Diseño e implementación de guías para el aprendizaje estudiantil autónomo: Una experiencia en la Dirección Regional Educativa de Puriscal, Costa Rica

Yeri Charpentier Díaz
Iván Carmona Castro
Javier Barquero Rodríguez

Resumen

Esta experiencia describe el diseño e implementación de guías para el aprendizaje estudiantil autónomo (GTA), en el marco de la crisis mundial producto del COVID-19. En un primer momento, se presenta lo referente a la elaboración de una propuesta didáctica para el abordaje del área de Geometría de Noveno año de Educación Secundaria, elaborada con base en las pautas dadas por las autoridades ministeriales de Costa Rica, en concordancia con el enfoque de resolución de problemas planteado por el Programa de Estudio de Matemáticas. En un segundo momento, se describe la implementación de estas guías de trabajo por parte de dos docentes de Matemática de instituciones de Educación Secundaria distintas, los cuales describen su experiencia desde la contextualización de las GTA propuestas, hasta las adaptaciones realizadas por los docentes para su implementación, según los distintos escenarios educativos a distancia que presentan sus estudiantes. Por último, se presentan los principales resultados obtenidos, así como conclusiones y recomendaciones emanadas de la experiencia educativa a distancia en sus distintas aristas, como una oportunidad para la comunidad de docente de matemática de ofrecer un referente para la elaboración e implementación de esta estrategia didáctica.

Palabras clave: Educación matemática; Educación secundaria; Enseñanza a distancia; Asesoría educativa; Planeamiento educativo; Pregunta dirigida; Lección invertida; Teorema de Pitágoras; Geometría; COVID-19, Ministerio de Educación Pública, Regional Educativa de Puriscal; Costa Rica.

Y. Charpentier Díaz
Docente de Matemática, Colegio Técnico Profesional de Turrubares, Costa Rica
yeri.charpentier.diaz@mep.go.cr

I. Carmona Castro
Docente de Matemática, Colegio de Orientación Tecnológica Barbacoas, Costa Rica
ivan.carmona.castro@mep.go.cr

J. Barquero Rodríguez
Asesor de matemática
Dirección Regional de Educación Puriscal
Costa Rica
javier.barquero.rodriguez@mep.go.cr

Recibido por los editores el 18 de octubre de 2020 y aceptado el 18 de noviembre de 2020.
Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2020. Año 15. Número 19. pp 100–122.
Costa Rica

Abstract

This experience describes the design and implementation of guideslines for autonomous student learning, within the framework of the COVID-19 global crisis. At first, the development of a didactic proposal for the approach to the ninth-year geometry area, drawn up on the basis of guidelines given by the Costa Rican ministerial authorities, is presented in line with the problem-solving approach presented by the Mathematics Study Program. Second, it describes the implementation of these work guides by two math teachers from different high schools, who describe their experience from contextualizing the proposed work guides, to the adaptations made by teachers for implementation, according to the different distance educational scenarios presented by their students. Finally, the main results obtained are presented, as well as conclusions and recommendations emanating from the various aspects of the distance educational experience, as an opportunity for the community of math teachers to offer a reference for the elaboration and implementation of this teaching strategy (guides for autonomous student learning)

Keywords: Mathematics education, High school education, Teachings to distance, Educational advisory, Educational planning, Directed question, Flipped Classroom, Pythagoras theorem, Geometry, COVID-19, Ministry of Public Education, Puriscal Educational Regional, Costa Rica.

1. Contexto

La experiencia se realiza en la Dirección Regional de Educación de Puriscal (DRE Puriscal) del Ministerio de Educación Pública (MEP), ubicada en el cantón de Puriscal de la provincia de San José. Como región educativa está conformada por 7 circuitos (subdivisiones Geográficas Educativas); un total de 121 instituciones de Educación Primaria (114 públicas y en su mayoría unidocentes) y 26 de Educación Secundaria (24 públicos). En dicha experiencia participaron dos de los colegios: el Colegio Técnico Profesional de Turrubares (CTP Turrubares) y el Colegio de Orientación Tecnológica Barbacoas (COT Barbacoas), ambos ubicados en zona rural.

En lo que respecta al CTP de Turrubares, es el único colegio técnico profesional del cantón de Turrubares, caracterizado por su riqueza natural dada principalmente por el Parque Nacional Carara. Dicho cantón presenta un *Índice de Bienestar Material* (IBM) bajo, una calificación de 0,446 (PNUD y UCR, 2011). Además, es el cantón menos poblado de Costa Rica, está entre los que tienen menor densidad de población (15,73 hab/km^2); aspecto que se refleja en las condiciones de la población estudiantil del colegio ya que más del 40% de los estudiantes viven en zonas alejadas de la institución con condiciones de difícil acceso a sus comunidades.

Por su parte, el COT de Barbacoas se encuentra en el distrito de Barbacoas a 5km al oeste de Santiago de Puriscal (cabecera de cantón); es una zona agrícola, con algunas otras actividades económicas como pequeños comercios locales.

En dicha experiencia participaron 98 estudiantes, del nivel de noveno año, así como la profesora Yeri Charpentier Díaz, del CTP de Turrubares y el profesor Iván Carmona Castro del COT de Barbacoas. Además, del profesor Javier Barquero, en calidad de Asesor Regional de Matemática de la DRE Puriscal; en Costa Rica, el asesor regional es la persona encargada de la "Ejecución de labores de asesoramiento y evaluación pedagógica en una determinada especialidad de la enseñanza, desarrollo de programas de capacitación al personal docente y de investigaciones, en el ámbito educativo a nivel regional" (Dirección General de Servicio Civil, 2010, p. 273).

Del total de personas estudiantes participantes, 38 son del CTP de Turrubares (17 mujeres y 21 hombres) con edades entre los 14 y 15 años. De estos estudiantes, 23 tienen acceso a internet o al menos conectividad limitada, mientras que 15 estudiantes no reportan acceso a ningún tipo de conectividad. El resto de estudiantes son del COT de Barbacoas (33 hombres y 27 mujeres) con edades entre los 14 y 16 años, de los cuales 50 tienen acceso a internet o al menos conectividad limitada, mientras 10 estudiantes no reportan acceso a ningún tipo de conectividad.

En la Tabla 1 se aprecia que más de las tres quintas partes de los estudiantes pertenecen al COT de Barbacoas; y que prácticamente se equiparan la cantidad de hombres y mujeres en el total de estudiantes participantes.

Tabla 1. Distribución porcentual de los estudiantes participantes en la experiencia según sexo e institución educativa de procedencia.

Institución	Mujeres	Hombres	Total de estudiantes
CTP de Turrubares	17,3	21,4	38,8
CTP de Barbacoas	33,7	27,6	61,2
Total	**51,0**	**49**	**100**

Fuente: Elaboración propia.

2. Problemática

El Ministerio de Educación Pública (MEP), ante la suspensión de las clases presenciales ocasionada por la emergencia COVID 19, da continuidad al curso lectivo 2020 por medio de la implementación de la estrategia *Aprendo en casa*, cuyo principal propósito radica en mantener el vínculo de la persona estudiante con su aprendizaje. En la implementación de esta estrategia, desde el despacho de la señora Ministra de Educación se emanan directrices, entre las que se destaca las orientaciones para el apoyo del proceso educativo a distancia y la herramienta didáctica con el nombre de Guía de trabajo autónomo (GTA).

Para orientar al docente se dictaron pautas para la implementación de las GTA, que brindan las consideraciones técnicas para su elaboración, partiendo como eje central la habilidad de la Política Educativa (CSC, 2016) denominada *Aprender a Aprender*, cuyos indicadores competen a: Planificación, Regulación y Evaluación.

Es importante tener presente que en este curso lectivo 2020 se continúa con la aplicación de la nueva política educativa (CSC, 2017) titulada *La persona: centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad*, la cual se había iniciado en el curso lectivo anterior con procesos de sensibilización y socialización de la transformación curricular en los meses de octubre y noviembre a todos los docentes de la región. En los meses de febrero y marzo del presente año se continúa con la socialización con los docentes de las plantillas de planeamiento editables, unificadas a nivel nacional en las cuales se logra plasmar las cuatro dimensiones de la transformación curricular, a saber: *formas de pensar*, *formas de vivir en el mundo*, *forma de relacionarse con otros* y *herramientas para integrarse al mundo*, aportando sugerencias de cómo elaborar sus planeamiento didácticos, con ejemplos específicos mostrando el punto de encuentro entre lo establecido en los programas de estudio de matemáticas y lo propuesto en la transformación curricular.

