4

Humberto José Bortolossi

MOVIMENTOS, PENSAMENTOS E GEOGEBRA: ALGUNS ASPECTOS NEUROCIENTÍFICOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

DOI: 10.31560/pimentacultural/2020.472.96-117

INTRODUÇÃO

O GeoGebra é conhecido por ser um *software* de matemática dinâmica. Aqui, a palavra *dinâmica* refere-se à capacidade do aplicativo em trazer movimento às construções: por exemplo, diferentemente do que ocorre com régua e compasso usuais, ao mover os elementos geométricos da construção, as relações geométricas entre esses elementos são mantidas (pertinência, paralelismo, perpendicularidade, etc.), gerando, assim, uma variedade de exemplos de uma mesma situação geométrica.

A literatura tem apontado para as muitas vantagens desse dinamismo: o combate aos efeitos de configurações prototípicas (MACHADO; BORTOLOSSI; ALMEIDA JUNIOR, 2019); a descoberta e o entendimento de invariantes geométricos estabelecendo uma cadeia de raciocínios com argumentação lógica e dedutiva (GRAVINA, 1996); e a compreensão do pensamento funcional e da dependência e variação de parâmetros por meio da construção de cenários animados e simulações (BASNIAK, 2019).

Nosso objetivo, neste trabalho, é apontar para outra perspectiva sobre o importante papel que o movimento desempenha, por meio do dinamismo, no contexto de ensino e aprendizagem: a perspectiva da Neurociência e da Psicologia. Para isso, apresentamos alguns resultados dos trabalhos de Pawan Sinha (professor de visão e neurociência computacional no Departamento de Ciências Cerebrais e Cognitivas do MIT nos EUA) e de Barbara Tversky (especialista em Psicologia cognitiva, professora emérita de Psicologia na Stanford University e professora de Psicologia e educação na Teachers College, Columbia University, nos EUA). Finalizamos com a indicação de duas atividades com o GeoGebra que temos desenvolvido com suporte nas teorias apresentadas em uma disciplina da Licenciatura em

Matemática da Universidade Federal Fluminense: geometria espacial com realidade aumentada em *smartphones* e *tablets* e engenharia reversa em animações matemáticas artísticas.

PAWAN SINHA E COMO O CÉREBRO APRENDE A VER

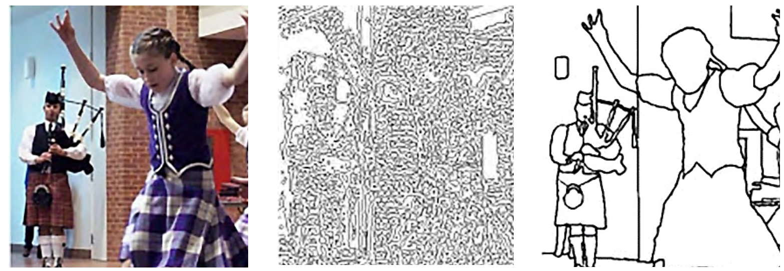
Em uma palestra no Massachusetts Institute of Technology (MIT) em 2007, Pawan Sinha nos conta sobre a situação das pessoas cegas na Índia: 1 em cada 100 indianos é cego e existem mais de 1 milhão de crianças indianas cegas, e 60% desses casos poderiam ser evitados ou tratados, mas apenas 20% o são. Por que não ocorre o tratamento? Existem vários motivos: menos que 10% dos hospitais têm uma unidade pediátrica; os oftalmologistas pediátricos concentram-se nas grandes cidades (Nova Déli, sozinha, concentra 12% de todos os oftalmologistas da Índia); 75% das pessoas cegas da Índia vivem em vilarejos e a maioria não tem dinheiro para o tratamento. Outro motivo é o seguinte: existia a crença de que uma criança, depois de 4 ou 5 anos de nascença, passaria do seu período crítico visual, isto é, *não poderia mais aprender a ver.*

Aqui, *ver* significa identificar formas geométricas 2D e 3D independentemente de posição e da escala, determinar quais objetos estão mais próximos e quais estão mais distantes, identificar cores, reconhecer faces, identificar para onde uma pessoa está olhando, entre outras situações. Quem já aprendeu a ver desde nascença, pode não perceber o quão complexo este processo pode ser. Imagine-se adquirindo a visão depois de adulto e olhando uma imagem como a da Figura 1 (A). Como decodificar toda a informação visual de cor e luminância para saber onde um objeto termina e outro começa? Em particular, como identificar contornos (segmentação) e fazer uma

sumário

integração visual de forma a ter informações semânticas sobre os objetos da cena como na Figura 1 (C) e não como na Figura 1 (B)?

Figura 1 – Segmentação/integração visual de uma imagem



(A) *(B)* *(C)*

Fonte: Ostrovsky *et al.* (2009, p. 1485).

O pressuposto de que pessoas com cegueira congênita não poderiam aprender a ver depois de 4 ou 5 anos surgiu dos trabalhos dos neurofisiologistas David H. Hubel (1926-2013) e Torsten Nils Wiesel (1924-), que identificaram a existência de um *período crítico visual* em filhotes de gato. Esses investigadores, por meio de experimentos, averiguaram que, se o olho de um filhote de gato recém-nascido fosse tapado no período entre o décimo quarto e o trigésimo dia, de modo que apenas um lado do córtex visual recebesse estimulação visual, o animal ficaria permanentemente cego desse olho. Contudo, se esse mesmo olho fosse fechado um mês após o nascimento, nenhuma mudança ocorreria no cérebro e a visão do gato voltaria ao normal após a retirada do tampão no olho. Hubel e Torsten ganharam um Prêmio Nobel em 1981 por seus estudos sobre períodos críticos no desenvolvimento visual de mamíferos.

