

Uso y producción de recursos de matemáticas: una mirada práctica.

Enrique Acosta Jaramillo

Mathematics Consortium Working Group
Grupo LEMA www.grupolema.org

Foro EMAD
Una Empresa Docente, Universidad de los Andes
23 de octubre de 2021

Estos 15 minutos ...

Recursos de matemáticas: una mirada práctica.

Ejemplos de recursos que han cambiado las prácticas de un profesor – aspectos concretos para reflexionar sobre los recursos en matemáticas y el impacto que tienen.

Estos 15 minutos ...

Recursos de matemáticas: una mirada práctica.

Ejemplos de recursos que han cambiado las prácticas de un profesor – aspectos concretos para reflexionar sobre los recursos en matemáticas y el impacto que tienen.

... ¡el profesor soy yo!

1

Dictar con los libros de Cálculo del Consorcio

Enseñar con los libros de Cálculo del Consorcio

De dónde venía:

- ▶ 4 años de enseñar cálculo en la Universidad de los Andes.

Enseñar con los libros de Cálculo del Consorcio

De dónde venía:

- ▶ 4 años de enseñar cálculo en la Universidad de los Andes.
- ▶ Texto Stewart 4ta edición.

Enseñar con los libros de Cálculo del Consorcio

De dónde venía:

- ▶ 4 años de enseñar cálculo en la Universidad de los Andes.
- ▶ Texto Stewart 4ta edición.
- ▶ Tenía muy claro de qué trataba el curso, qué era lo importante, dónde tenían dificultades los estudiantes.

Enseñar con los libros de Cálculo del Consorcio

De dónde venía:

- ▶ 4 años de enseñar cálculo en la Universidad de los Andes.
- ▶ Texto Stewart 4ta edición.
- ▶ Tenía muy claro de qué trataba el curso, qué era lo importante, dónde tenían dificultades los estudiantes.
- ▶ Me fuí a hacer el doctorado a USA y allá dicté con los Libros del Consorcio (Calculus Reform de Harvard de los 90s)...

El enfoque conceptual se ve desde el índice

Cap 1:
El “Menú” de
funciones.

1 A LIBRARY OF FUNCTIONS

1

1.1 FUNCTIONS AND CHANGE	2
1.2 EXPONENTIAL FUNCTIONS	10
1.3 NEW FUNCTIONS FROM OLD	17
1.4 LOGARITHMIC FUNCTIONS	24
1.5 TRIGONOMETRIC FUNCTIONS	30
1.6 POWERS, POLYNOMIALS, AND RATIONAL FUNCTIONS	38
1.7 INTRODUCTION TO CONTINUITY	47
1.8 LIMITS	51
REVIEW PROBLEMS	60
CHECK YOUR UNDERSTANDING	65
PROJECTS: MATCHING FUNCTIONS TO DATA, WHICH WAY IS THE WIND BLOWING?	67

El enfoque conceptual se ve desde el índice

Cap 2:

Todo un capítulo de derivadas antes de ver una sola fórmula de derivación.

Cap 3:

Las reglas de derivación (llamadas “atajos” y no “reglas”).

2 KEY CONCEPT: THE DERIVATIVE 69

- 2.1 HOW DO WE MEASURE SPEED? 70
- 2.2 THE DERIVATIVE AT A POINT 76
- 2.3 THE DERIVATIVE FUNCTION 85
- 2.4 INTERPRETATIONS OF THE DERIVATIVE 93
- 2.5 THE SECOND DERIVATIVE 98
- 2.6 DIFFERENTIABILITY 104
 - REVIEW PROBLEMS 109
 - CHECK YOUR UNDERSTANDING 113
 - PROJECTS: HOURS OF DAYLIGHT AS A FUNCTION OF LATITUDE, US POPULATION 114

3 SHORT-CUTS TO DIFFERENTIATION 115

- 3.1 POWERS AND POLYNOMIALS 116
- 3.2 THE EXPONENTIAL FUNCTION 123
- 3.3 THE PRODUCT AND QUOTIENT RULES 127
- 3.4 THE CHAIN RULE 133
- 3.5 THE TRIGONOMETRIC FUNCTIONS 140

El enfoque conceptual se ve desde el índice

Igual con
integrales.

Dos capítulos
enteros antes de
llegar a las reglas de
integración.

5 KEY CONCEPT: THE DEFINITE INTEGRAL

255

- 5.1 HOW DO WE MEASURE DISTANCE TRAVELED? 256
- 5.2 THE DEFINITE INTEGRAL 264
- 5.3 THE FUNDAMENTAL THEOREM AND INTERPRETATIONS 271
- 5.4 THEOREMS ABOUT DEFINITE INTEGRALS 282
- REVIEW PROBLEMS 290
- CHECK YOUR UNDERSTANDING 296
- PROJECTS: THE CAR AND THE TRUCK, AN ORBITING SATELLITE 297

6 CONSTRUCTING ANTIDERIVATIVES

299

- 6.1 ANTIDERIVATIVES GRAPHICALLY AND NUMERICALLY 300
- 6.2 CONSTRUCTING ANTIDERIVATIVES ANALYTICALLY 305
- 6.3 DIFFERENTIAL EQUATIONS 312
- 6.4 SECOND FUNDAMENTAL THEOREM OF CALCULUS 317
- 6.5 THE EQUATIONS OF MOTION 322
- REVIEW PROBLEMS 325
- CHECK YOUR UNDERSTANDING 328
- PROJECTS: DISTRIBUTION OF RESOURCES, YIELD FROM AN APPLE ORCHARD
SLOPE FIELDS 329

7 INTEGRATION

331

- 7.1 INTEGRATION BY SUBSTITUTION 332
 - 7.2 INTEGRATION BY PARTS 341
 - 7.3 TABLES OF INTEGRALS 347
 - 7.4 ALGEBRAIC IDENTITIES AND TRIGONOMETRIC SUBSTITUTIONS 352
 - 7.5 APPROXIMATING DEFINITE INTEGRALS 361
 - 7.6 APPROXIMATION ERRORS AND SIMPSON'S RULE 366
 - 7.7 IMPROPER INTEGRALS 371
 - 7.8 COMPARISON OF IMPROPER INTEGRALS 379
 - REVIEW PROBLEMS 385
 - CHECK YOUR UNDERSTANDING 389
 - PROJECTS: TAYLOR POLYNOMIAL INEQUALITIES 390
- Recursos de matemáticas

Pero claro, la diferencia no es solo el índice. Problemas y representaciones.

Desde los ejemplos de las secciones hacia los problemas.

