

3

Maria Ivete Basniak
Everton José Goldoni Estevam

LA GÉNESIS DOCUMENTAL COMO APORTE TEÓRICO-METODOLÓGICO PARA INVESTIGACIONES SOBRE DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE Y TECNOLOGÍA

DOI: 10.31560/pimentacultural/2020.472.219-248

INTRODUCCIÓN

Las investigaciones en el campo del aprendizaje profesional de profesores que enseñan matemáticas han ampliado modelos sobre el conocimiento inherente a la profesión docente para problematizar y comprender las implicaciones que la tecnología³³, especialmente las tecnologías digitales, imponen a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Koehler y Mishra (2009), por ejemplo, basados en las ideas de Shulman con relación al Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK³⁴), incluyen el conocimiento tecnológico en su constructo, con el fin de aclarar elementos para enfocar el Conocimiento Tecnológico y Pedagógico de Contenido (TPACK). Tal constructo es utilizado como herramienta teórico-metodológica para investigar los diferentes niveles de conocimiento tecnológico y pedagógico de profesores (MISHRA; KOEHLER, 2006), y más específicamente del Conocimiento Tecnológico y Pedagógico del Contenido de Matemática – *Mathematics TPACK* (NIELS et al., 2009; PALIS, 2010).

Esas contribuciones teóricas fundamentan nuestras investigaciones anteriores (BASNIAK; ESTEVAM, 2018a), relacionadas con investigaciones sobre conocimiento tecnológico y pedagógico del contenido por parte de profesores de Matemática, cuando reportan sus prácticas en un contexto de grupo de estudios. Los resultados hicieron evidente cierta confusión acerca del concepto de tecnología por parte de los profesores, un infundado encantamiento por la incomprensión de los aspectos didácticos y pedagógicos inherentes a su integración en la enseñanza de las matemáticas (BASNIAK; ESTEVAM, 2018a). De manera idéntica, los resultados indicaron la necesidad de ampliación y profundización de lentes teóricos para hacer posible discusiones y aclaraciones complementares.

33 Utilizamos el término tecnología en singular porque nos referimos a la tecnología como proceso y producción humana.

34 Los acrónimos utilizados se refieren a los términos ampliamente difundidos en inglés.

En ese sentido, inicialmente nos encontramos con los aspectos fundamentales de la Génesis Instrumental (RABARDEL, 1995; 2011) como referente potencial para presentar contribuciones sobre el análisis del aprendizaje de los alumnos, impregnada por recursos digitales y asociada con prácticas guiadas por la Enseñanza Exploratoria de Matemática (BASNIAK; ESTEVAM, 2018b; BASNIAK; ESTEVAM, 2019).

Sin embargo, cuando reflexionamos sobre la gama de factores que influyen en la práctica pedagógica del profesor, ampliamos nuestra comprensión sobre su complejidad. Esto porque ellos no solamente utilizan los recursos que disponen, sino también documentos de orientación, condiciones físicas y estructurales, sueldos, tiempo de preparación de clases, posibilidad de formación y de cambio de experiencias e ideas con los compañeros, las condiciones de los alumnos con quienes trabajan, entre otros. De esta manera, corroboramos las demandas de aporte teórico que favorecen el desarrollo de investigaciones consistentes en este campo, las cuales en cierta medida puedan considerar esa multiplicidad de influencias.

Después de dos décadas estudiando la apropiación de herramientas digitales en clase por los profesores de Matemática, Monaghan y Trouche (2016) llaman la atención sobre el hecho de que ésta es aún una cuestión compleja, que necesita ser problematizada, desde las razones que conducen al uso o no de determinados artefactos por parte de los profesores en su práctica pedagógica. Ello porque, de acuerdo con los autores, investigar como debe ser utilizado determinado artefacto digital en la enseñanza de la Matemática es diferente de investigar las razones por cuales los profesores integran ese artefacto en su práctica profesional. En ese contexto, es necesario considerar los artefactos digitales dentro de la gama de recursos utilizados en el planeamiento y realización de sus clases. Además, como señala la Teoría Antropológica del Didáctico de Chevallard (1992), las matemáticas enseñadas consisten en una consiste en

una transposición de la matemática, adaptada para el estudio en una determinada institución. Monaghan y Trouche (2016) señalan que, especialmente en lo que se refiere al uso de artefactos digitales en clase por profesores de Matemática, lo que ocurre normalmente es que, cuando encuentran determinado problema (ejemplo: el uso de calculadoras en la enseñanza), el profesor no busca soluciones entre los compañeros o institucionalmente. En vez de eso, él intenta solo y de forma individual encontrar la solución al problema, sugiriendo que “enseñar es más un oficio que una profesión” (MONAGHAN; TROUCHE, 2016, p. 358, nuestra traducción).

Reconociendo que las tecnologías digitales, aún que presentes en el ambiente escolar, no están integradas con la práctica del profesor, y de este modo, no traen cambios para el proceso de enseñanza de la Matemática, así como también la necesidad de considerar en investigaciones en este campo los aspectos multifacéticos que afectan esa práctica, discutimos en ese texto cómo la Génesis Documental (GUEUDET; TROUCHE, 2009) puede constituir un aporte teórico-metodológico para investigaciones sobre desarrollo profesional del docente de matemáticas. Para esos fines, son presentadas las bases teóricas de ese abordaje, los cuales son complementadas con extractos de experiencias y discusiones realizadas en un contexto de un grupo de estudios de profesores, realizado desde 2013 hasta la actualidad por la perspectiva de Comunidades de Práctica de profesores que enseñan Matemática como contexto de formación profesional (WENGER, 1998; ESTEVAM; CYRINO, 2019; ESTEVAM, en prensa).

ASPECTOS FUNDANTES DE LA GÉNESIS DOCUMENTAL

La *Génesis Documental* (GUEUDET; TROUCHE, 2009) tiene sus fundamentos en la *Génesis Instrumental* (RABARDEL, 1995; 2011), por cual estudia la relación entre tres elementos principales: artefacto, esquema e instrumento.

Para Rabardel (1995; 2011), un *artefacto* es algo susceptible de uso, elaborado para ser utilizado en actividades intencionadas, habiendo sufrido una transformación de origen humano. Así, un bolígrafo, un teléfono celular, un idioma son ejemplos de artefactos.

Por otra parte, un *instrumento* está relacionado con el proceso de acción de un sujeto que utiliza un artefacto para una determinada acción. De tal suerte, el instrumento designa el artefacto en una situación en la que está siendo utilizado, “en una relación instrumental con la acción del sujeto, como medio de esta acción” (RABARDEL, 2011, p. 92, nuestra traducción).