Pawan Sinha (2009), contudo, acreditando que a extrapolação para seres humanos dos resultados sobre períodos críticos obtidos com filhotes de gato não foi devidamente testada, concebeu o Projeto

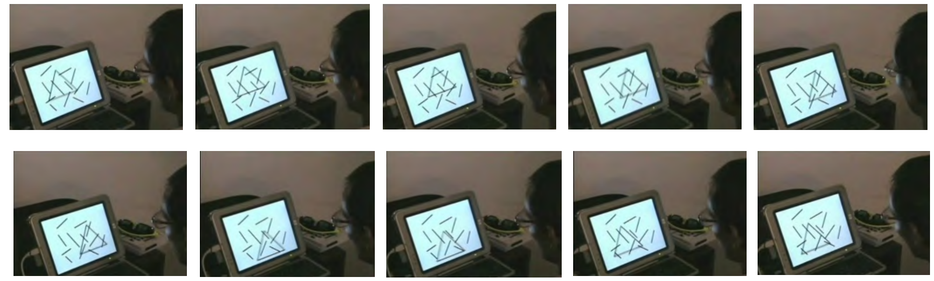
Prakash (https://www.projectprakash.org/). O objetivo do projeto (entre outros) é o de ensinar cegos congênitos (com catarata congênita, por exemplo), a verem depois de operados. Sinha desenvolveu um esquema de tratamento de 40 semanas que, de fato, gerava a capacidade de ver em crianças, adolescentes e adultos com cegueira congênita. Segundo o pesquisador, um dos elementos centrais do tratamento é o *movimento*: "A única coisa que o sistema visual precisa para começar a analisar o mundo é informação dinâmica" (SINHA, 2009). As Figuras 2 e 3 ilustram um experimento em que a questão do movimento aparece na identificação de objetos.

Figura 2 – Dificuldade de identificar um triângulo equilátero em uma imagem estática

Fonte: Sinha (2009 – vídeo).

Na Figura 2, a imagem exibida na tela do computador é estática. Você deve ter identificado o triângulo equilátero nela. O indiano, que também observa a cena estática e que ganhou a visão depois de adulto, não consegue. Contudo, quando o triângulo equilátero é posto em movimento (Figura 3), o indiano consegue identificá-lo. No intervalo (11:14-11:54) de Sinha (2009), é possível encontrar este e um outro exemplo.

Figura 3 – O movimento permite identificar um triângulo equilátero em uma animação



Fonte: Sinha (2009 – vídeo).

Assim, Pawan Sinha conseguiu demonstrar, com seu Projeto Prakash (1), que o período crítico visual descoberto em filhotes de gato não se aplica a humanos, pois estes possuem uma plasticidade visual (isto é, capacidade de adaptação do aparato visual do cérebro) que lhes ajuda na aprendizagem visual, e (2) que o movimento é fundamental nessa aprendizagem.

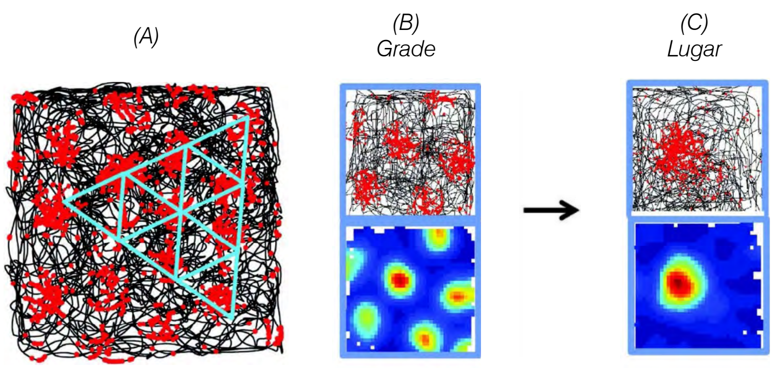
A pesquisa de Sinha teve desdobramentos: a descoberta de que ilusões de ótica, como a de Ponzo e de Müller-Lyer (https://bit.ly/2B8H3bc), não são culturalmente construídas, mas parecem ser inatas (CHATTERJEE, 2015), e que uma das características do autismo seria a dificuldade de predição de movimentos (SINHA *et al*., 2014).

Para encerrar esta seção, colocamos uma metáfora para reflexão: as pessoas aqui descritas são especiais, elas são como singularidades de um campo vetorial. Como a teoria de sistemas dinâmicos bem nos ensina, o que aprendemos com as singularidades nos diz muito sobre os demais pontos (regulares). O estudo e descoberta de esquemas que são essenciais para as pessoas especiais também se mostram muito úteis para as demais pessoas. Movimento é um destes esquemas.

