
Modelación con *TI – Nspire™ CAS*

Julián Ricardo Gómez Niño

jurigoni@hotmail.com

Docente de matemáticas del colegio Champagnat de Bogotá

Resumen: En este taller se mostrará la importancia pedagógica de la tecnología *TI – Nspire™ Cas* mediante la modelación de una situación problema que articula diversas técnicas de representación. Se pretende reflexionar respecto al gran potencial didáctico que presenta la geometría dinámica para optimizar procesos y experimentar con modelos.

Palabras Claves: área, volumen, cono, cambio, variación, variable dependiente, variable independiente, función lineal, cuadrática y cubica.

1. CONTEXTUALIZACIÓN

En los últimos años, se ha incrementado el interés por desarrollar software dinámico educativo, especialmente dentro de la educación matemática. El gran potencial que presenta para modelar situaciones, verificar resultados, modificar condiciones, contrastar hipótesis, identificar propiedades, analizar fenómenos, observar cambios, generar tablas y graficas, han permitido que las clases sean más significativas para los estudiantes.

En este escrito se reporta una situación problema de función, modelada con un software llamado *TI – Nspire™ Cas*. Tal y como lo afirma Rico, L. (1997): El origen fenomenológico del concepto de función está en el momento en que se enuncia, se produce o se reproduce una dependencia entre variables, que se presenta en el mundo físico, social o mental. Se podría afirmar que la génesis de éste concepto se remota a períodos de tiempo en los cuales las necesidades sociales implicaban el estudio de dependencia entre magnitudes.

En los lineamientos se considera que la introducción al concepto de función debe considerarse inicialmente en contextos de variación y cambio. Debe desarrollarse un pensamiento variacional que permita establecer relaciones y emerger la función como una

herramienta de conocimiento necesaria para enlazar patrones de variación entre variables y para predecir y controlar el cambio.

El pensamiento variacional permite la modelación, entendida esta, como el desarrollo del pensamiento matemático y no solo, como la resolución de problemas. La modelación es el arte de producir modelos, no es una ciencia, no existe lógica alguna para construir modelos, pero si para ponerlos a prueba.

“La modelación relacionada con sistemas de representaciones integra: símbolos, signos, figuras, gráficas y construcciones geométricas. Éstos expresan el concepto y suscriben en sí mismos el modelo con el cual es posible interpretar y predecir comportamientos de fenómenos físicos”¹

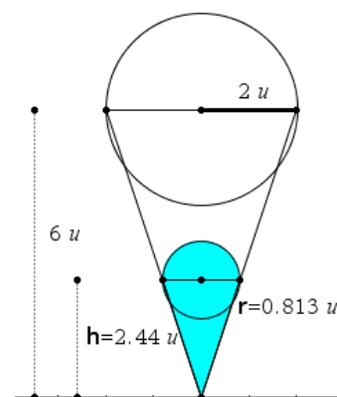
2. PROPÓSITOS

Modelar una situación problema que permita construir la noción de cambio en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la educación media.

Reflexionar respecto al potencial didáctico del programa *TI - Nspire™ Cas* en la modelación de situaciones problema.

3. TALLER

3.1 *Situación Problema:* Si se construye un cono con las siguientes medidas: radio 2 dm y altura 6 dm; y se llena de agua hasta ciertas alturas: 2 dm, 3 dm, 3.1dm; Determine el volumen que tendrá el cono en cada altura. Encuentre una expresión que me permita identificar el volumen de este cono a cualquier altura. Generalice la fórmula para un cono que no tenga radio 2dm y altura 6dm, sino radio a y altura b .



3.2 *Metodología:* Aunque este problema pueda tener éxito al trabajarse desde una enseñanza usual con una tecnología de lápiz, papel y destreza matemática; con el programa *TI - Nspire™ Cas* puede dársele un giro al desarrollo del problema. Mediante la modelación del volumen del cono respecto a su

¹ Orlando Planchart Márquez, UIPR-Ponce. LA MODELACIÓN MATEMÁTICA: ALTERNATIVA DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE PRECÁLCULO, Junio 2005 Volumen 1

altura, se puede manipular algunos objetos, representar el lugar geométrico de dichas variaciones, buscar la función que modela la relación y representar mediante tablas y graficas dicha función.