De esta manera, “un *instrumento* resulta de un *proceso*, llamado *génesis instrumental*, por medio del cual el sujeto construye un *esquema* de utilización del *artefacto* para una determinada clase de situaciones” (GUEUDET; TROUCHE, 2009, p. 204, nuestra traducción). En este contexto, un *esquema* es determinado por los autores desde la perspectiva de Vergnaud, quien lo define con base en Piaget, como “una *organización invariable de actividad* para una dada clase de situaciones” (GUEUDET, TROUCHE, 2009, p. 204, nuestra traducción, énfasis original). Así:

$$\text{Instrumento} = \text{Artefacto} + \text{Esquema de Utilización}$$

Desde la distinción entre *artefacto* e *instrumento* introducida por Rabardel (1995, 2011), Gueudet y Trouche (2009) establecen

una distinción entre *recursos* y *documentos*. Los autores utilizan el término *recursos* para enfatizar la variedad de artefactos que pueden ser utilizados por un profesor, y entonces recurso puede ser “un libro, un software, una hoja de resolución de un alumno, una discusión con un compañero, etc.” (GUEUDET; TROUCHE, 2009, p. 205, nuestra traducción).

Para los autores, un recurso nunca está aislado, porque un profesor utiliza un conjunto de recursos en la documentación de su trabajo, y ocurre un proceso de génesis, produciendo lo que llaman *documento*, que puede ser resumido por la fórmula:

$$\text{Documento} = \text{Recursos} + \text{Esquema de Utilización}$$

Un documento se constituye, por lo tanto, desde los recursos que son utilizados en asociación con los esquemas de utilización, los cuales adquieren estatus de documento por medio de un proceso de génesis basado en la incorporación y revisión de los recursos al trabajo del profesor.

Cuando se trata de un conjunto de recursos o un documento, es necesario considerar tres componentes entrelazados: i) componente material: papel, ordenador; ii) componente de contenido matemático: nociones involucradas, tareas matemáticas y técnicas; iii) componente didáctico: elementos organizacionales (GUEUDET; TROUCHE, 2009). Esto porque, en ese proceso, el profesor crea *esquemas* de utilización de ese conjunto de recursos para la misma clase de situaciones, en diferentes contextos.

Más allá de eso, un *esquema* de utilización de un conjunto de recursos involucra una parte que se puede observar y otra invisible. Los primeros son llamados de *usos* por los autores, y corresponden a las regularidades en la acción del profesor para la misma clase de situaciones en diferentes contextos. Con respecto a los aspectos invisibles, ellos constituyen los *invariantes operacionales*, que

comprenden la estructura cognitiva que orienta la acción (GUEUDET; TROUCHE, 2009). Así, el proceso de génesis es continuado y nunca está aislado. Pertenece al sistema de documentación del profesor, evoluciona por medio de génesis documentales, y Gueudet y Trouche (2009) lo representan por medio de una nueva ecuación:

$$\text{Documento} = \text{Recursos} + \text{Usos} + \text{Invariantes Operacionales}$$

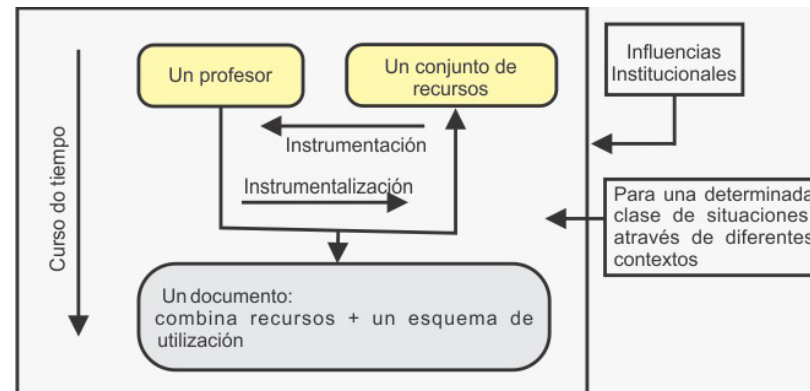
Gueudet y Trouche (2009) señalan que la actividad profesional posee una dimensión productiva, que comprende el resultado del trabajo realizado, pero la actividad también implica un cambio de la práctica y de las creencias profesionales del sujeto, en una dimensión constructiva. Ese cambio tiene influencia en otros procesos de producción, de manera que esa relación *productiva/constructiva* presenta naturaleza dialéctica. Por ejemplo, los autores mencionan investigaciones anteriores en las que el diseño y la ejecución de una tarea han sido asociados con la evolución de la práctica, no limitándose a la integración de un nuevo recurso.

Es evidente que los estudios no deben atenerse al aspecto material de los documentos, sino también investigar la evolución de los usos e invariantes operacionales. La integración de un recurso nuevo corresponde a un proceso de génesis y desarrolla un documento desde él y otros recursos, y ese documento debe tener su lugar en el sistema de documentación. Los autores señalan tres cuestiones principales en sus investigaciones: i) los procesos de génesis son aplicados a un conjunto complejo de recursos; ii) ellos involucran aspectos productivos y constructivos; iii) las razones de involucramiento de un recurso nuevo en el desarrollo de un documento (llamado por los autores de *integración de un recurso a un documento*) son intrincadas, pero el estudio del sistema de documentación permite aclarar algunas de esas razones.

Gueudet y Trouche (2009) señalan que esos procesos son centrales, de manera que el trabajo de documentación del profesor es fuertemente ligado con su desarrollo profesional. Eso porque ellos hacen evidentes diversos dominios involucrados en su práctica académica, así como en otras funciones que desempeñan, intrínsecamente asociadas con su autoconocimiento y sus capacidades propias (PONTE, 1994). Entonces, tiene sentido estudiar la Génesis Documental articulada con el desarrollo profesional de profesores que enseñan Matemática.

La Génesis Instrumental tiene una naturaleza dual, de manera que, por una parte, la actividad del sujeto guía la forma como el artefacto es usado, y de cierta manera, moldealo (*instrumentalización*); por otra parte, las posibilidades y restricciones del artefacto influyen la actividad del sujeto (*instrumentación*). Similarmente, Gueudet y Trouche (2009) introducen esa doble naturaleza en la Génesis Documental (Figura 1), porque, por una parte, la actividad del profesor interfiere en la apropiación de los recursos (*instrumentalización*) y, por otra parte, los recursos influyen la actividad de los profesores (*instrumentación*).

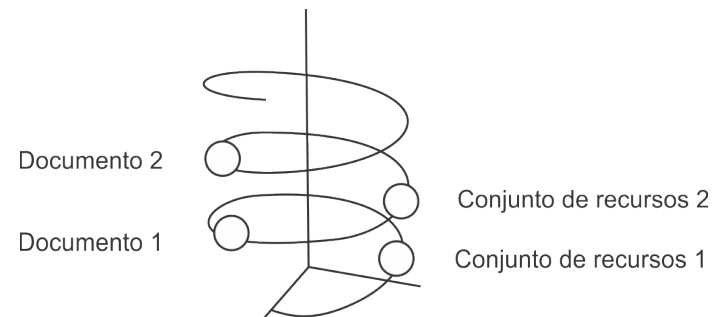
Figura 1 – Esquema de representación de la Génesis Documental



Fuente: Gueudet y Trouche (2009, p. 206).