BARBARA TVERSKY, MAPAS COGNITIVOS E OS PENSAMENTOS ESPACIAL E ABSTRATO

Na Figura 4, o rabisco preto descreve o movimento de um rato locomovendo-se em uma caixa de base quadrada (as imagens exibem a trajetória do rato quando a caixa é vista de cima). Eletrodos foram implantados em neurônios do hipocampo e do córtex entorrinal dos ratos de forma a acompanhar sua atividade durante o experimento. Em 1971, os neurocientistas John O'Keefe e John Dostrovsky descobriam que células do hipocampo disparavam (emitiam um sinal elétrico mais frequente) quando o rato estava em determinados lugares que já conhecia (Figura 4 (C)), como o centro da caixa ou em uma posição onde se havia colocado alguma marca, como o desenho de uma estrela. Esses neurônios foram denominados de *células de lugar* (*place cells*, em inglês). A descoberta mostrou que, em ratos, o hipocampo contém um tipo de mapa cognitivo do ambiente espacial onde o animal se locomove. Segundo Kandel *et al.* (2014), essa foi a primeira evidência para uma representação neural do ambiente, que permite que o animal se mova de forma deliberada por ele.

Figura 4 – O movimento permite identificar um triângulo equilátero em uma animação



Fonte: Adaptado de Moser, Rowland e Moser (2015, p. 3).

Segundo Bear, Connors e Paradiso (2017), não se sabe se existem ou não células de lugar no encéfalo humano. Contudo, estudos utilizando tomografia por emissão de pósitrons - TEP revelaram que o hipocampo humano é ativado por situações que envolvam navegação virtual ou imaginária através do ambiente. Os autores também mencionam um estudo feito com motoristas de táxi em Londres que, para conseguirem uma licença, precisam passar em um teste rigoroso. Londres possui vários pontos de interesse distribuídos em suas quase 25 mil ruas. Em comparação com um grupo de controle, os motoristas de táxi mostraram possuir um hipocampo posterior maior e um hipocampo anterior menor, havendo uma correlação entre o tamanho do hipocampo posterior e o tempo de experiência do motorista de táxi.

May-Britt Moser, Edvard I. Moser e John O'Keefe, prêmios Nobel de Medicina de 2014, junto com colaboradores, descobriram outro tipo de célula, as *células de grade* (*grid cells,* em inglês), que também mapeiam o espaço, mas de uma forma diferente. Localizadas no córtex entorrinal, as células de grade disparam sempre que o animal estiver em qualquer um dos nós de uma malha triangular, como nas Figuras 4 (A) e (B) (na comunidade de neurociência, a malha é vista como hexagonal). Esse sistema de referência permite uma localização que é independente de marcas específicas, de sinais do ambiente e do contexto, sendo, portanto, alocêntrica (e não egocêntrica). A fronteira da malha corresponde à fronteira natural do ambiente sendo explorado. Quando um novo local é explorado, a malha pode ser recalibrada, reorientada e, portanto, adaptada à nova situação.

O fato surpreendente é que, como mostram medidas indiretas da atividade neural e experimentos com voluntários com tarefas especialmente concebidas (por exemplo, lembrar os itens de uma lista que foi memorizada), as células de lugar e de grade mostram ter outras funcionalidades, além de servir como mapa cognitivo espacial advindo da necessidade evolutiva de movimento e ação para a sobrevivência da espécie. Segundo Tversky (2019), células de lugar também disparam com eventos, pessoas e ideias, e a malha das células de grade é usada para operar com informações conceituais, temporais e sociais. Desse modo, o pensamento espacial e o movimento associado a este tipo de pensamento são a fundação (mas não todo edifício) dos demais tipos de pensamento: mapas espaciais são usados como mapas conceituais que permitem o pensamento abstrato. Assim como nossos pés se movem de um lugar para outro por caminhos espaciais, nossas mentes se movem de pensamento em pensamento por caminhos conceituais. Espacial, aqui, não significa geométrico ou analítico, mas algo como um grafo topológico: o que está ligado ao quê. Tversky (2019) dá o exemplo da boca como outro exemplo de estruturas que evolvem para ganhar novas funcionalidades: sua função primária é da alimentação, mas a usamos para falar, assobiar, tocar flauta e beijar.

Sendo fundação, é importante observar que características e limitações do mapa espacial podem ter implicações para os mapas conceituais nele baseado. Por exemplo, é reconhecida a distorção existente no julgamento de distâncias: somos mais precisos com coisas mais próximas e menos precisos com pontos de referência mais distantes. Há uma distorção semelhante em julgamentos de dimensão social: as pessoas costumam julgar pessoas mais próximas do seu convívio social de forma diferente de membros de outros grupos sociais mais distantes. Outro exemplo: no que se refere ao tempo, eventos distantes no passado são, em geral, considerados próximos um do outro, mas eventos mais recentes, próximos de nós, são considerados mais separados. Em termos de número, discriminar grandes quantidades é mais difícil do que discriminar pequenas quantidades (Lei de Weber-Fechner).

Como observa Tversky (2019), apesar de incompletos, ambíguos, inconsistentes e enviesados, esses aparatos espaciais mentais desempenham papel fundamental em nossas vidas e em nossas imaginações: eles permitem vislumbrar outros mundos, mundos que ainda não foram vistos, e mesmo mundos impossíveis – mundos da ficção, da arte e da ciência.

UM EXEMPLO DO PODER DO MOVIMENTO: O EFEITO MCGURK

Algumas partes do cérebro reagem especificamente a estímulos relacionados com movimento, como o córtex temporal medial e o córtex temporal medial superior. Mesmo fotos estáticas de objetos em movimento (como um jogador de basquete arremessando uma bola) ativam essas regiões, enquanto fotos de poses paradas não.