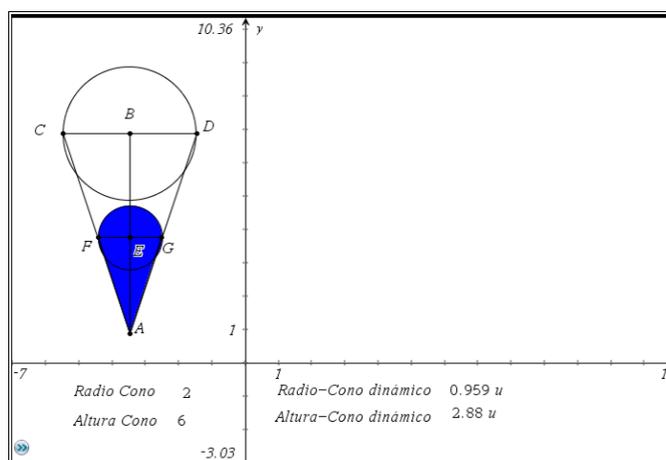
La forma de llevar a cabo dicha situación, estará basado en tres actividades a desarrollar:

Actividad Uno:	Construir el cono y encontrar el radio del círculo que se forma en la superficie a cualquier altura.
Actividad Dos:	Encontrar la grafica que relaciona el área del círculo que se forma en la superficie respecto a la altura.
Actividad Tres:	Encontrar una expresión general que relacione finalmente el volumen del cono que se forma respecto a su altura.

3.3 *Actividad Uno*: Construir el cono y encontrar el radio del círculo que se forma en la superficie a cualquier altura.

Para la construcción del cono realice los siguientes pasos:

- Con la opción TEXTO escriba *Radio Cono* y luego *Altura Cono*
- Con la opción TEXTO digite al frente de cada uno el número 2 y 6.
- Trace una semirrecta, perpendicular al eje x .
- Con la opción TRANSFERENCIA DE MEDIDAS, transfiera sobre la semirrecta el valor 6.
- Haga clic con el botón derecho sobre la semirrecta y ocúltela.
- Con la opción TEXTO, haga clic en cada punto y nombre los puntos A, B
- Trace el SEGMENTO \overline{AB} .
- Por el punto B trace una RECTA PERPENDICULAR al segmento \overline{AB}



- i) Con la opción COMPÁS, haga clic en 2 (valor del radio) y centro B .
- j) Con la opción PUNTOS DE INTERSECCIÓN de la circunferencia y la perpendicular, marque los puntos C y D .
- k) Haga clic derecho sobre la recta perpendicular que pasa por \overline{CD} y ocúltela.
- l) Con la opción TRIANGULO una los puntos A , C y D .
- m) Con la opción PUNTO EN trace un punto E sobre el segmento \overline{AB} .
- n) Por el punto E trace una recta perpendicular al segmento \overline{AB}
- o) Halle los puntos F , G de intersección de la perpendicular con el triangulo ACD .
- p) Oculte la recta perpendicular
- q) Trace una circunferencia con centro en E y radio \overline{EF} .
- r) Trace el triangulo FGB
- s) Haga clic derecho sobre el triangulo FGB y rellénelo de color azul.
- t) Rellene de color azul la última circunferencia cuyo centro es E .
- u) Mueva el punto E .
- v) Con la opción LONGITUD mida el segmento \overline{EF} (radio-cono dinámico) y ubique el resultado al lado derecho de la pantalla.
- w) De la misma forma, halle la longitud del segmento AE (altura-cono dinámico)

Este primer acercamiento al problema, estará basado en encontrar algunos valores que toma el radio de la circunferencia que se forma en la superficie del agua a cualquier altura. Por lo tanto, se espera que mediante la manipulación de puntos y algunas herramientas como graficas y tablas se resuelvan algunas preguntas.

- a) ¿Qué es lo que varía si arrastra el punto E ?