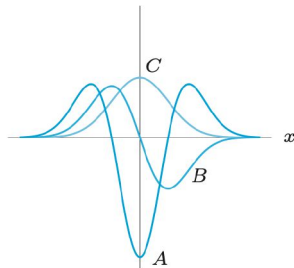
- ▶ Enfoque conceptual y poco algorítmico.
- ▶ Indagan la comprensión en partes que a menudo se asumen como “obvias” .
- ▶ Combinar distintas representaciones de los conceptos (gráfico, tablas, palabras, simbólico).
- ▶ Selección de temas y ejemplos aplicados (usos reales en las disciplinas).
- ▶ Uso de permanente (y no diferenciado) de tecnología para visualización y comprensión.
- ▶ Los problemas **NO** tienen “ejemplo compañero en el texto de la sección” .

Ejemplos del texto y problemas

Problemas gráficos conceptuales

Problems 46–47 show graphs of the three functions f , f' , f'' . Identify which is which.

46.



Ejemplos del texto y problemas

Modelos reales

(Acá no se tienen las reglas de derivación — se estima la derivada y se interpreta el resultado en el contexto real.

- 28.** The population, $P(t)$, of China,² in billions, can be approximated by

$$P(t) = 1.267(1.007)^t,$$

where t is the number of years since the start of 2000. According to this model, how fast was the population growing at the start of 2000 and at the start of 2007? Give your answers in millions of people per year.

Ejemplos del texto y problemas

Estimaciones numéricas

antes del álgebra.

Example 3 Estimate $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h}$ numerically.

Solution The limit is the value approached by this expression as h approaches 0. The values in Table 2.2 seem to be converging to 6 as $h \rightarrow 0$. So it is a reasonable guess that

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h} = 6.$$

However, we cannot be sure that the limit is *exactly* 6 by looking at the table. To calculate the limit exactly requires algebra.

Table 2.2 Values of $((3+h)^2 - 9)/h$ near $h = 0$

h	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1
$((3+h)^2 - 9)/h$	5.9	5.99	5.999	6.001	6.01	6.1

Example 4 Use algebra to find $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h}$.

Solution Expanding the numerator gives

$$\frac{(3+h)^2 - 9}{h} = \frac{9 + 6h + h^2 - 9}{h} = \frac{6h + h^2}{h}.$$

Since taking the limit as $h \rightarrow 0$ means looking at values of h near, but not equal, to 0, we can cancel h , giving

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (6+h).$$

As h approaches 0, the values of $(6+h)$ approach 6, so

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (6+h) = 6.$$

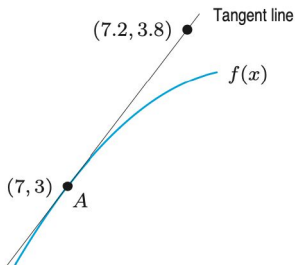
Ejemplos del texto y problemas

34. Use Figure 2.64 to fill in the blanks in the following statements about the function f at point A .

(a) $f(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$ (b) $f'(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$

Diversas
representaciones

Enfoque
conceptual.



Ejemplos del texto y problemas

Preguntas

“obvias” ...

que no son obvias
para los
estudiantes.

1. The population of a city, P , in millions, is a function of t , the number of years since 1970, so $P = f(t)$. Explain the meaning of the statement $f(35) = 12$ in terms of the population of this city.

Ejemplos del texto y problemas

Las gráficas como herramienta...

no el producto final después de haber hecho todo a mano como aplicación del Cálculo.

Use a graph to estimate $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \theta}{\theta} \right)$. (Use radians.)

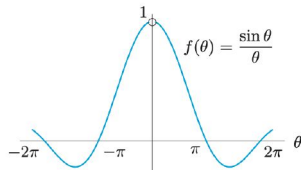


Figure 1.81: Find the limit as $\theta \rightarrow 0$

Ejemplos del texto y problemas

Aplicaciones
permanentes (y no
post la teoría)

Unidades.

Interpretaciones en
contextos reales

- 16.** For some painkillers, the size of the dose, D , given depends on the weight of the patient, W . Thus, $D = f(W)$, where D is in milligrams and W is in pounds.
- (a) Interpret the statements $f(140) = 120$ and $f'(140) = 3$ in terms of this painkiller.
- (b) Use the information in the statements in part (a) to estimate $f(145)$.

Ejemplos del texto y problemas

Aplicaciones
permanentes (y no
post la teoría)

Unidades.

Interpretaciones en
contextos reales

7. Suppose $C(r)$ is the total cost of paying off a car loan borrowed at an annual interest rate of $r\%$. What are the units of $C'(r)$? What is the practical meaning of $C'(r)$? What is its sign?

Ejemplos del texto y problemas

Aplicaciones
permanentes (y no
post la teoría)

Unidades.

Interpretaciones en
contextos reales

- 24.** “Winning the war on poverty” has been described cynically as slowing the rate at which people are slipping below the poverty line. Assuming that this is happening:
- (a) Graph the total number of people in poverty against time.
 - (b) If N is the number of people below the poverty line at time t , what are the signs of dN/dt and d^2N/dt^2 ? Explain.

Ejemplos del texto y problemas

Enfoque
conceptual
permanente

uso de diversas
representaciones.

107. Figure 3.49 shows the tangent line approximation to $f(x)$ near $x = a$.

- (a) Find a , $f(a)$, $f'(a)$.
- (b) Estimate $f(2.1)$ and $f(1.98)$. Are these under or overestimates? Which estimate would you expect to be more accurate and why?

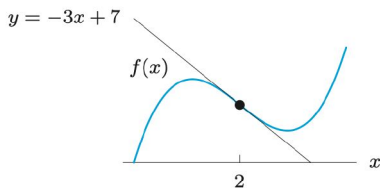


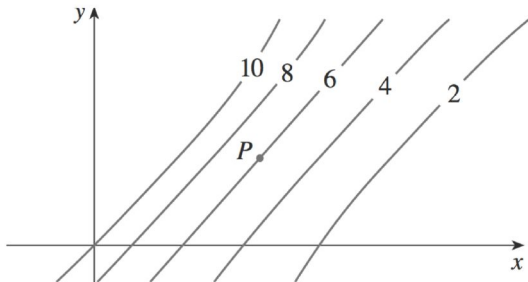
Figure 3.49

Yo terminé haciendo ejercicios distintos para los estudiantes

Yo terminé haciendo ejercicios distintos para los estudiantes

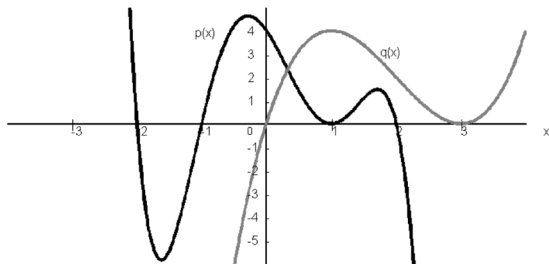
Examen parcial de Cálculo Vectorial:

5. [12 pts] Consider the function $f(x, y)$ with contour diagram shown below.
- [4 pts] Draw a vector pointing in the direction of the gradient of f at P .
 - [8 pts] Find the signs of the following:
 - $f_x(P)$
 - $f_y(P)$
 - $f_{xx}(P)$
 - $f_{yy}(P)$



Yo terminé haciendo ejercicios distintos para los estudiantes

9. Consider the degree 5 polynomial $p(x)$ and degree 3 polynomial $q(x)$ with graphs shown below.



Examen
parcial de
Diferencial:

- How many solutions (if any) does $p(x) = -2$ have?
- What is the sign of the leading coefficient of $p(x)$?
- Which is larger: $p'(2)$ or $q'(2)$?

