este principio colectivamente, es decir, desde la imaginación y la experiencia de cada alumno se inició la caracterización del aprendizaje probabilístico. Lo cual se desalinea con Kursat y Degen (2020) en su investigación, porque sus instrucciones preliminares

no permitieron que los estudiantes relacionarán los problemas con su diario vivir, por ende, no utilizaron sus propias estrategias para resolver las preguntas.

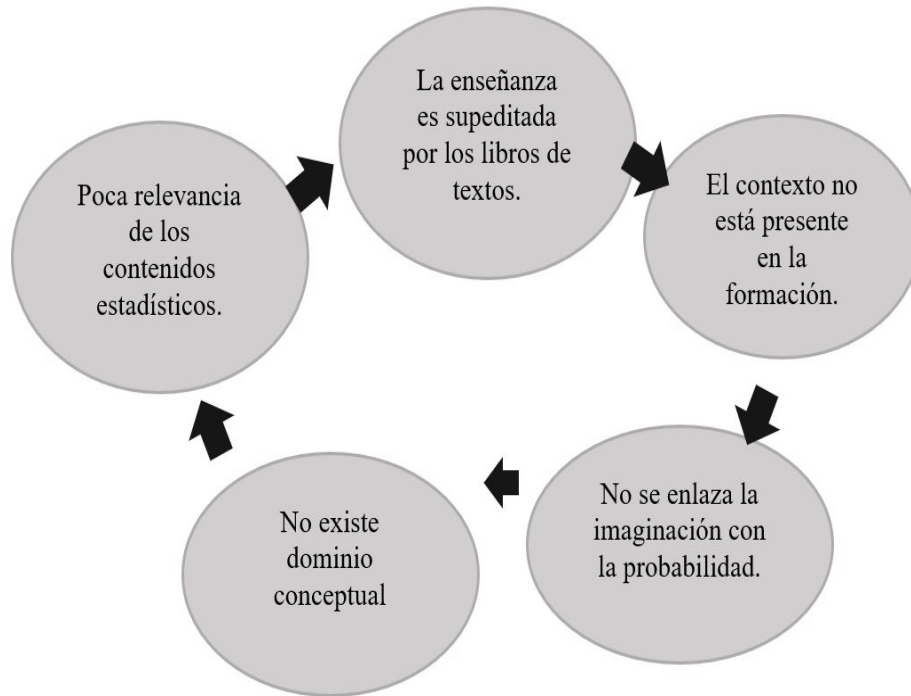


Figura 5. Análisis de las dificultades con el principio de realidad

Fuente: Elaboración propia.

Principio de nivel

Acerca de este principio, Freudenthal (1973) lo describe como un proceso gradual que se da a través de la matematización horizontal y vertical para alcanzar el conocimiento requerido. Los resultados de estas pruebas evidencian como la falta de interpretación de los enunciados influye notoriamente en la organización de los datos para navegar entre ellos y llegar a soluciones acertadas (Taufina, Chandra, Fauzan y Syarif, 2019). Sin embargo, guardando concordancia con Julie (2018), la confrontación de ideas coopera en la superación gradual de las dificultades presentadas.

Se ha verificado que la EMR les permite a los alumnos identificar y consolidar los modelos matemáticos para darle solución a los interrogantes planteados, en habidas cuentas, esto guarda concordancia con Pérez y Vásquez

(2016), argumentando que el enfoque del proceso de aprendizaje inicia con las ideas intuitivas y evoluciona hasta un conocimiento cuantificado.

Tabla I: Análisis del principio de nivel

NIVEL SITUACIONAL	NIVEL REFERENCIAL	NIVEL GENERAL	NIVEL FORMAL
Imaginación del proceso de aprendizaje con el diario vivir, además, las analogías del saber con situaciones ya vividas.	En la sección diagnóstica la poca relevancia de los contenidos probabilísticos se hace notar con la poca habilidad para interpretar modelos matemáticos. Sin embargo, con la sección apoyada en la EMR la intervención del profesor fue clave para el hallazgo de dichos modelos.	En el primer instrumento investigativo no se evidencia una metodología para navegar entre los datos. Luego, en la sección apoyada con la EMR, se evidencia que la intervención de cada investigado coopera en el desarrollo del pensamiento descontextualizado.	La presentación de los resultados se dio por el grado de formalización, visto que existía poca habilidad matemática con los investigados, se presentaron inconvenientes a la hora de concluir, aquí, el agente guía confrontó las ideas del nivel anterior, siendo este, el fuerte pilar para el alcance de este nivel.