Respuesta: _____

- b) ¿Qué permanece constante si arrastra el punto E ?

Respuesta: _____

- c) ¿Qué valores toma el radio del cono dinámico cuando varía su altura en: 1, 2, 3.5, 5, 5.36, 5.5 y 6?

Altura de la superficie cono dinámico	Radio de la superficie del cono dinámico
1	
2	
3.5	
5	
5.36	
5.5	
6	

Con ayuda de la *TI - Nspire™ Cas*

Haga doble clic sobre el valor de la altura y reemplace con los valores de la tabla.

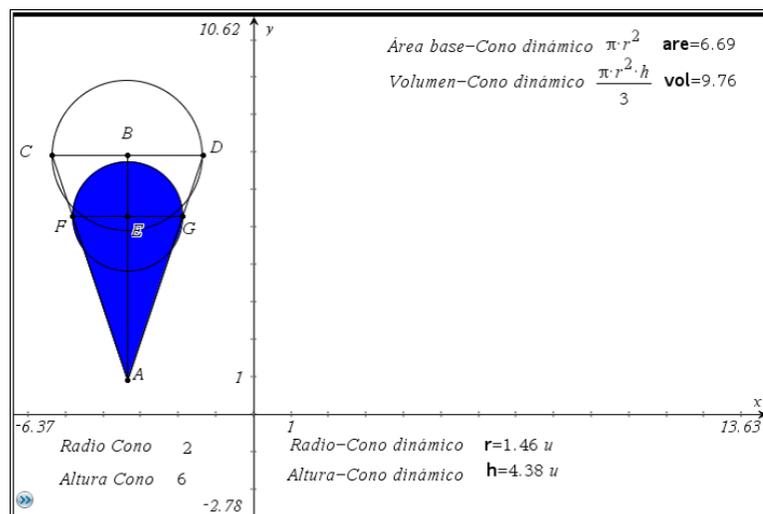
Para almacenar los datos en variables y realizar los cálculos realice los siguiente:

- Haga clic derecho sobre el valor de la Altura del Cono dinámico, seleccione la opción ALMACENAR y cambie las letras **var**, por la letra **h**, luego presione ENTER.
- Halle la longitud del segmento \overline{EF} (Radio-Cono dinámico), ubique el resultado al lado derecho de la pantalla.
- Haga clic derecho sobre el resultado, seleccione la opción ALMACENAR y cambie las letras **var**, por la letra **r**, luego presiones ENTER.

d) Con la opción TEXTO escriba **Área base-Cono dinámico** y al frente escriba πr^2

- Con la opción CALCULAR activada haga clic sobre la fórmula del Área base-Cono dinámico, luego sobre el valor del radio **r**, y finalmente haga clic al frente de la fórmula..

- Con la opción TEXTO escriba **Volumen-Cono dinámico** y luego al frente escriba $(\pi r^2 h)/3$



- g) Con la opción CALCULAR activada haga clic sobre la fórmula del volumen del cono dinámico, luego sobre el valor de la altura, luego sobre el valor del radio, y finalmente haga clic al frente de la fórmula del volumen del cono.
- h) Con el botón derecho del mouse haga clic sobre el resultado numérico del área, active la opción ALMACENAR, cambie las letras **var**, por las letras **are**, luego presiones ENTER.
- i) Con el botón derecho del mouse haga clic sobre el resultado numérico del volumen, active la opción ALMACENAR, cambie las letras **var**, por las letras **vol**, luego presiones ENTER.

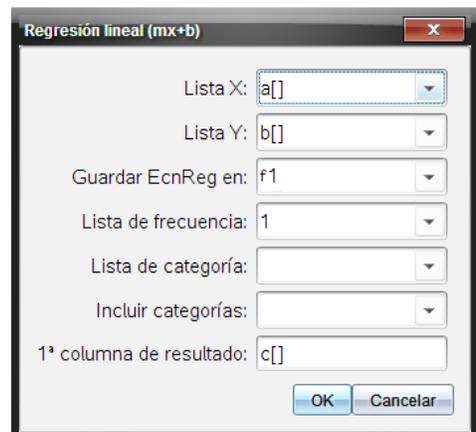
Construcción de la TABLA del radio en relación con la altura