Qué aprendí

El solo hecho de usar esos libros me hizo un mejor profesor de Cálculo.

Qué aprendí

El solo hecho de usar esos libros me hizo un mejor profesor de Cálculo.

- ▶ Me mostraron que podía centrarme en los conceptos y en los procedimientos y los “trucos”.
- ▶ Me mostraron que a menudo asumía que algo era obvio cuando no lo era para los estudiantes.
- ▶ Iluminaron un camino que no sabía que existía ...
- ▶ y lo caminaron por mi primero y se aseguraron que iba a funcionar.

El Cálculo dejó de ser esto...

El Cálculo dejó de ser esto...

EXAMPLE 5 Compute $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

SOLUTION Because both $\sqrt{x^2 + 1}$ and x are large when x is large, it's difficult to see what happens to their difference, so we use algebra to rewrite the function. We first multiply numerator and denominator by the conjugate radical:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) \frac{\sqrt{x^2 + 1} + x}{\sqrt{x^2 + 1} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 1) - x^2}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}\end{aligned}$$

The Squeeze Theorem could be used to show that this limit is 0. But an easier method is to divide numerator and denominator by x . Doing this and using the Limit Laws, we obtain

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{\sqrt{x^2 + 1} + x}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1} = \frac{0}{\sqrt{1 + 0} + 1} = 0\end{aligned}$$

El Cálculo dejó de ser esto...

EXAMPLE 4 Find the horizontal and vertical asymptotes of the graph of the function

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 5}$$

SOLUTION Dividing both numerator and denominator by x and using the properties of limits, we have

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 5} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}} && \text{(since } \sqrt{x^2} = x \text{ for } x > 0\text{)} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 + \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{5}{x}\right)} = \frac{\sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} 3 - 5 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}} = \frac{\sqrt{2 + 0}}{3 - 5 \cdot 0} = \frac{\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

El Cálculo dejó de ser esto...

- 56.** A Norman window has the shape of a rectangle surmounted by a semicircle. If the perimeter of the window is 30 ft, express the area A of the window as a function of the width x of the window.



El Cálculo dejó de ser esto...

EXAMPLE 3 If $f(x) = \sqrt{x} g(x)$, where $g(4) = 2$ and $g'(4) = 3$, find $f'(4)$.

SOLUTION Applying the Product Rule, we get

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{d}{dx} [\sqrt{x} g(x)] = \sqrt{x} \frac{d}{dx} [g(x)] + g(x) \frac{d}{dx} [\sqrt{x}] \\ &= \sqrt{x} g'(x) + g(x) \cdot \frac{1}{2} x^{-1/2} = \sqrt{x} g'(x) + \frac{g(x)}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

So
$$f'(4) = \sqrt{4} g'(4) + \frac{g(4)}{2\sqrt{4}} = 2 \cdot 3 + \frac{2}{2 \cdot 2} = 6.5$$

El Cálculo dejó de ser esto...

Let's try to confirm our guess that if $f(x) = \sin x$, then $f'(x) = \cos x$. From the definition of a derivative, we have

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos h + \cos x \sin h - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{\sin x \cos h - \sin x}{h} + \frac{\cos x \sin h}{h} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\sin x \left(\frac{\cos h - 1}{h} \right) + \cos x \left(\frac{\sin h}{h} \right) \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \sin x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \cos x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} \end{aligned}$$

I

y se volvió esto...

y se volvió esto...

- 27.** In May 2007 in the US, there was one birth every 8 seconds, one death every 13 seconds, one new international migrant every 27 seconds.⁴
- (a) Let $f(t)$ be the population of the US, where t is time in seconds measured from the start of May 2007. Find $f'(0)$. Give units.
- (b) To the nearest second, how long did it take for the US population to add one person in May 2007?

y se volvió esto...

19. The speed of sound in dry air is

$$f(T) = 331.3\sqrt{1 + \frac{T}{273.15}} \text{ meters/second}$$

where T is the temperature in $^{\circ}$ Celsius. Find a linear function that approximates the speed of sound for temperatures near 0°C .

y se volvió esto...

For the function f' given in Figure 6.5, sketch a graph of three antiderivative functions f , one with $f(0) = 0$, one with $f(0) = 1$, and one with $f(0) = 2$.

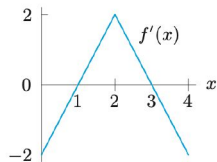


Figure 6.5: Slope function, f'

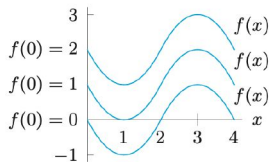


Figure 6.6: Antiderivatives f

y se volvió esto...

¡El TFC dejó de ser sorprendente y misterioso y se volvió obvio para los estudiantes!

Notas finales:

- ▶ No puedo ser tan injusto ...

Notas finales:

- ▶ No puedo ser tan injusto ...
- ▶ El Stewart es un buen texto.

Notas finales:

- ▶ No puedo ser tan injusto ...
- ▶ El Stewart es un buen texto.
- ▶ Sobre todo, se puede usar bien, pero eso requiere esfuerzo del profesor — la postura pedagógica no es del todo clara — tiene un poco de todo para todos.

Notas finales:

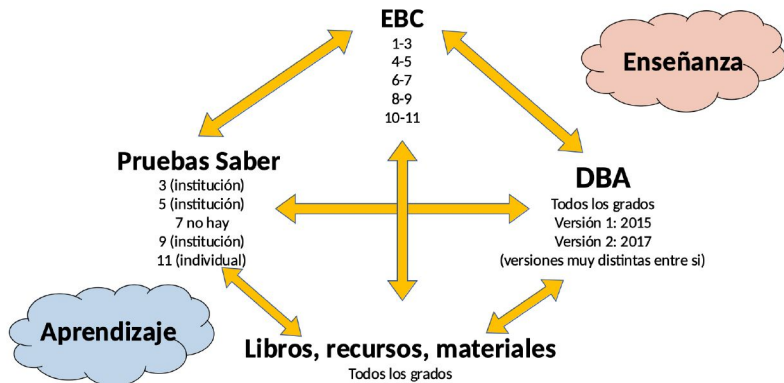
- ▶ Es difícil ver la diferencia solo mirando el índice o los ejemplos.
 - ▶ No es con una “hojeada” que se puede entender la propuesta pedagógica de un material.
 - ▶ Si uno mira el Stewart, también encuentra ejemplos como los que mostré del Consorcio, pero no son constantes ni el foco (y eso no es tan fácil de ver sin usar el texto día a día). Los ejemplos de las secciones tienen un efecto marcado en el profesor.