Fuente: Elaboración propia

Principio de actividad

Igualmente, para Freudenthal (1973) la educación matemática debe ser un proceso, donde los estudiantes autoconstruyen su propio conocimiento, enfatizando que las matemáticas son usadas en la vida real. Por tanto, la sección diagnóstica data como los estudiantes no perciben el contexto como una base sólida para la aplicabilidad de las matemáticas. Cabe resaltar, que esto guarda concordancia con Isaza (2020), porque sostiene que la mayoría de los estudiantes no visualizan la utilización de la probabilidad en el entorno rural. En efecto, no presentan la posibilidad de control e informar la incertidumbre a partir de números con un contexto.

Evidentemente, los estudiantes (E) dominaron la búsqueda en la sección del problema dos planteado por el investigador (I), de la siguiente manera:

I: Si un dueño saca una carta al azar, ¿Qué posibilidad obtiene?

E: En las cabalgatas de mi pueblo cada caballo tiene su dueño.

E: Profe, porque todos los dueños tienen las mismas posibilidades.

I: ¿Cuál es esa posibilidad que obtiene cada dueño?

E: Para responder la pregunta creo que debo saber la diferencia entre posibilidad y probabilidad.

I: ¿Crees que existe diferencia entre esas palabras?

E: Si, la posibilidad es algo que se puede lograr.

E: Para mí la posibilidad es algo que pueda pasar más adelante, pero yo aún no lo sé.

I: ¿Para ustedes que es la probabilidad?

E: Posibilidad se trata de algo que es posible y probabilidad que sea probable.

E: Recopilando lo que dicen mis compañeros y apoyándome en mis ideas yo creo que posibilidad hace referencia a si es posible o no y probabilidad hace referencia a un porcentaje.

I: Todos han aportado notoriamente, la posibilidad alude a los sucesos posibles y la probabilidad es escribir numéricamente esa posibilidad.

E: Profe entonces debemos hallar la posibilidad de un dueño, es decir la respuesta no es en número.

I: Exactamente, ¿Cuántas cartas son?

E: Profe son diez, porque las cartas están numeradas de cero a nueve.

I: ¿Cuántos dueños son?

E: Son diez dueños.

I: ¿Cómo relacionan los datos de las cartas con los dueños?

E: Profe sería 0/9.

E: Esa no podría ser la respuesta porque no puede ser en número.

I: Recordemos que debemos relacionar el número de cartas con los dueños.

E: Profe con lo que se ha dicho anteriormente yo creo que sea una carta de diez.

Del extracto, se puede notar el proceso de aprendizaje como una actividad humana, donde la heterogeneidad de los estudiantes presentó un impacto positivo en el desarrollo de la sección con la EMR. Además, el saber aleatorio con la vertiente del entorno consolida el pensamiento aleatorio, en efecto, se solucionan problemáticas en estado de incertidumbre (Alsina y Salgado, 2019); esto coopero la postura de solución en lugar de un procedimiento en solución.

Principio de orientación

En relación con este principio, Freudenthal (1973) argumenta que es el rol del docente ante el proceso de enseñanza. Sin embargo, la docente en la entrevista revela que estos contenidos en la enseñanza de las matemáticas presentan poca relevancia en el proceso de aprendizaje, además, que no tiene presente los aportes que brinda el contexto para el desarrollo de dicho conocimiento, porque su apoyo son los libros de textos. No obstante, esto se desalinea con Vásquez y Alsina (2017), porque, enfatizan que las situaciones de los libros de texto deberían ser modificadas a las necesidades de los

estudiantes, dado que los profesores son autónomos en su práctica pedagógica.

