

Experiencia de Enseñanza

“Aplicación de la teoría APOE en la construcción del concepto de razón”

M. E. José Carlos Contreras Mercado

19 de Octubre de 2021

Punto de partida

Los alumnos de secundaria de diferentes grados, presentan bajo dominio de contenidos matemáticos derivado de no utilizar conceptos matemáticos al momento de resolver problemas de manera autónoma.

Escases reflexiva en los argumentos dados por los alumnos

La conceptualización de los objetos no alcanza los niveles deseados

Conceptos

“La representación lingüística de una idea abstracta que capacita al que la posee para **clasificar objetos** o eventos y para decidir si dichos objetos son ejemplos o no ejemplos de la idea abstracta en cuestión”
González (2005) (p.39)

Al proceso que hace un sujeto para construir un concepto se le denomina “conceptualización”

Conceptos matemáticos

Tienen un carácter de abstracción, por consecuente sólo existen en la mente

Para definir un concepto matemático en algunas ocasiones este “se queda muy corto”

Vergnaud según Barrantes Campos, (2006) explica que, para que un sujeto le dé un verdadero sentido al concepto es a través de situaciones en donde deba de tener contacto con la representación

Teoría APOE



La propuesta que se llevó a cabo para analizar el proceso de conceptualización de los alumnos fue la de construcción y comprensión de los conceptos de razón y proporción.

- ▶ Razón: Relación entre dos magnitudes
- ▶ Proporción: Igualdad entre dos razones

Tomados de Diccionario matemático Larousse (2013)

Razón y Proporción en Planes y Programas 2011 México

En secundaria genera mucha importancia

- Transversalidad con los diferentes ejes temáticos.

Sus inicios se encuentran a nivel primaria

- 2 grado: Reparto y agrupamiento
- 3 grado: “cuantas veces cabe en”
- 4 grado: División de un reparto
- 5to grado: Valor faltante, reconocer factor constante

Problemas en el aprendizaje de razones y proporciones

Ruiz et al. (1997 a y 1997 b)
La utilización excesiva de la regla de tres tanto por los maestros como por los alumnos

Bezuk .Identifican las representaciones de las razones o proporciones solo como problemas de valor desconocido, recomienda el método de valor unitario

“Tratamiento de los conceptos de razón y proporción a través de un programa Didáctico” Ruiz Ledesma (s.f)

Metodología

- ▶ Conocer los **problemas** referentes al aprendizaje de los conceptos de razón y proporción que los estudiantes en cuestión han generado a través de su recorrido por el estudio de las matemáticas en la etapa de educación secundaria así como generar una **propuesta para su correcto aprendizaje**.

Contenidos que se tomaron para aplicar la propuesta

EJES

FORMA, ESPACIO Y MEDIDA

FIGURAS Y CUERPOS

- Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales.
- Aplicación de la semejanza en la construcción de figuras homotéticas.

NOCIONES DE PROBABILIDAD

- Cálculo de la probabilidad de ocurrencia de dos eventos independientes (regla del producto).

MANEJO DE LA INFORMACIÓN

PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

- Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que la representa.

Descomposición genética de los conceptos de razón y proporción

Se propondrán situaciones problemáticas, donde se muestren figuras semejantes e identifiquen cuánto aumentó o disminuyó, maneja los procedimientos eficientemente, puede que presenten algún problema

• **Acción**

Este aspecto se alcanzará si el alumno le puede dar un significado a las operaciones que realiza, y pueda justificar correctamente el porqué y para qué hizo esas operaciones, identificando propiedades.

• **Procesos**

Es en donde el alumno puede denominar o relacionar las propiedades de las razones o proporciones con sus diferentes representaciones, saber donde se puede aplicar

• **Objeto**

Se comprobará el alcance de este nivel a partir de que el alumno muestre que puede hacer una representación de las razones y proporciones y pueda trasladarse de una representación a otra.

• **Esquema**

Descripción y aplicación
de las actividades

Clase 1

Se realizaría un diagnóstico para que los alumnos demostraran conocimientos previos adquiridos durante años escolares pasados referente a los temas de razones y proporciones.

1.- Clara ha tardado 1 hora en escribir 16 hojas de su trabajo de literatura
¿Cuántas podrá escribir en 7 hrs. y media?

