

# 2

Daysi Julissa García-Cuellar  
Jesús Victoria Flores Salazar

## **APROXIMAÇÃO INSTRUMENTAL: SUA ORIGEM E SEU DESENVOLVIMENTO NO PERU**

DOI: 10.31560/pimentacultural/2020.472.45-66

## INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a Educação Matemática no Peru tem se desenvolvido com diversas pesquisas usando diferentes abordagens teóricas, uma delas é a Aproximação Instrumental.

Neste sentido, Artigue (2011) apresenta o desenvolvimento e contribuições da Aproximação Instrumental para a Educação Matemática como teoria necessária, quando se interage com tecnologias digitais. Explica que, no início dos anos 90, participou de um projeto da *Direção de Tecnologia* do Ministério de Educação da França. Esse projeto envolveu estar a cargo de um grupo de especialistas que pesquisavam o uso de calculadoras e *Computer Assistant System* - CAS no ensino e aprendizagem de matemática no Ensino Médio.

A pesquisadora destaca que, a partir do contraste entre o discurso dos especialistas sobre o potencial dos CAS com o que realmente foi observado nas aulas, surgiram perguntas sobre o verdadeiro potencial das tecnologias em ensino e aprendizagem de matemática, e que esta foi a primeira semente do que depois seria a Aproximação Instrumental. Da mesma forma, no projeto que sucedeu esse primeiro, e no qual Michele Artigue trabalhou com a calculadora simbólica T1-92, investigou-se acerca dos conceitos e técnicas menos centradas no estudante e mais orientadas para a dimensão instrumental dos processos de aprendizagem. Neste contexto em que a autora e sua equipe de pesquisadores conectaram a Teoria Antropológica do didático - TAD com a perspectiva instrumental da Ergonomia Cognitiva de Rabardel e Vérillon, e desta conexão entre ambos aspectos teóricos da Educação Matemática e da Ergonomia Cognitiva nasceu a Aproximação Instrumental. Um esquema que sintetiza esta afirmação se apresenta na Figura 1.

Figura 1 - Aproximação Instrumental

Teoria  
Antropológica  
do Didático



Perspectiva  
Instrumental



**Aproximação  
Instrumental**

Fonte: Elaborada pelos autores.

Assim, por parte da TAD estabeleceu-se um marco conceitual que permite enfrentar as necessidades teóricas para realizar uma análise integral dos processos de aprendizagem, que inclui o papel que têm as técnicas nas práticas humanas e o desenvolvimento conceitual que emerge delas. Também, por outro lado, a perspectiva instrumental da ergonomia cognitiva é uma ferramenta teórica que permite investigar o papel que as tecnologias digitais desempenham nos processos de aprendizagem, além de compreender os processos de apropriação da tecnologia digital por parte dos estudantes.

Nesse sentido, Artigue (2011) destaca que a união da TAD com a perspectiva instrumental da ergonomia cognitiva resultou muito produtiva, pois ao realizar uma experiência com estudantes do Ensino Médio que utilizaram a calculadora T1-92 para resolver uma tarefa sobre funções, na qual realizou uma análise a partir da Aproximação Instrumental, conseguiu “compreender melhor as causas dos efeitos limitados dos esforços institucionais realizados e como puderam

provocar mudanças significativas no futuro” (ARTIGUE, 2011, p. 21, tradução nossa). Isto porque identificou o valor epistêmico e pragmático das técnicas quando se interage com tecnologia digital.

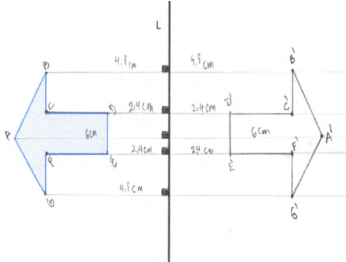
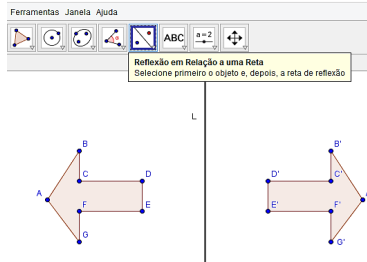
Entendemos por valor epistêmico aquele que permite que o estudante compreenda a matemática que se mobiliza quando resolve uma tarefa, enquanto o valor pragmático está diretamente relacionado com a mediação da tecnologia digital para resolvê-la. Significa que está relacionado com o potencial que ela tem para ajudar a compreender os objetos envolvidos. Nas palavras de Artigue (2011, p. 21, tradução nossa),

As tecnologias digitais perturbam os equilíbrios tradicionais entre o valor epistêmico e pragmático das técnicas, equilíbrios que se estabeleceram progressivamente no limite da história, em uma cultura de lápis e papel, embora os cálculos tenham estado durante todo o tempo instrumentados por diversas ferramentas: ábacos, tabelas numéricas, ferramentas gráficas, etc. Os sistemas educacionais encontram dificuldades evidentes para reagir de maneira apropriada a essas perturbações. Contudo, estas dificuldades não são independentes da maneira em que, geralmente, esses sistemas tendem a se adaptar às evoluções tecnológicas apenas vendo a tecnologia como um coadjuvante pedagógico ou didático.