En este sentido, el agente guía intenta poner en práctica el desarrollo del aprendizaje como la invención de las matemáticas, además, es el experto en conocer el desarrollo de cada nivel, haciendo notar su cambio. A su vez, es el encargado de incitar a la reflexión y al debate, en efecto es quien brinda el valioso espacio de socialización; siendo la pieza fundamental en el proceso para administrar los recursos y formalizar la rigurosidad del conocimiento (Márquez-Mosquera y Olea-Isaza, 2020).

Tabla II: Papel del docente con la matemática realista.

Función del Profesor	Finalidad	Ocasión	Causante	Tipo de intervención
Observador.	Hallar las habilidades de los estudiantes.	Discusión en el aula.	Iniciativa del profesor.	Incentivar a la intervención. Solicitud de explicación.
Administrador de los recursos.	Hacer notar los cambios de nivel.	Discusión en el aula.	Petición de los alumnos o iniciativa del profesor.	Incentivar a la reflexión.
Guía.	Encaminar y resolver dudas. Confrontar las ideas.	Discusión en el aula.	Petición de los alumnos o iniciativa del profesor.	Aclaración. Explicación. Petición de aclaración. Incentivar a la reflexión.
Moderador	Moderar y conducir el proceso de aprendizaje.	Discusión en el aula.	iniciativa del profesor.	Confrontar ideas. Petición de explicación.
Experto.	Complementar la información. Comparar los modelos constituidos por los estudiantes.	Discusión en el aula.	Petición de los alumnos o iniciativa del profesor.	Explicación. Resumen. Conclusión.

Fuente: Elaboración propia

Principio de interactividad.

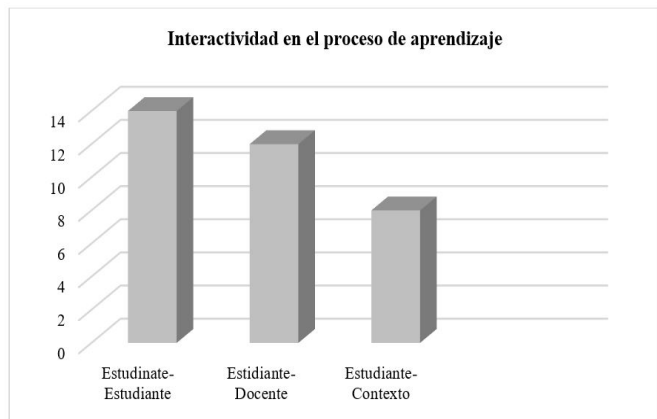
Desde la posición de Freudenthal (1973) este principio hace alusión a la comunicación y cooperación del investigador, docente y alumnos en el proceso de aprendizaje. Dada las intenciones de este insumo investigativo en la sección diagnóstica no se presentó un aprendizaje colaborativo, es decir, los estudiantes comprendieron individualmente cada problema planteado para identificar las habilidades asociadas al aprendizaje de la probabilidad (Julie, 2018). Luego, la docente encargada postula que desde su trabajo no evidencia conectar la comunicación entre estudiante-estudiante, estudiante-docente y

estudiante-contexto en el proceso de enseñanza de la probabilidad, porque no posee experticia en la didáctica de las matemáticas. En este sentido, no se patentiza lo que Valero (2002) menciona en su trabajo investigativo como la conexión y el interés del significado de la teoría probabilística entre los estudiantes, el profesor y el contexto.

Ahora bien, los guías dedicaron primordialmente el tiempo de la sección apoyada con la EMR a la interacción, dado que este es el eje fundamental de la teoría porque brinda la oportunidad a los estudiantes de compartir sus ideas (Revina y Leung, 2019). Se ha verificado que, la comunicación conlleva a un

debate gradual y sistemático, desencadenando una reflexión, de allí, el autoconocimiento.

Finalmente, dentro de este orden de ideas se evidencia la tabulación de los resultados que caracterizan el aprendizaje de la probabilidad, haciendo uso de la matemática realista con los estudiantes de quinto grado.



Gráfica 1. Interactividad en el proceso de aprendizaje.

Fuente: Elaboración propia.