2.- Una máquina ha producido 100 piezas en 4 hrs. ¿Cuántas producirá en 13 horas?

¿Cuántas piezas hace en 1 hora?

3- Una pareja de recién casados quiere hacer una ampliación de su fotografía de bodas para colgarla en la sala de su casa. La figura muestra las medidas originales

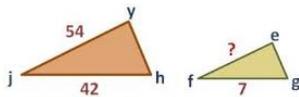


a) Si quieren que la fotografía mida 192 cm de altura
¿Cuánto debe de medir de base al ampliarla sin que se deforme la foto?

b) Además Quieren regalar a sus familiares una foto pequeña, si la reducen y miden 12 cm de base ¿Cuánto debe de medir el largo?

c) También se harán tarjetas de recuerdo a razón de $\frac{1}{4}$ ¿Qué medidas tendrían los lados de la tarjeta?

4.- De las figuras siguientes encuentra el valor del lado faltante



4.1 ¿Cuál es la escala en la que está el triángulo grande con respecto al chico?

Si vemos la relación de sus lados correspondientes como fracción ¿Podríamos decir que son fracciones equivalentes?

¿Para qué utilizaste las razones?

¿Para qué utilizaste las proporciones?

Análisis

2.- Una máquina ha producido 100 piezas en 4 hrs ¿Cuántas producirá en 13 horas? R=325 piezas

Que se tiene que hacer para resolver el problema y por que	Operaciones y resultado
Una regla de tres por que así multiplicamos 13 por 100 y dividimos el resultado entre 4.	$100 \times 13 = 1300$ $1300 \div 4 = 325$

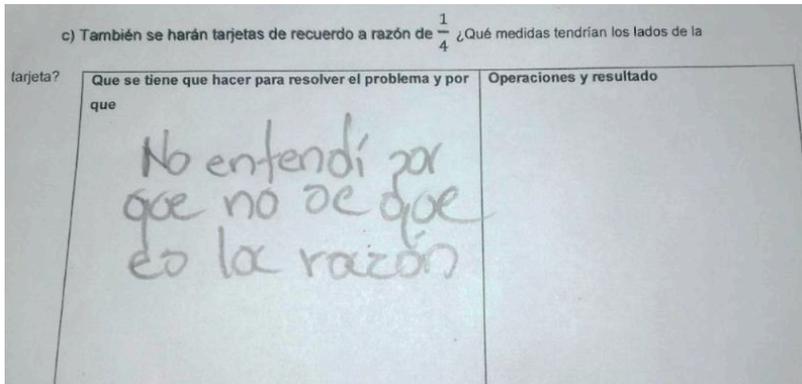
Utilización de la regla de tres

2.- Una máquina ha producido 100 piezas en 4 hrs ¿Cuántas producirá en 13 horas?

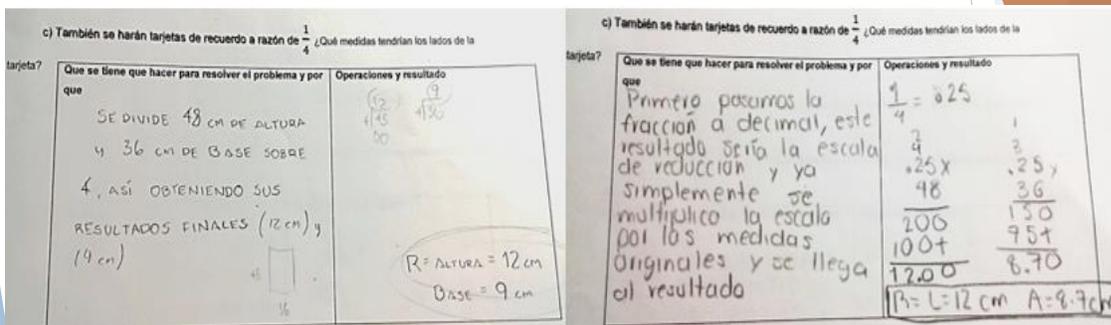
Que se tiene que hacer para resolver el problema y por que	Operaciones y resultado
Dividir las 100 piezas entre 4 para sacar la producción por hora, y después multiplicarlo por las horas deseadas (13), por que 4 no es un múltiplo de 13	$100 \div 4 = 25$ $25 \times 13 = 325$