Con la suspensión del proceso educativo presencial por el COVID-19, las autoridades educativas reorientan los procesos hacia la educación a distancia proponiendo la herramienta GTA para mantener el vínculo de los estudiantes con sus docentes y su aprendizaje. Esta nueva orientación del proceso educativo genera una disrupción en todo el planteamiento del sistema educativo y con él la búsqueda de innovadoras formas de mediación educativa a distancia que cubran la necesidad de dar continuidad a la educación básica frente a la obligación inmediata de salvaguardar la vida humana y la salud pública.

Ante la novedad de las GTA, se hace necesario la elaboración de modelos prácticos, con la finalidad de orientar a la población docente en el diseño de éstas, considerando el estilo de organización de las lecciones, que plantean los programas de estudio (MEP, 2012), éstas están centradas en dos importantes etapas: el aprendizaje de conocimientos (primera etapa), la movilización y aplicación de los conocimientos (segunda etapa).

Se plantea entonces el reto de continuar el proceso educativo en una modalidad a distancia bajo un escenario en el cual, tanto los estudiantes como los docentes en general, no están habituados y para el cual se debe ir construyendo una nueva cultura en la cual se propicien procesos de enseñanza y aprendizaje centrados en la habilidad de *Aprender a Aprender,* incorporando herramientas tecnológicas, algunas desconocidas por los docentes.

A nivel macro se establecen las orientaciones para el apoyo al proceso educativo a distancia, en donde se pone el peso de la implementación curricular en la figura de las GTA. Sin embargo, se requiere implementar una propuesta regional competente de acuerdo con las características propias de la región, la cual sea flexible a los ajustes necesarios que se requiera en cada contexto particular, sin perder la esencia de la propuesta. El equilibrio entre la adaptabilidad de la propuesta y la esencia curricular de la misma es fundamental en el proceso, debido a la particular situación de emergencia, la cual se dio sin la posibilidad de una evaluación previa de las oportunidades con las que los estudiantes contaban para continuar su proceso de aprendizaje desde su casa, ni los medios para hacer llegar los recursos a los hogares; por lo que no es suficiente validar una sola forma de mediación pedagógica, sino que se debe contemplar en el diseño e implementación de la GTA, en la medida de lo posible, diversos escenarios y con ellos diversas formas de acompañamiento.

Como parte de las disposiciones nacionales, y para identificar las condiciones en las que se realiza la mediación pedagógica en el proceso a distancia, se describen 4 escenarios, según el acceso a los recursos tecnológicos que poseen los estudiantes. En la tabla 2 se presenta la distribución de los estudiantes según tipo de escenario.

Tabla 2. Distribución de estudiantes según escenario en que se encuentran en su proceso de educación a distancia.

Escenario	CTP de Turrubares		CTP de Barabacoas		Totales	
	Cant.[1]	%	Cant.	%	Cant.	%
1. Estudiantes con acceso a Internet y dispositivo en casa	10	10,2	33	33,7	43	43,9
2. Estudiantes que cuentan con dispositivo y con acceso a internet reducido o limitado	12	12,2	17	17,3	29	29,6
3. Estudiantes que cuentan con dispositivos tecnológicos y sin conectividad	0	0,0	0	0,0	0	0,0
4. Estudiantes que no poseen dispositivos tecnológicos ni conectividad	16	16,3	10	10,2	26	26,5

[1] Cant. = cantidad

Fuente: Elaboración propia a partir de lo establecido en *Orientaciones para el apoyo del proceso educativo a distancia*, MEP (2020).

Con base en la propuesta de la GTA referente al Teorema de Pitágoras elaborada por la asesoría; los docentes, para su aplicación, realizaron los ajustes necesarios teniendo en cuenta los diferentes escenarios mencionados en la Tabla 2. Por ejemplo, en el CTP de Turrubares se tuvo en cuenta que, de los 38 estudiantes expuestos a la experiencia, 16 se encuentran en el escenario 4 y que el resto con acceso a conectividad, no manejaban el uso y navegación en los programas y plataformas educativas para su aprendizaje, ni habían contado previamente con la oportunidad de exposición al aprendizaje a distancia, que hubiese generado la posibilidad de un proceso previo de adaptación. Por su parte en el COT Barbacoas, de los 60 estudiantes participantes, podemos decir que para ese momento la mayoría contaba con correo electrónico institucional, y estaban familiarizados con la herramienta "Classroom", inclusive en el centro educativo en ocasiones se les dedicaba unos minutos a explorar dichos recursos. No obstante, con la suspensión de las lecciones presenciales las condiciones cambian e inicialmente 10 estudiantes se ubicaron el escenario 4, mientras que 50 estudiantes se ubicaron los escenarios 1 y 2, treinta y tres con buena conexión, los cuales participan activamente en las clases sincrónicas, mientras diecisiete reportan conexión muy limitada lo cual lamentablemente les dificulta participar las clases sincrónicas.

3. Estrategias dada la situación Estrategias dada la situación

Diseño de las GTA

A partir de lo establecido en las pautas para la elaboración de las GTA, la asesoría de matemática se aboca a elaborar un ejemplo para los docentes de matemática de secundaria, en los que se evidencie la nueva estructura de planeamiento y que, a su vez, lo propuesto responda al enfoque de los Programas de Estudio de Matemática.

Para esto se establece el punto de encuentro entre los tres momentos de la habilidad *Aprender a Aprender* (planificación, autorregulación y evaluación) con los cuatro momentos que organizan la lección de matemática según MEP(2012), para el aprendizaje de los conocimientos (primera etapa) y la movilización y aplicación de los conocimientos (segunda Etapa) como se muestra la tabla 3.

Tabla 3. Relación de los momentos propuestos para las GTA y los momentos de las etapas propuestas en los programas de estudio de matemática para la organización de las lecciones

Momentos propuestos en la GTA	**Momentos en la etapa de aprendizaje de los conocimientos**
Planificación Me preparo para resolver la guía	Actividades iniciales de la lección vínculo del estudiante con su aprendizaje.
Autorregulación Recordar repasar lo aprendido y/o Aprender	I etapa "El aprendizaje de conocimientos" Actividad de ambientación Propuesta de un problema, Trabajo estudiantil independiente y Cierre
Evaluación Pongo en práctica lo aprendido y me autoevalúo	II etapa "Movilización de lo aprendido"

Fuente: Elaboración propia a partir de MEP (2012) y MEP (2020)

A partir de la relación establecida surge el reto de ¿cómo rescatar la discusión interactiva y comunicativa? En relación con esta problemática, se visualiza la GTA desde la óptica de lecciones invertidas, para permitir al docente propiciar la etapa de discusión interactiva y comunicativa en sus actividades sincrónicas con el grupo, posterior al desarrollo de la GTA por los estudiantes en su educación a distancia. Además, el docente luego hará, según los escenarios que atiende, un cierre cognoscitivo y pedagógico de lo estudiado.

Elaboración del problema

El problema que se elaboró para la GTA, pretende mantener el vínculo del estudiantado con su aprendizaje desde la educación a distancia, y que a su vez la forma de propiciarlo esté en concordancia con lo propuesto en los programas de estudio de matemática para la organización de las lecciones. Desde esta óptica se propone realizar una conducción de la GTA, mediante una indagación dirigida hacia todos los estudiantes, por medio de la pregunta dirigida, estrategia didáctica propuesta en los programas de estudio matemáticas (MEP, 2012) y que a su vez propicie la habilidad de Aprender a Aprender por medio de preguntas secuenciadas y concatenadas, acerca del problema formulado, permitiendo al estudiantado ir construyendo un nuevo aprendizaje, a su propio ritmo. Para la valoración de las tareas matemáticas propuestas en la GTA denominada Pitágoras se utiliza el modelo 4 + 6 (Ruiz, 2018).

Con el problema se propicia que el estudiantado pueda establecer la relación presente en el teorema de Pitágoras, para que lo aplique en situaciones dadas (matemáticas o de contexto). Desde el marco de la organización de las lecciones, la GTA propuesta (Anexo 1), se ubica en la primera etapa "el aprendizaje de los conocimientos" y su propósito es propiciar en el estudiantado el logro de la habilidad específica "Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas en diferentes contextos" (MEP, 2012, p. 301) y para la cual se identifican las habilidades específicas, que ya previamente han trabajado los estudiantes en los niveles anteriores, a saber:

- Identificar la relación entre potencias y raíces como operaciones inversas (MEP, 2012, p. 284)
- Calcular raíces n-ésimas de un número racional (MEP, 2012, p. 288)
- Resolver problemas que involucren ángulos, triángulos cuadriláteros, sus propiedades y cálculo de áreas. (MEP, 2012, p. 305).