De la ilustración se evidencia que el trabajo cooperativo impactó positivamente en el producto de la caracterización de la probabilidad, resaltando que esta se construye desde las interacciones alumno-alumno. Además, las interacciones alumno-profesor y la interacción vertical cooperan en la organización, estructuración del proceso; apoyando lo que Valero (2002) llama el entorno de interacción y construcción del conocimiento matemático entre los mismos estudiantes y también con el profesor.

Principio de entrelazamiento

Freudenthal (1973) hace notar este principio como la enseñanza simultánea de las hebras matemáticas, esto, para permitir una comprensión más amplia de la aplicabilidad de estos contenidos. Los resultados datan como en este estudio no se logró integrar ramas de las matemáticas dada su estructura (Revina y Leung, 2019).

Sin embargo, se evidenció la falta de integración de los temas previos al tema estadístico estudiado, es decir se presentaron dificultades al momento de justificar las soluciones planteadas en la sección diagnóstica.

Tabla III: Esquema de codificación para analizar la caracterización del aprendizaje de la probabilidad, haciendo uso de la matemática realista

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	INDICADOR
Estructura de la caracterización.	Revisión.	La revisión hace alusión a la prueba diagnóstica la cual tiene como finalidad robustecer, controlar o buscar los conocimientos previos.
	Presentación.	Implica la introducción del nuevo contenido estadístico. Aquí se incluyen los ejemplos o introducción de la probabilidad.
	Práctica.	Es el proceso de aprendizaje que se evidencia como la actividad humana, cuya construcción se da a través del autoaprendizaje.
Métodos de interacción.	Profesor- Toda la clase.	El docente es el moderador y experto en todo el proceso de aprendizaje, es decir, habla con todos los investigados. Aquí, se formula preguntas para ser respondida por todos, esto, para cooperar en el aprendizaje colaborativo.
	Profesor- Estudiante.	El docente formula preguntas al estudiante o le solicita la explicación.
	Estudiante- Estudiante.	Es la oportunidad que poseen los estudiantes para explicar sus ideas o confrontar la de sus compañeros, además, de comparar sus estrategias con otras.
	Estudiante- Profesor.	El estudiante inicia el debate o le hace preguntas al docente.
Evento de caracterización.	Uso de problemas.	El docente parte de problemas de la vida real del estudiante, para desarrollar el aprendizaje de la probabilidad.
	Uso de modelos y esquemas.	Los estudiantes autoconstruyen los modelos matemáticos. Además, el docente ayuda a redefinir y organizar estos esquemas según el nivel.
	Hacer conexiones.	Integra diferentes tópicos matemáticos. También se realizan las conexiones de la probabilidad con el contexto.

Fuente: Elaboración propia

De este modo, se puede resumir que, la caracterización del aprendizaje de la probabilidad se llevó a cabo de forma gradual. Inicialmente, los problemas presentados por el investigador en las secciones diagnósticas se desarrollaron de manera individual con la finalidad de identificar y fortalecer los conocimientos previos (Julie, 2018). Seguidamente, el investigador presenta problemas del entorno rural, por ejemplo, en la época de invierno, las viviendas alrededor del río sufren por las inundaciones. 15 de las 25 viviendas son afectadas anualmente, ¿Cuál es la probabilidad de las viviendas que no son afectadas?, con el objetivo de hacer conexiones entre la teoría de la probabilidad con la vida real y, además, ser abordados colectivamente.

Cabe resaltar, por otro lado, que los estudiantes con ayuda del investigador lograron identificar modelos matemáticos para navegar en los diferentes niveles de la matematización (situacional, referencial, general y formal). También, la construcción del conocimiento se enfocó en la interacción, dado

que los estudiantes desde su máximo potencial contribuyeron al producto. Sin embargo, esto no guarda concordancia con Revina y Leung (2019) porque argumentan, que la intervención del agente guía recayó en el dominio del proceso, por lo cual, los investigados no tuvieron oportunidades de compartir sus ideas.

Conclusiones

Se identificaron obstáculos comunes en las secciones llevadas a cabo por los alumnos rurales de quinto grado como: la deficiente conexión del pensamiento aleatorio con problemas del entorno, el poco sentido y predominio del tópico estudiado, el déficit interpretativo y el poco dominio del saber aleatorio. Por otra parte, la EMR presenta efectos significativos en la caracterización del aprendizaje de la probabilidad por las múltiples herramientas que brinda para la resolución de problemas reales.