2

MEN: revisión de textos
escolares de matemáticas para
primaria y bachillerato
(internacionales y oferta en
Colombia).

Estado: ruido y falta de foco curricular

Libros de texto: lo más concreto que le responde a un profesor:
“¿Qué deberían aprender los estudiantes en este grado? ¿Cuál es en foco? ¿Qué es lo importante?”



Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Tecnicismos y
lenguaje técnico

¿Propiedad
Clausurativa en los
racionales?

2.8 Propiedades de la multiplicación en \mathbb{Q}

Al multiplicar números racionales se aplican las siguientes propiedades.

Propiedades de la multiplicación de racionales	
Clausurativa	El producto de dos números racionales es un número racional. Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, entonces, $\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{d}\right) \in \mathbb{Q}$
Conmutativa	El orden de los factores no altera el producto. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$
Asociativa	En la multiplicación de tres o más números racionales se pueden agrupar los factores de diferente forma y no cambia el producto. $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right)$
Elemento neutro	La multiplicación de un número racional por 1 es igual mismo número. $\frac{a}{b} \cdot 1 = \frac{a}{b}$
Inverso multiplicativo	El inverso multiplicativo de un número racional $\frac{a}{b}$, con a y b diferentes de cero, es el número racional $\frac{b}{a}$, tal que $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$
Distributiva	Esta propiedad relaciona la multiplicación de racionales con respecto a la suma. $\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) + \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}\right)$

Imágenes tomadas de distintos libros incluyendo Zoom a las Matemáticas (Libros y Libros), Proyecto Sé (Ediciones SM), Matemáticas Saberes (Santillana).

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Tecnicismos y
lenguaje técnico

Grado 1

¿Símbolo \notin con
estudiantes de
primero?

Relación de pertenencia

Francisco quiere saber cuáles de los animales del dibujo son domésticos.



Para ello determina la característica del conjunto D y lo representa.

$D = \{\text{son animales domésticos}\}$

$D = \{\text{vaca, perro, gato, caballo}\}$



Entonces, Francisco establece que:

$\text{vaca} \in D \rightarrow$ Se lee: El elemento vaca pertenece al conjunto D.

$\text{tigre} \notin D \rightarrow$ Se lee: El elemento tigre no pertenece al conjunto D.

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Tecnicismos y lenguaje técnico

Grado 6

¿El conjunto que es la **clase de equivalencia** de todas las fracciones similares a una dada?

¿La **complicación** de una fracción?

AYUDA matemática

Cada conjunto de fracciones equivalentes entre sí, forman una clase de equivalencia cuyo representante es la fracción irreducible.

Por ejemplo,
 $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots \right\}$

Es una clase de equivalencia cuyo representante es $\frac{1}{2}$.

Situación de aprendizaje

En un laboratorio se tienen tres recipientes iguales con agua hasta la altura que se observa en la ilustración.

¿Qué número representa la cantidad de agua de cada recipiente? ¿En cuál de los tres recipientes hay más líquido?

Como cada recipiente tiene diferentes graduaciones, la cantidad de agua que hay en cada uno se puede representar con los números $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$ y $\frac{4}{16}$, respectivamente.

La cantidad de líquido que hay en los tres recipientes es la misma, por lo tanto los fraccionarios representan la misma cantidad.

Cuando dos o más fracciones representan la misma cantidad se llaman **fracciones equivalentes**.

Si dos fracciones son equivalentes, se debe cumplir que el producto de la primera fracción por el denominador de la segunda (igual al producto del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción).


Por ejemplo las fracciones $\frac{2}{8}$ y $\frac{4}{16}$ son equivalentes, ya que $2 \times 16 = 4 \times 8$.

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son **equivalentes**, es decir, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si y solo si $a \times d = b \times c$.

Para obtener fracciones equivalentes se pueden usar los métodos de simplificación o ampliación.

Complicación de fracciones

Una manera para encontrar fracciones equivalentes a una fracción es multiplicar el numerador y el denominador de la fracción por un número distinto de cero. Este proceso se le llama **complicación** o **ampliación**.



?????

Imágenes tomadas de distintos libros incluyendo Zoom a las Matemáticas (Libros y Libros), Proyecto Sé (Ediciones SM), Matemáticas Saberes (Santillana).

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Tecnicismos y lenguaje técnico

¿Conjuntos definidos por comprensión?

ACTIVIDADES

▶ Escribe por extensión cada uno de los siguientes conjuntos.

1. $D = \{d/d \text{ es un divisor de } 240\}$
2. $H = \{g/g \text{ es una figura geométrica plana}\}$
3. $C = \{c/c \text{ es un cuadrilátero}\}$
4. $M = \{m/m \text{ es un múltiplo par de } 32 \text{ menor que } 120\}$

▶ Identifica un conjunto que represente cada imagen. Luego, exprésalos por comprensión.

5. 

6. 

▶ Determina dos conjuntos universales distintos para cada uno de los siguientes conjuntos.

7. El conjunto de los polígonos regulares.
8. $A = \{4, 12, 36, 108, 324, 972\}$

▶ Observa y responde. Se eligen tres cartas al azar.

9. $B = \{\text{triángulo acutángulo, triángulo escaleno, triángulo isósceles}\}$

▶ Señala los elementos de cada conjunto. Luego, escribe la clase de conjunto que es.

10. El conjunto de los divisores de 6.
11. El conjunto de los múltiplos de 5.
12. El conjunto de polígonos regulares.
13. El conjunto de las potencias de 10.

▶ Observa y responde. Se eligen tres cartas al azar.

14. ¿Cuál es el conjunto formado por todos los tríos que se puedan conformar con las seis cartas?

15. ¿Cuál es el conjunto formado por los tríos de cartas donde todas son ases?



▶ Interpretar ▶ Argumentar ▶ Proponer ▶ Ejercitar ▶ Razonar ▶ Solucionar problemas ▶ Modelar ▶ Comunicar

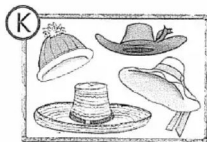
Imágenes tomadas de distintos libros incluyendo Zoom a las Matemáticas (Libros y Libros), Proyecto Sé (Ediciones SM), Matemáticas Saberes (Santillana).

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Tecnicismos y lenguaje técnico

Para nombrar un conjunto se usa una letra mayúscula.

K es un conjunto de sombreros.



Imágenes tomadas de distintos libros incluyendo Zoom a las Matemáticas (Libros y Libros), Proyecto Sé (Ediciones SM), Matemáticas Saberes (Santillana).

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Enfoque
memorístico

Grado 6

ESTANDARES Pensam

Conversión de un número mixto a fraccionario

Para convertir un número mixto en una fracción se debe multiplicar la parte entera por el denominador del fraccionario que conforma el número mixto, y al resultado se suma el numerador de la fracción.