En el problema elaborado se parte de una representación geométrica, por medio de preguntas generadoras se propicia que el estudiantado interprete dicha representación y con base en sus repuestas, siga una secuencia de razonamientos matemáticos enlazados con conceptos o procedimientos matemáticos estudiados para resolver el problema y así llegar a establecer de forma general la relación que existe entre los catetos y la hipotenusa de los triángulos rectángulos conocida como Teorema de Pitágoras. Obsérvese la Figura 1:

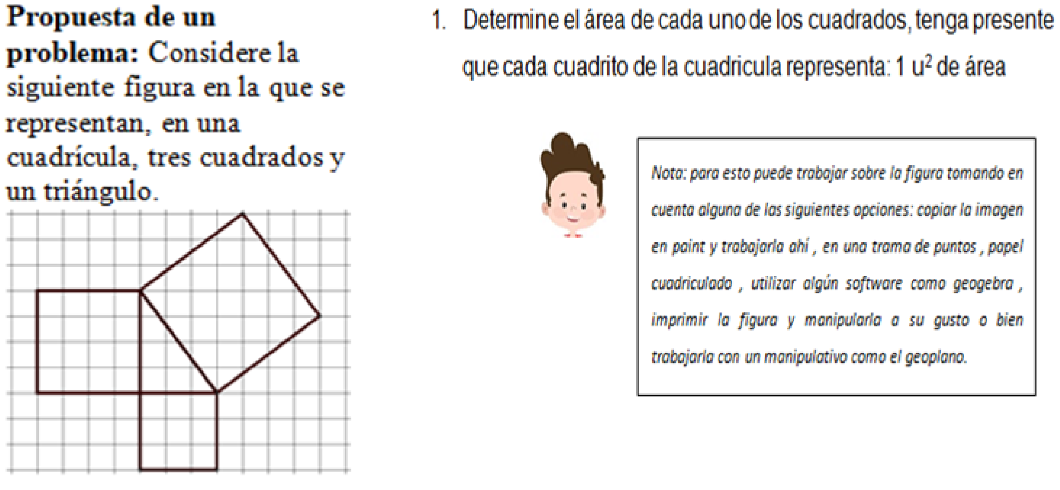


Figura 1: Representación gráfica base para verificar la relación del Teorema de Pitágoras.

El problema planteado en la GTA hace referencia a una secuencia de siete preguntas concatenadas que les permite avanzar desde establecer la relación entre las áreas de los cuadrados sobre los lados del triángulo, hasta que lleguen a establecer la generalización de la relación entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, realizando un cierre cognoscitivo de la habilidad propuesta.

A partir del conocimiento que se tiene del trabajo estudiantil, se visualizan previamente las diferentes maneras en que ellos podían resolver el problema. Esto con la finalidad de prever las eventuales dificultades que se le podrían presentar al estudiantado y así formular las preguntas generadoras, que les guiara a la generalización deseada y para su eventual aplicación. A continuación, se describe como se esperaba que el estudiantado resolviera el reto:

Para determinar el área de los cuadrados construidos sobre los lados de menor longitud del triángulo, el estudiantado los puede determinar por conteo de las unidades cuadradas presentes en el interior de dichos cuadrados, obteniendo 9 u^2 y 16 u^2.

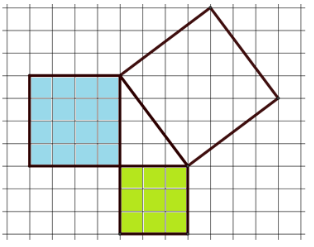


Figura 2: Estrategia del cálculo del área de los cuadrados.

También lo podían hacer, relacionando los lados de los cuadrados con las longitudes de los lados del triángulo y utilizando la fórmula para el cálculo del área de cada cuadrado a partir de dichas longitudes, como se muestra a continuación:

– Longitud del lado del cuadrado, 3 unidades lineales, su área se calcula
– Longitud del lado del cuadrado, 4 unidades lineales, su área se calcula

Un reto de mayor dificultad, es el determinar que el área del cuadrado construido sobre el lado mayor longitud del triángulo corresponde a 25 u^2, el cual se puede determinar por diferentes estrategias que se pueden observar en la Figura 3, Figura 4 y Figura 5.

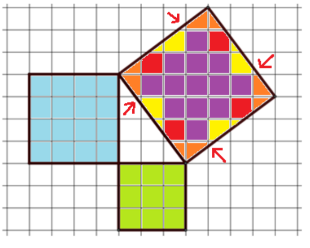


Figura 3: Estrategia 1 para determinar el área del cuadrado mayor.

En esta estrategia se cuentan unidades cuadradas que puede formar en el interior del cuadrado, justificando que el área corresponde a 25 u^2 porque pudo formar: 13 u^2 (cuadros enteros morados), 4 u^2 (cuadros formados amarillos), 4 u^2 (cuadros formados naranjas), 4 u^2 (cuadros formados por las porciones rojos y las porciones identificadas con flechas rojas).

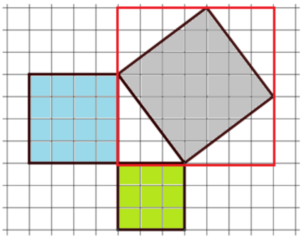


Figura 4: Estrategia 2 para determinar el área del cuadrado mayor.

En esta estrategia el estudiantado inscribe el cuadrado construido sobre la hipotenusa en otro cuadrado y a continuación determina el área requerida (cuadrado sombreado de gris) como la diferencia del cuadrado circunscrito menos el área de cuatro triángulos rectángulos, como se muestra: Area del cuadrado sombreado de gris $= 7^2 - 4 \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} = 49 - 24 = 25$.

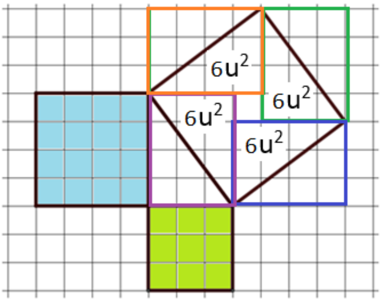


Figura 5: Estrategia 3 para determinar el área del cuadrado mayor.

En esta estrategia, el estudiantado, construye rectángulos en los que una de sus diagonales corresponda a un lado del cuadrado. Luego, determina la mitad del área de cada rectángulo y le suma una unidad cuadrada obteniendo las 25 u^2.

En este momento se espera que el estudiantado a partir de las áreas de los cuadrados, pueda determinar la relación entre dichas áreas, llegando a establecer que el área del cuadrado construido sobre el lado mayor del triángulo corresponde a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los dos lados de menor medida del triángulo. Surge entonces la necesidad de elaborar preguntas generadoras para ir acompañando el trabajo estudiantil, proponiendo una organización de la GTA atendiendo a la pregunta dirigida (MEP, 2012), que les permita ir estableciendo la relación del teorema de Pitágoras.

Después de establecer la relación de las áreas, se focaliza la atención sobre los ángulos internos del triángulo, con la finalidad de que el estudiantado tome conciencia que dicho triángulo corresponde a un triángulo rectángulo, a partir de identificar el ángulo recto de uno de los ángulos internos del triángulo, apoyándose en la cuadrícula. Ver figura 6.

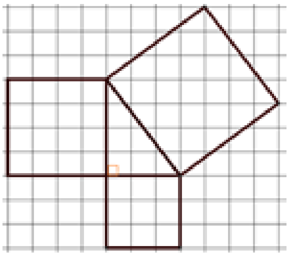


Figura 6: Establecer el tipo de triángulo según la medida de sus ángulos.

Además, se le solicita al discente que represente la relación encontrada utilizando símbolos y operaciones. Surge la necesidad de cómo poder obtener la medida de la hipotenusa a partir del área del cuadrado. En este momento se visualiza la necesidad de formular una actividad de ambientación en el momento de la regulación de la GTA, con su respectivo mini cierre por medio de una infografía, para que el estudiantado que la resuelve en forma autónoma, recuerde cómo poder obtener x a partir de $x^2 = 25$ recordando así lo estudiado de números en octavo año. Con esta actividad de ambientación, se espera que el estudiantado al resolver el problema propuesto, tenga los recursos que le permitan transferir la relación encontrada con las áreas de los cuadrados, a las longitudes de los lados del triángulo rectángulo dado. Ver figura 7.