Cabe destacar, además, que la EMR coopera en el desarrollo del pensamiento probabilístico por enfrentar sucesos aleatorios desde una perspectiva abstracta, esto, permitió dar soluciones plausibles a los interrogantes.

Entre los hallazgos relevantes se tiene que, involucrar el contexto rural dentro de la estrategia de enseñanza, permite ver la probabilidad como una rama útil para entender situaciones de incertidumbre en el mundo real. También, se evidencia que la EMR permite el desarrollo de un aprendizaje gradual, dicha enseñanza inicia con las ideas empíricas hasta alcanzar una formalización matemática relacionada al cálculo de probabilidades. Debe señalarse que la confrontación de ideas permite ir aumentando en los niveles de matematización, de modo, que fortalece las destrezas de los estudiantes para resolver problemas contextualizados.

Ahora bien, por otra parte, la heterogeneidad de los investigados impactó positivamente en la caracterización del aprendizaje de la probabilidad, dado que, se desencadena un conocimiento a partir de los intereses.

Cabe resaltar, además, que la reinención guiada permite que los estudiantes descubran el concepto de la probabilidad. En este sentido, el docente es el experto para administrar, estructura y regulariza el proceso de aprendizaje, en efecto, es quien consolida y formaliza el conocimiento.

Referencias

- Alsina, Á., & Salgado, M. (2019). Prácticas de medida en Educación Infantil desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(2), 24-37
- Andrade Diaz, I. M. (2019). Estrategia pedagógica para promover el desarrollo de habilidades en el pensamiento probabilístico en los estudiantes del grado cuarto de la sede los llanos de la institución educativa rural jordán güisía
- Batanero, C., Burrill, G. y Reading, C. (Eds.) (2011). *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education. A Joint ICMI/IASE Study*. New York: Springer
- Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2017). Topic Study Group No. 14: Teaching Learning of Probability. In *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 439-442). Springer, Cham
- Batanero, C., Contreras, J. M., Fernandes, J. A., & Ojeda, M. M. (2010). Paradoxical games as a didactic tool to train teachers in probability
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. B. (Eds.). (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-16). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer academic publishers
- Bonotto, C. (2010). Realistic mathematical modeling and problem posing. In *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 399-408). Springer, Boston, MA
- Botella Nicolás, A. M., & Ramos, P. (2019). Investigación-acción y aprendizaje basado en proyectos. Una revisión bibliográfica. *Perfiles educativos*, 41(163), 127-141
- Brown, B., y Casado, M. (1970). La Técnica Delfos: Metodología usada para obtener la opinión de los expertos. *Revista española de la opinión pública*, (21), 217-226
- Caicedo, S.A. y Calderón, M.A. (2020). Diseño y validación de un instrumento observacional para la valoración de acciones tácticas ofensivas en fútbol – vatof. *Revista Retos*, 38, 306-311
- Carreño Patiño, L. M., Vergara García, R., & Sevillano Zafra, Y. (2017). Efecto de una estrategia metodológica de resolución de problemas para el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos (Master's thesis, Universidad del Norte)
- Cruz, M. (2009). *El método Delphi en las investigaciones educacionales*. Editorial Academia
- Escobar-Pérez, J., Herrera Rojas, A. N., & Gea Serrano, M. M. (2019). Identificación de