Um exemplo clássico que demonstra como o movimento influencia o cérebro é o assim conhecido Efeito McGurk. Assista ao vídeo disponível em https://youtu.be/CE-I6UqYR78. É importante que você mantenha os seus olhos na boca do apresentador. O que ele está falando: “ba”, “da”, “fa”, “pa” ou “ga”? Volte ao início do vídeo e, agora, de olhos fechados, tente identificar o que ele está falando: “ba”, “da”, “fa”, “pa” ou “ga”? A resposta foi a mesma nos dois casos? Durante todo o vídeo, o apresentador está falando “ba” mas, no início (quando ele está à esquerda da tela), houve uma edição da imagem e os movimentos labiais são de “pa”. Os movimentos dos lábios influenciam e modificam a interpretação do que você está ouvindo!

Este tipo de fenômeno foi primeiramente descrito em 1976 pelos psicólogos Harry McGurk e John MacDonald na revista Nature, com o artigo *Hearing Lips and Seeing Voices* (Ouvir Lábios e Ver Vozes). O efeito é resistente: ter consciência do efeito não o elimina.

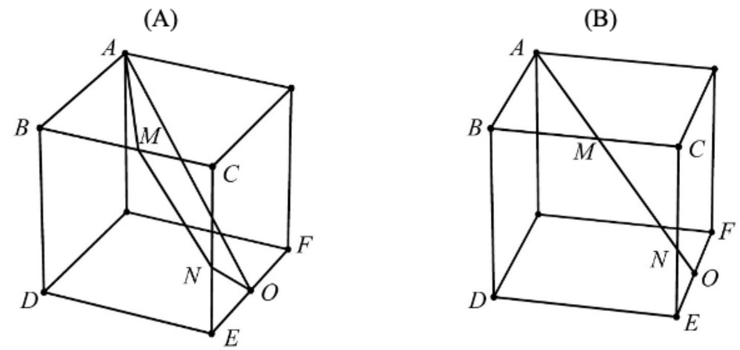
Indivíduos disléxicos exibem um Efeito McGurk menor do que os leitores normais da mesma idade cronológica, mas exibem o mesmo grau de intensidade que os leitores pareados por nível de leitura. Certas condições diminuem o Efeito McGurk: distúrbios do espectro do autismo, Doença de Alzheimer, esquizofrenia e afasia. A intensidade do Efeito McGurk pode mudar entre os idiomas: ouvintes nos idiomas holandês, inglês, espanhol, alemão, italiano e turco experimentam um efeito robusto de McGurk, enquanto ele é mais fraco para ouvintes japoneses e chineses. Mulheres mostram um Efeito McGurk mais pronunciado do que homens.

MOVIMENTOS, PENSAMENTOS E GEOGEBRA: GEOMETRIA ESPACIAL COM REALIDADE AUMENTADA EM *SMARTPHONES* E *TABLETS*

No que se refere à Geometria Espacial, uma das dificuldades que os alunos enfrentam é a tarefa de reconstruir mentalmente uma imagem tridimensional a partir de uma figura bidimensional estática impressa na página de um livro ou desenhada no quadro negro pelo professor. Como a Geometria Projetiva bem nos ensina, esse tipo de procedimento dá margem à ambiguidade, pois dois objetos diferentes podem ter uma mesma projeção plana (VOLKERT, 2008). Por exemplo, no cubo (A) na figura a seguir, se *M, N* e *O* são os pontos médios das arestas *BC, CE* e *EF* respectivamente, então o segmento *AO* e o caminho poligonal formado pela justaposição dos segmentos *AM, MN* e *NO*, quando vistos de uma posição específica, possuem a mesma projeção, a saber, o desenho em (B).

sumário

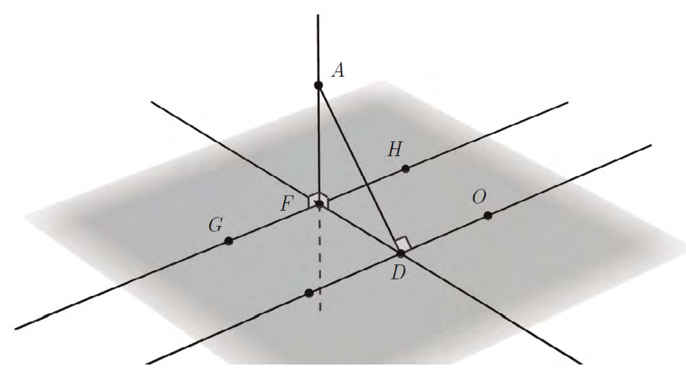
Figura 5 – Um exemplo de ambiguidade em projeção em perspectiva



Fonte: Elaborada pelo autor.

Outro complicador das representações 2D de objetos 3D: ângulos frequentemente aparecem deformados. Considere, por exemplo, a figura a seguir. Os ângulos *AFG, AFD* e *ADO* na configuração 3D são todos retos, mas na representação 2D correspondente, obtida por uma projeção em perspectiva, eles não são.