Do excerto acima é possível afirmar que as técnicas são diferentes para resolver uma tarefa com tecnologia digital do que para resolvê-la com lápis e papel. Nesse sentido, Artigue (2011) manifestou, em suas pesquisas iniciais com Aproximação Instrumental, a importância das técnicas instrumentadas nas aulas de matemática, visto que essas técnicas são diferentes daquelas com lápis e papel. Destacou que havia predisposição orientada para o valor pragmático das técnicas instrumentadas, mas o que dá legitimidade educacional a uma técnica não é apenas seu valor pragmático, também é seu valor epistêmico, por meio do qual se busca uma integração que permita equilíbrio entre esses dois valores das técnicas instrumentadas associadas a uma tarefa.

O exemplo apresentado na tabela 1, onde a tarefa é traçar a simetria de uma figura dada, duas técnicas são apresentadas, uma com lápis, papel e régua; e a outra com o uso do GeoGebra. Na técnica com lápis, papel e régua é possível observar alguns conhecimentos mobilizados, como perpendicularidade, equidistância, paralelismo, e inclusive que se reconheça e trace cada ponto simétrico dos vértices do polígono original. Significa que podemos reconhecer o valor epistêmico desta técnica. Porém, na técnica realizada com o GeoGebra isto não pode ser evidenciado, porque a tarefa foi realizada apenas com a ferramenta *simetria axial* (*Reflexão em relação a uma reta*), e não se observa seu valor epistêmico, mas o valor pragmático da técnica com o GeoGebra, porque é mais econômica em relação aos passos ou procedimentos com lápis, papel e régua.

**Tabela 1 - Técnicas para traçar a simetria de uma figura**

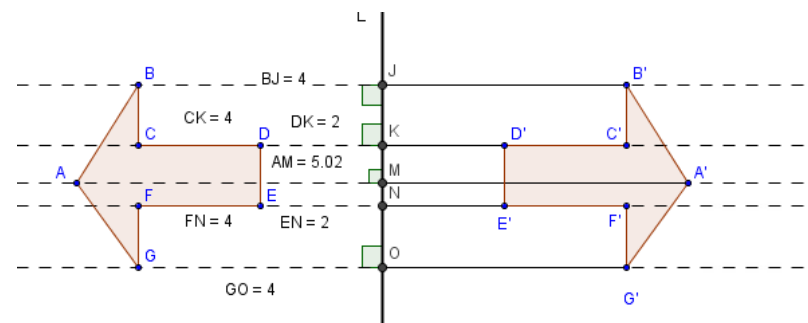
Técnica com lápis, papel e régua	Técnica com GeoGebra
	
<p>Traçam-se retas auxiliares perpendiculares ao eixo de simetria (reta L) que passem por cada um dos pontos da figura (polígono ABCDEFG). Logo, traçam-se os pontos equidistantes ao eixo de simetria e aos pontos A, B, C, D, E, F e G. Finalmente, traça-se a simetria da figura (polígono A'B'C'D'E'F'G').</p>	<p>Com a ferramenta <i>reflexão em relação a uma reta</i>, clica-se no polígono ABCDEFG; logo, clica-se no eixo de simetria (reta L) e cria-se o polígono simétrico A'B'C'D'E'F'G'.</p>

Fonte: Elaborada pelos autores.

É importante destacar que, atualmente, a tendência na área da Educação Matemática é perceber a tecnologia digital como um meio para a construção e/ou mobilização de conceitos matemáticos, o que realça o valor epistêmico das técnicas, sem deixar de lado seu valor pragmático.

Nesse sentido, a Figura 2 mostra uma segunda técnica realizada com o GeoGebra, em que a ferramenta *simetria axial* (*Reflexão em relação a uma reta*) estava em oculto da barra de ferramentas do referido software. Ao solucionar a tarefa (traçar a simetria de uma figura dada), traçam-se retas perpendiculares ao eixo de simetria (reta L) que passem por cada um dos vértices do polígono ABCDEFG. Logo, com a ferramenta *ponto de intersecção*, traçam-se os pontos J, K, M, N e O. Posteriormente, mede-se a distância que existe entre o ponto B e o ponto J, dando uma medida de 4 cm, permitindo traçar o ponto B' medindo 4 cm a partir de J, sobre a reta que contém o segmento BJ. Este último procedimento é realizado para cada um dos vértices do polígono (pontos A, B, C, D, E, F e G). Finalmente, traça-se a simetria da figura (polígono A'B'C'D'E'F'G'). Esta técnica instrumentada permite evidenciar seu valor epistêmico porque se mobilizam retas perpendiculares, ângulos retos, equidistância, segmentos, entre outras noções matemáticas; também seu valor pragmático, pois medidas como 5.02 cm (medida de AM) seriam difíceis de realizar com lápis, papel e régua, o que significa que permite medições com maior exatidão.