325 piezas

Utilización de método de valor unitario



Alumno que no pudo identificar no supo que era una razón



Respuestas a la pregunta donde se tenía que aplicar la razón

Relación entre lados correspondientes (Proporción)

“ si es equivalente ya que el valor que salió es el mismo”

“sólo son el aumento o disminución de las medidas”

“hay equivalencia de cantidades”

“tienen el mismo valor “

► Utilidades de las razones y proporciones

Utilidades de las razones

- 1.- *“sacar diferencia de medidas”*
- 2.- *“saber cuánto aumentó o disminuyó”*
- 3.- *“para resolver problemas”*
- 4.- *“para encontrar 2 resultados iguales”*
- 5.- *“para obtener un valor”*

Utilidades de las proporciones

- 1.- *“Saber cuánto aumentó o disminuyó en ambos lados”* algunos alumnos le agregaron equitativamente
- 2.- *“Conocer si hay razones iguales”*
- 3.- *“Para dar a conocer resultados”*
- 4.- *“Para ampliar o disminuir correctamente”*

Clase 2

Los alumnos demostrarán las propiedades que guardan las razones y proporciones mediante operaciones correspondientes e identificarán donde se puede presentar una proporcionalidad

1.- Contesta las siguientes preguntas a partir de las imágenes

¿Qué medidas debe de tener la imagen para que sea semejante?

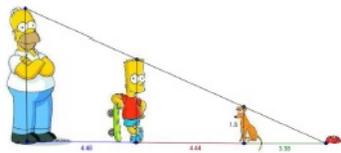


¿Si colocamos 7.5 de altura y 5.25 de base como medidas sería semejante?

¿Si a la siguiente imagen se le sumará 2 cm a cada medida, seguiría siendo semejante?

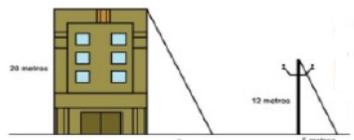


2.- Encuentra la altura de Homero y Bart



3.- Un buzo se encuentra a 5 metros de un barco al nivel del mar. El mástil del barco sobresale 3 metros de la borda. El buzo ve alineados el extremo del mástil y el foco del faro. ¿A qué altura sobre el nivel del mar se encuentra el foco del faro?

4.- ¿Cuánto medirá la sombra del edificio cuando la sombra del poste sea de 5 m.?



¿Cuántos metros del poste corresponden a 1 m. del edificio?

Acción

- Contestaron mal la mayoría de las preguntas
- Argumentación deficiente

¿ Si a la siguiente imagen se le sumará 2 cm a cada medida, seguiría siendo semejante?

Explica porque sí o porque no es semejante	Operaciones y resultado comprobación
Sí, porque aumento proporcionalmente, pero no cambia la figura.	

2.- Encuentra la altura de homero y bart

Qué se tiene que hacer para resolver el problema y por qué una regla de 3 para obtener las medidas	Operaciones y resultado
	$\begin{array}{r} 1.5 \\ \times 3.38 \\ \hline 5.07 \\ 49.50 \\ \hline 5.07 \\ 19.71 \\ \hline 14.70 \\ 14.70 \\ \hline 29.40 \end{array}$

Qué se tiene que hacer para resolver el problema y por qué sacamos la diferencia de la medida de la base y eso se lo fuimos sumando	Operaciones y resultado
	$\begin{array}{r} 2.60 \\ - 1.56 \\ \hline 1.04 \end{array}$

Proceso

- La mayoría el método de valor unitario
- No verificaron si se conserva una proporcionalidad

¿ Si colocamos 7.5 de altura y 5.25 de base como medidas sería semejante?

Explica tu respuesta	Operaciones y resultado
Si ya que aumentaron lo mismo al dividir los resultados	$\begin{array}{r} 7.5 \\ \div 26 \\ \hline 0.28846153846153846 \end{array}$

¿ Si a la siguiente imagen se le sumará 2 cm a cada medida, seguiría siendo semejante?

Explica porque sí o porque no es semejante	Operaciones y resultado comprobación
Si ya que aumentaron una proporción entonces las demás medidas deben aumentar lo mismo	$\begin{array}{r} 5+2=7 \\ 35+2=37 \\ \hline 37 \\ \div 20 \\ \hline 1.85 \end{array}$

Objeto

- Comprobación de una semejanza

¿Si colocamos 7.5 de altura y 5.25 de base como medidas sería semejante?