La Figura 1 representa el proceso de *Génesis Documental*. Es posible observar que la dimensión de la *instrumentalización* representa los procesos de apropiación y reformulación de un (conjunto de) recurso(s) por el profesor, mientras la dimensión de la *instrumentación* se refiere a la influencia de los recursos que el profesor utiliza para su actividad. Así, una génesis documental no debe ser considerada una máquina de transformación de un conjunto de recursos como entrada y un documento como salida, porque es un proceso en continuación, en articulación con el proceso de desarrollo profesional docente. Por lo tanto, Gueudet y Trouche (2009) consideran que un documento desarrollado desde un conjunto de recursos proporciona nuevos recursos, que pueden estar involucrados en un nuevo conjunto de recursos, que va a llevar hasta un nuevo documento, en una relación dialéctica entre recursos y documentos, representada por los autores por una hélice, en una espiral alrededor de un eje que representa el tiempo (Figura 2).

Figura 2 - Representación esquemática de una génesis documental



Fuente: Gueudet y Trouche (2009, p. 206).

¿Rabardel y Bourmaud (2005) citados en Gueudet y Trouche (2009)?, que los instrumentos desarrollados por un sujeto en su actividad profesional constituyen un sistema cuya estructura corresponde a la estructura de la actividad profesional del sujeto. Los autores también

consideran que, de esta misma manera, un profesor desarrolla un sistema estructurado de documentación que evoluciona en conjunto con su práctica profesional. En este sentido, los autores señalan que, desde el punto de vista de la investigación, la observación y el análisis del sistema de documentación permite comprender mejor el desarrollo profesional del profesor, y permite especialmente capturar la evolución introducida por recursos digitales.

En este trabajo no ponemos la atención en la estructura de un sistema de documentación que, de acuerdo con Gueudet y Trouchen (2009), necesita de estudio específico y levanta cuestiones metodológicas delicadas. Ello porque exige observación de largo plazo en lugares diferentes, tanto fuera de la clase como dentro del propio lugar de trabajo del profesor. Esos aspectos constituyen enfoques de investigaciones aún en desarrollo.

Sin embargo, presentamos algunos datos empíricos particularmente ubicados en dos encuentros realizados con la Comunidad de Práctica Reflejar, Discutir y Actuar sobre Matemática – CoP-ReDAMat³⁵ porque creemos que pueden contribuir para aclarar aspectos clave de la teoría.

ARTICULACIÓN DE LOS ASPECTOS FUNDAMENTALES EN LA EXPERIENCIA QUE REALIZAMOS EN LA COP-REDAMAT

Los datos que problematizamos surgieron de dos encuentros con duración entre una hora y media y dos horas cada uno, que ocurrieron a finales del año de 2017. En ellos fueron realizadas la resolución y posterior discusión de una tarea titulada Taxi (Figura

³⁵ Para comprender sobre el trayecto de ese grupo que ha dado origen al CoP-ReDAMat, así como sus características, recomendamos la lectura de Estevam y Cyrino (2019) y Estevam (en prensa).

3), que fue elaborada por alumnos de Facultad de Matemática en el ámbito del Programa Institucional de Becas de Iniciación a la Docencia (Pibid en su acrónimo en portugués), y propuesta por una de las investigadoras, debido a que esa tarea involucraba conceptos de álgebra (centro de las discusiones del grupo de profesores en aquel período) y el software GeoGebra.

Figura 3 – Tarea Introducción a las ecuaciones

TAREA 1 – INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES³⁶

El fichero puede ser accedido en el porta del PIBID Matemática Unespar Campus União da Vitória <<http://pibidmatfafiuv.webnode.com/tarefas-com-o-geogebra/>>. Es necesario descargar y descomprimir el fichero para que funcione correctamente (el fichero no funciona cuando es abierto directamente de la carpeta comprimida). Después de descomprimir el fichero, acceda la carpeta descomprimida que fue creada y abra el fichero tarefaequacoes.html. El fichero funciona correctamente en los navegadores Google Chrome y Mozilla Firefox.

En el fichero **tarefaequacoes.html**, observe la ruta que puede ser recorrida por un taxista saliendo de la Praça Coronel Amazonas y seleccione la opción **Mostrar tudo**. En cada viaje de taxi es cobrado un valor inicial fijo de R\$ 5,00 e un valor de R\$ 2,50 por kilómetro recorrido (esos valores pueden ser cambiados en el fichero). Para moverse el taxi es necesario hacer click con el ratón sobre el punto verde en el taxi y usar las flechas del teclado. El fichero hace posible que el taxi se mueva en cualquier dirección en el camino definido, con el mismo mapa del fichero presentando flechas para indicar la dirección correcta en determinadas calles. Así es posible hablar sobre la importancia de respetar las leyes de tránsito.

1. Un pasajero desea ir del punto inicial para el destino 1. Mueva el taxi hasta el destino 1 y conteste las preguntas:

- a) ¿Cuáles valores fueron cambiados?
- b) ¿Cuál es el valor para pagar?
- c) Escriba las operaciones utilizadas para calcular ese valor, y represente esas operaciones reemplazando los valores que son cambiados por letras.

2. Se el pasajero quiere ir del punto inicial para el destino 2 (para volver el taxi para el origen y limpiar los valores en el fichero, haz click en la llave **Zerar**, y en seguida, **Mostrar tudo**), Acuérdesse que para mover el taxi es necesario hacer click en el punto verde sobre el taxi y utilizar las flechas del teclado.

- a) ¿Cuáles valores fueron cambiados?
- b) ¿Cuál es el valor para pagar?
- c) Escriba las operaciones utilizadas para calcular ese valor. Represente esas operaciones reemplazando los valores que son cambiados por letras.

³⁶ Observación de traducción: El fichero solamente está disponible en portugués.

3. Seleccione la opción **Zerar**. Otro pasajero desea ir del punto inicial para el destino 3 (Acuérdese que para mover el taxi es necesario hacer click en el punto verde sobre el taxi y utilizar las flechas del teclado).
 - a) ¿Cuál es la distancia recorrida?
 - b) ¿Cuál es el valor para pagar por el viaje?
4. Un pasajero quiere salir del punto inicial, irse para el destino 3, y después volver para el destino 2. Observe que hay flechas en el mapa que indican la dirección en la calle que el coche puede ir.
 - a) ¿Cuál es distancia recorrida?
 - b) ¿El valor para pagar va a ser lo mismo en la cuestión 3 ítem b)? ¿Por qué?
5. Observando las cuestiones anteriores, ¿cuál es la relación entre la distancia y el valor para pagar?
6. Escribe la expresión que representa la relación entre una distancia recorrida cualquier y el valor para pagar.
7. Seleccione la opción **Zerar**, y después seleccione la opción **Mostrar solamente valor a ser pago**. Otro pasajero desea irse del punto inicial para el destino 4.
 - a) ¿Cuál es el valor para pagar por el viaje?
 - b) ¿Es posible calcular la distancia recorrida? ¿Cómo?
 - c) Escribe la expresión que representa la relación entre esa distancia y el valor para pagar.

Fuente: Lima *et al.* (2017, p. 28-29).