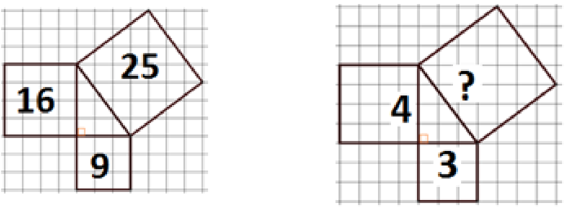
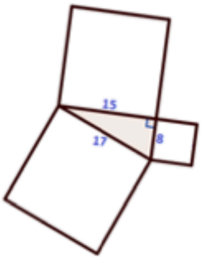


Figura 7: Transferir de la relación encontrada.

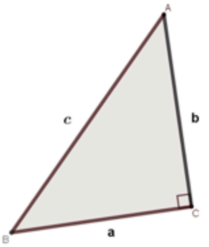
Se le da un nuevo ejemplo para que verifique si la relación encontrada se cumple también en otros triángulos rectángulos dados (Ver figura 8).



$17^2 = 8^2 + 15^2$
$289 = 64 + 225$
$289 = 289$

Figura 8: Ejemplo verificación con otro triángulo rectángulo.

Por último, se le pide al estudiante que escriba la generalización de la relación encontrada (Ver Figura 9).



$c^2 = a^2 + b^2$

Figura 9: Escritura de la generalización de la relación encontrada.

Se le ofrece al estudiante un cierre de lo actuado por ellos, para que pueda confrontar lo actuado y, de ser necesario retomar el trabajo. Luego, en la sesión presencial el docente con los que puede trabajar en forma sincrónica, se hará el cierre cognoscitivo formal, de la relación que se establece en el teorema de Pitágoras (Ver Figura 10).

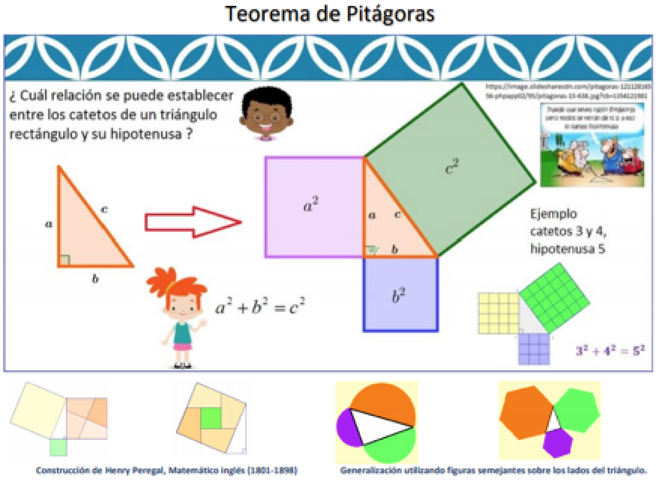


Figura 10: Cierre ofrecido al estudiantado en la GTA.

Con base en los lineamientos dados por las autoridades para la elaboración de las GTA se indica que éstas deben ser cortas, razón por la cual se decide que, para la etapa de la Movilización, se propongan solo tres ejercicios con los cuales, el estudiantado, aplique lo aprendido. Dos de contexto matemático y otro de contexto personal, referido a un ejercicio contextualizado, donde el contexto se puede imaginar como real, propiciando así la confianza en la utilidad de la matemática para la vida; la cual, como se nos indica en el programa de matemática, "Es constante el reclamo por visualizar la utilidad de estos aprendizajes para la vida" (MEP, 2012, p. 38).

El problema elaborado es de contexto matemático. Al valorar la intervención de los procesos con base en lo propuesto en el modelo simplificado para valorar procesos y niveles de complejidad (Ruiz, 2018) se puede evidenciar los siguientes procesos:

Razonar y argumentar

En la solución del problema se debe calcular las áreas (una de éstas no es evidente) comparar las áreas, deducir relaciones entre estas y generalizar para cualquier triángulo rectángulo. En general se debe "Identificar información matemática que no está dada de manera explícita en la situación matemática dada" (Ruiz, 2018, p.129); por lo que, de acuerdo con este indicador, el proceso se activa en grado 2 de acuerdo con Ruiz (2018).

Plantear y resolver problemas.

La relación que se puede establecer entre los lados de un triángulo rectángulo no es evidente, para deducirla se debe trabajar con las áreas de los cuadrados formados sobre los lados del triángulo rectángulo, para encontrar una relación, y luego validar si esa relación se satisface en otros triángulos rectángulos. A partir de esta relación encontrada con las áreas se requiere transferirla a las longitudes de los lados, para establecer de forma general la relación existente entre los lados de un triángulo rectángulo. Es decir, se requiere "Resolver problemas que no han sido estudiados a partir de una situación matemática dada donde se ejecuten acciones secuenciales descritas con claridad" (Ruiz, 2018, p.129); lo que también corresponde a grado 2, según Ruiz (2018).

Conectar.

De igual forma el proceso conectar, es de grado 2, en la resolución del problema se debe conectar con el área de números del nivel anterior con el área de geometría, relacionando que dada el área de un cuadrado se puede determinar el lado de éste a partir del cálculo de la raíz cuadrada del área, identificando la relación entre potencias y raíces como operaciones inversas. También conecta con la resolución de problemas referentes a áreas estudiados en sétimo año. Desde esta óptica se evidencia que deben "Relacionar conceptos o procedimientos matemáticos de dos o más áreas matemáticas diferentes en la resolución de problemas" (Ruiz, 2018, p.130).

Comunicar.

Aquí el grado de activación también es 2, ya que el proceso de comunicación se da en dos momentos, primero de la relación de las áreas de los cuadrados formados sobre los lados del triángulo rectángulo y luego sobre la relación de las longitudes de los lados del triángulo rectángulo, esto en un primer momento en forma escrita con lenguaje cotidiano para finalizar comunicándolo con lenguaje simbólico. Al resolver el problema se debe "Comunicar conclusiones mediante lenguaje natural en torno a acciones, razonamientos y resultados que ha desarrollado en la resolución de un problema" (Ruiz, 2018, p.130).

Representar.

La representación es medular en la resolución del problema se le dan opciones en la guía de uso de figuras, en Paint Brush, con manipulativos como el Geoplano, o con software dinámico como GeoGebra, que permiten resolver el problema implementando diferentes estrategias con diferentes representaciones geométricas, para determinar el área sobre el cuadrado de la hipotenusa. También se da el traslado de representación geométrica a la representación verbal y de estas a la representación simbólica. Esto corresponde, a grado 2 según Ruiz (2018, p.130).

Dado que se dan seis indicadores de grado 2 se puede concluir que el nivel de complejidad de la tarea matemática se puede considerar de "Conexión" de acuerdo con el criterio NCS1 (Ruiz, 2018, p.132).

Una vez finalizada la GTA se divulga y comparte con los profesores de matemática de la región por medio de una reunión en Teams, y colocándolas en los archivos de consulta del grupo de profesores y profesoras de matemática de la región, para su valoración y con la finalidad de que les sirva de insumo para su quehacer educativo.

4. Implementación de las GTA

La propuesta metodológica regional se implementó enfocada en la atención de estudiantes cuya realidad se tipifica en tres escenarios (ver Tabla 2), los cuales corresponden a los escenarios 1, 2 y 4.

Escenarios y su abordaje estratégico.

El abordaje estratégico ha debido ajustarse a las necesidades y características de la población estudiantil, desde esta perspectiva, se diferencian tres líneas de acción vinculadas con el modelo aula invertida. Este enfoque pedagógico plantea la necesidad de transferir parte del proceso de enseñanza y aprendizaje fuera del aula. De acuerdo con la Red de Aprendizaje Invertido, FLN por sus siglas en inglés, el modelo corresponde a un enfoque pedagógico en el que la instrucción directa, en un primer momento, se desplaza de la dimensión del aprendizaje grupal a la dimensión del aprendizaje individual, luego, en un segundo momento, se propicia un espacio grupal con un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo, en el que el docente guía a los estudiantes en la aplicación de los conceptos y en su involucramiento creativo con el contenido. Para ello, se brinda al estudiante la GTA; la cual pretende, mediante la exposición a ciertas actividades y preguntas generadoras, guiar al estudiante en su trabajo autónomo, en el marco del paradigma constructivista basado en la resolución de problemas y el aprendizaje activo.