Este resultado es el numerador de la fracción impropia y el denominador corresponde al mismo denominador que tenía la fracción en el número mixto.

Por ejemplo, para convertir $18\frac{4}{9}$ en fracción se realiza lo siguiente:

$$\begin{aligned} 18\frac{4}{9} &= \frac{18 \times 9 + 4}{9} \\ &= \frac{162 + 4}{9} \\ &= \frac{166}{9} \end{aligned}$$

Imágenes tomadas de distintos libros incluyendo Zoom a las Matemáticas (Libros y Libros), Proyecto Sé (Ediciones SM), Matemáticas Saberes (Santillana).

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Enfoque memorístico

Grado 1

¡Las primeras páginas sobre sustracción de números de tres dígitos!

Sustracción con desagrupación con números de tres cifras

Pronto se acabará el año escolar. En la biblioteca quieren cambiar el forro de 836 libros. Si ya han forrado 362 libros, ¿cuántos libros faltan por forrar?

Para saber el número de libros que falta forrar se resta $836 - 362$:

- Se restan las unidades.
- Se restan las decenas. Como las decenas del minuendo son menores, se desagrupa una centena.
- Se restan las centenas.

Falta forrar 474 libros.

	c	d	u
	7	13	
	8	3	6
-	3	6	2
	4	7	4

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Resolución de
problemas como
una “Caja aparte”

Solución de problemas

- 5 Juan Pablo tiene una colección de 15 cuentos, su abuelo le regaló seis.
¿Cuántas decenas de cuentos completó Juan Pablo?
Juan Pablo completó cuentos.

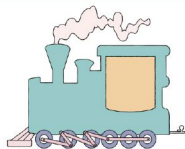
Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Resolución de problemas como una “Caja aparte”

Y en ocasiones “problemas” que no son ni tan problemas, ni tienen mucho sentido.

Solución de problemas

- 4 Dibuja, colorea y recorta del siguiente modelo. Forma una cenefa para decorar tu cuaderno.



Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

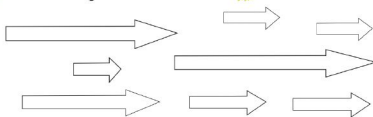
Resolución de
problemas como
una “Caja aparte”

Solución de problemas

5 Colorea las flechas según la indicación. ¿Cuántas son largas?
¿Cuántas cortas?

 Flechas largas

 Flechas cortas



Hay _____ flechas largas y _____ cortas.

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Resolución de
problemas como
una “Caja aparte”

Grado 1 - de nuevo
lenguaje técnico.

Solución de problemas

- 5 Dibuja un paisaje que cumpla las siguientes condiciones:
- El corral de las vacas es una línea poligonal cerrada.
 - Hay un camino formado por líneas rectas.

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Resolución de
problemas como
una “Caja aparte”

Grado 1 - de nuevo
conjuntos.

¿El conjunto de los
elementos de aseo?

Solución de problemas

- 5 Pídele a tres personas que mencionen cinco elementos que usen diariamente. Escribe las respuestas en tu cuaderno y determina si pertenecen al conjunto de implementos de aseo.

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

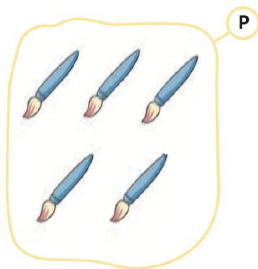
Resolución de problemas como una “Caja aparte”

Grado 1 - de nuevo conjuntos.

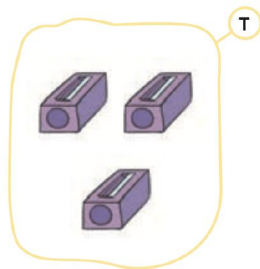
$P = \{\text{pinceles}\}$ solo tiene un elemento...

Laura y Sebastián observan con atención la forma como tiene organizados algunos de los materiales que utilizan

Con ellos pueden hacer tres grupos.



$P = \{\text{pinceles}\}$



$T = \{\text{tajalápices}\}$

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Mucho tema ...

Integrales en 11.

¿L'Hopital?

Unidad 6. Aplicaciones de la derivada			202
• Análisis gráfico	204	Representación gráfica de funciones	222
Valores máximo y mínimo de una función	204	• Diferenciales	227
Crecimiento y decrecimiento	207	Incremento	227
Puntos críticos y picos	208	• Razón de cambio	230
Análisis con la primera derivada	210	• Optimización	233
Análisis con la segunda derivada	216	• Movimiento rectilíneo	236
		• Funciones económicas	238
Unidad 7. Integrales			250
• Antiderivadas e integral indefinida	252	Integral definida	266
Antiderivada	252	Propiedades de la integral definida	266
Integral indefinida	253	• Relación entre integración y derivación	269
Soluciones particulares	257	Primer teorema	269
• Métodos de integración	259	fundamental del cálculo	269
Integración por sustitución	259	Segundo teorema	269
Integración por partes	262	fundamental del cálculo	269
• Área	265		
		• Cálculo de áreas	272
		Área entre curvas	273
		• Ejercicios para repasar	276
		• Problemas para repasar	278
		• Y esto que aprendí, ¿para qué me sirve?	280
		• Trabaja con Graph	282

Imágenes tomadas de distintos libros incluyendo Zoom a las Matemáticas (Libros y Libros), Proyecto Sé (Ediciones SM), Matemáticas Saberes (Santillana).

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

¡Para salir corriendo!

EJEMPLOS

1. Resolver los polinomios aritméticos.

a. $\frac{3}{4} - \left[\frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) \right]$

$$\frac{3}{4} - \left[\frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{3}{4} - \left[\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{6} \right) \right]$$

Se realiza la resta del paréntesis.

$$= \frac{3}{4} - \left[\frac{2}{18} \right]$$

Se realiza la multiplicación de los

$$= \frac{3}{4} - \frac{2}{18} = \frac{23}{36}$$

Se elimina signo de agrupación y

Por tanto, $\frac{3}{4} - \left[\frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{23}{36}$.

b. $\frac{1}{5} - \left[\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2} \right) - \left(3 - \frac{3}{4} \right) \right]$

$$\frac{1}{5} - \left[\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2} \right) - \left(3 - \frac{3}{4} \right) \right] = \frac{1}{5} - \left[\frac{3}{4} + \left(-\frac{4}{10} \right) - \left(\frac{9}{4} \right) \right]$$

Se suma y se suprime signo de agrupación.

$$= \frac{1}{5} - \left[\frac{7}{20} - \frac{9}{4} \right]$$

Se resta.

$$= \frac{1}{5} - \left[-\frac{38}{20} \right]$$

Se simplifica, se suprimen los corchetes y se suma.

$$= \frac{1}{5} + \frac{19}{10} = \frac{21}{10}$$

Por tanto, $\frac{1}{5} - \left[\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2} \right) - \left(3 - \frac{3}{4} \right) \right] = \frac{21}{10}$.

c. $\frac{4}{3} \div \left\{ \left[\left(-\frac{1}{6} - 2 \right) \times \frac{3}{2} \right] - \left[\frac{1}{2} - \left(1 - \frac{1}{3} \right) \right] \right\} + \sqrt{\frac{1}{144}} - \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \right]$

$$\frac{4}{3} \div \left\{ \left[\left(-\frac{1}{6} - 2 \right) \times \frac{3}{2} \right] - \left[\frac{1}{2} - \left(1 - \frac{1}{3} \right) \right] \right\} + \sqrt{\frac{1}{144}} - \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \right]$$

Imágenes tomadas de distintos libros incluyendo Zoom a las Matemáticas (Libros y Libros), Proyecto Sé (Ediciones SM), Matemáticas Saberes (Santillana).