$R = S'$

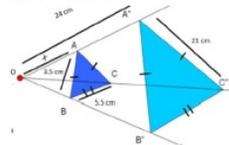
Explica tu respuesta	Operaciones y resultado
Se saca la razón de las medidas $7.5/5$ y $5.25/3.5$ para que nos de 1.5 que es lo que aumentó proporcionalmente las medidas.	$\frac{7.5}{5} = 1.5$ $\frac{5.25}{3.5} = 1.5$
	operaciones

“Encapsulación”

Clase 3

Se quería conocer cómo es que los alumnos identificaban situaciones que involucran las razones y proporciones y cómo aplican sus propiedades en las figuras de homotecia.

1. Completa las medidas que se puedan de la siguiente imagen contesta las siguientes preguntas



- 1.1 ¿Cuánto mide el segmento OA?
- 1.2 ¿Cuál es la razón de homotecia del triángulo?
- 1.3 ¿Cuánto mide el segmento B'C'?

- 2.- Realiza una figura de homotecia de la siguiente imagen en razón $\frac{9}{36}$



¿Qué diferencia hay entre la razón de semejanza y la razón de homotecia?

Preguntas de valor faltante

1.1. ¿Cuánto mide el segmento OA? 4 cm

Operaciones y resultado	Por qué hiciste esas operaciones
$\frac{21}{3.5} = 6$ $\frac{3.5 \times 6}{21.0} = \frac{21}{21.0}$ $\frac{5.5 \times 6}{33.0}$	<p>Porque se supone que es proporcional, entonces, sacamos la razón de dos medidas, el resultado sería cuando aumenta proporcionalmente. Para sacar OA, dividí 24 entre la razón de homotecia, lo que da 4</p>

1.2. ¿Cuál es la razón de homotecia del triángulo? 6 cm

Método de valor unitario

1.1. ¿Cuánto mide el segmento OA?

Operaciones y resultado	Por qué hiciste esas operaciones
$\frac{3.5 \times 6}{21.0} = \frac{21}{21.0}$ $\frac{5.5 \times 6}{33.0}$ $\frac{4}{24} = \frac{0}{0}$ <p>$R = \text{Aumenta } 6$ $R = 33$ $OA = 4$</p>	<p>Aumento 6 veces, busque un número que multiplicado por 3.5 de 21 y así poder sacar el resultado del otro lado</p>

1.2. ¿Cuál es la razón de homotecia del triángulo? 6

Método de suma repetida

Aplicación de la razón en la construcción de figura de homotecia

2. Realiza una figura de homotecia de la siguiente imagen en razón 9/36

$OB = 5.5 \text{ cm} \cdot (.25) = 1.375$
 $OA = 2.8 \text{ cm} \cdot (.25) = .70$
 $OC = 2.8 \text{ cm} \cdot (.25) = .70$
 $OD = 5.5 \text{ cm} \cdot (.25) = 1.375$

Operaciones y resultado	Por qué hiciste esas operaciones
$\begin{array}{r} 2.8 \times .25 \\ 1.140 \\ \underline{110} \\ 1375 \end{array}$ $\begin{array}{r} 5.5 \times .25 \\ 1.375 \\ \underline{140} \\ 1375 \end{array}$	<p>Ya que tenemos el centro de homotecia y medimos cada uno de los lados se saca la razón de 9/36 que da .25 entonces todas nuestras medidas la multiplicamos por .25.</p>

Aplicación de la razón a la figura y segmentos

2. Realiza una figura de homotecia de la siguiente imagen en razón 9/36

Operaciones y resultado	Por qué hiciste esas operaciones
$\frac{9}{36} = 0.25$ $R = 0.25$ $\begin{array}{r} 3 \times 0.25 \\ 0.75 \end{array}$	<p>Ya que la razón es 0.25 se multiplica por 3, que es la medida de sus lados</p>

Aplicación de la razón solo a la figura

“Desencapsulación”

Identificar la diferencia entre razón de semejanza y razón de homotecia

- En semejanza solo aumenta o disminuye y en homotecia solo se hace grande
- Es la misma solo que en homotecia se forma a partir de un punto
- No hay diferencia

- En semejanza cambia por medidas y homotecia a partir de un punto
- Una parte de un punto y la otra no
- Semejanza es igual y homotecia sólo aumenta
- Es lo mismo

En relación con la teoría APOE

Clase 4

Identificar si el alumno reconoce qué aspectos de las razones y proporciones se guardan en el tema de probabilidad.