Los profesores participan voluntariamente de los encuentros de la CoP, en donde son estudiados y debatidos dilemas de su práctica profesional, tratados en el ámbito del grupo, partiendo de los propios intereses que vienen de sus experiencias (ESTEVAM; CYRINO, 2019). Los encuentros se dan regularmente en la Universidad (ubicación sugerida por los profesores participantes), generalmente a cada dos o tres semanas, coordinados por dos profesores investigadores (autores de ese trabajo).

En el encuentro del día 29/09/2017, participaron tres profesores de Matemática (José, Luis y Luciana³⁷), que trabajan en escuelas de la red pública del estado de Paraná por lo menos durante 10 años (contabilizados en el año de 2017). En los primeros

³⁷ Los profesores participantes de la CoP-ReDAMat son identificados por seudónimos, de acuerdo con el formulario de consentimiento asignado, y los formadores (autores del capítulo) por sus nombres verdaderos.

cuarenta minutos, los profesores resolvieron la tarea, y en un segundo momento, hicieron comentarios sobre su potencial y sus impresiones al resolverla. En ese segundo momento, se mostraron entusiasmados para proponer la tarea para sus alumnos, de acuerdo con el extracto siguiente, de las transcripciones de la grabación de audio, que es realizada en todos los encuentros.

José: *Podemos comprobar eso con nuestros grupos de alumnos ...*

Luciana: *Yo tengo dos novenos años y un séptimo...*

Luis: *¡Yo tengo ganas de comprobarlo!*

Formador: *Pienso que es interesante plantear algunas conjeturas [...].*

Luciana: *¿vámonos a comprobarlo?*

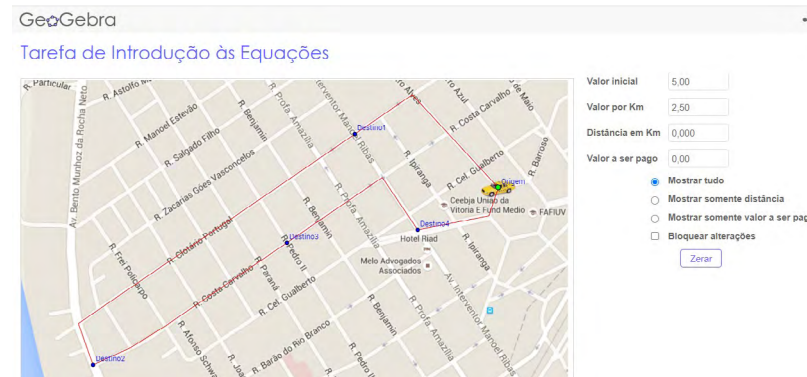
(Encuentro CoP-ReDAMat 29/09/2017).

Así, en el encuentro posterior, realizado excepcionalmente cerca de dos meses después, José, Luis y Luciana traen los resultados del desarrollo de la tarea por sus respectivos alumnos, y más un profesor (Paulo), que se perdió el encuentro anterior, integró las discusiones realizadas. Esas discusiones ofrecen indicios de los recursos y esquemas empleados por los profesores, también de las respectivas implicaciones para su práctica profesional.

La Figura 4 ilustra la representación estructurada en un *applet*³⁸ en GeoGebra, que consiste en un recorte de una región de la ciudad con (posibles) trayectos para un taxi, desde cuatro destinos previamente fijados, y considerando una cuota inicial de un viaje, la distancia y el costo por kilómetro recorrido (ver tarea en la Figura 3). De este modo, comprendemos que ese *applet* constituye un ejemplo de artefacto, que sirve de base para la resolución de la tarea Introducción a las Ecuaciones.

³⁸ *Applets* son construcciones interactivas creadas usando el *software* GeoGebra, que permiten la manipulación y la animación de componentes, a veces de manera intuitiva, sin demandar conocimientos más profundos del *software*. Su principal función es ayudar el entendimiento de contenidos a partir de representaciones dinámicas de fenómenos, relaciones o procesos.

Figura 4 – *Applet* utilizado para la tarea Introducción a las Ecuaciones



Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, cuando es utilizado por los profesores para resolver la tarea, partiendo del movimiento del coche por la(s) ruta(s) deseado(s), el *applet* asume un estado de instrumento. Ello porque diferentes usos pueden ser empleados para él. Es posible cambiar las casillas señaladas: *mostrar todo*, *mostrar solo la distancia*, *mostrar solo la cantidad a pagar*, *bloquear cambios*, *restablecer*. También se pueden indicar diferentes valores para ellas: *valor inicial*, *valor por kilómetro*, *distancia en kilómetros*. Aún es posible mover el coche en diferentes direcciones, prohibida en la calle, como se expresa en el extracto siguiente: mientras un profesor utilizó la orientación de la calle, los otros movieron el coche libremente, y ello contribuyó para muchas discusiones en el grupo.

- Luciana:** *Ir para el 3 y volver para el 2 [refiriéndose a los destinos marcados en el mapa]. Es decir, entonces, que si vuelve para el 2, él debe haber pasado anteriormente. ¿Siempre hay que hacer el mismo trayecto?*
- José:** *En el sentido de la orden, ¿vale? [refiriéndose a la orientación de la calle].*
- Luciana:** *Uhum... ¡Él no puede salir del origen e irse directamente para el 3! Porque las flechitas siempre indican que hará eso, ¿vale?*

- Formadora:** *¿La dirección [sentido de la calle]?*
- Formador:** *Él siempre sigue la dirección. Y él debe hacer el trayecto, no se puede cortar por la mitad.*
- Luciana:** *Pero en la 3 eso no está dicho. Dice simplemente pasar del punto de partida al 3, entonces yo he pensado que podría irse por aquí. Entonces después que he visto que las flechitas son así.*
- Formador:** *Ah, la dirección contraria.*
- Luciana:** *Porque entonces yo leí la pregunta siguiente y percibí que debería volver.*
- Luis:** *¿Para atrás, él [el taxi] no vuelve?*
- Formadora:** *Sí. El coche sigue para atrás.*
- Formador:** *Pero si la calle es de sentido único, ¿él se va en el sentido contrario [refiriéndose al sentido prohibido]?*
- Formadora:** *Sí.*
- Luciana:** *Por ello que yo hice, de aquí, venir [del destino 1 irse para el destino 4 y para el 3] para aquí, y el 3...*
- Luis:** *Pero, cuando usted vuelve, el precio continúa aumentando porque el kilometraje se va aumentando. Si usted se va en la dirección contraria, él va a cobrar. ¡Qué interesante! Me gusta.*

(Encuentro CoP-ReDAMat 29/09/2017).

Se percibe que algunos profesores vislumbran la posibilidad del applet de reproducir una situación real, incluso estando en contra de las normas de tránsito, posible viajar en la dirección contraria en una calle. Podemos considerar que hay usos diferentes del mismo artefacto, porque cuando comprueban las posibilidades para mover el coche, los profesores descubren nuevas maneras, incluso algunas cuya perspectiva no fue pensada inicialmente, cuando fueron construidos por los autores. Sin embargo, las discusiones colectivas entre los profesores y formadores condujeron la comprensión para una nueva posibilidad, con potencial para enriquecer las discusiones en clase. Por lo tanto, un nuevo recurso se ha configurado, y ha pasado a ser parte del conjunto de recursos que el profesor dispone para trabajar con el *applet*, que es formado por diferentes recursos, juntamente con

la tarea (Figura 3). De acuerdo con los profesores, esa variedad de recursos puede ser interesante para el trabajo pedagógico, cuando es integrado con otros. También da muestra de que están alineados con la institución a la cual se está vinculado, y que demanda asociación de cuestiones prácticas, como se percibe por el extracto siguiente.