Problemas con textos escolares en Colombia (2015)

Parte de la lista que ya tenía en mente al “ojetar” un texto ...

- ▶ Lenguaje distante al rango de edades (aleja la materia)
- ▶ Resolución de problemas como un “agregado”.
- ▶ Rangos numéricos muy altos que no permiten comprensión profunda del sistema de numeración decimal en primeros grados.
- ▶ Teoría de conjuntos en grados 1-3
- ▶ mcd y mcm en cuarto o tercero (¿para sumar fracciones?).
- ▶ Logaritmicación en grado quinto.
- ▶ Grado décimo a veces es “Trigonometría”.
- ▶ Definición matemática de proporcionalidad en grados 3, 4.
- ▶ Cálculo Integral en grado 11.
- ▶ Estadística y probabilidad con terminología técnica en grados de primaria.

“Eso dicen los Estándares...”

Qué aprendí

El otro extremo: Los recursos “no tan buenos” pueden terminar haciendo más daño que bien...

- ▶ Alejan la materia con el lenguaje. Alejan las ideas, alienizan la matemática – le quitan el sentido.
- ▶ Incentivan el enfoque memorístico/algorítmico. – de nuevo, le quitan el sentido.
- ▶ Mucho tema no permite enfocarse en las ideas principales. Se apresura todo y de nuevo incentiva el enfoque memorístico/algorítmico.
- ▶ Siendo lo más concreto a lo que tienen acceso los profesores en Colombia, ¡pues grave! ¡Muy grave!

Notas finales:

- ▶ No puedo ser tan injusto ...

Notas finales:

- ▶ No puedo ser tan injusto ...
- ▶ No todo es culpa de las editoriales, y no creo que estén tratando de hacer daño a propósito.
- ▶ El mismo ministerio ha sacado licitaciones en la que pide que los textos tengan esas cosas que mostré.
- ▶ Y los consumidores lo piden (nosotros): “¿Este no habla de definir conjuntos por extensión? ¿No tiene matrices e integrales? – ¡entonces no me gusta!
- ▶ Simplemente está pasando... ¿Cómo pararlo?

3

Otro ejemplo: Illustrative Mathematics

Ejemplo: Illustrative Mathematics

Un buen recurso que guía un currículo no tiene que verse como un libro de texto “universitario” ...

¿QUITAR? : Illustrative Mathematics

- ▶ Recursos para todo el año escolar para todos los grados de licencia abierta.
- ▶ Aprendizaje basado y centrado en la resolución de problemas. Desde preescolar hasta 11.

Illustrative Mathematics

Índice: Parecido a cualquier material que propone un currículo espiralado.

<p>Unidad 4 ▶ División De Fracciones</p> <p>En esta unidad, los estudiantes analizan cómo los tamaños relativos del numerador y el denominador influyen en el tamaño de su...</p> <p>Ir a unidad ▶</p>	<p>Unidad 5 ▶ Aritmética En Base Diez</p> <p>En esta unidad, los estudiantes calculan sumas, diferencias, productos y cocientes de números enteros y números decimales de...</p> <p>Ir a unidad ▶</p>	<p>Unidad 6 ▶ Expresiones Y Ecuaciones</p> <p>En esta unidad, los estudiantes comprenden y aprenden a usar los términos "variable", "coeficiente", "solución", "expresiones..."</p> <p>Ir a unidad ▶</p>
<p>Unidad 7 ▶ Números Racionales</p> <p>En esta unidad, los estudiantes interpretan números con signo (p. ej., temperaturas por encima y por debajo de cero, altitudes por...</p> <p>Ir a unidad ▶</p>	<p>Unidad 8 ▶ Conjuntos De Datos Y Distribuciones</p> <p>En esta unidad, los estudiantes aprenden sobre poblaciones y estudian variables asociadas a una población. Ellos comprend...</p> <p>Ir a unidad ▶</p>	<p>Unidad 9 ▶ Conectemos Todo</p> <p>En esta unidad opcional, los estudiantes usan conceptos y habilidades de unidades anteriores. Al resolver problemas de Fermi,...</p> <p>Ir a unidad ▶</p>

Capturas de pantalla tomadas de openupresources.org. Material de uso libre CC-BY 4.0.

Objetivos de aprendizaje diarios: secuencia coherente y espiralada.

Lección 6 Interpretemos tasas

Preparación de lección

Objetivos de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none">• Calcular e interpretar las dos tasas unitarias asociadas a una razón, es decir, $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$ para la razón $\frac{a}{b}$.• Comprender que el término "tasa unitaria" (en lenguaje hablado y escrito) se refiere a una tasa por cada 1.• Elegir qué tasa unitaria utilizar para resolver un problema dado y explicar la elección (oralmente y por escrito).
Objetivos de aprendizaje del alumno	Exploremos las tasas unitarias.
Metas de aprendizaje del alumno	<ul style="list-style-type: none">• Cuando tengo una razón, puedo calcular sus dos tasas unitarias y explicar lo que cada una significa en la situación.• Puedo escoger qué tasa unitaria utilizar con base en cómo planeo resolver el problema.

Actividades de cierre:

Problema concreto alineado con los objetivos de aprendizaje del día.

- ▶ evaluación permanente (formativa).
- ▶ apoyo al profesor en el seguimiento al aprendizaje.

6.4 Comprar uvas por libras

Dos libras de uvas cuestan \$6.

1. Completa la tabla que muestra el precio de diferentes cantidades de uvas a esta tasa.

uvas (libras)	precio (dólares)
2	6
	1
1	

2. Explica el significado de cada número que encuentre.

Anticipación de posibles dificultades de los estudiantes

Errores comunes

Es posible que algunos estudiantes piensen que Priya y Han no pueden ambos tener la razón porque proponen números diferentes. Pídeles que expliquen lo que significa cada número para que tengan la oportunidad de darse cuenta de que los números significan cosas diferentes. Señale que la posición del número 1 de cada fila aparece en columnas diferentes dentro de la tabla.