1.- En una mesa hay 3 vasos uno grande, uno mediano y uno chico, y les verterán jugos naturales de naranja, zanahoria y piña ¿Cuál es la probabilidad de que llegue una persona y tome uno mediano y sea de piña?

2.- Identifica donde si y donde no se puede aplicar la regla del producto además contesta la pregunta

a) Hay 87 canicas en una bolsa y 68 son verdes. Si se escoge una, ¿Cuál es la probabilidad de que esta sea verde?

b) Andrea tiene una blusa roja, una verde y una naranja y pantalones de color blanco y rosa ¿Cuál es la probabilidad de que se ponga una blusa verde o roja?

c) De la misma situación anterior ¿Cuál es la probabilidad de que se ponga una blusa verde y un pantalón rosa?

3.- En probabilidad $\frac{3}{6}$ es igual a 0.5 ¿sería lo mismo decir que la probabilidad es de $\frac{6}{12}$? por qué? ¿En probabilidad se puede utilizar razón? ¿Para qué?

4.- ¿En probabilidad se puede utilizar la proporción?

5.- ¿Qué diferencia hay entre las aplicaciones de las razones y proporciones vistas anteriormente y las razones y proporciones que puedan existir en probabilidad?

¿Es igual a 0.5 sería lo mismo decir que la probabilidad es de 6/12? ¿Por qué? ¿en probabilidad se puede utilizar la razón? ¿para qué?
Sí, ya que sigue siendo $\frac{1}{2}$, solo que simplificado: $\frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = .5 = 50\%$.

Probabilidad 50 %

¿Es igual a 0.5 sería lo mismo decir que la probabilidad es de 6/12? ¿Por qué? ¿en probabilidad se puede utilizar la razón? ¿para qué?
No, ya que la probabilidad estaría mal si ya que pueden existir relación entre 2 medidas y obtener resultados iguales.

Existe una relación entre las dos medidas

¿En probabilidad se puede utilizar la proporción?
NO, se puede sacar evento con cantidades semejantes
En probabilidad se puede utilizar la proporción? No, ya que se basa en el concepto de las magnitudes, y varia aqui ya que es la probabilidad diferente.

No existe proporción

¿En probabilidad se puede utilizar la proporción? Sí, las probabilidades pueden adquirir una proporción pues $\frac{3}{6}$ ó $\frac{6}{12}$ es lo mismo: $.5$ ó $\frac{1}{2}$.

Si existe probabilidad

Diferencia de aplicaciones que habían dado antes a las razones y proporciones y las aplicaciones que se le daban en probabilidad en

¿Qué diferencia hay entre las aplicaciones de las razones y las proporciones vistas anteriormente y las razones y proporciones que existen en probabilidad?

Se usa para saber los resultados de eventos aleatorios, no hay proporción, pero sí razón de división.

Teoría APOE

Los alumnos identificaron que existe **una razón en probabilidad**, pero sin proporcionalidad al hablar de la probabilidad de dos o más eventos iguales simultáneamente, agregándole a esto que identificaron indirectamente una proporción al **comparar solo las probabilidades**, como si se tratara de **fracciones equivalentes**.

Clase 5

Los alumnos demostrarán los conocimientos adquiridos de razones y proporciones y los aplicarán en diferentes representaciones.

1.- Realiza 2 triángulos rectángulos en cada hoja de color en donde por 1 cm de un cateto haya 3 cm del otro cateto, no se puede repetir las mismas medidas.

2.- Cómo los podrías acomodar para identificar que son semejantes. Dibuja una posición y menciona otras que también se podrían hacer

3.- De que otra forma se puede comprobar que son semejantes

4.- Elabora una tabla donde representes las medidas de cada triángulo, argumenta donde se puede **ver una proporción y una razón y realiza la operación para comprobarlo.**

5.- Si una de las variables se le denomina X y a la otra Y ¿Cómo establecerías la relación que existe entre ellas de acuerdo a la indicación inicial?