**Figura 2 - Técnica realizada com o GeoGebra com a ferramenta *reflexão em relação a uma reta em oculto***



Fonte: Elaborada pelos autores.

A seguir, explicamos alguns elementos importantes da Aproximação Instrumental, o que permitirá compreender essa abordagem teórica.

## APROXIMAÇÃO INSTRUMENTAL

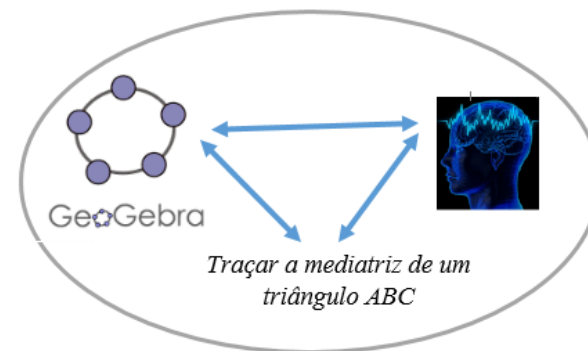
A Aproximação Instrumental (AI) permite evidenciar os valores epistêmicos e pragmáticos nos processos de ensino e aprendizagem de matemática mediada pela tecnologia digital.

As noções-chave da Aproximação Instrumental são as seguintes:  
*Esquema* - É uma organização invariável da conduta do sujeito para uma classe determinada de tarefa.  
*Artefato* - Sustenta a atividade do sujeito na execução de uma de tarefa, e pode ser material ou simbólico.  
*Instrumento* - É o que um sujeito constrói a partir de sua interação com um artefato, por isso é uma entidade mista, por agregar um artefato, que pode ser material ou não, e esquemas de utilização construídos pelo sujeito durante sua interação com o artefato.

Assim, de acordo com Rabardel (1995), a perspectiva Instrumental estuda a diferença que existe entre artefato, instrumento e os processos que desenvolvem a transformação progressiva do artefato em instrumento, transformação que se denominou processo da Gênese Instrumental.

O pesquisador sustenta que o instrumento não existe em si, mas que é o resultado de associar o artefato com a ação do sujeito, e aponta que o artefato passará ao estado de instrumento quando o sujeito desenvolver esquemas de utilização correspondentes. Por exemplo, na Figura 3 pede-se para resolver a tarefa: *Traçar a mediatriz de um triângulo ABC*. Nesse exemplo concreto, o artefato será o GeoGebra, e o aluno ou usuário utilizará suas ferramentas para resolver a tarefa. Isso implica que ele gerará esquemas de utilização que ficarão evidentes em suas ações.

**Figura 3 - O instrumento como parte artefato e esquemas de utilização para uma tarefa**



Fonte: Adaptado de Drijvers e Gravemeijer (2005, p. 166).

A Gênese Instrumental consta de duas dimensões: a instrumentalização e a instrumentação.



Os processos de instrumentalização estão direcionados para o artefato: seleção, agrupamento, produção e instituição de funções, usos desviados, atribuições de propriedades, transformações do artefato, de sua estrutura, de seu funcionamento, etc. [...] os processos de Instrumentação estão relacionados com o sujeito: com a emergência e evolução dos esquemas sociais de utilização e de ação instrumentada: sua constituição, sua evolução por acomodação, coordenação e assimilação recíproca, a assimilação de artefatos novos aos esquemas já constituídos, etc. (RABARDEL, 1995, p. 215, tradução nossa).

Segundo as afirmações anteriores, as duas dimensões da Gênese Instrumental dependem de sua orientação:

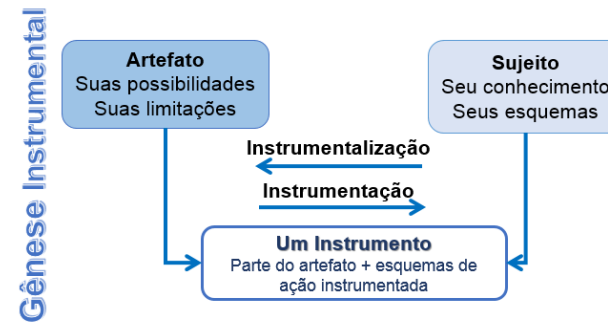
A *instrumentalização* está direcionada para a parte artefato do instrumento, e consta do enriquecimento das propriedades do artefato por parte do sujeito. Significa que é o resultado da atribuição de uma função ao artefato por parte do sujeito. Este processo fundamenta-se nas características e propriedades intrínsecas do artefato. As referidas propriedades constituem, para o sujeito, uma propriedade permanente de artefato. Já a função adquirida é uma propriedade extrínseca, que é atribuída pelo sujeito para que o artefato possa ser constitutivo de um instrumento. O autor distingue dois níveis de instrumentalização por atribuição de função a um artefato.