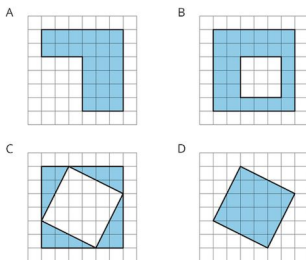
Actividades en clase:

- ▶ trabajo en grupo
- ▶ resolución de problemas
- ▶ discusiones matemáticas en el aula

Organice a los estudiantes en parejas. Pida a un compañero que comience con las figuras A y C y al otro con las figuras B y D. Dé a los estudiantes 4 o 5 minutos para pensar en silencio y entrégueles su caja de herramientas de geometría. Luego, deles unos minutos más para compartir sus respuestas con su pareja. Enfatice en que, mientras un compañero explica, el otro debe escuchar cuidadosamente y ver si está de acuerdo o en desacuerdo con las respuestas y explicaciones.

Enunciado de la tarea dirigido a los estudiantes

Cada cuadrado de la cuadrícula tiene 1 unidad cuadrada de área. Encuentra el área, en unidades cuadradas, de cada región sombreada sin contar cada cuadrado. Prepárate para explicar tu razonamiento.



Apoyos para promover la discusión matemática en el aula dirigida a los objetivos de aprendizaje.

Síntesis de la actividad

La discusión debe centrarse en cómo se usan distintas estrategias (descomponer, reorganizar, restar y encerrar) para encontrar el área. Para cada figura, de ser posible, seleccione dos estudiantes con diferentes estrategias para que compartan su trabajo. Ordene la presentación de los estudiantes de tal forma que, por cada figura, la última estrategia sea la que involucre restar, pues esta estrategia suele ser la más difícil.

Antes de comenzar la discusión, explique a los estudiantes que deben notar las semejanzas y diferencias entre las estrategias compartidas y estar listos para explicarlas. Mientras los estudiantes comparten sus estrategias, registre los movimientos de cada figura de forma que todos los vean. Después de que cada estudiante socialice, nombre la estrategia y sondee la clase para ver si alguien más razonó de la misma forma. Si una de las estrategias no aparece en el trabajo de los estudiantes, ilústrela para el resto de la clase.

- Descomponer (A y B)
- Descomponer y reorganizar (C y D)
- Restar (B)
- Encerrar y luego restar (D)

Si queda tiempo, dé a los estudiantes un minuto para hablar con su compañero sobre las semejanzas y diferencias que vieron en las estrategias usadas para encontrar el área de las cuatro figuras. Considere mostrar esquemas de oraciones para que las completen, tales como:

- Las estrategias usadas para encontrar el área de las figuras _____ y _____ se parecen en que...
- Las estrategias usadas para encontrar el área de las figuras _____ y _____ se diferencian en que...



Clase: resolver en grupos 2 a 3 problemas y cerrar con una discusión.

7.1 Diagramas de colgador



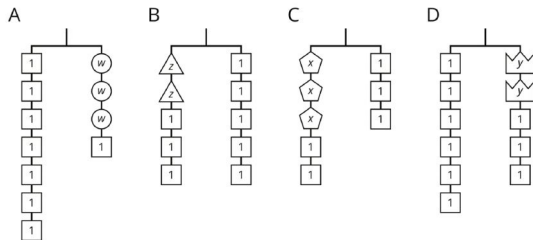
En ambos diagramas todos los triángulos tienen el mismo peso y todos los cuadrados tienen el mismo peso.

Para cada diagrama, piensa en...

1. Una cosa que *debe* ser verdadera
2. Una cosa que *podría* ser verdadera

7.2 Asociemos colgadores con ecuaciones

En cada colgador balanceado, las figuras etiquetadas con la misma letra tienen el mismo peso.



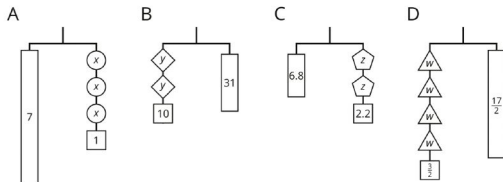
Clase: resolver en grupos 2 a 3 problemas y cerrar con una discusión.

- $2\square + 3 = 5$
- $3\square + 2 = 3$
- $6 = 2\square + 3$
- $7 = 3\square + 1$

1. Asocia cada colgador con una ecuación. Completa la ecuación escribiendo x , y , z o w en el espacio vacío.

7.3 Usemos colgadores para comprender cómo resolver ecuaciones

Clase: resolver en grupos 2 a 3 problemas y cerrar con una discusión.



Estos son algunos colgadores balanceados en los que cada figura está etiquetada con su peso. Para cada diagrama:

1. Escribe una ecuación.
2. Explica cómo podemos encontrar el peso de una figura marcada con una letra analizando el diagrama.
3. Explica cómo podemos encontrar el peso de una figura marcada con una letra analizando la ecuación.

La reacción inicial de casi todos los profesores que ven esto es:

“Me están dando un libreto, ¡me opongo!”

Acá soy yo como formador:

Un buen recurso con propuestas de actividades/evaluación para todos los días permite enfocar mi energía como formador en que los profesores ...

Acá soy yo como formador:

Un buen recurso con propuestas de actividades/evaluación para todos los días permite enfocar mi energía como formador en que los profesores ...

- ▶ comprendan la propuesta didáctica
- ▶ implementen de forma adecuada los recursos
- ▶ mejoren en promover el discurso matemático en el aula, ayuden a los estudiantes “hacer matemáticas” en clase
- ▶ “Trate al menos una vez de seguir lo que dice sin alejarse mucho”

Estos procesos llevan a los profesores a ...

- ▶ convencerse que pueden hacer una clase centrada en resolución de problemas, trabajo en grupo, y discusiones matemáticas.
- ▶ entender qué es centrarse en los estudiantes (escucharlos, construir con ellos).
- ▶ entender que el material no es una camisa de fuerza, es un apoyo a su labor.
- ▶ entender por qué tiene tanto sentido seguir un currículo coherente y espiralado.
- ▶ ver como un material de alta calidad puede cambiar sus concepciones y sus prácticas.

(de nuevo, esto es difícil de ver con una “hojeada”, como me pasó con el Cálculo del Consorcio)

4

Producir recursos con el Consortio (Mathematics Consortium Working Group)

Años después, ¡terminé trabajando con ellos!

Resumen de primero:

Aprendí que hay mucho trabajo y muchas personas que hacen su trabajo muy bien para que un texto sea bueno ... el buen trabajo es “invisible”.

Ejemplo de producción de ejercicio

1. Figure 1 shows the total number, $P(t)$, of Covid-19 cases confirmed on or before day t in 2020 for South Korea, Israel, Poland, and Azerbaijan.¹ Match each $P(t)$ graph with the corresponding $N(t)$ graph of daily new cases in (I)–(IV). Use the fact that $dP/dt \approx N$.