Luis: *Me gustó mucho el “mapita” con “esa cosa” aquí [refiriéndose a la posibilidad de mover el coche].*

José: *Muy bueno. Creo que ellos [los alumnos] pueden comprobar y, además, tener un poco más de conocimiento, ¿vale?*

Formador: *¿Más conocimiento de qué, José?*

José: *Que muestra un poco más lo concreto. Porque en el coche hay que viajar... Es algo que se encuentra más cercano de la práctica.*

Luciana: *Es pertinente porque puede ser algo de la vida de él [del alumno], porque está allí, en la ciudad donde él vive.*

José: *Sí, más cercano de su realidad. Salir de aquí [e] irse allí.*

Luciana: *Contextualización, que ellos quieren mucho [refiriéndose a la Secretaría del Estado de Educación].*

Formador: *Hay apelación para la realidad, es un contexto real para ellos.*

José: *El mapa, hoy en día, es mucho importante, como el GPS.*

Luciana: *De repente hasta para que puedan saber programar el GPS.*

(Encuentro CoP-ReDAMat 29/09/2017).

En el extracto, más allá del *applet*, de la tarea, de las discusiones con los compañeros, son mencionadas las posibilidades de usar el GPS, así como el potencial de la situación para satisfacer demandas de los documentos que guían la enseñanza de Matemática que, entre otras cuestiones, sugieren que los contenidos sean trabajados de forma contextualizada (PARANÁ, 2008). Eso hace evidente que la dimensión colectiva, por medio de la problematización de percepciones, creencias y experiencias, permite ampliar conocimientos y el conjunto de recursos disponibles en una determinada situación utilizando tecnología. En este sentido, Gueudet, Pepin y Trouche (2013) señalan que las interacciones con compañeros, generalmente partiendo de recursos, son cruciales para el desarrollo profesional de los profesores.

Discusiones como las mencionadas aquí ofrecen oportunidades para que el profesor reflexione sobre lo que está trabajando y como la integración de una situación como la problematizada tiene impacto en su práctica profesional. Las dificultades que los alumnos podrían tener, por ejemplo, constituyen aspectos presentes en las discusiones, provocados por las (diferentes) formas como los propios profesores resolvieron la tarea, los usos que hicieron del *applet*, estrategias y procedimientos que podrían ser empleados, como también sus implicaciones para los objetivos de aprendizaje establecidos. Traemos un extracto en que la profesora Luciana confronta la forma como el profesor Luis resolvió el ítem 7 de la tarea, por considerarla más compleja que la utilizada por ella.

Luis: *Yo pienso que lo más complicado es la última [refiriéndose al ítem 7], la 7. Es posible utilizar la proporción. Pero, para el 8º año, no sé si ellos se pueden "ahogar" en esa última, quizás por no tener experiencia con las proporciones, ¿vale?*

Formador: *Pero ellos estudian proporciones, ¿cierto?*

Luciana: *Es contenido para el 7º año.*

Formador: *Pero ¿ustedes creen que esa 7 es la cuestión más compleja de todos los ítems?*

Luis: *¿Por qué allí es posible calcular la distancia que fue recorrida? ¿Cómo?*

Formador: *Es que contrarresta la expresión ¿cierto? Contrarresta la ecuación.*

Luis: *Entonces el resultado es 320 metros, e eso equivale a 80 centavos.*

José: *¿Lo hiciste al revés?*

Luciana: *¡Dios, Luis! ¡No compliques!*

Formador: *Pero lo interesante es que ello es algo que los alumnos pueden hacer.*

Formadora: *¿Como ustedes lo pensarían?*

Luciana: *Yo haría las operaciones al revés.*

(Encuentro CoP-ReDAMat 29/09/2017).

Luis y Luciana son profesores en escuelas diferentes, con otras realidades y clases de 7° y 8° años. El uso de diferentes recursos es impregnado por las condiciones de trabajo que el profesor posee, es decir, por las condiciones físicas y materiales (componente material) que cada profesor encuentra en su ambiente de trabajo, así como las influencias que vienen de sus experiencias y conocimientos anteriores (componente didáctica), que se relacionan con la componente de contenido matemático. En este sentido, las diferentes estrategias usadas hacen explícitas posibilidades de resolución que pueden ampliar percepciones, especialmente las expectativas de los profesores con relación a los alumnos. Eso permite que ellos lidien de manera más amplia con las cuestiones, estrategias y representaciones que los alumnos utilizan para la resolución de la tarea.

Para ello, la interacción del *applet* parece jugar un rol fundamental en ese proceso de elaboración y depuración de estrategias, lo que da señales de procesos de instrumentalización en la Génesis Documental.

Para aclarar esa cuestión, utilizamos un episodio en el que el profesor José se refiere a la realización de la tarea de dos maneras diferentes. En la primera de ellas, sin el uso del ordenador, él hace un dibujo en la pizarra y pide que los alumnos *imaginen* como mover el coche; y en la segunda él utiliza el *applet* en el ordenador.

José: *Yo intenté usar los laboratorios y no fue posible porque todos son de Paraná Digital [refiriéndose a los ordenadores], y entonces solo cinco o seis ordenadores estaban funcionando, más mi notebook. Entonces yo hice con algunos que ya habían hecho [en clase sin usar el ordenador], yo pedí para algunos que podían venir hacer y dos que no tenían conocimiento de la tarea, que la hicieron por primera vez. Son esos de aquí [muestra las resoluciones de los alumnos que no habían hecho la tarea anteriormente], y esos de aquí la hicieron de nuevo. Ellos ya habían tenido contacto [refiriéndose a la tarea].*

[...]

[los formadores cuestionan cuáles diferencias José encontró entre la tarea realizada con y sin el uso del ordenador].

José: *Yo pedí a algunos de ellos a pusieren aquí [en las hojas de respuesta], pero [el applet] llama más atención. Especialmente allá [en la realidad de la escuela], en que la mayoría no tiene contacto con las tecnologías. Ver el coche e interactuar con la cuestión es más atractivo, llama más la atención.*

Formadora: *Pero ¿y en términos de comprensión del contenido?*

Formador: *[observando hojas de registro de los alumnos] Ese aquí escribe: "Las tareas son una buena manera de atraer los alumnos y para que los alumnos perciban diversas formas de llegar al resultado [...]". Sin embargo, esa tarea podría ser adaptada para todos los tipos de aparatos electrónicos". Creo que es porque no ha funcionado. [...] Ese aquí, también: "En mi opinión es una manera para que los alumnos comprendan mejor las técnicas de resolución".*

[...]

(Encuentro CoP-ReDAMat 01/12/2017).