Em um primeiro nível, a instrumentalização é local, relacionada com uma ação singular e com circunstâncias de seu desenvolvimento. O artefato é instrumentalizado momentaneamente [...] em um segundo nível, a função adquirida se conserva de maneira durável como propriedade do artefato em relação a uma classe de ações, de objetos da atividade e de situações. A instrumentalização é durável ou permanente (RABARDEL, 1995, p. 217, tradução nossa).

A *instrumentação* está direcionada para o sujeito. Refere-se à construção de esquemas de uso por parte do sujeito, relativos à execução de certas tarefas. Nesse processo realiza-se a assimilação de novos artefatos aos esquemas, e a acomodação dos esquemas para dar novos significados aos artefatos.

Nas duas fases da Gênese Instrumental mostradas na Figura 4, a instrumentalização está direcionada para a parte artefato do instrumento; e a instrumentação, para a parte de formação de esquemas por parte do sujeito em uma classe determinada de tarefas dadas.

Figura 4 - Gênese Instrumental



Fonte: Adaptado de Trouche (2004).

Nesse sentido, Bellemain e Trouche (2016) sustentam que essas duas fases não são independentes uma da outra, mas são entrelaçadas. Contudo, para distingui-las na análise de uma tarefa, pode-se focalizar, por um lado, o estudante (Em que medida a integração de um novo artefato modifica a forma de sua atividade?); e por outro, o artefato (Em que medida ele contribui como pista para a atividade do estudante, para seu poder criativo?).

Outra perspectiva é trazida por Drijvers *et al.* (2013), quando apresentam a Aproximação Instrumental em termos de três dialéticas: a *dialética artefato-instrumento*, que descreve o processo de um artefato que se converte em um instrumento nas mãos de um usuário, o que se conhece como *gênese instrumental*. A *dialética instrumentação-instrumentalização*, que se refere à relação entre o artefato e o usuário, pode ser aplicada para mostrar como o conhecimento de um estudante dirige o uso de um artefato (*instrumentalização*), e como uma ferramenta

pode moldar e afetar o pensamento e as ações de um estudante (instrumentação). Finalmente, a *dialética esquema-técnica* refere-se às “[...] relações entre pensamento e gesto (ações)” (DRIJVERS *et al.*, 2013, p. 26, tradução nossa). A partir de uma perspectiva prática, as técnicas podem ser vistas como “a parte observável do trabalho dos estudantes para resolver um tipo de tarefas dadas (significa um conjunto de gestos organizados) e esquemas, como os fundamentos cognitivos destas técnicas que não são diretamente observáveis” (DRIJVERS *et al.*, 2013, p. 27, tradução nossa).

## NOÇÃO DE ESQUEMA NA APROXIMAÇÃO INSTRUMENTAL

Rabardel (2011), a partir dessa noção de esquema de Vergnaud<sup>7</sup> (1996), define os *esquemas de utilização - EU* como o conjunto estruturado das características generalizáveis da ação que permitem repeti-la ou aplicá-la em novos contextos. Esses esquemas, por sua vez, podem ser classificados em *esquemas de uso* (direcionados a tarefas secundárias); *esquemas de ação instrumentada - EAI* (direcionados à tarefa principal ou primária); e *esquemas de ação coletiva instrumentada - EAIC* (quando o coletivo compartilha o mesmo instrumento ou trabalha com a mesma classe de instrumento, buscando alcançar uma meta em comum).

Acerca dos esquemas de uso e de ação instrumentada, Rabardel (2011) considera que um mesmo esquema pode ter diferente status, significando que pode ser esquema de uso ou de ação instrumentada. Isto não se refere a uma propriedade do esquema em si mesmo,

7 Para Vergnaud (1996), um esquema é uma organização invariável da atividade para uma classe de situação dada. Está formado necessariamente por quatro componentes: Um objetivo, subobjetivo e antecipações; *Regras de ação*, formada de informações e controle; *Invariáveis operatórias* (conceitos em ação e teoremas em ação); e *Possibilidades de inferência* em uma situação.

mas ao seu status dentro da tarefa realizada pelo sujeito (sua relação com uma tarefa principal ou secundária). Portanto, segundo o objetivo da tarefa, é possível reconhecer o status do esquema, como de uso ou de ação instrumentada.

Com relação às técnicas instrumentadas, Trouche (2005) e Andersen (2006) explicam que elas são a parte observável de um esquema de ação instrumentada. Significa que um esquema de utilização inclui técnicas e conceitos para usar um artefato em uma classe específica de tarefas. Isto porque uma técnica instrumentada, ao incluir elementos conceituais, permitiria refletir o esquema ação instrumentada.

