

## Implementación de actividades de modelización, STEM y Maker en Enseñanza Secundaria

**J. Benito Búa Ares**

(Instituto de Educación Secundaria Sánchez Cantón. España)

*Fecha de recepción: 07 de enero de 2020*

*Fecha de aceptación: 14 de marzo de 2020*

---

### Resumen

La última reforma educativa en España ha introducido la modelización matemática y los proyectos de investigación en el currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) y Bachillerato. La introducción en las aulas de la modelización y los proyectos de investigación representan un reto para los Institutos de Enseñanza Secundaria, los profesores de Enseñanza Secundaria (ES) y los alumnos de esos niveles educativos. El IES Sánchez Cantón ha intentado asumir ese reto en los últimos años. En el proceso han surgido algunos obstáculos a la introducción de la modelización y la realización de proyectos científicos interdisciplinarios. Se describen dos de las experiencias realizadas centradas en las matemáticas: la modelización matemática de un fenómeno físico y la generación de sextantes para su uso en las clases.

### Palabras clave

modelización matemática, interdisciplinaria, proyectos de investigación, herramientas tecnológicas, GeoGebra, Tracker, educación Maker, Enseñanza Secundaria

---

### Title

**Implementation of modeling, STEM and Maker activities in Secondary Education**

### Abstract

The latest educational reform in Spain has introduced mathematical modelling and research projects in the Secondary Education (ESO) and Baccalaureate curriculum. The introduction of modelling and research projects represents a challenge for Secondary Education schools (IES), teachers and students of those educational levels. The IES Sánchez Cantón has tried to take on that challenge in recent years. In the process some obstacles have arisen to the introduction of modelling and interdisciplinary scientific projects. Two experiences focused on mathematics are described: the mathematical modelling of a physical phenomenon and the generation of sextants to use in lessons of several subjects.

### Keywords

mathematical modeling, interdisciplinarity, technological tools, GeoGebra, Tracker, Maker education, Secondary Education

---

## 1. Introducción

Ante la escasez de estudiantes que opten por realizar estudios científicos y el riesgo que eso supone para el futuro de la Unión Europea (UE), ésta intenta hacer atractiva la enseñanza científica como forma de potenciar el interés por este tipo de estudios. Esa preocupación se traduce en recomendaciones a los países miembros para el fomento de los estudios de Ciencia-Tecnología-Ingeniería-Matemáticas (STEM). Las recomendaciones se centran en el establecimiento de cambios en



los currículos, en los métodos de enseñanza, en el desarrollo profesional de los docentes y en impulsar iniciativas para hacer atractivos para los jóvenes los estudios vinculados a la educación STEM (Caprile, Palmén, Sanz y Dente, 2015).

La Recomendación 2006/962/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, demandaba a los países miembros la implementación de la enseñanza por competencias descritas y analizadas en los informes PISA (OECD, 2003). En el caso de la enseñanza de las matemáticas, los informes PISA incluyeron la modelización como una de las ocho competencias matemáticas (OECD, 2003, p. 40-41). La modelización en PISA se presenta como un proceso de matematización que permite resolver un problema del *mundo real* (OECD, 2003, p. 38), entendiendo el *mundo real* como aquel que rodea al alumno (OECD, 2003, p. 24-25). El proceso de matematización se divide en cinco pasos que permiten trasladar el problema del mundo real al mundo matemático, resolverlo matemáticamente e interpretar y validar la solución en el mundo real, proporcionando la solución al problema en contexto.

Añadido a lo anterior, el Informe Rocard (Rocard et al., 2007) recomendaba que la enseñanza de las Ciencias en Europa debía realizarse de forma integrada, utilizando estrategias basadas en la enseñanza a través de problemas (PBL) y la realización de proyectos científicos de investigación (IBSE).

La Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), intentó asumir gran parte de las recomendaciones mencionadas anteriormente. Como en reformas anteriores, la LOMCE se estructura en torno a las competencias PISA. Pero, además, introduce bloques transversales de contenido asociados a la modelización matemática y los proyectos científicos y de investigación en los currículos de ESO y el Bachillerato de Matemáticas, Física, Química y Biología (Real Decreto 1105/2014). Por ejemplo, el bloque “Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas” es un bloque común y transversal en las matemáticas y debe desarrollarse:

(...) de forma simultánea al resto de bloques de contenido y que es el eje fundamental de la asignatura; se articula sobre procesos básicos e imprescindibles en el quehacer matemático: la resolución de problemas, proyectos de investigación matemática, la matematización y modelización, las actitudes adecuadas para desarrollar el trabajo científico y la utilización de medios tecnológicos. (Real Decreto 1105/2014, p. 408)

De esa manera, la implementación o introducción en las aulas de la modelización matemática y los proyectos de investigación debería representar un elemento fundamental en los procesos de enseñanza-aprendizaje durante la ESO y el Bachillerato.

Además, la importancia que se concede al uso de las TIC y las herramientas tecnológicas es una constante en los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables de las materias de la ESO y Bachillerato. La utilización de herramientas tecnológicas para obtener un producto físico se asocia de forma natural al movimiento Maker, con lo que empiezan a surgir intentos de utilizar las ideas asociadas al movimiento Maker en el ámbito de la educación.

Trasladar a las aulas las propuestas mencionadas del currículo LOMCE y las metodologías asociadas al movimiento Maker posee ventajas importantes pero también tienen importancia las dificultades, obstáculos y barreras que se presentan al intentar introducirlas.

## 2. Modelización, interdisciplinaridad y proyectos de investigación

La modelización matemática en la enseñanza es un campo de investigación con una antigüedad y producción científica considerable. El proceso de modelización matemática se describe de forma simplificada como “(...) el proceso que traslada el mundo real a las matemáticas en ambas direcciones.” (Blum y Borromeo, 2009, p. 45). Para resolver un problema contextualizado en el mundo real, se establecen relaciones entre el mundo de las matemáticas y el mundo real. Esas relaciones se realizan mediante un proceso dividido en fases conocido como ciclo de modelización. Existen muchos ciclos de modelización, entre ellos el ciclo de matematización de los informes PISA, pero incluimos el más citado y utilizado (Figura 1; Blum y Leiss, 2007).

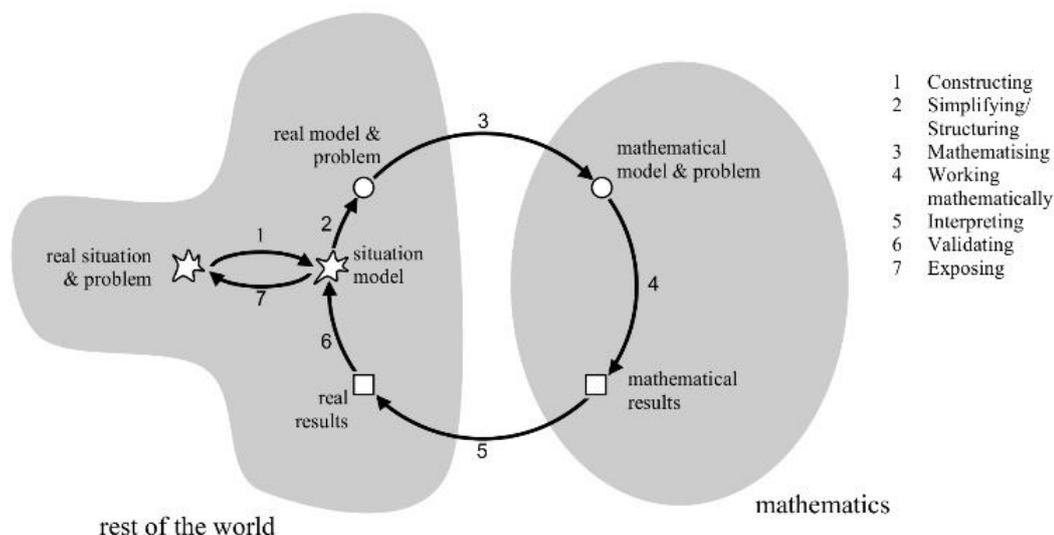


Figura 1. Ciclo de modelización. Blum y Leiss (2007)

Una parte de los ciclos de modelización incluyen el uso de herramientas tecnológicas como parte del ciclo, configurando un ciclo de modelización extendido (Figura 2; Siller y Greefrath, 2010).