La componente material, a saber, la falta de ordenadores y materiales para realizar tareas como la propuesta, que favorezca enfocar el contenido de manera conceptual y no solamente la técnica de resolución de ejercicios es referenciada por los profesores como algo que hace más difícil la realización de prácticas de clase que trascienden clases expositivas. El profesor José, por ejemplo, menciona que, para conseguir desarrollar la tarea en clase, porque no había los ordenadores necesarios para trabajar con todos los alumnos (cerca de 40), desarrolló una adaptación *dibujando* en la pizarra el mapa del *applet* y solicitando que los alumnos *imaginasen* como realizar las acciones propuestas de manera dinámica. En la secuencia, usó su propio aparato electrónico para que pudiese realizar la tarea con un grupo más pequeño de alumnos, con el *applet* en el ordenador. No tuvimos acceso al que los alumnos respondieron en la tarea realizada en clase porque el profesor trajo para el encuentro solamente las tareas que los alumnos contestaron usando el ordenador. Todavía, ello puede tener relación con el desempeño de los alumnos (que no tuvieron acceso con *applet*) más acá de lo esperado, y que hizo que José fuese

a buscar medios para realizar la tarea con otro grupo de alumnos con el uso del ordenador.

Al final de la discusión, los formadores provocaron reflexiones específicas sobre el contenido matemático involucrado, que refirió a la introducción al Álgebra y, más especialmente a las Ecuaciones. En ese momento, se muestran frustraciones ancladas en incoherencias entre las expectativas de los profesores y aquello que emergió de las actividades de los alumnos. Cuando fueron cuestionados sobre aspectos pedagógicos de la experiencia, se revelaron los extractos siguientes.

José: *Yo les pregunté a ellos la cuestión de la expresión, incógnita y variable... Los alumnos del primero [año de la Enseñanza Secundaria] tuvieron muchas dudas... en como diferenciar ecuación, expresión, lo que es variable. Y los del tercero [año de la Enseñanza Secundaria] fueron un poco mejor, ya tenían alguna idea.*

Formador: *Porque ellos ya habían estudiado bastante la función también ¿vale?*

José: *Tenían una mejor idea acerca de eso que los del primero año, cuando yo preguntaba si hay expresión aquí o si es ecuación, tenían dudas... entonces pregunté si ellos sabían el concepto y dijeron que no... y yo empecé a mostrar para ellos... Hasta comentar que algo en Matemática no es sólo aquello, sino que depende del contexto que usted analiza. Puede ser una expresión o puede ser una ecuación... Puede ser una variable o incógnita, asumir solamente un valor... Fue posible explorar esa cuestión que aparece.*

Formador: *Entonces hubo la posibilidad de discutir esas ideas diferentes.*

Luciana: *Con el séptimo [año de la Enseñanza Básica] también, porque era el comienzo que nosotros estábamos viendo. Entonces yo aproveché para discutir esos aspectos sobre cuando es una ecuación... De hecho, con ellos, yo no trabajé variable, solamente incógnita, porque era solo el comienzo [del trabajo con álgebra]...*

Formador: *Solamente como idea de valor desconocido...*

- Luis:** *Para mis alumnos, incógnita y variable es la misma cosa. No hay algo que muestre diferencia. Pienso que yo esperaba que ellos hiciesen copia o viniesen con alguna cosa de otras tareas que ya habían hecho. Entonces, [la resolución] sería $y = 2,5x + 5$. Yo esperaba que alguien encontrase eso y que lo encontrasen fácilmente, pero no, ellos ponen V de valor, P de precio, y todo bien al cambiar la incógnita, no hay problema. Pero, hasta el punto de percibirlo, muchas cosas ocurren. Creo que fui con muy buena expectativa respecto de esto y no ha ocurrido... Fue más frustración que motivación, pero en general, ellos hicieron la descripción de lo que había para hacer. Aquellos que no consiguieron hacer una expresión, incluso cambiando la variable por incógnita.*
- Luciana:** *E inclusive para decir que la pregunta era la misma que estaba se repitiendo de otras maneras...*
- Luis:** *Y algunos [decían]: "pero, profesor ¿no es la misma respuesta de esa de aquí?". Y yo he dicho: "¿Usted cree que es la misma respuesta? Escriba".*

(Encuentro CoP-ReDAMat 01/12/2017)

Los profesores esperaban que los alumnos encontrasen la diferencia entre incógnita y variable, componente de contenido, así como reconociesen expresiones – en el caso, ecuaciones – que modelasen las situaciones en causa en los ítems, teniendo en cuenta que, a la excepción de los alumnos de Luciana, los otros ya habían trabajado con contenidos de álgebra. Todavía, las ideas que emergieron con los alumnos del profesor Luis no sugieren eso, y él expresa cierta frustración. En este sentido, el grupo es provocado a reflexionar sobre posibles causas de esos problemas que, aparentemente, refieren un invariante operacional relacionado con los aspectos cognitivos de los alumnos sobre la significación de Álgebra.

- Formador:** *Pero ¿no es porque ellos están acostumbrados [los alumnos], tal vez?*
- José:** *Esa tarea está bien fuera del patrón que nosotros estamos acostumbrados y que ellos están acostumbrados a hacer.*
- Luis:** *Pero ellos no transponen lo que está en el libro para aquello que ellos están haciendo.*
- Luciana:** *Ellos no asocian con aquello que ellos ya aprendieron.*

- Luis:** *Esa transposición de ver allá [en el libro] la incógnita, y ver aquí [en la tarea en cuestión] la incógnita, para ellos son cosas diferentes.*
- José:** *Pero yo creí que en el primero año [de la Enseñanza Secundaria] ¿no saber lo que es una expresión y lo que es una ecuación?... Ellos deberían saber.*
- Formador:** *José, usted está invitado para mis primeras clases en el próximo año en el primero año en la facultad, para que usted pueda ver cómo es.*
- José:** *Tal vez la falta sea nuestra, de dejar pasar. Hablamos de función, construir gráfico... Pero a veces no aparece la cuestión de la variable, otros conceptos... Es una cosa mecánica, construir el gráfico, se va a construir una recta, va a ser una parábola, y así sucesivamente... vámonos adelante. A veces nosotros enseñamos más la técnica y nos olvidamos un poco del concepto, de explorar un poco el concepto.*
- Luciana:** *Incluso el 9º año, habiendo estudiado en el primer semestre, y nosotros aplicamos [la tarea] ¿cuándo? ¿En septiembre?*
- Luis:** *Ellos solamente identificaron que no era de segundo grado, porque no tiene exponente.*
- Formadora:** *Creo que sea nuestra costumbre, de a veces, no trabajar con esos conceptos... Pero nosotros estábamos hablando de los libros didácticos. En los libros, de la manera como explican ¿hay oportunidad para eso? ¿O es más la técnica?*
- Luis:** *Yo he observado el libro de la 1ª serie [de la Enseñanza Media], en el final, hay algo con el GeoGebra, solamente en el final del libro. Eso en la 1ª serie, y no es comentado. Se va a conocer cuando en la 1ª serie llegue alguna cosa que puede ayudar allí, para resolver. Entonces, si él [el alumno] sabe escribir la expresión, él va a encontrar una respuesta, si no, ni incluso en qué con ayuda él va a conseguir. Los libros dejan mucho que desear.*
[Conversaciones]
- Formador:** *Pero creo que, en ese sentido, tal vez... José dijo que esa tarea está lejos del patrón. pero ¿quién establece el patrón?*
- Luis:** *Normalmente, es el profesor.*
- Formador:** *¿Apoyado en qué?*
- Luis:** *En el libro [didáctico].*
- Luciana:** *O en aquello que él consigue buscar fuera del libro.*
- José:** *Y lo peor es que incluso en la internet usted busca y no es sencillo de encontrar.*