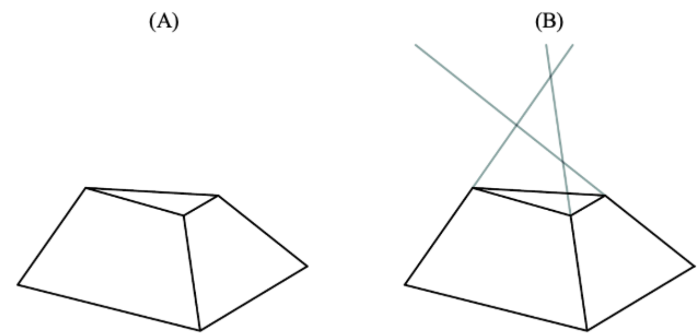
Figura 6 – Deformação de ângulos em uma projeção em perspectiva



Fonte: Elaborada pelo autor.

Mais ainda: existem representações 2D de objetos 3D que, em um primeiro momento, podem parecer adequadas, mas, de fato, não o são. Um exemplo clássico é a Pirâmide de Huffman (HUFFMAN, 1977). O desenho em (A) na figura a seguir parece ser a representação de um tronco de pirâmide de base triangular, mas, como mostra o desenho em (B), este não é o caso.

Figura 7 – A Pirâmide de Huffman

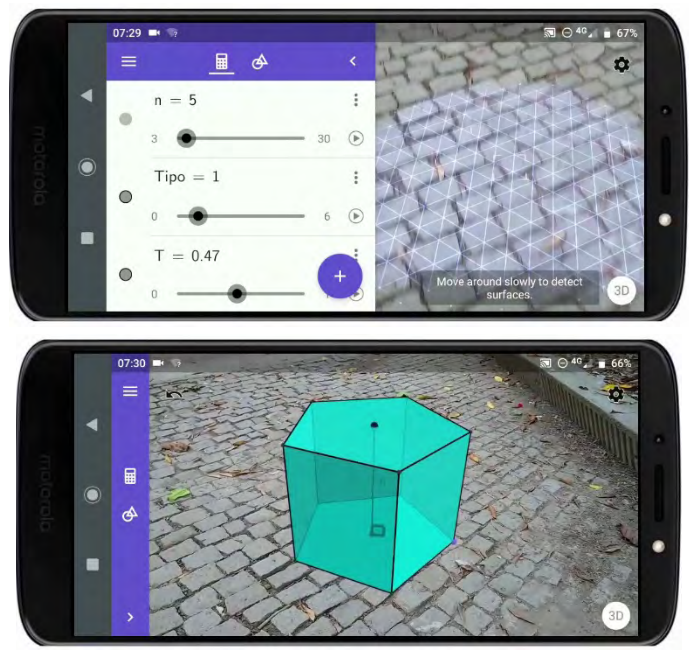


Fonte: Elaborada pelo autor.

Todos estes exemplos mostram que, para melhor entender um objeto tridimensional, é necessário observá-lo de várias posições diferentes. Certamente o uso de materiais concretos é um recurso didático indispensável, principalmente nas séries iniciais. Por outro lado, existem certas configurações e propriedades geométricas que são difíceis de representar concretamente, devido a limitações de ordem técnica. Aliados ao fascínio que exercem sobre os alunos, o computador, o *tablet*, o *smartphone* e softwares como o GeoGebra colocam-se, então, como ferramentas promissoras para o ensino da Geometria Espacial. Este potencial se amplifica com recursos como o de Realidade Aumentada.

Nas versões mais recentes do GeoGebra para *tablets* e *smartphones*, construções feitas na Janela 3D podem ser projetadas em superfícies planas em realidade aumentada: ativa-se o modo AR (realidade aumentada), aponta-se a câmera do dispositivo para uma superfície, caminha-se para que a superfície seja detectada (uma malha triangular aparecerá), toca-se na tela para iniciar a projeção em realidade aumentada (Figura 8). Observamos que a tecnologia implementada no GeoGebra Realidade Aumentada dispensa o uso de cartões ou páginas impressas, bastando o dispositivo.

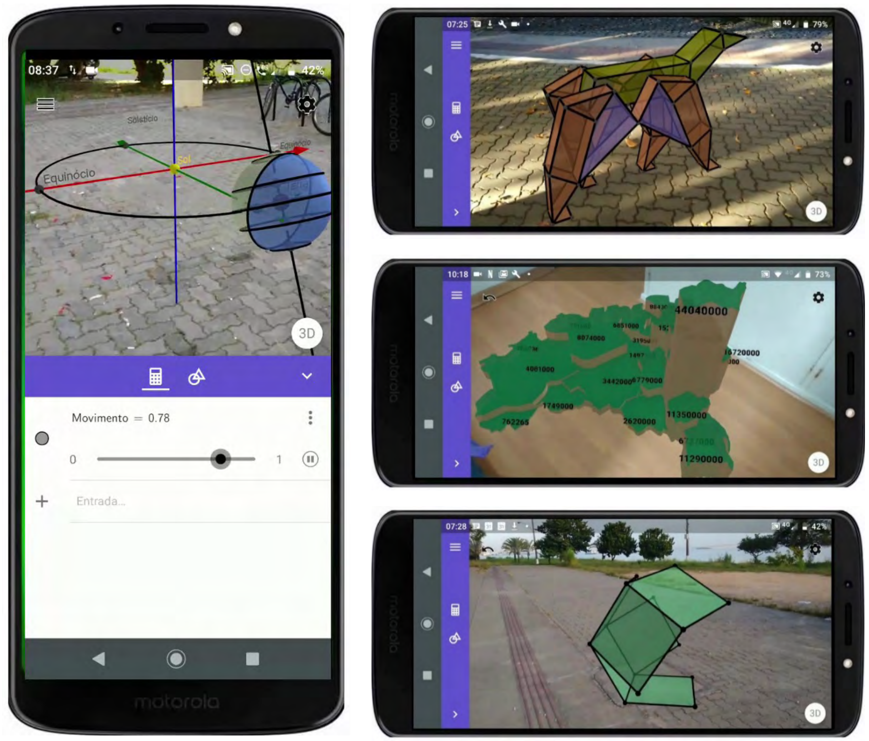
Figura 8 – Realidade Aumentada com o GeoGebra em um celular