Tiempo fuera

Espera a que el maestro te de indicaciones sobre lo que se realizará después, no contestes las demás preguntas hasta que te lo indique

6.- ¿Que se tiene que dividir para obtener la tangente del ángulo que tienen en común cada uno de los triángulos? Anota debajo la operación numérica que se realizaría.

7.- ¿Qué representa el valor que obtuvieron?

8.- ¿Se puede visualizar una pendiente en la gráfica? ¿En dónde?

9.- ¿Qué relación existe entre la división que se hace de la tangente y la expresión algebraica?

10.- Si se presenta la expresión $y=2x$ ¿Qué puede significar?

11.- Realiza otras representaciones que puede obtener la expresión algebraica anterior

12.- Responde la pregunta

Manuel se fue de viaje a Mazatlán, en el hotel al que llegó le mostraron un mapa y le explicaron que 5 cm marcados en el mapa equivalen a 600 m del real, Manuel observó que el acuario estaba a 11 cm del hotel en el mapa ¿Cuál es la distancia real del hotel al acuario?

¿Y si estuviera a fuera 9 cm en el mapa cuánto sería en realidad?

13.- Realiza otra forma en la que representarías los datos que se dan en el problema

Acción

3.- De que otra forma se puede comprobar que son semejantes

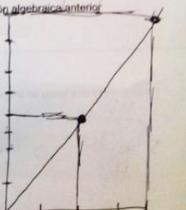


Que se tiene que hacer para resolver el problema y por que	Operaciones y resultado
Por la medida de ángulos	

9.- ¿Qué relación existe entre la división que se hace de la tangente y la expresión algebraica?

En una se resuelve mediante expresiones y la expresión ayuda a resolverlo

11.- Realiza otras representaciones que puede obtener la expresión algebraica anterior

$$m_{xy} = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$$


Manuel se fue de viaje a Mazatlan, en el hotel al que llegó le mostraron un mapa y le explicaron que 5 cm marcados en el mapa equivalen a 600 m del real, Manuel observó que el acuario estaba a 11 cm del hotel en el mapa ¿Cuál es la distancia real del hotel al acuario?

Que se tiene que hacer para resolver el problema y por que	Operaciones y resultado
5 cm — 600 m 11 cm — R=1320 m	$\begin{array}{r} 11 \times \\ 600 \\ \hline 6600 \end{array}$ $\begin{array}{r} 1320 \\ 5 \overline{) 6600} \\ \underline{16} \\ 10 \\ \underline{00} \end{array}$

Proceso

3.- De que otra forma se puede comprobar que son semejantes

Que se tiene que hacer para resolver el problema y por que	Operaciones y resultado
Mediante sus proporciones y de que su altura se multiplica por 3	$\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{12}$

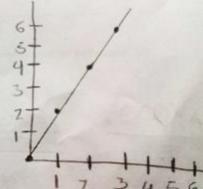
11.- Realiza otras representaciones que puede obtener la expresión algebraica anterior

$$y = 2x \quad -2x + y = 0$$

$$2x - y = 0 \quad 2y = 4x$$

$$5x = x \quad 3y = 6x$$

$$25y = 5x \quad 4y = 8x$$

$$5y = 10x$$


- Identifica una proporción
- Obtuvo una expresión algebraica
- Sólo una representación gráfica

9.- ¿Qué relación existe entre la división que se hace de la tangente y la expresión algebraica?

Son las veces que avanza
por ejemplo: $20x = y$

10.- Si se presenta la expresión $y = 2x$ ¿Qué puede significar?

las veces que avanza es 20
y corta en el punta de origen

Objeto

3.- De que otra forma se puede comprobar que son semejantes

Que se tiene que hacer para resolver el problema y por que	Operaciones y resultado
Debido a la razón ya que la razón entre lados de cada triángulo al hacer la división da la razón de 3 en ambas y significa que son proporcionales y así mismo semejantes.	$\frac{6}{2} = 3$ $\frac{9}{3} = 3$
Son triángulos con los mismos ángulos ya que son rectos y tienen ángulos iguales.	

9.- ¿Qué relación existe entre la división que se hace de la tangente y la expresión algebraica?

El resultado de la división de la tangente es el Valor de la razón ✓

10.- Si se presenta la expresión $y=2x$ ¿Qué puede significar?