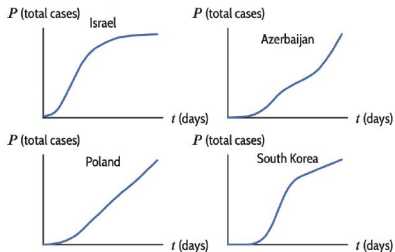
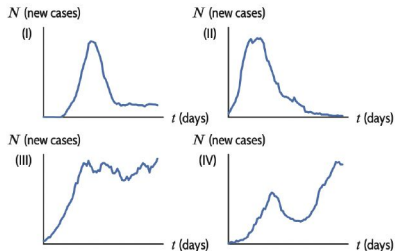


Figure 1



- ▶ Primer borrador: 6 horas
 - ▶ buscar los países con los datos que daban buenos ejemplos
 - ▶ solicitar la producción de las gráficas
 - ▶ primer borrador de enunciado
 - ▶ primer borrador de la solución completa (un problema no ha terminado de tomar forma hasta que se haya escrito su solución)
- ▶ Revisión de colega (profesor de universidad): 4 horas.
 - ▶ Conversaciones via emial, ires y venires.
 - ▶ El problema pasó de tener 5 países a tener 4 países porque había uno que se enfocaba en una diferencia que podía ser muy complicada para el estudiante.

Proceso

- ▶ Revisión en reunión con 4 colegas sobre ejercicios de Covid.
- ▶ Revisión de otros 2 colegas en evento anual que tenemos para trabajar todos en conjunto.

Proceso

- ▶ Revisión de 3 estudiantes de matemáticas que hacen el ejercicio como si fueran estudiantes del curso. Nuevos ajustes a causa de eso.
- ▶ FIN: Versión definitiva para el libro impreso ahora creada.
- ▶ Socialización del problema en eventos académicos (Joint Math Meetings, Mathfest, EMAD).

- ▶ Versión interactiva para sistemas de tarea en línea:
 - ▶ Pensar cómo se debería ver la versión en línea. Producción de instrucciones para programadores: ¿Se listan los países y se pide que digan (I), (II), ... ? ¿O al contrario? ¿Se listan los problemas (I), ... y se pide que seleccionen el país?
 - ▶ Revisión de estudiante programador que las instrucciones no tengan errores.
 - ▶ Revisión de otro colega de las instrucciones (enfoque pedagógico del problema)
 - ▶ Codificación del problema (programador) - Geogebra, WeBWork, plataformas cerradas.
 - ▶ Revisión de estudiantes del problema como usuarios estudiantes.
 - ▶ Ajustes al problema codificado.
 - ▶ Nueva revisión y revisión de parte de coordinadores.
 - ▶ FIN

Qué aprendí

Entendiendo lo que involucra hacer un problema/texto que apoye al estudiante de manera efectiva para su aprendizaje, y al profesor a que ayude a los estudiantes a hacer esto, creo que:

- ▶ Un material de calidad (o no) involucra MUCHO trabajo.
- ▶ No tiene sentido esperar que un profesor tenga el tiempo o todas las habilidades involucrada para hacer eso. Su foco debe ser el aprendizaje, ¡no la propuesta curricular y la selección/producción de recursos que lo acompañe!
- ▶ La eficiencia de la modernidad — nos beneficiamos de la especialización y experticia de otros para nosotros también especializarnos y volvernos expertos (si así lo queremos) — doctores, carros, carpinteros, programadores, costureros, financieros,

Cierre

- ▶ “no tan buenos” recursos pueden hacer más daño que bien, y hay influencias económicas (ventas, licitaciones que piden cosas sin mucho sentido) que pueden halar en la dirección incorrecta.
- ▶ No parece haber forma clara de medir el impacto de un material (si lo hubiera, las editoriales lo estaría usando para su oferta y en sus promociones, ¡hay MUCHA plata involucrada a nivel mundial!)

- ▶ Un buen material nos puede hacer mejores profesores.

Los recursos libres (REA - recursos educativos abiertos)

- ▶ Es una revolución que está en proceso, su impacto todavía no es claro.
- ▶ Sobre todo no es claro si su impacto va a ser del estilo de la tecnología (open source - Linux, \LaTeX , ...).
- ▶ Pero en espíritu suena correcto: ¡Recursos para aprender y enseñar matemáticas de la humanidad para la humanidad... ¡así debe ser!
- ▶ Grupo LEMA (www.grupolema.org)
La **E**ducación **M**atemática **A**bierta

Recomendaciones

- ▶ Hay que ser muy críticos sobre la oferta de recursos de matemáticas en el país. Como consumidores tenemos el poder de afectar la calidad de la oferta (pagos o gratuitos/abiertos).

Recomendaciones

- ▶ Hay que ser muy críticos sobre la oferta de recursos de matemáticas en el país. Como consumidores tenemos el poder de afectar la calidad de la oferta (pagos o gratuitos/abiertos).
- ▶ Hay que buscar “buenos” recurso y seguirles la propuesta (rubricas de evaluación edReports, Schoenfeld TRU,).

Recomendaciones

- ▶ Hay que ser muy críticos sobre la oferta de recursos de matemáticas en el país. Como consumidores tenemos el poder de afectar la calidad de la oferta (pagos o gratuitos/abiertos).
- ▶ Hay que buscar “buenos” recurso y seguirles la propuesta (rubricas de evaluación edReports, Schoenfeld TRU,).
- ▶ “pescar” actividades por partes aquí y allá pone toda la carga de tener un currículo coherente en el profesor. ¡Solo hágalo si lo quiere hacer!

Recomendaciones

- ▶ Hay que ser muy críticos sobre la oferta de recursos de matemáticas en el país. Como consumidores tenemos el poder de afectar la calidad de la oferta (pagos o gratuitos/abiertos).
- ▶ Hay que buscar “buenos” recurso y seguirles la propuesta (rubricas de evaluación edReports, Schoenfeld TRU,).
- ▶ “pescar” actividades por partes aquí y allá pone toda la carga de tener un currículo coherente en el profesor. ¡Solo hágalo si lo quiere hacer!
- ▶ Hay que apostarle a la creación de recursos educativos abiertos completos (no actividades sueltas). De Colombia para Colombia, de la Humanidad para la Humanidad.

Recomendaciones

- ▶ Hay que ser muy críticos sobre la oferta de recursos de matemáticas en el país. Como consumidores tenemos el poder de afectar la calidad de la oferta (pagos o gratuitos/abiertos).
- ▶ Hay que buscar “buenos” recurso y seguirles la propuesta (rubricas de evaluación edReports, Schoenfeld TRU,).
- ▶ “pescar” actividades por partes aquí y allá pone toda la carga de tener un currículo coherente en el profesor. ¡Solo hágalo si lo quiere hacer!
- ▶ Hay que apostarle a la creación de recursos educativos abiertos completos (no actividades sueltas). De Colombia para Colombia, de la Humanidad para la Humanidad.
- ▶ Hay que implementar el material completo. Hay mucho trabajo en la estrategia pedagógica de un buen material. ¡No tiene sentido desperdiciarlo!

¡Gracias!