Las líneas estratégicas de acción vinculadas a promover el proceso de interiorización del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, por parte del estudiante desde sus distintos escenarios, se muestran en la figura 11:

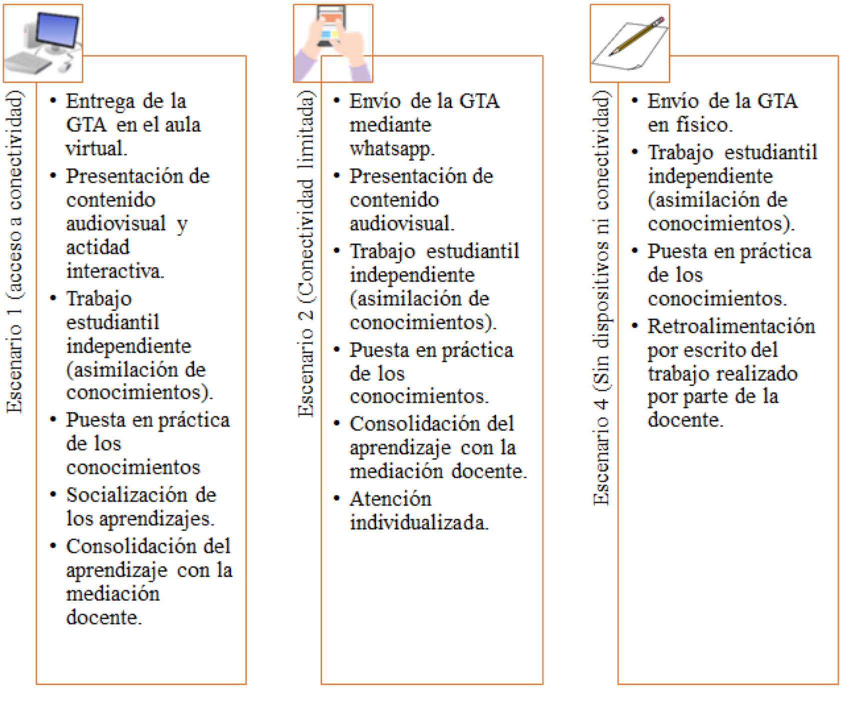


Figura 11: Líneas estratégicas de acción para promover el proceso de aprendizaje a distancia.
Fuente: Elaboración propia.

Las condiciones de acceso con las que cuentan los participantes del proceso en el escenario 1 permiten brindar insumos digitales interactivos así como acompañamiento sincrónico y asincrónico mediante la herramienta *Microsoft Teams*.

Las aulas virtuales exploradas fueron estructuradas por los docentes en las plataformas Google Classroom y Microsoft Teams, además se propició la participación de los estudiantes en formularios en línea, actividades interactivas, Google Sites y Genially.

Los recursos presentados son dirigidos a promover la habilidad específica del programa de estudios, pero también habilidades digitales como manejo de la información, la participación y la colaboración a través de medios tecnológicos, hoy necesaria para ciudadanía digital y en correspondencia con el eje disciplinar del actual programa de estudios: El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales (MEP, 2012).

El acceso a la comunicación entre pares y con la persona docente ha permitido un acompañamiento sólido en el proceso de desarrollo de habilidades y adquisición de conocimientos para los participantes en el escenario 1. En el aula virtual se entregan los recursos como la GTA, infografías de apoyo y actividades interactivas, para dar paso a la asimilación en un espacio de trabajo estudiantil autónomo; cabe destacar que durante este trabajo autónomo por parte del estudiante se brinda acompañamiento por parte del docente, atendiendo las necesidades del educando.

El trabajo autónomo promueve que el estudiante, impulsado por la necesidad de dar respuesta a las interrogantes generadoras de la persona docente y de la GTA, desarrolle estrategias de solución que favorecen su pensamiento crítico y creatividad. Una vez desarrollada la GTA, la experiencia se socializa mediante la clase virtual sincrónica donde se realiza la discusión interactiva y comunicativa de lo actuado, así como un cierre formal que permita la consolidación de los aprendizajes asociados al teorema de Pitágoras y sus aplicaciones.

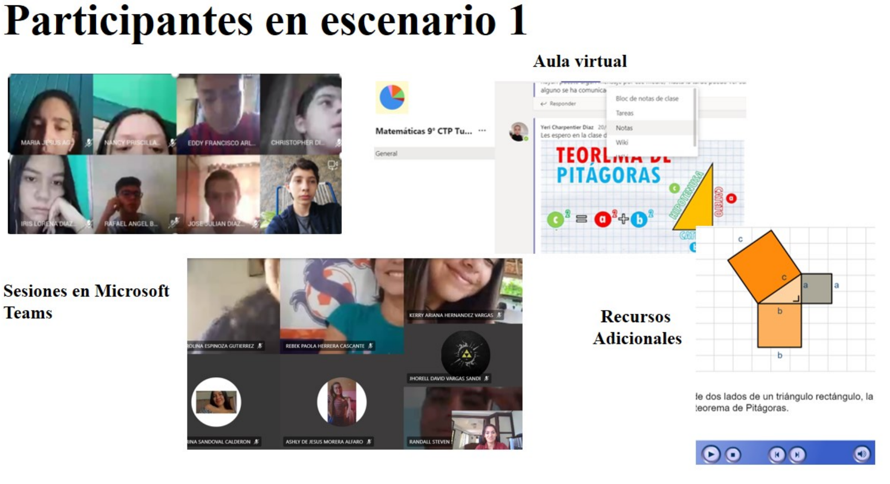


Figura 12: Recursos utilizados para mediar los aprendizajes en el escenario 1.
Fuente: Elaboración propia.

En el caso del escenario 2 no es posible robustecer de forma tan directa la inmersión en actividades interactivas que conduzcan, junto con la propuesta de la GTA, al proceso de desarrollo de la habilidad por parte del estudiante. Sin embargo, ha existido un nivel alto de comunicación y apoyo mediante la herramienta WhatsApp, ya que la conectividad limitada del estudiante no le permite acceso a videollamadas o a clases sincrónicas; pero sí permite acompañar y aclarar dudas mediante mensajes de texto o multimedia como videos para brindar acompañamiento durante el trabajo estudiantil independiente. En este segundo contexto no es posible una etapa de socialización entre pares. Esta situación se trata de palear mediante un proceso de socialización y discusión de resultados con la persona docente, así como el cierre que permite consolidar los aprendizajes adquiridos.

La particular situación de los estudiantes en el escenario 4 acuerpa la necesidad de una GTA con indicaciones claras y preguntas generadoras que permitan la adquisición de aprendizajes significativos; para ello se cuenta con el envío en formato físico de las GTA, las cuales el estudiante manipula y resuelve para poner en práctica sus conocimientos. Dichas GTA son devueltas a la institución donde la persona docente las revisa y retroalimenta por escrito, con fortalezas diáfanas y puntos de mejora que incluyan cometarios e indicaciones específicas y claras, que permitan dilucidar cualquier error para que la persona estudiante logre desarrollar su aprendizaje de la mejor forma posible. En este escenario se pierde la posibilidad de discusión e interacción sincrónica, por lo que la interacción asincrónica por escrito por parte de la persona docente debe ser puntual y además asertiva.

La implementación de las Guías de Trabajo se lleva a cabo en varias fases que se exponen a continuación, las cuales buscan mediar la adquisición de conocimientos y habilidades por parte de los estudiantes, de forma que se adapte el actual currículo a los escenarios en que se encuentran los estudiantes en el proceso de educación a distancia.

Actividad de ambientación.

En cualquiera de los escenarios, los estudiantes iniciaban la GTA con una actividad de ambientación cuya finalidad era recordar los conocimientos previos que ellos tienen y a los cuáles podría recurrir a la hora de resolver el problema propuesto en el siguiente segmento de la GTA. La mayoría de los estudiantes manifestaron que la actividad de ambientación les fue de utilidad en su proceso de aprendizaje, como se logra plasmar en los resultados mostrados en la figura 13, que muestra las apreciaciones estudiantiles y permite visualizar que un 90,2 % de los estudiantes perciben la actividad de ambientación como atractiva, necesaria para recordar los aprendizajes que necesitaría para aplicar en la GTA o de ayuda para reforzar sus conocimientos:

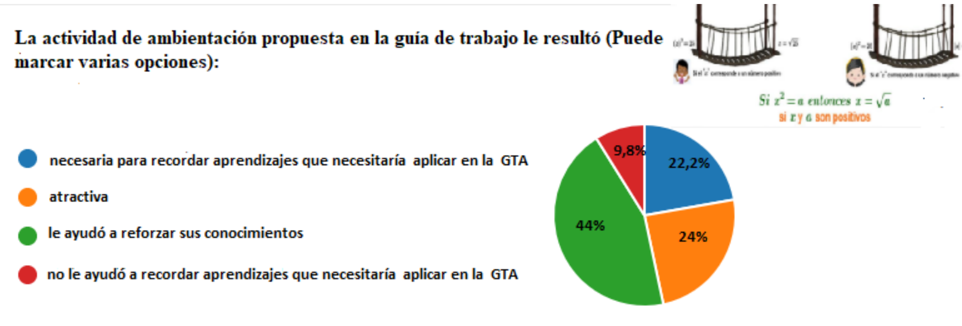


Figura 13: Percepción estudiantil de la actividad inicial.