Fonte: Acervo do autor (2019 – https://youtu.be/l2B-RS6xrvg).

Uma vez projetado o objeto 3D, o usuário pode ampliá-lo, diminuí-lo e girá-lo; caminhar em volta e por dentro dele; modificar elementos livres, semilivres e parâmetros; realizar construções geométricas diretamente na projeção; mudar a aparência dos objetos (cor, espessura, etc.); realizar medidas; tudo em tempo real (TRAPPMAIR; HOHENWARTER, 2019). Vários exemplos de construções com o GeoGebra Realidade Aumentada estão disponíveis nesta *playlist* do YouTube: https://bit.ly/2Yca39v.

Figura 9 – Exemplos de construções com o GeoGebra Realidade Aumentada



Fonte: Acervo do autor (2019 – https://bit.ly/2Yca39v).

Mas quais seriam as vantagens da Realidade Aumentada frente ao modo tradicional da Janela 3D do GeoGebra? Além dos exercícios de modelagem, isto é, construir modelos matemáticos 3D que se sobrepõem aos objetos do mudo real como recipientes e embalagens (TRAPPMAIR; HOHENWATER, 2019), gostaríamos de apontar que a tecnologia de Realidade Aumentada permite outro tipo de movimento: aquele do corpo do próprio usuário ao interagir com a cena e visualizá-la de posições e ângulos de enquadramentos diferentes. Na Janela 3D tradicional, o usuário fica sentado em uma cadeira e movimenta a cena na tela do dispositivo. No modo de Realidade Aumentada, o próprio usuário tem que se movimentar pela cena.

A importância dos gestos e do corpo na comunicação e na cognição tem sido apontada por várias referências: Clark (1998), Lakoff e Nuñez (2001), Wilson (2002), Gallagher (2006), Alibali e Nathan (2011), Edwards, Ferrara e Moore-Russo (2014), Freitas e Sinclair (2014), Krause (2015) e Pfeifer e Bongard (2019).

Tversky (2019) relata vários experimentos que evidenciam o papel dos gestos no pensamento, no Capítulo Cinco de sua obra. Em um deles, participantes deveriam descrever oralmente relações espaciais (por exemplo, relatar como ir de casa para o trabalho). Aqueles que estavam sentados sobre suas mãos (impedidos, então, de movimentá-las) mostraram dificuldades em encontrar palavras para fazer a descrição. O ato de inibir o movimento faz mais do que dificultar a fala, ele dificulta o pensamento. Mesmo pessoas cegas de nascença, jovens e adultos, que nunca viram outras pessoas gesticulando, também usam gestos para se comunicarem. Segundo Tversky (2019), gestos nos ajudam a falar, pensar, mudar os pensamentos dos outros, fazer matemática e música e promover interações sociais.

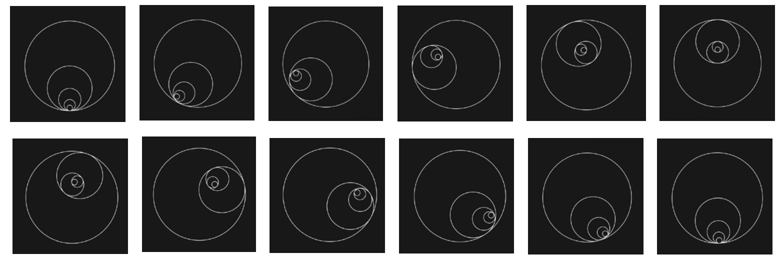
Neste contexto, ao conceber e interagir com construções tridimensionais no módulo de Realidade Aumentada do GeoGebra, corpos e mentes dos alunos, de forma entrelaçada, apreendem estruturas do espaço que são a base para os outros tipos de pensamentos.