Luis: *Lejos del patrón es difícil de encontrar... Porque, incluso en los videos que hay en YouTube, ellos explican de la misma manera que nosotros con la pizarra, a veces también usan la pizarra.*

Luciana: *Porque, de hecho, la mayoría de los videos es para quién está estudiando para el vestibular, cursinhos³⁹, esas cosas.*

Luis: *Entrenamiento.*

(Encuentro CoP-ReDAMat 01/12/2017).

Mientras el formador menciona la cultura de los alumnos (o el contrato didáctico) con relación al aprendizaje de Matemática, José utiliza la primera persona llamando atención de que existe igualmente una cultura con relación a la enseñanza de Matemática, que influencia la manera como lidiamos con las Matemáticas. Así, las reflexiones relacionadas con las dificultades que los alumnos mostraron al lidiar con la tarea generaron cierta frustración en los profesores – especialmente Luis – y sugieren que ellas pueden estar directamente relacionadas con las experiencias que alumnos y profesores tienen en las clases de Matemática. Eso disemina una cultura de las matemáticas guiada para la técnica, la cual, de acuerdo con los profesores, es reflejada en los libros didácticos y otros recursos a los que recurren (como videos en línea). De esta manera, se señala que el conocimiento del profesor, a pesar de esencial, no es suficiente para un cambio de la práctica pedagógica, porque ella sufre substancial influencia de aspectos materiales y contextuales. Señalamos, sin embargo, que esa percepción por parte de los profesores solamente ha emergido en el contexto de las discusiones del grupo porque, cuando realizaron la tarea de manera aislada y solitaria en sus clases, sus testimonios revelan decepción con relación a las expectativas que crearon en cuanto al desempeño de los alumnos en la tarea – especialmente los profesores Luis y José.

³⁹ Nota de traducción: Para acceder los cursos de algunas universidades hay pruebas de las propias instituciones, el *vestibular*, y muchos cursos son ofrecidos en *escuelas* fuera del sistema gubernamental que tienen esa especialidad son *los cursinhos*.

Así, los extractos anteriores y el próximo ilustran cómo diferentes componentes (materiales, matemáticos y didácticos) se entrelazan y son interdependientes en la práctica y para el desarrollo profesional de los profesores de Matemática. Eso ocurre durante las discusiones realizadas, señalando la influencia que la práctica del profesor sufre con relación a los recursos que dispone y las condiciones de trabajo que posee. Ellas interfieren, así, en los esquemas de uso de los recursos y se relaciona directamente con la forma como la Matemática está enfocada en clase, y los extractos siguientes hacen evidente el potencial de prácticas similares con las reportadas para el aprendizaje de profesores.

Formador: *¿Qué piensan ustedes de esa idea de discutir una tarea aquí, llevarla a los alumnos y traerla otra vez?*

Luciana: *Muy interesante.*

Luis: *Buena idea, porque podemos socializar lo que funciona y lo que no funciona.*

Formador: *¿Y ustedes creen que es importante, para el próximo año, continuar pensando en otras tareas? ¿Y discutiendo...?*

Luis: *Creo que podríamos hacerlo por series.*

Formador: *Es una buena idea. Entonces en el próximo año vamos a volver en el primer encuentro para saber quién está trabajando con cuál contenido. Y podemos trabajar con esa idea.*

Luciana: *Por lo menos algún contenido, por ejemplo, lo que consideramos [interesante].*

(Encuentro CoP-ReDAMat 01/12/2017).

Gueudet y Trouche (2009) señalan que las experiencias de los profesores, cuando trabajan con diferentes recursos, es esencial para las decisiones acerca de la evolución de los recursos utilizados y de los documentos producidos. El análisis de tareas, seguida por experiencias y discusión colectiva de los resultados provoca reflexiones que articulan componentes materiales, pedagógicas y matemáticas. En ese sentido, ofrece elementos consistentes que funcionan como motivación para el desarrollo profesional del profesor

y, por lo tanto, demandan lentes teóricas coherentes para su análisis e interpretación. De esa manera, la reflexión colaborativa antes y después de la práctica contribuyen para evolución del conjunto de recursos de los cuales disponen, así como hacen explícitos los condicionantes para los esquemas de uso que emplean, con sus respectivos éxitos y fracasos. Particularmente, permite avanzar de esquemas ingenuos, que se basan esencialmente en el carácter motivacional de la tecnología para su integración social y pedagógicamente intencionada, con justificaciones maduras sobre lo que conduce al empleo de determinado recurso para determinada situación, o lo que compromete ese empleo y, posiblemente, aspectos que lo inviabilizan, sean ellos de orden material, pedagógica o de contenido.

CONCLUSIONES

Las acciones que hemos realizado en el contexto de la Comunidad de Práctica de Profesores de Matemática (CoP-ReDAMat) han sido guiadas por otras contribuciones teóricas y, en ese contexto, es importante señalar que, cuando los encuentros y discusiones que fueron aquí problematizados fueron realizados, aún no teníamos acceso a la Génesis Documental. De esa manera, la articulación teórico-práctica que aquí presentamos consiste en un ensayo, en el que buscamos identificar la adherencia teórica de la Génesis Documental para basar análisis sobre el desarrollo profesional de profesores de Matemática con relación a la integración de la tecnología en su práctica académica.

Considerando aspectos de la Génesis Instrumental es posible listar elementos guía para analizar los esquemas utilizados por los profesores para que los recursos se conviertan en documentos, para identificar como un conjunto de recursos se transforma a lo largo del tiempo y de las experiencias, especialmente aquellas colectivas.

La dificultad de los profesores aún es grande para cambiar su práctica pedagógica y superar las clases expositivas, desarrolladas por medio de ejemplos seguidos por ejercicios. Como señalan Gueudet y Trouche (2009), la evolución de los recursos utilizados y de los documentos desarrollados por un profesor precisa ser considerada en diferentes contextos y períodos de tiempo, de manera que las experiencias de un año académico tengan su debida importancia con relación a cómo va a ser realizada en el año siguiente. Así, una tarea matemática organizada en clase en un determinado año genera recursos para otro año, cuando el profesor se encuentra nuevamente en el mismo nivel educativo (en el mismo grado o curso). Aún así es necesario considerar que un tiempo más corto puede intervenir, de modo que la enseñanza planeada para un determinado asunto puede ser cambiada de acuerdo con lo que ha ocurrido en clase. Períodos más largos también pueden traer cambios importantes, como reformas curriculares o cambio de escuela para el profesor. Cualquiera que sea la escala de tiempo, la integración y apropiación de nuevos recursos es una cuestión compleja.