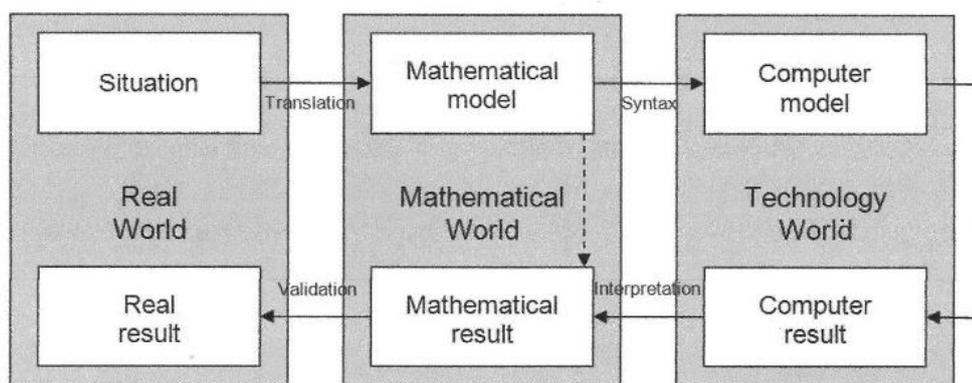


Figura 2. Ciclo de modelización extendido al mundo tecnológico (Siller y Greefrath, 2010)

Como el fin de la modelización es resolver un problema del mundo real, se produce una conexión entre modelización y aplicaciones de las matemáticas, por lo que los grupos de investigación asociados suelen denominarse “Modelización y aplicaciones”. La identificación del mundo real con el mundo extramatemático (o *Resto del mundo*) es habitual al hablar de modelización (Niss, Blum y Galbraith, 2007), de forma que, en el ámbito de la modelización matemática, lo extramatemático es todo aquello que no pertenece al mundo de las matemáticas. Planteado un problema extramatemático, no es difícil que involucre una o varias disciplinas del currículo diferentes de las matemáticas. Así, el proceso de modelización precisa del conocimiento no matemático, lo que lleva a poder considerar la modelización como una actividad interdisciplinar, STEM o un proyecto de investigación (Borromeo y Mousoulides, 2017).

La educación Maker tiene sus orígenes en las ideas de Dewey sobre una enseñanza basada en la participación activa del alumno mediante actividades prácticas y el aprendizaje a través de la experiencia y la reflexión crítica (Dewey, 1938). Papert adapta el Learning by doing de Dewey al contexto de la educación Maker mediante el construccionismo (Harel y Papert, 1991). Para Papert y otros (v. g., Halverson y Sheridan, 2014), el movimiento Maker proporciona una base sólida para basar la enseñanza en la construcción del conocimiento usando la experimentación como medio para la creación física o tecnológica de un producto (Do It Yourself; DIY). Así, el construccionismo consiste en “(...) learning by constructing knowledge through the act of making something shareable” (Martinez y Stager, 2013, p. 21). Las menciones a la necesidad de compartir el conocimiento, la creatividad, la participación activa del alumno, la resolución de problemas, la educación STEM, la experimentación, la educación formal-informal, la enseñanza por proyectos, etc. son comunes en los trabajos que impulsan la introducción de la educación Maker en las aulas (v. g., Halverson y Sheridan, 2014).