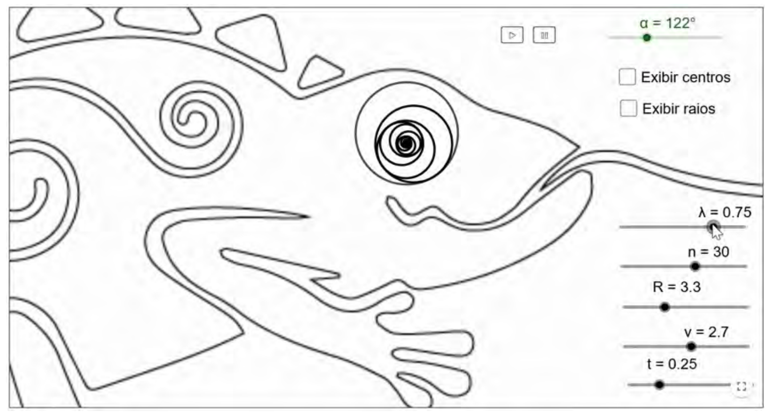
MOVIMENTOS, PENSAMENTOS E GEOGEBRA: ENGENHARIA REVERSA EM ANIMAÇÕES MATEMÁTICAS ARTÍSTICAS

Nos grupos e perfis relacionados com Matemática das mídias sociais, é comum encontrar pequenas animações artísticas com motivação matemática. Uma busca pelas *hashtags* seguintes pode dar uma amostra deste gênero artístico: #mathart, #geometric e #animation, #codeart, #proceduralart, #generativeart, #algorithmicart. Tal tipo de atividade se enquadra na educação STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics), uma abordagem que procura promover a aprendizagem de forma interdisciplinar e holística, integrando as disciplinas de Ciências, Tecnologia, Engenharia, Artes e Matemática estimulando o engajamento, a experimentação, a criatividade, a inovação, a curiosidade, a investigação, a colaboração, a resolução de problemas, o uso e a validação de modelos (KHINE; AREEPATTAMANNIL, 2019).

Como um dos trabalhos desenvolvidos na disciplina de *Novas Tecnologias no Ensino da Matemática* para a licenciatura presencial em Matemática da Universidade Federal Fluminense, os licenciandos devem se dividir em grupos e cada grupo se responsabiliza por uma animação artística. O desafio proposto é o de reconstruir a animação no GeoGebra. A Figura 9 exibe um exemplo com 12 quadros da animação artística e sua reconstrução no GeoGebra. Dado que a animação dos círculos encaixados lembrava o olho de um camaleão, incluiu-se na construção do GeoGebra um desenho do animal. Outros exemplos podem ser encontrados aqui: https://bit.ly/2XEGvlv.

Figura 10 – Um exemplo de animação artística: círculos girando dentro de círculos





Fonte: Elaborada pelo autor (2019 – https://www.geogebra.org/m/behy9tau).

A realização da tarefa para cada animação requer uma primeira etapa de engenharia reversa em uma abordagem *top-down* de análise e decomposição (como o movimento do todo pode ser descrito em termos elementares?) seguida de uma síntese e reconstrução em uma abordagem *bottom-up* a partir dos recursos e do poder de expressão que as ferramentas do GeoGebra oferecem. Para a primeira parte, no processo de análise, frequentemente os alunos usam o recurso de incluir imagens de fundo no GeoGebra para fazer medições em alguns frames da animação original. Há também o serviço https://ezgif.com/speed, que permite modificar a velocidade de animação (tornála mais lenta ajuda muito). Cabe lembrar que, na segunda etapa, os alunos precisam articular vários objetos matemáticos sinteticamente e analiticamente, com especial destaque para as transformações geométricas. Em termos de produção de animação, a estrutura básica normalmente é a interpolação linear

$$P(t) = (1 - t)\,A + t\,B, \quad t \in [0, 1].$$

que leva A em tempo $t = 0$ em B em tempo $t = 1$ por meio de um controle deslizante do GeoGebra. Aqui, A e B podem ser pontos, funções, matrizes (que codificam transformações), ou seja, elementos de um espaço vetorial. Nesta segunda etapa ocorre, também, um processo de generalização: enquanto os componentes da animação original estão fixos, no GeoGebra é possível incluir parâmetros que podem modificar a animação. No caso da Figura 9, os parâmetros incluem o número de círculos usados (n), o fator de homotetia entre círculos consecutivos (λ), a velocidade (v), além da possibilidade de exibir elementos auxiliares (centros e raios dos círculos).

Observamos que, dadas suas características, este tipo de atividade se alinha com os aspectos de reconhecimento de padrões, decomposição, algoritmos e abstração do Pensamento Computacional (https://curriculo.cieb.net.br/), agora considerado na Base Nacional Comum Curricular - BNCC para a Escola Básica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma das tarefas do pesquisador em educação é tornar explícito aquilo que fica invisível na prática da sala de aula. Enquanto o movimento aparece nas construções dinâmicas do GeoGebra, nas brincadeiras em sala de aula, nos gestos de professores e alunos, o porquê de fazer o que se faz (e talvez sem ter consciência disso) pode passar desapercebido. Neste texto, procuramos trazer lentes teóricas da Psicologia e da Neurociência para o importante papel que o movimento tem no ensino, na aprendizagem e em nossas vidas de um modo geral.

Gostaríamos de finalizar este texto apontando para a questão da integração da Psicologia e da Neurociência com a Educação Matemática: muito se tem produzido recentemente em Psicologia e Neurociência, principalmente no que se refere aos anos iniciais das crianças, mas estas pesquisas e seus resultados parecem não alcançar as licenciaturas nas universidades e nem a Escola Básica. Enquanto a Educação Matemática parece focar em questões de “software”, precisamos aprender com as equipes que tratam de “hardware”. Felizmente, já começam a aparecer trabalhos sistematizados desta integração, como o livro de Norton e Alibali (2019). Certamente precisamos de mais iniciativas como esta.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Carlos Tomei, Carmen Mathias, Cydara Cavedon Ripoll, Diego Lieban, Fabio Simas, Letícia Rangel, Rita de Cássia Silva Costa, Rodrigo Pessanha da Cunha, Edilson José Curvello Machado por se disporem a ler, revisar e criticar o texto original.