- que "y" equivaldría 2 veces el valor de "x" ✓
- 2 es igual al valor de la razón y de la pendiente ✓

4.- Elabora una tabla donde representes las medidas de cada triángulo, argumenta donde se puede ver una proporción y una razón y realiza la operación para comprobarlo.

	x		y	
	Cateto 1	Cateto 2	Cateto 1	Cateto 2
Triángulo 1	1	3	3	3
Triángulo 2	2	6	3	3
Razón	0,5	0,5		
	2	2		

Relación entre el cateto 1 y el 2: 3

Relación entre el cateto 2 y el 1: 3

5.- Si una de las variables se le denomina X y la otra Y, ¿Cómo establecerías la relación que existe entre ellas de acuerdo a la indicación inicial?

Describe el procedimiento que realizarías y en dado caso el resultado obtenido:

$y=3x$

Es la ecuación que lo define ya que cada valor que se le de a X se va a multiplicar por 3 para que continúen siendo semejantes y la razón no cambie

X	Y
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18
7	21
8	24

11.- Realiza otras representaciones que puede obtener la expresión

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8

Triángulo

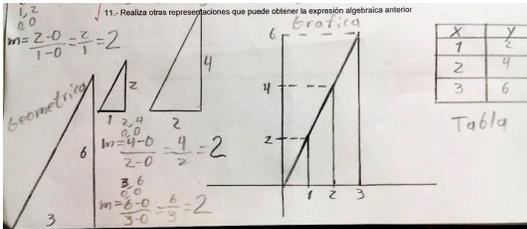
$(x_1, y_1) (x_2, y_2)$
 $(0,0) (1,2)$

$(x_1, y_1) (x_2, y_2)$
 $(0,0) (2,4)$

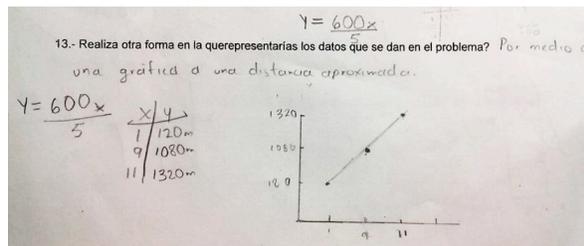
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m = \frac{2 - 0}{1 - 0} = \frac{2}{1} = 2$

Representación gráfica y tabular

Esquema



“Generalización”



Conclusiones

- ▶ Teoría APOE
- ▶ Actividades propuestas
- ▶ Se pudo entender que lo importante no es que se aprendan lo que dice un libro del concepto, si no que tengan una idea consolidada
- ▶ Modelo educativo vigente: conocimiento de técnicas y conceptos matemáticos

Fuentes de consulta mencionadas

- ▶ Barrantes Campos, H. (2006). *La teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud*. Obtenido de Cuadernos de investigación y formación en educación matemática: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6888/6574>
- ▶ González, F. (2005). Algunas cuestiones básicas de la enseñanza de conceptos matemáticos. *Fundamentos en humanidades*,VI (11) 37-80.
- ▶ Larousse. (2013). *Larousse diccionario esencial Matemáticas*. D.F, México: Larousse, S.A de C.V.
- ▶ Ruiz Ledesma, E. F. (S.F). *Tratamiento de los conceptos de razón y proporción a través de un programa didáctico*. Obtenido de Departamento de Matemática Educativa - Cinvestav, IPN: http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig3/Tratamiento%20de%20los%20conceptos_FRuiz.pdf
- ▶ Ruiz, Á., Alfaro, C., & Gamboa, R. (2003). Aprendizaje de las matemáticas: Conceptos, procedimientos, lecciones y resolución de problemas. *Uniciencia*,20 (2) 285-296.

Gracias por su atención



La teoría APOE en la construcción del concepto de razón

Carlos Contreras
Licenciado en educación secundaria, especialidad matemáticas
Departamento de secundarias técnicas
Secretaría de Educación del estado de Durango (México)



Comunidad #AYEM

Martes 19 de octubre de 2021, 6 p. m. (hora de Colombia)

Conéctate aquí: <https://bit.ly/3qT18Gv>

Acceso gratuito y constancia de asistencia

Proyecto apoyado por el Fondo Puentes de Caña
Universidad de los Andes | Vigilada Mineducación

Correo electrónico: carlos.9506.folk@gmail.com