- a) Con la opción INSERTAR active LISTAS Y HOJA DE CÁLCULO.
- b) Ubique el mouse debajo de la letra **A** en la primera columna sombreada, haga clic con el botón derecho y active la opción CAPTURAR DATOS AUTOMÁTICO.
- c) Cambie las letras **var**, por la letra **h**, finalmente presione ENTER.
- d) Ubique el mouse debajo de la letra **B en la** segunda columna sombreada, haga clic con el botón derecho y active la opción CAPTURAR DATOS AUTOMÁTICO.
- e) Cambie las letras **var**, por las letras, **r** finalmente presione ENTER.
- f) Active la ventana de la grafica y mueva el punto **E**, para completar la tabla.
- g) Escriba al pie de la letra **A** primera columna la palabra **altura**.
- h) Escriba al pie de la letra **B** segunda columna la palabra **radio**. Los resultados esperados se muestran a continuación.

	A altura	B radio
	=capturar(=capturar(
1	4.37768	1.45923
2	4.19098	1.39699
3	4.07378	1.35793
4	4.04448	1.34816
5	3.92727	1.30909
6	3.75147	1.25049
7	3.63426	1.21142
8	3.54636	1.18212
9	3.45846	1.15282
10	3.28265	1.09422
11	3.10685	1.03562
12	2.69663	0.898877
13	2.66733	0.88911
14	2.49152	0.830508

	A altura	B radio
	=capturar(=capturar(
1	4.37768	1.45923
2	4.19098	1.39699
3	4.07378	1.35793
4	4.04448	1.34816
5	3.92727	1.30909
6	3.75147	1.25049
7	3.63426	1.21142
8	3.54636	1.18212
9	3.45846	1.15282
10	3.28265	1.09422
11	3.10685	1.03562
12	2.69663	0.898877
13	2.66733	0.88911
14	2.49152	0.830508

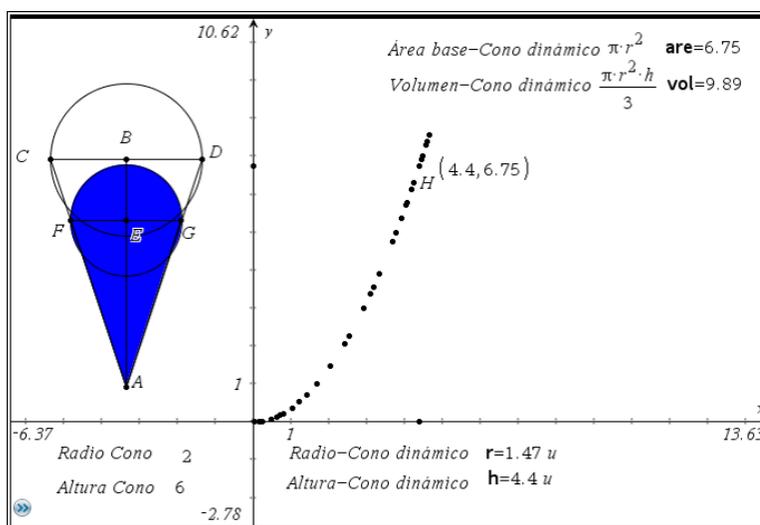
- i) Haga clic sobre la letra **A** primera columna hasta que se coloque de color azul, presione la tecla SHIFT y la flecha movimiento hacia la derecha, para resaltar ambas columnas.
- j) Haga clic sobre el icono cuatro ESTADÍSTICA, active la opción CÁLCULOS ESTADÍSTICOS, luego la opción REGRESIÓN LINEAL (mx+b).
- k) Haga clic la opción Lista X a[] seleccione la variable ALTURA.
- l) Haga clic la opción Lista y B[] seleccione la variable RADIO.
- m) Haga clic en la opción OK. Los resultados esperados se muestran a continuación.



3.4 Actividad Dos: Encontrar la grafica que relaciona el área del círculo que se forma en la superficie respecto a la altura.