Nuestras experiencias en la CoP emanan expresiones de preocupación profesionales y personales, que constituyen el mundo del profesor y que son resultados de sus experiencias profesionales, sociales y personales, que son parte de sus sistemas de documentación. A pesar de que los tres profesores sean profesionales de la misma red de enseñanza, trabajen con estudiantes de los mismos niveles de enseñanza y sigan las mismas orientaciones curriculares, los alumnos con los cuáles trabajan son parte de contextos diferentes, cada uno de ellos con su propia experiencia, e interfieren en las experiencias profesionales de esos profesores. Esas experiencias también son influenciadas por componentes de contenido (comprensión y concepción de los contenidos matemáticos trabajados), materiales (recursos físicos y materiales de los cuales disponen), didáctico (orientaciones curriculares, experiencias con los compañeros con

quienes trabajan directamente en la escuela, posibilidades de formación profesional que tienen oportunidad). Además, aún existen las presiones a las que son sometidos por las políticas de valorización profesional y salarial, y factores sociales y personales que cada uno de ellos posee y que involucra gran variedad de factores imposibles de ser nombrados y enumerados aquí.

Sistemas de documentación de profesores de matemática basados en características profesionales ofrecen posibilidades para comprender, bajo diferentes aspectos, las características de los profesores, especialmente con relación a su percepción de la realidad que lo cerca en su actividad profesional en un determinado contexto. La participación de los profesores en la CoP, de forma voluntaria, hace evidente su compromiso profesional en buscar medios para superar los desafíos que la profesión les impone, como frustraciones en los alumnos al no diferenciar incógnita de variable o expresión de ecuación, como fue reportado por los profesores en los encuentros realizados para discutir la tarea del taxi. Más allá de eso, las expresiones de los profesores permiten identificar como la tarea del taxi puede integrarse a otros recursos, de las tres diferentes componentes que deben ser consideradas para el análisis de un recurso o un documento, como el libro didáctico, documentos guía, materiales didácticos y pedagógicos, discusiones con los compañeros. Todo ello compone un conjunto de recursos que, desde esquemas de utilización establecidos por los profesores, se van a constituir en un documento que puede futuramente integrar otro recurso en un corto período de tiempo, incluso cuando no consiguieren desarrollarla de acuerdo con lo planeado. Por ejemplo, el profesor José, que, sin ordenadores para utilizar el *applet*, dibujó en la pizarra la ruta del taxi, pero fue conducido para hacer la tarea de nuevo con algunos alumnos utilizando ordenadores poco tiempo después de haber la realizado en clase.

Por lo tanto, cuando es considerada la instrumentación como modo por medio del cual un conjunto de recursos interfiere en la actividad del profesor, y la instrumentalización como forma por la cual la actividad del profesor interfiere en el uso de un conjunto de recursos, identificamos los siguientes elementos como los mínimos tener en cuenta: i) las creencias profesionales del profesor (que el alumno va a conseguir diferenciar ecuación de expresión solamente observando ejemplos); ii) la dinámica productiva del trabajo de profesor (ampliación del tiempo de preparación y menos exposición en las clases); iii) la dimensión constructiva, el diseño y la ejecución de una clase (provocar más el alumno para que él busque soluciones para tareas no cotidianas); aún, iv) la evolución en la práctica del profesor, identificando razones que los hacen utilizar o no componentes materiales, didáctica y de contenido; y v) la relación con la realidad específica y los condicionantes de cada profesor.

REFERENCIAS

BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. Conhecimento tecnológico e pedagógico de matemática revelado por professores quando relatam suas práticas. *Revista de Educação, Ciências e Matemática Amazônia - Especial Saberes Profissionais do Professor de Matemática*, v.14, n. 31, 2018a.

BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. Uma lente para analisar a integração de Tecnologias Digitais ao Ensino Exploratório de Matemática. In: VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2018, Foz do Iguaçu. *Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, p. 13-25, 2018b.

BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. Uma Lente Teórica para analisar o potencial das Tecnologias Digitais no Ensino Exploratório de Matemática. *Actas Latinoamericana de Matemática Educativa*, v. 2, p. 738, 2019.

CHEVALLARD, Y. Intégration et viabilité des outils informatiques: le problème de l'ingénierie didactique. In: CORNU, B. (Ed.), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*. Paris: PUF, 1992.

ESTEVAM, E. J. G. Comunidades de Prática como arcabouço teórico para a formação de professores e pesquisas sobre a aprendizagem profissional docente. In: CYRINO, M. C. C. T.; DE PAULA, E. F.; RODRIGUES, P. H. *Estudos e Pesquisas sobre a Formação de Professores que ensinam Matemática*. No prelo.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Condicionantes de aprendizagens de professores que ensinam matemática em contextos de comunidades de prática. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, Florianópolis, v. 12, n. 1, p. 227-253, maio 2019.

GUEUDET, G., & TROUCHE, L. *Towards new documentation systems for mathematics teachers?* Educational Studies in Mathematics, 2009, 199–218.

GUEUDET, G., PEPIN, B. TROUCHE, L. *Collective work with resources: an essential dimension for teacher documentation*. ZDM Mathematics Education, 2013, p. 1003–1016.

KOEHLER, M. J.; MISHRA, P. *What is technological pedagogical content knowledge?* Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, v. 9, n. 1, p. 60-70, 2009.

LIMA, L. R.; GERONÇO, S.; BASNIAK, M. I.; MARCZAL, C. Tarefa 1 – Introdução às equações. In: *O GeoGebra e a matemática da educação básica: números inteiros, equações, matemática financeira, ângulos e razões trigonométricas*. Organização de BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. G. E. 1.ed. – Curitiba: Ithala, 2017. 76p.

MISHRA, P.; KOELHLER, M. J. *Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge*. Teachers College Record, v. 6, 2006, p. 1017– 1054, 2006.

MONAGHAN, J.; TROUCHE, L. Mathematics Teachers and Digital Tools in MONAGHAN, J.; TROUCHE, L.; BORWEIN, J. *Tools and Mathematics: Instruments for learning*. Springer International Publishing Switzerland, 2016.

NIESS, M. L.; RONAU, R. N.; SHAFER, K. G., DRISKELL, S. O.; HARPER S. R.; JOHNSTON, C.; BROWNING, C.; ÖZGÜN-KOCA, S. A.; KERSAINT, G. Mathematics teacher TPACK standards and development model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, v. 9, n. 1, p. 4-24, 2009.

PALIS, G. L R. O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo do professor de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 12, n. 3, p. 432-451, 2010.

PARANÁ. Secretaria do Estado da Educação. Diretrizes Curriculares para a Educação Básica – Matemática. 2008.

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Educação e Matemática*, n. 31, p. 9-20, 1994.

RABARDEL, P. *Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin, 1995.

RABARDEL, P. *Los hombres y las tecnologías: Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. Trad. por M. Acosta. Colombia: Universidad Industrial de Santander, 2011.

WENGER, E. C. *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. Cambridge: University Press, 1998.