Fuente: Elaboración propia basada en encuesta a los estudiantes participantes de la experiencia.

Propuesta del problema y el aprendizaje de los conocimientos.

Después de la realización de las actividades de ambientación, se propone el problema mostrado en la figura 1. Algunas de las estrategias, utilizadas por los estudiantes, se muestran en la figura 14:

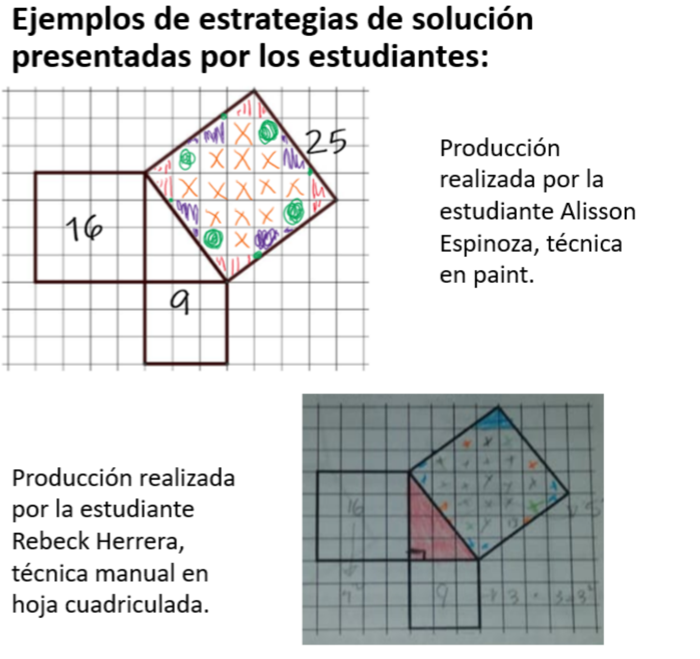


Figura 14: Ejemplos de la resolución de la primera tarea.
Fuente: Elaboración propia basada en la producción de los estudiantes.

Como muestra la figura anterior, los estudiantes buscan medios para resolver el problema desde sus distintos contextos, utilizan estrategias para solucionar la primera tarea matemática del problema inicial. Dicho problema incorpora siete tareas que parten de la mostrada en el enunciado presentado en la figura 1, hasta la confrontación con la relación específica entre los lados del triángulo establecida en el Teorema de Pitágoras. Las tareas han sido implementadas estratégicamente de forma que una tiene los elementos para aplicar o movilizar los aprendizajes necesarios para resolver la siguiente. Las tareas matemáticas solicitadas al estudiante en el problema corresponden a:

1. Determine el área de cada uno de los cuadrados, tenga presente que cada cuadrito de la cuadricula representa: 1 u^2 de área

2. ¿Cuál relación puedes establecer entre las áreas de los dos cuadrados más pequeños y el área del cuadrado más grande?

3. Según la medida de sus ángulos, ¿Qué tipo de triángulo es el que está representado? (acutángulo, rectángulo u obtusángulo). Justifique

4. Exprese, con palabras, la relación encontrada en el punto 2 utilizando las medidas de los lados del triángulo

5. Exprese la relación encontrada en el punto 2 utilizando las medidas de los lados del triángulo con números, operaciones y símbolos.

La sexta y sétima de las tareas corresponden a preguntas generadoras que pretenden fortalecer el desarrollo no sólo de habilidades por parte del estudiante sino de capacidades superiores enmarcadas en nuestro currículum, a saber "Las capacidades superiores son: Plantear y resolver problemas, Argumentar y razonar, Conectar, Comunicar y Representar" (Ruiz, 2018):

6. ¿Sucede esa relación con otros triángulos rectángulos? Se aportan ejemplos para que el estudiante verifique.

7. ¿Cómo puedes representar la relación para cualesquiera lados a, b y c; de un triángulo rectángulo?

La labor docente en esta etapa se concentra en retroalimentar la producción de los educandos, y mediante preguntas orientadoras promover que los estudiantes que lo necesiten, retomen el rumbo de su proceso, así como la propuesta de situaciones que permitan a los estudiantes reflexionar respecto a las decisiones tomadas. La labor de acompañamiento en los distintos escenarios es crucial en esta etapa.

En general los estudiantes respondieron positivamente ante el problema inicial ya que, de acuerdo con el desempeño plasmado en los trabajos, se logró visualizar la habilidad de determinar la relación dada. Según la percepción de los estudiantes, las preguntas lograron guiar al 94 % de los estudiantes, de acuerdo con su percepción, como lo muestra la figura 15:

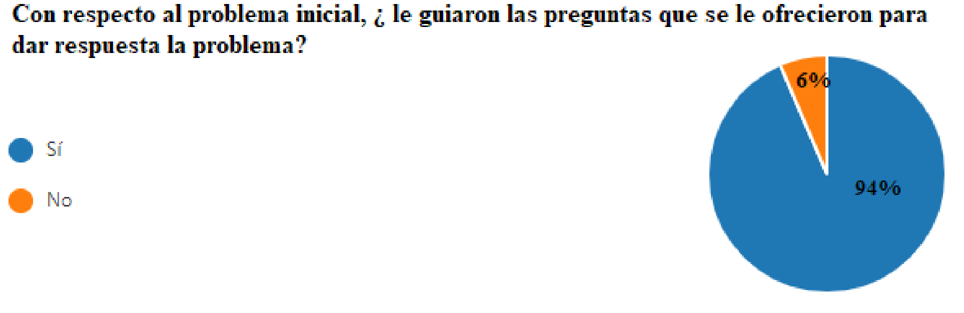


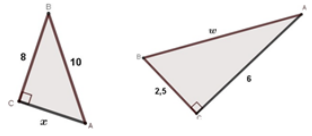
Figura 15: Percepción estudiantil respecto a las preguntas del problema inicial.
Fuente: Elaboración propia basada en encuesta a los estudiantes participantes de la experiencia.

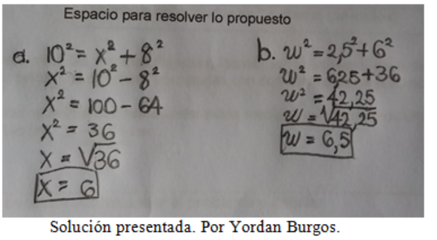
Movilización y aplicación de los conocimientos.

Una vez promovido el aprendizaje de los conocimientos mediante la realización de las actividades de ambientación y el problema inicial, se procede a la etapa de movilización y aplicación de los conocimientos, para ello se proponen ejercicios de movilización y una actividad de cierre. Algunas de las estrategias de la pregunta #1 se muestran en la figura 16.

Pongo en práctica lo aprendido

1. Determine la medida del lado que se identifica con una letra para cada uno de los triángulos rectángulos dados.





Solución presentada. Por Yordan Burgos.

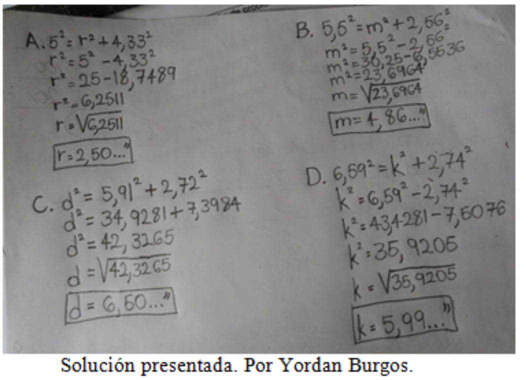
Figura 16: Ejercicio 1 de la sección de Pongo en práctica lo aprendido, y su resolución.
Fuente: Elaboración propia basada en la producción de los estudiantes.