REFERÊNCIAS

ALIBALI, M. W. A.; NATHAN, M. J. Embodiment in Mathematics Teaching and Learning: Evidence From Learners’ and Teachers’ Gestures. *Journal of the Learning Sciences*, v. 21, n. 2, p. 247-286, 2011.

BASNIAK, M. I. *A Construção de Cenários Animados no GeoGebra e O Ensino e A Aprendizagem de Funções*. Comunidad GeoGebra Latinoamericana, 2019. Disponível em: https://youtu.be/ufpBK_CzDUQ. Acesso em: 28 fev. 2020.

BEAR, M. F.; CONNORS, B. W.; PARADISO, M. A. *Neurociências: Desvendando O Sistema Nervoso*. Quarta edição. Porto Alegre: Artmed, 2017.

CHATTERJEE, R. Feature: Giving Blind People Sight Illuminates the Brain's Secrets. *Science*, AAAS, Oct. 22, 2015.

CLARK, A. *Being There: Putting Brain, Body, and World Together Again*. MIT Press, 1998.

EDWARDS, L. D.; FERRARA, F.; MOORE-RUSSO, D. *Emerging Perspectives On Gesture and Embodiment in Mathematics*. Information Age Publishing, Inc., 2014.

FREITAS, E. de; SINCLAIR, N. *Mathematics and The Body: Material Entanglements in The Classroom*. Cambridge University Press, 2014.

GALLAGHER, S. *How The Body Shapes The Mind.* Oxford University Press, 2006.

GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para O Aprendizado da Geometria. *Anais* do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, 1996. Disponível em: https://goo.gl/djQ7YJ. Acesso em: 8 maio 2015.

HUFFMAN, D. A. Realizable Configurations of Lines in Pictures of Polyhedra. Em: ELCOCK, E. W.; MICHIE, D. (Eds.). *Machine Intelligence 8,* Ellis Horwood, England, p. 493-509, 1977.

KANDEL, E. SCHWARTZ, J.; JESSEL, T. M.; SIEGELBAUM, S. A.; HUDSPETH, A. J. *Princípios de Neurociências*. 5ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2014.

KHINE, M. S; AREEPATTAMANNIL, S. *STEAM Education: Theory and Practice*. Springer-Verlag, 2019.

KRAUSE, Christina M. The Mathematics in Our Hands: How Gestures Contribute To Constructing Mathematical Knowledge. Springer-Verla, 2015.

LAKOFF, G.; NUÑEZ, R. *Where Mathematics Come From: How The Embodied Mind Brings Mathematics Into Being*. Basic Books, 2001.

MACHADO, E. J. C.; BORTOLOSSI, H. J.; ALMEIDA JUNIOR, R. V. *Explorando Geometria 2D e 3D na Escola Básica com O Software Gratuito GeoGebra para Smartphones e Tablets.* Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2019. Disponível em: http://bit.ly/2I5sLru. Acesso em: 28 fev. 2020.

MOSER, M-B.; ROWLAND, D. C.; MOSER Edvard I. Place Cells, Grid Cells, and Memory. *Cold Spring Harbor Perspectives in Biology*, v. 7, n. 2, a021808, p. 1-15, 2015.

NORTON, A.; ALIBALI, M. W. *Constructing Number: Merging Perspectives from Psychology and Mathematics Education*. Research in Mathematics Education, Springer-Verlag, 2019.

OSTROVSKY, Y.; MEYERS, E. GANESH, S. MATHUR, U. SINHA, P. Visual Parsing After Recovery From Blindness. *Psychological Science*, v. 20, n. 12, p. 1484-1491, 2009.

PFEIFER, R; BONGARD, J. *How The Body Shapes The Way We Think: A New View of Intelligence*. MIT Press, 2019.

SINHA, P. *Learning To See in Late Childhood*. MIT Club of Northern California, 2007. Disponível em: https://vimeo.com/384059. Acesso em: 29 fev. 2020.

SINHA, Pawan. *Pawan Sinha em como O Cérebro Aprender A Ver.* Palestra TED, 2009. Disponível em: http://bit.ly/32AGv7c. Acesso em: 29 fev. 2020.

SINHA, P.; KJELGAARD, M. M; GANDHI, T. K.; TSOURIDES, K.; CARDINAUXA, A. L.; PANTAZISA, D.; DIAMONDA, S. P.; HELDA, R. M. Autism as A Disorder of Prediction. *PNAS*, v. 111, n. 42, p. 15220-15225, 2014.

TRAPPMAIR, A.; HOHENWARTER, M. *Driving Augmented Reality: GeoGebra's New AR Features in Teaching Mathematics.* Proceedings of The 14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching – ICTMT 14: Essen, Germany, 22nd to 25th of July, 2019. Disponível em: https://bit.ly/3eP1NTA. Acesso em: 3 jun. 2020.

TVERSKY, B. *Mind in Motion: How Action Shapes Thought.* Basic Books, 2019.

VOLKERT, K. *The Problem of Solid Geometry.* Universität Wuppertal, 2008.

WILSON, M. Six Views of Embodied Cognition. *Psychonomic Bulletin & Review*, v. 9, n. 4, p. 625-636, 2002.