## APROXIMAÇÃO INSTRUMENTAL: UM EXEMPLO

O exemplo que se apresenta é uma experiência realizada com estudantes de 12 ou 13 anos de idade, em uma sala de informática em uma escola particular de Lima - Peru. A sequência de tarefas foi realizada em dois encontros em que se aplicaram três tipos: a tarefa N° 0, que teve a finalidade de familiarizar os estudantes com algumas ferramentas do GeoGebra, que permitiram o desenvolvimento das tarefas N°1 e N°2; a tarefa N° 1, que foi centrada no desenvolvimento de esquemas de utilização da simetria axial; e finalmente propusemos a tarefa N° 2, em que se buscou que os estudantes pusessem em ação seus esquemas de utilização sobre o artefato simbólico de simetria axial. Essa organização pode ser observada na tabela 2.

**Tabela 2 - Descrição dos encontros de aplicação das tarefas**

<i>Tarefas</i>	<i>Encontro</i>	<i>Conteúdo</i>
<i>Tarefas N° 0</i>	<i>I</i>	<i>Introdução ao GeoGebra</i>
<i>Tarefas N° 1 (A, B, C, D e E)</i>	<i>I y II</i>	<i>Simetria Axial</i>
<i>Tarefas N° 2 (A, B e C)</i>	<i>II</i>	<i>Aplicações</i>

Fonte: García-Cuéllar (2014).

A seguir estão apresentadas as análises *a priori* e *a posteriori* da tarefa 1C, que foi elaborada e colocada na pesquisa de García-Cuéllar (2014). Na análise *a posteriori* da tarefa 1C são mostradas as ações e processos realizados por uma estudante que chamamos Marcia.

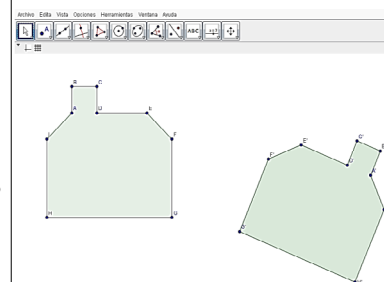
É importante destacar que as tarefas 1A e 1B foram tratadas e discutidas no artigo de García-Cuéllar e Salazar (2017); e as tarefas 1C, 1D, 2A e 2C, no artigo de García-Cuéllar e Salazar (2019).

## TAREFA 1 C

Na Figura 5 é apresentado o enunciado da tarefa 1C da sequência realizada na experiência.

**Figura 5 - Enunciado da Tarefa 1C**

Abra o arquivo *tarea1\_C.ggb*. Utilizando a ferramenta ponto médio, trace os pontos médios dos segmentos  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ ,  $EE'$ ,  $FF'$ ,  $GG'$ ,  $HH'$  e  $II'$ . Com a ferramenta reta, trace a reta que passa pelos pontos médios marcados anteriormente. Anote suas observações. Trace o segmento  $AA'$  e meça um ângulo que se formará entre a intersecção do segmento e a reta. Quanto mede o ângulo? Trace  $BB'$  e meça um ângulo que se formará entre a intersecção do segmento e a reta. Quanto mede o ângulo? O que você pode concluir a respeito dos ângulos que se formam entre a intersecção da reta e os segmentos traçados? Justifique.



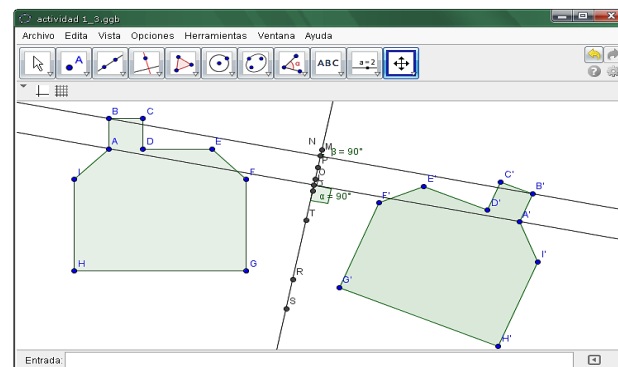
Fonte: García-Cuéllar (2014).

A tarefa tem como finalidade traçar o eixo de simetria não vertical, ou seja, com inclinação e sem quadrículas, pois na tarefa 1A e 1B foi trabalhado com o eixo de simetria vertical. *A priori*, esperava-se que os estudantes escolhessem a ferramenta ponto médio e traçassem os pontos médios dos segmentos  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ ,  $EE'$ ,  $FF'$ ,  $GG'$ ,  $HH'$  e  $II'$ . Logo, traçassem a reta que passa pelos pontos médios marcados anteriormente. Finalmente, que medissem os ângulos que se formam entre a intersecção da reta e os segmentos traçados, e reconhecessem que são ângulos retos.

Para dar solução à tarefa, os possíveis esquemas de uso que os estudantes mobilizariam são: reta, segmentos, ponto médio, ângulos e perpendicularidade. Ainda, o possível esquema de ação instrumentada seria a noção de eixo de simetria como mediatriz dos segmentos  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ ,  $EE'$ ,  $FF'$ ,  $GG'$ ,  $HH'$  e  $II'$ .