Para la construcción de la grafica del área en relación a la altura realice los siguientes pasos:

- Con la opción transferencia de medidas, transfiera el valor de **h** sobre el eje *x*, y el valor del área sobre el eje *y*.
- Trace por estos puntos rectas perpendiculares a los respectivos ejes cartesianos.
- Halle el punto **H** de intersección de las dos rectas perpendiculares.
- Haga clic con el botón derecho del mouse y oculte las rectas perpendiculares.
- Haga clic derecho sobre el punto *H* y active la opción **COORDENADAS Y ECUACIONE**
- Active la opción **TRAZADO GEOMÉTRICO** del icono, haga clic sobre el punto **H** y luego mueva el punto **E**.
- Los resultados esperados se muestran en la siguiente figura.

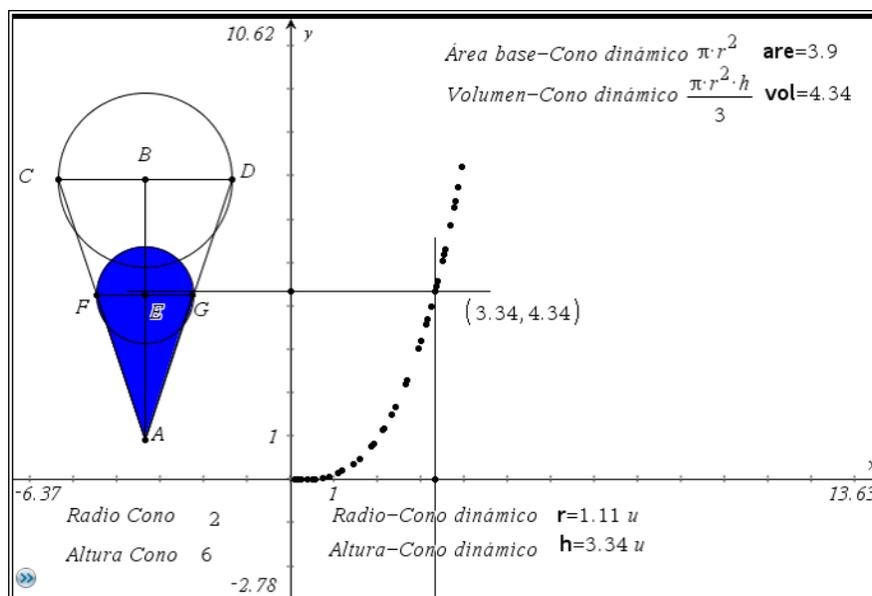


3.5 Actividad Tres: Encontrar una representación grafica, tabular y algebraica que relacione finalmente el volumen del cono que se forma, respecto a su altura.

Altura del cono dinámico	Volumen del cono dinámico
1	
2	
2.5	
3	
3.5	
4	
4.5	
5	
5.36	
5.5	
6	

a) Con ayuda de la *TI - Nspire™ Cas* Complete la tabla:

El procedimiento de construcción de esta grafica y la tabla es similar a los anteriores, ya que solo cambian las medidas que deben transferirse.



Referencias bibliográficas

- Brousseau, Guy. (1986). "Teoría de situaciones didácticas". Grupal Logística y Distribución. ISBN9875990353, 9789875990357. Paris. 304 p.
- Carretero, Mario. (1997). "Desarrollo cognitivo y aprendizaje. Constructivismo y educación". México: Editorial Progreso. p. 39-71.
- Castiblanco Paiba, Ana Celia; (2002). "Pensamiento variacional y tecnología computacional". Bogotá: Ministerio de Educación Nacional,. Serie documentos.
- Grisales, A. Orozco, J. (2010). "Juega y Construye la Matemática. Aportes y reflexiones". Colegios Maristas. Provincia Norandina – Colombia. Material fotocopiado. 150 p.
- Santos Trigo, Luz Manuel. (2007). "La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos". México: Editorial Trillas.
- Planchart Orlando, (2005) La Modelación Matemática: Alternativa Didáctica de la Enseñanza de Pre-Cálculo. UIPR-PONCE. Volumen 1.

Volver al índice
Talleres