La figura anterior muestra la resolución el estudiantado donde se evidencia la conexión con el área de álgebra, pues a partir de la visualización geométrica logra desarrollar procedimientos algebraicos para determinar el lado de los triángulos. Al establecer esta conexión, los estudiantes desarrollan la habilidad de aplicar el nuevo conocimiento en problemas de contexto como se visualiza en la figura 17:

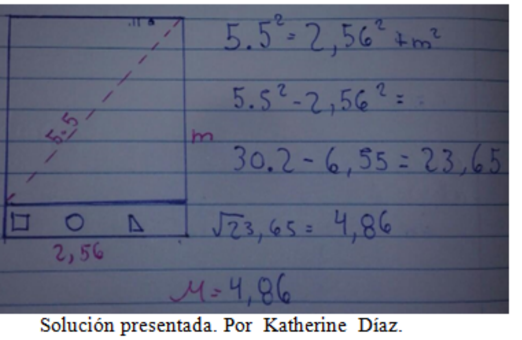
2. Apliquemos lo aprendido en la resolución de problemas

Los celulares los ofrecen con una especificación del tamaño de sus pantallas, tales como: de 4 pulgadas; 4,5 pulgadas; 5 pulgadas; 5,3 pulgadas; 5,5 pulgadas; 5, 59 pulgadas. Esta medida corresponde a la longitud de la diagonal de la pantalla que proyecta el celular activado (**esta pantalla es de forma rectangular**). En la siguiente tabla se muestran cuatro modelos de celulares y algunas medidas de sus pantallas.

Modelos de celular	Medida, en pulgadas , de:		
	Diagonal de la pantalla	El largo de la pantalla	El ancho de la pantalla
A17	5″	4,33″	r
B31	5.5″	m	2,56″
C47	d	5.91″	2,72″
C47Plus	6.59″	k	2,74″
El símbolo de pulgadas es ″ o bien in (de inches)			



Solución presentada. Por Yordan Burgos.



Solución presentada. Por Katherine Díaz.

Figura 17: Ejercicio 2 de la sección de Actividades de cierre de la primera tarea y su resolución.
Fuente: Elaboración propia basada en la producción de los estudiantes.

Como muestra la figura 17, la resolución de problemas de la vida real permite ver la geometría de manera más real y concreta. Además de que la persona estudiante pueda identificar y manipular las formas en el espacio.

Se presentan dos soluciones a la pregunta 2 con el objetivo de comparar las estrategias de solución de al menos dos estudiantes, también se observa la diversidad de abordajes que se podría presentarse.

En esta etapa de aplicación de lo aprendido, podemos observar los diferentes niveles de complejidad de los problemas, en este caso la conexión que permite la resolución de problemas familiares al estudiante, el cual debe interpretar conectar y realizar representaciones de la situación. La fase de aplicación de conocimientos, nos permite apreciar los procesos matemáticos indispensables para la compresión y uso de los conocimientos. La persona estudiante evidencia muy buenos resultados, tal como muestra la figura 17 .

De forma trasversal al desarrollo de cada una de las etapas, se tiene como eje la promoción de la habilidad de Aprender a Aprender, sin embargo, cabe destacar que los procesos metacognitivos de los participantes son particulares y algunos han requerido mucho apoyo docente para desarrollar conciencia sobre su proceso aprendizaje mientras que otros se han apropiado de su proceso de aprendizaje de forma independiente.

En el proceso ha sido importante fortalecer de forma adyacente a las competencias cognitivas, las competencias emocionales que permitan al estudiante empoderarse respecto a su forma de aprender. Las GTA han incorporado imágenes y avatares que tratan de hacer sentir al estudiante dispuesto e identificado respecto a los problemas propuestos, además la intervención docente también busca promover la habilidad de "aprender a aprender" mediante preguntas dirigidas a los estudiantes que permitan visualizar al discente qué estrategias vienen a potenciar sus aprendizajes, los tiempos que necesita para resolver determinados ejercicios y la forma en que cada uno logra verbalizar sus propios procesos. Al consultar a los estudiantes sobre la autogestión de su proceso de aprendizaje, en términos de la administración de su forma de aprender se genera un interesante resultado que se muestra a continuación:

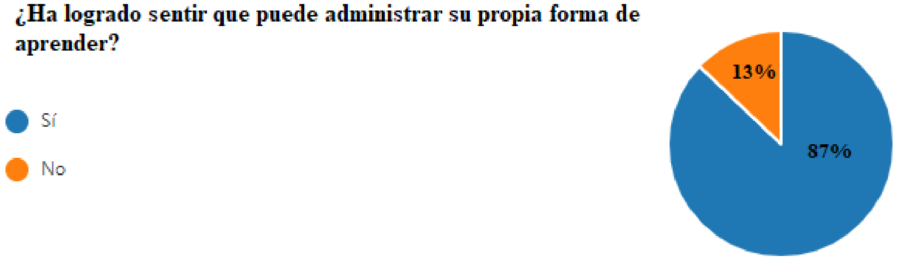


Figura 18: Percepción estudiantil respecto al logro de la autogestión de su aprendizaje. Fuente: Elaboración propia basada en encuesta a los estudiantes participantes de la experiencia.

La apreciación de las personas estudiantes en cuanto al proceso de administración de sus propios aprendizajes ha generado resultados bastante positivos, más del 85% de los aprendientes han logrado sentir que tienen la capacidad de administrar su forma de aprender, resulta una fortaleza la percepción propia de la persona estudiante sobre su proceso, pues podría generar un nivel de confianza óptimo para el aprendizaje.

5. Conclusiones

Una de las principales dificultades que se tienen para la elaboración de las GTA, es que en la presencialidad, el docente tiene más oportunidades para formular sus preguntas generadoras, con la finalidad de propiciar la implicación del estudiantado en las tareas matemáticas propuestas y el éxito al realizarlas. Una de estas oportunidades es al planear la lección, donde el docente concretiza la formulación de preguntas generadoras que le permitan involucrar al estudiantado con el problema propuesto y otra oportunidad es cuando está administrando las lecciones en forma presencial que a partir de las respuestas que dan los estudiantes, el docente puede plantearles otras interrogantes más específicas que permitan redireccionar el trabajo del estudiante. El diseño de las GTA trató de solventar esta situación con la utilización de la estrategia "Pregunta dirigida" (MEP, 2012), mediante el planteamiento de preguntas generadores de forma escrita que traten de emular el papel activo del docente en esta etapa de la lección. No obstante, en las GTA no se tiene esa segunda posibilidad de repreguntar, a pesar de que se le brinda al estudiante la posibilidad de anotar lo que no entendió. Debido a ello, las preguntas se deben formular bien específicas y concatenadas para procurar que todos los estudiantes puedan tener éxito al desarrollar la guía. Esto demanda, para el docente, un mayor tiempo en la planificación y utilización de su experiencia, al tener que valorar las múltiples dificultades que se le presentan al estudiante en el aprendizaje de los diferentes conocimientos.

Al inicio del proceso, en términos de planificación, es difícil trasladar los tiempos de ejecución de una lección presencial a los tiempos reales de duración que requieren los estudiantes para resolver las GTA, de forma autónoma. En estos primeros momentos de implementación de la educación a distancia se subvalora este tiempo trasladando dificultad al estudiantado para cumplir con todas las GTA, en los tiempos proyectados por sus docentes.

Se evidenció un proceso más dinamizado en estudiantes con acceso a conectividad con respecto a aquellos que no la tienen. Para los primeros, hay mayores opciones para una retroalimentación oportuna, la cual les permite obtener mejores resultados. En contraste, los estudiantes en escenarios sin conectividad, requieren mayor apoyo, pero hasta la fecha no se cuenta con un medio que permita una interacción continua, que permita apoyar y direccionar su trabajo, lo que implica dos procesos carentes de igualdad de oportunidades, aun cuando los docentes apliquen otras estrategias, procurando establecer condiciones de aplicación equitativas.

El conocimiento y uso de algunos programas para digitar texto matemático podría ser una de las limitantes para estudiantes que trabajaron en la modalidad virtual. Al inicio del proceso surgió la situación que a pesar de que los jóvenes tenían acceso a herramientas y conectividad, no conocían el funcionamiento del aula virtual ni estaban familiarizados con el uso de algunos recursos, esta situación se abordó mediante una etapa inicial de dos semanas dedicadas a la apropiación de los recursos por parte de los estudiantes con el apoyo de la docente.

Los estudiantes han desarrollado, en alguna medida, procesos metacognitivos de forma más evidente. Han tomado mayor control sobre su proceso de aprendizaje: se están habituando a leer con detalle indicaciones y analizarlas; previamente en los procesos de aula les era más sencillo preguntar al docente o al compañero antes de leer adecuadamente una indicación por escrito sobre la ejecución de los trabajos; además al comprender la forma en que aprenden, le comunican con mayor seguridad a la docente el tipo de recurso que requieren para desarrollar su proceso educativo ante un problema propuesto (algunos estudiantes solicitan reuniones virtuales, otros videos, otros prácticas, de acuerdo con sus necesidades, pues ya reconocen de forma más sólida qué recurso favorece su desempeño).