*A posteriori*, a estudante Marcia usou a ferramenta ponto médio do GeoGebra e traçou os pontos médios dos segmentos  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ ,  $EE'$ ,  $FF'$ ,  $GG'$ ,  $HH'$  e  $II'$ ; e depois, utilizando a ferramenta reta que passa por dois pontos, traçou a reta que contém todos os pontos médios. Além disso, fazendo uso da ferramenta reta que passa por dois pontos, traçou as retas que passam pelos pontos  $A$  e  $A'$ , também a reta que passa por  $B$  e  $B'$ . Posteriormente, ela usou a ferramenta ângulo para medir os ângulos formados na intersecção das retas que contêm os segmentos  $AA'$  e  $BB'$  com a reta que contém os pontos médios, tal como se mostra na Figura 6.

Figura 6 – Solução de Marcia na Tarefa 1C



Fonte: García-Cuéllar (2014).

A Figura 7 (a) mostra que Marcia conseguiu identificar que a reta que traçou contém todos os pontos médios de ambos polígonos. Da mesma forma, conseguiu perceber que, na intersecção dos segmentos com a reta, se formam ângulos retos, tal como menciona na Figura 7 (b), que demonstra um recorte de sua ficha de trabalho.

Figura 7 - Resposta de Marcia na Tarefa 1C

<p>Abre el archivo actividad_1_3.ggb. Utilizando la herramienta punto medio, traza los puntos medios de los segmentos AA', BB', CC', DD', EE', FF', GG', HH' e II'. Con la herramienta recta, traza la recta que pasa por los puntos medios marcados anteriormente. Anota tus observaciones.</p> <p><i>todos los puntos se unen a través de una recta.</i></p>	<p>Traza el segmento AA' y mide un ángulo que se forma entre la intersección del segmento y la recta. ¿Cuánto mide el ángulo? <u>90°</u>. Traza BB' y mide un ángulo que se forma entre la intersección del segmento y la recta. ¿Cuánto mide el ángulo? <u>90°</u>. ¿qué puedes concluir con respecto a los ángulos que se forman entre la intersección de la recta y los segmentos trazados? justifica. <u>que nunca varía su medida y a través de una recta se puede originar ángulos.</u></p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(a)

(b)

Fonte: García-Cuéllar (2014).

Pela análise *a priori*, Marcia conseguiu o previsto para a Tarefa. Em outras palavras, as ações de Marcia indicam seus possíveis esquemas de uso, como ângulo, reta, ponto médio e mediatriz. Assim, poderíamos indicar que gerou o esquema de ação instrumentada *eixo de simetria como mediatriz*.

Nesse breve exemplo, em que Marcia desenvolveu uma técnica instrumentada, ao solucionar a Tarefa em um ambiente tecnológico, verificamos como o GeoGebra, permite identificar o valor pragmático e epistêmico dessa técnica<sup>8</sup>. O valor pragmático é reconhecido quando se traçam retas e pontos médios com as ferramentas próprias do GeoGebra, sem necessidade de usar uma régua e, portanto, sem fazer medições que poderiam não ser exatas com o uso da régua, é o potencial que a tecnologia tem para fazer o mesmo que faríamos sem ela, de forma mais eficaz ou eficiente. Já sobre o valor epistêmico, podemos afirmar que, ao gerar o esquema de ação instrumentada *eixo de simetria como mediatriz*, esse novo conhecimento foi concebido a partir de compreender objetos envolvidos, como ponto médio, reta, ângulo reto, equidistância, entre outros. Dito de outro modo, o valor epistêmico da técnica instrumentada está relacionado com o potencial que ela tem para ajudar a compreender objetos envolvidos.

Por outro lado, Balacheff (2000) indica que os valores pragmático e epistêmico das técnicas, muitas vezes, estão entrelaçados e não é possível separá-los, pois estão restritos e condicionados pelas limitações que a tecnologia tenha, e que podem afetar o domínio de validade epistêmico ao fazer a transposição informática dos objetos matemáticos envolvidos. Portanto, podemos perceber que o GeoGebra é uma tecnologia com grande potencial para o ensino, porque favorece a identificação dos valores epistêmico e pragmático da técnica.

O exemplo da tarefa 1C permite identificar que a estudante Marcia desenvolveu as fases de Instrumentalização e Instrumentação da Gênese Instrumental. Isto porque, em um primeiro momento, desenvolveu esquemas de uso das ferramentas do GeoGebra para poder solucionar a tarefa proposta, porque mobilizou seus esquemas de uso, como as noções de ponto médio, reta, ângulo reto, segmento,

<sup>8</sup> Para Chevallard (1992), uma técnica é uma forma de fazer ou de solucionar uma tarefa. Para Drijvers e Gravemeijer (2005), uma técnica que se realiza em um ambiente tecnológico é chamada *técnica instrumentada*.



entre outros; que permitiram gerar o esquema de ação instrumentada *eixo de simetria como mediatriz*, ou seja, a Gênese Instrumental relacionada com a tarefa proposta ocorreu em Marcia.