- precurrentes para el pensamiento estadístico y probabilístico en niños de primaria a través del mapeo conceptual
- Estrada, A., & Batanero, C. (2019). Prospective primary school teachers' attitudes towards probability and its teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), em0559
- Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task en *Educación Matemática Realista, Bases Teóricas*. Publicación del GPDM
- Freudenthal, H. (1977). *Desembramiento y siembra: Prefacio a una ciencia de la educación matemática*. Springer Science & Business Media
- Gómez, E., Ortiz, J. J., Batanero, C., & Contreras, J. M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 35, 75-91
- Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1), 111–129
- Hernández, Y. C., Díaz, M. H., & Pérez, M. Á. Los proyectos investigativos en el bachillerato: una alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística
- Isaza Cardona, C. A. (2020). Los contextos inmediato, situacional y sociocultural en el aprendizaje de la probabilidad
- Julie, H. (2018, September). Developing LTBI for addition and multiplication rules in probability theory with realistic mathematics education. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1088, No. 1, p. 012044). IOP Publishing
- Kursat, Leyla & Judith Degen. 2020. Probability and processing speed of scalar inferences is context-dependent. In Stephanie Denison, Michael Mack, Yang Xu & Blair C. Armstrong (eds.), *Proceedings of the 42nd Annual Conference of the Cognitive Science Society*, 1236–1242. Cognitive Science Society
- Kwon, O. N. (2002). Conceptualizing the Realistic Mathematics Education Approach in the Teaching and Learning of Ordinary Differential Equations
- Luká, S., & Gavala, T. (2019). Entorno de aprendizaje interactivo que apoya la visualización en la enseñanza de la probabilidad. *Revista Internacional de Tecnologías de la Información y la Comunicación en Educación*, 8(1), 48-60
- Madsen, R. W. (1995). Secondary students' concepts of probability. *Teaching statistics*, 17(3), 90-92
- Márquez-Mosquera, V. A., & Olea-Isaza, I. C. (2020). Las Actividades Orientadoras de Enseñanza como estrategia para enseñar la probabilidad en primaria: reflexiones de los maestros. *Trilogía Ciencia Tecnología Sociedad*, 12(22), 151-171
- Memnun, D. S., Ozbilen, O., & Dinc, E. (2019). A Qualitative Research on the Difficulties and Failures about Probability Concepts of High School Students. *Journal of Educational Issues*, 5(1), 1-19
- Morales Giraldo, S. M. (2018). Enseñanza de la probabilidad simple y probabilidad condicional a través de situaciones problema (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín)
- Okan, K. U. Z. U., & ARICAN, M. (2020). Investigating Preservice Middle School Mathematics Teachers' Competencies in Statistics and Probability in Terms of Various Variables. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*, 11(1), 13-26
- Palinussa, A., Molle, J., & Gasperz, M. (2017, November). Development Mathematics Education of RuRal Context. In *Proceeding International Seminar on Education* (Vol. 1)
- Pérez Roa, A., & Vásquez Olave, N. (2016). Educación matemática realista: un enfoque para desarrollar habilidades de matematización con alumnos de secundaria (Doctoral dissertation, Universidad de Concepción)
- Revina, S., & Leung, F. K. S. (2019). How the same flowers grow in different Soils? The implementation of realistic mathematics education in Utrecht and Jakarta classrooms.

- International Journal of Science and Mathematics Education, 17(3), 565-589
- Sampieri, R. (2014). Metodología de la Investigación. 6ta Edición MrGraw-Hill
- Sepriyanti, N., & Putri, E. M. (2018). Mathematics Learning Devices Development based on Realistic Mathematics Education on Probability. Al-Ta lim Journal, 25(1), 87-96
- Sugilar, H., Rachmawati, T. K., & Nuraida, I. (2019). Integrasi interkoneksi matematika agama dan budaya. Jurnal Analisa, 5(2), 189-198
- Taufina, T., Chandra, C., Fauzan, A., & Syarif, M. I. (2019, December). Development of Statistics in Elementary School Based RME Approach with Problem Solving for Revolution Industry 4.0. In 5th International Conference on Education and Technology (ICET 2019) (pp. 716-721). Atlantis Press
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1982). Evidential impact of base rates. In D. Kahneman, P. Slovic, & A. Tversky (Eds.), Judgment under uncertainty: heuristics and biases (pp. 153±160). New York: Cambridge University Press
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. Cuadrante, 11(1), 49-59
- Vásquez Ortiz, C., & Alsina, Á. (2017). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. Educación matemática, 29(3), 79-108
- Zamora, L., & Díaz, J. (2019). Empleo del paquete ExpRep para repetición de ensayos de Bernoulli en la enseñanza de las probabilidades. Revista Digital: Matemática, Educación e Internet, 19(1)