La aplicación de la estrategia y la situación educativa como tal han permitido el desarrollo de habilidades cognitivas como el pensamiento crítico, creativo, e innovador; la resolución de problemas y la toma de decisiones de forma proactiva. Pero también ha abierto paso a la potenciación de habilidades no cognitivas fundamentales para la ciudadanía global, tales como la empatía, la interacción interpersonal, la comunicación, administración de la tecnología y la información, en escenarios con acceso a conectividad.

El desarrollo de la GTA presentada ha permitido un aprendizaje más personalizado al ritmo de cada estudiante, pues es él mismo quien establece y genera sus espacios de vinculación y avance. Sin embargo, pese a que en muchos casos esta situación tiene una perspectiva positiva, también se han dado casos en que el desarrollo, la madurez del estudiante y la carencia de apoyo familiar han conducido a la falta de control propio en el ritmo de avance.

Por último, la experiencia realizada en la DRE Puriscal puede servir de modelo para otras DRE en el país, ya que se brindó un acompañamiento a los docentes, para trabajar con sus creencias de cómo enseñar y sus dificultades reales de implementación a partir de su contexto institucional. Esto plantea a las autoridades del MEP, desarrollar propuestas paralelamente con los docentes generando trabajo colaborativo entre docentes y asesores pedagógicos regionales, para enriquecerlas, hacerlas viables y funcionales para los docentes y promover que los criterios administrativos respecto a la elaboración de GTA en general sean estables y fijos desde el inicio y no estén cambiando constantemente, lo anterior sin dejar de lado las oportunidades de mejora.

6. Propuestas y sugerencias

A nivel nacional, realizar investigaciones sobre el desarrollo programático, la aplicación del enfoque de los programas de estudio, la realidad de lo propuesto por ellos y la realidad ofrecida al estudiantado en la educación a la distancia. Además, coordinar con el proyecto Reforma de la Educación Matemática Costa Rica, la generación de insumos para los docentes en el marco de la educación a distancia y una eventual modalidad bimodal de educación a distancia y presencial.

A nivel regional, generar espacios para que los docentes puedan compartir buenas prácticas que contemplen: las dificultades que enfrentaron y cómo las solucionaron, el uso pertinente y visionario de la tecnología brindado, la forma en que propiciaron un punto de encuentro entre la política curricular vigente, el enfoque de los programas de matemática y la realidad de sus propuestas de mediación pedagógica al estudiantado.

Tanto a nivel nacional, regional e institucional es de vital importancia estar monitoreando de forma constante, como están percibiendo y sintiendo los docentes, estudiantes y encargados, el proceso educativo que están viviendo. Este monitoreo tiene la finalidad de atender de manera oportuna las necesidades y dificultades que se van presentado, propiciando así la mejora de la propuesta educativa para el país manteniendo un vínculo estable con la comunidad educativa y un vínculo fuerte del estudiantado con su aprendizaje.

A nivel nacional, trascender de dar ejemplos al cuerpo docente y generar espacios en los que los docentes puedan elaborar sus propias propuestas metodológicas y evaluativas de forma colaborativa desde la realidad y condiciones que poseen las instituciones en la que laboran.

Es necesario que el docente valore sus GTA a la luz de lo propuesto en los programas de estudio y la transformación curricular para no tener un retroceso hacia una enseñanza más tradicional de teoría ejemplos y práctica.

Se recomienda brindar atención al estudiante de forma integral, generar canales de comunicación y confianza para abordar situaciones intrafamiliares que puedan afectar el proceso educativo del estudiante, con el fin de tratar de prevenir afectaciones de esta índole; en la medida de lo posible.

En el proceso fue muy valioso dedicar tiempo a promover al inicio del proceso el acompañamiento y exposición a los estudiantes en cuanto al uso de TICs y la navegación en plataformas educativas, por lo que se recomienda generar este tipo de espacios en procesos similares. El tiempo invertido al inicio del proceso para familiarizar al estudiante en su nueva presencia virtual es ganancia para articular las actividades que conllevan los aprendizajes en entornos virtuales.

Resulta necesario monitorear constantemente, como están percibiendo y sintiendo los docentes, estudiantes y encargados el proceso educativo que están viviendo, con el fin de reconocer de forma objetiva los puntos de reingeniería y mejora del proceso.

A nivel macro es importante reconocer la necesidad de generar propuestas que impliquen acortar la brecha en cuanto a las oportunidades de los estudiantes con o sin conectividad, es importante, aunque esto pueda representar una inversión económica. Podrían valorarse distintos procesos de acompañamiento considerando principios de proporcionalidad que no resulten en oportunidades tan desiguales como las que por el momento se manejan, con el fin de promover la ecuanimidad en cuanto a las oportunidades brindadas a los estudiantes desde los procesos de mediación tanto sincrónico como asincrónico.

En este tipo de procesos a distancia, vale la pena valorar el uso del equipo tecnológico disponible en las instituciones como laptops o laboratorios móviles, de forma que pueda optimizarse su uso al ser asignadas a estudiantes mediante un contrato o compromiso de uso. Dicha acción no solo aportaría en la parte académica, sino que se traduce en un ahorro de recursos económicos, porque disminuye la cantidad de material físico.

Por otra parte, se propone considerar la capacidad para generar o reorientar recursos, que puedan en la medida de las posibilidades, utilizarse para la compra de acceso a internet, obviamente donde el servicio esté disponible.

Finalmente, se sugiere reflexionar sobre la siguiente pregunta ¿Cómo esta experiencia en el escenario de la pandemia cambió sus perspectivas sobre la Enseñanza de las Matemáticas? Se escucha decir muy a menudo que esta forma de enseñar llegó para quedarse, la forma de enseñar podría dar un impulso significativo a la enseñanza de las matemáticas, propiciando una buena combinación de las bondades de la presencialidad, con el uso inteligente y visionario de la tecnología implementada en la educación a distancia y la educación virtual.

Referencias

González, A., Esnaola F., y Martín, M. (2012). *Propuestas educativas mediadas por tecnologías digitales*. Buenos Aires, Argentina: EUNLP.

Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC). (2014). *Proyecciones de población según provincia, cantón y distrito*. San José, Costa Rica. Recuperado de **http://www.inec.go.cr/poblacion/temas-especiales-de-poblacion**.

Consejo Superior de Educación de la República de Costa Rica CSC (2017). Acta No. 64-2017 (Acuerdo 02-64-2017). Costa Rica: autor.

Consejo Superior de Educación de la República de Costa Rica CSC (2016). Acta No. 64-2016 (Acuerdo 07-64-2016). Costa Rica: autor.

Dirección General de Servicio Civil (2010). Manual descriptivo de clases docentes. Recuperado de **https://coprobi.co.cr/wp-content/manual-de-clases-de-puestos-docente-actualizado-enero.pdf**

Ministerio de Educación Pública (MEP). (2012). Programas de Estudio de Matemáticas. *I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. San José: Autor.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. Despacho de la Ministra (2020). *Orientaciones para el apoyo del proceso educativo a distancia. Costa Rica*. San José: Autor. Recuperado de **http://www.mep.go.cr/sites/default/files/page/adjuntos/orientaciones-sobre-proceso-educativo-distancia.pdf**

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. Dirección de Desarrollo Curricular (2020). Pautas para la implementación de las guías de trabajo autónomo en la estrategia Aprendo en Casa. San José: Autor. Recuperado de **https://aulavirtualabierta.mep.go.cr/wp-content/uploads/2020/05/Pautas-para-la-implementacion-de-las-guias-de-trabajo-autnomo-07-05-2020VF-3.pdf**

Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo-Costa Rica (PNUD-Costa Rica), Universidad de Costa Rica-Escuela de Estadistica (UCR). (2011). *Atlas de desarrollo humano cantonal. Costa Rica 2011.* San José: autor. **https://www.undp.org/content/dam/costa_rica/docs/undp_cr_atlas_cantonal.pdf**

Ruiz, A. (2018). *Evaluación y pruebas nacionales para un currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores.* México: Comité Interamericano de Educación Matemática CIAEM. Recuperado de **https://www.angelruizz.com/wp-content/Angel-Ruiz-Evaluacion-y-pruebas-2018.pdf**

Anexo

https://www.mep.go.cr/educatico/guia-trabajo-autonomo-habilidad-1-geometria-noveno