## INVESTIGAÇÕES NO PERU COM AI

A partir do estudo realizado por García-Cuéllar, Almouloud e Salazar (2019), foram identificadas pesquisas no período de 2013 a 2017 no Brasil e no Peru, que usaram como referencial teórico a Aproximação Instrumental - AI. Centramos-nos naquelas realizadas no Peru no período de 2013 a 2019, especificamente pelo *Grupo de Investigación de Tecnologías y Visualización en Educación Matemática* (TecVEM – Grupo de Pesquisa de Tecnologias e Visualização em Educação Matemática) e por estudantes de mestrado em ensino de matemática da *Pontificia Universidad Católica del Perú* (Pontifícia Universidade Católica do Peru). Abaixo, a tabela 3 esquematiza as pesquisas anteriormente mencionadas.

**Tabela 3 – Pesquisas do grupo TecVEM com AI**

<i>Autor</i>	<i>Año</i>	<i>Asesor(a)</i>
<i>Chumpitaz, L.</i>	<i>2013</i>	<i>Dra. Jesús Flores Salazar</i>
<i>García-Cuéllar, D.</i>	<i>2014</i>	<i>Dra. Jesús Flores Salazar</i>
<i>León, J.</i>	<i>2014</i>	<i>Mg. Miguel Gonzaga</i>
<i>Silva, M.</i>	<i>2017</i>	<i>Dra. Jesús Flores Salazar</i>
<i>Batallanos, J.</i>	<i>2018</i>	<i>Dra. Jesús Flores Salazar</i>
<i>López, P.</i>	<i>2019</i>	<i>Mg. Mihály Martínez-Miraval</i>

Fonte: Elaborada pelos autores.

A tabela 4 apresenta os artefatos de estudo em cada uma das pesquisas, além das fases da Gênese Instrumental nas quais se enfatizaram.

**Tabela 4 - Artefatos e fases da Gênese Instrumental nas pesquisas**

<i>Autor</i>	<i>Artefatos</i>	<i>Fases da Gênese Instrumental</i>
<i>Chumpitaz, L. (2013)</i>	<i>Função por seção</i>	<i>Instrumentalização</i>
<i>García-Cuéllar, D. (2014)</i>	<i>Simetria axial</i>	<i>Instrumentação</i>
<i>León, J. (2014)</i>	<i>Elipse</i>	<i>Instrumentalização</i>
<i>Silva, M. (2017)</i>	<i>Circuncentro</i>	<i>Instrumentalização e instrumentação</i>
<i>Batallanos, J. (2018)</i>	<i>Volume do octaedro regular</i>	<i>Instrumentalização e instrumentação</i>
<i>López, P. (2019)</i>	<i>Hiperboloide</i>	<i>Instrumentalização e instrumentação</i>

Fonte: Elaborada pelos autores.

Como é possível inferir, nas pesquisas mostradas na tabela 4 estão enfatizados os artefatos simbólicos. Em outras palavras, os objetos matemáticos foram os artefatos e, assim que passaram pelo processo da Gênese Instrumental, converteram-se em instrumentos para os estudantes das diferentes experiências de estudo. É importante mencionar que as pesquisas de Chumpitaz (2013), García-Cuéllar (2014) e León (2014) abordaram apenas uma das fases da Gênese Instrumental (Instrumentalização ou Instrumentação), e como indicaram Bellemain e Trouche (2016), estas fases da Gênese Instrumental podem ser destacadas para a análise da pesquisa.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento da Aproximação Instrumental, em termos de Artigue (2002), alcançou avanço nas pesquisas em Educação Matemática acerca do uso de tecnologias digitais (calculadoras CAS; folhas de cálculo; Software, como o GeoGebra; entre outras),

pois permitiu reconhecer os valores pragmáticos e epistêmicos das técnicas instrumentadas. Contudo, podemos afirmar que as tarefas também desempenham papel importante, pois a ativação de certas técnicas e conhecimento depende delas, e por isso não devem ser simples adaptações do que se realiza com lápis e papel. As tarefas que envolvem tecnologias devem permitir equilíbrio entre os valores epistêmico e pragmático das técnicas instrumentadas desenvolvidas pelos estudantes.

Diferentemente de outras realidades, especificamente da Europa, onde surgiu a Aproximação Instrumental, em países de América Latina, como Brasil e Peru, as pesquisas têm se centrado em artefatos simbólicos. Significa afirmar que se utilizou o mesmo objeto matemático como artefato que, mediante o processo da Gênese Instrumental, transforma-se em Instrumento para o sujeito.

Os avanços atuais da Aproximação Instrumental manifestam-se nas pesquisas sobre a Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2004), que enfatiza a atuação docente para gerar a Gênese Instrumental de seus estudantes. Trouche (2018) dá um panorama de trabalho de pesquisa com os materiais e recursos dos docentes chamado Gênese Documental ou Aproximação Documental. No caso da América Latina, especificamente no Peru, estão sendo realizadas pesquisas que englobam aspectos de Orquestração Instrumental e espera-se realizar estudos sobre a Aproximação Documental.

## REFERÊNCIAS

ANDERSEN, M. Instrumented in tool-and object perspectives. In: C. Hoyles, J. Lagrange, L. H. Son, &N. Sinclair (Eds.), *Proceedings of the Seventeenth ICMI Study Conference "Technology Revisited"*, University of Hanoi, 2006, 19-26. Disponível em: [http://ims.mii.lt/ims/konferenciju\\_medziaga/TechnologyRevisited/c63.pdf](http://ims.mii.lt/ims/konferenciju_medziaga/TechnologyRevisited/c63.pdf).

ARTIGUE, M. Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2002, 7, 245-274. Recuperado de: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1022103903080#citeas>

ARTIGUE, M. Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 2011, 6(8), 13-33. Disponível em: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6948>.

BALACHEFF, N. Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. En GORGORIO, M.; DEULOFEU, J. (Eds.). *Matemáticas y educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional*, 70–88. 2000. Barcelona: Editorial Grao.

BATALLANOS, J. *Génesis instrumental de la medida del volumen del octaedro regular mediada con Cabri 3D en estudiantes del cuarto grado de secundaria* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú, 2018. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.12404/12143>

BELLEMAIN, F. B.; Trouche, L. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. *I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática*, Nov. 2016. Bonito, Brasil. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01560233>

CHEVALLARD, Y. A Theoretical Approach to Curricula. *Journal für Mathematikdidaktik*, 1992, 13, 2/3, pp. 215-230.

CHUMPITAZ, L. *La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediado por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.12404/4514>

DRIJVERS, P.; GRAVEMEIJER, K. Computer Algebra as an Instrument: Examples of Algebraic Schemes. In: Guin D., Ruthven K., Trouche L. (eds) *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators. Mathematics Education Library*, vol 36. Springer, Boston, MA, 2005.

DRIJVERS, P.; GODINO, J. D.; FONT, V.; TROUCHE, L. One episode, two lenses: A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 2013, 82(1), 23–49.

GARCÍA-CUÉLLAR, D. Simetría axial mediada por el GeoGebra: un estudio con estudiantes de primer grado de educación secundaria (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, 2014. doi: 10.13140/RG.2.2.13450.47048

GARCÍA-CUÉLLAR, D.; SALAZAR, J.V.F. Un estudio de la instrumentación de la noción de simetría axial por medio del uso del Geogebra. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 2017, v.6, 68-82. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/28906>

GARCÍA-CUÉLLAR, D.; SALAZAR, J.V.F. Estudio de la génesis instrumental del artefacto simbólico simetría axial. *Tangram: Revista em educação matemática*, 2019, 2(3), 28-48. Doi: 10.30612/tangram.v2i3.9068

GARCÍA-CUÉLLAR, D.; ALMOULOU, S.A.; SALAZAR, J.V.F. Abordagem instrumental: uma revisão da literatura no Peru e no Brasil dos anos 2013 a 2017. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 2019, 32(2), 742-752. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/334046152\\_](https://www.researchgate.net/publication/334046152_)

LEÓN, J. *Estudio de los procesos de instrumentalización de la elipse mediado por el GeoGebra en alumnos de arquitectura y administración de proyectos* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.12404/5652>

LÓPEZ, P. *Génesis instrumental del hiperboloide en estudiantes de arquitectura mediada con el GeoGebra* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú, 2019. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.12404/13406>

RABARDEL, P. *Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand colin, 1995.

RABARDEL, P. *Los hombres y las tecnologías: Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. (Trad. por M. Acosta) Colombia: Universidad Industrial de Santander, 2011.

SILVA, M. *Génesis instrumental del circuncentro con el uso del Geogebra en estudiantes de nivel secundario* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú, 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.12404/8727>

TROUCHE, L. Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2004, 9: 281–307.

TROUCHE, L. An Instrumental Approach to Mathematics Learning in Symbolic Calculator Environments. *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators Turning a Computational Device into a Mathematical Instrument*. Guin, Dominique, Ruthven, Kenneth, Trouche, Luc (Eds.), 2005, 83-112.

TROUCHE, L. Comprender el trabajo de los docentes a través de su interacción con los recursos de su enseñanza – una historia de trayectorias. *Revista Educación Matemática*, 2018, 30(3), 9-40. doi: 10.24844/EM3003

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceptuais. En Jean Brun (org), *Didáctica das matemáticas*, pp. 155-189. Lisboa: Horizontes pedagógicos, 1996.