### 3. Objetivos de enseñanza, perspectivas y obstáculos

La primera cuestión relevante es qué objetivos de enseñanza se persiguen con la introducción de la modelización matemática, las actividades interdisciplinarias, la educación STEM y los proyectos Maker. De todos esos casos, el más estudiado son las actividades de modelización matemática en la enseñanza. Con tal motivo, en lo que sigue nos referiremos más a la modelización matemática, si bien gran parte de lo que se dice es aplicable a las actividades interdisciplinarias, STEM o proyectos Maker con un enfoque científico interdisciplinar.

Qué actividad de modelización matemática implementar en el aula y cómo hacerlo depende de los objetivos de enseñanza-aprendizaje que se marquen como prioritarios y la función que se atribuya a la modelización en el marco de esos objetivos. Por tanto, el punto de partida es una visión o perspectiva concreta de la modelización matemática como parte de la actividad matemática en el aula. La convivencia de diferentes perspectivas sobre la modelización matemática en la enseñanza ha llevado a intentar describirlas y caracterizarlas. Ya en los años 80, Kaiser distinguía dos grandes grupos (Kaiser y Sriraman, 2006, p. 302):

- a) perspectiva pragmática: centrada en la habilidad de los estudiantes al aplicar las matemáticas para resolver un problema práctico
- b) perspectiva científico-humanista: centrada en habilidad de los estudiantes para establecer conexiones entre la realidad y las matemáticas

Esas dos grandes perspectivas de los años 80 fueron ampliando su número con el paso de los años (v. g., Kaiser y Sriraman, 2006).

Al plantearse un profesor la realización de una actividad de modelización se le presenta una situación compleja que conlleva la toma de decisiones por su parte. Una primera decisión que el profesor debe tomar, con consecuencias relevantes, consiste en dar respuesta a una pregunta: ¿qué busco conseguir con una actividad concreta de modelización y cómo conseguirlo? Desde la primera perspectiva, la modelización matemática y las matemáticas son un útil o herramienta que es usada con un fin concreto: obtener un producto que resuelve un problema real. Desde la segunda, lo importante son los conceptos y nociones matemáticas que permiten establecer conexiones entre el mundo extramatemático y el matemático. En el primer caso, la obtención del modelo matemático es el fin fundamental, por lo que aprender a construir modelos a partir de problemas contextualizados en el mundo real es un fin en sí mismo y el objetivo de enseñanza-aprendizaje prioritario. En el segundo caso, los objetivos se centran en el uso de los conceptos y nociones matemáticas interpretadas en contexto. Esos conceptos y nociones pueden ser ya conocidos por los alumnos o pueden surgir durante el proceso de modelización. La atención no se centra en la obtención de un buen modelo sino en los procesos, descritos en el ciclo de modelización que dan lugar al modelo (Figuras 1 y 2).

A los objetivos que debe marcar el profesor a la modelización se añaden los obstáculos a su introducción. En el año 1991, Blum y Niss (1991) establecían cuatro categorías de obstáculos: en relación con aspectos organizativos, en relación con los alumnos, en relación con los profesores y relacionados con el material que se debe usar. Esos obstáculos, barreras, dificultades o restricciones descritos por Blum y Niss se fueron complementando con nuevos obstáculos mencionados por otros investigadores (v. e. g., Kaiser, 2006; Burkhardt, 2006; Cabassut y Ferrando, 2017). Destacamos las siguientes:

- Los obstáculos organizativos y en relación con la dificultad de introducir cambios en la forma de enseñar: escasa duración de las clases, dificultades para integrar la modelización como parte del currículo oficial, dificultades para introducir cambios significativos en la forma de enseñar, las expectativas de padres/madres, políticos y la sociedad en general en relación con lo que se espera que se enseñe.

- Los obstáculos en relación con los alumnos: la modelización convierte la clase de matemáticas en una clase más difícil. Las tareas rutinarias, como cálculos matemáticos, son más populares entre los estudiantes porque son mucho más fáciles de comprender y, a menudo, se pueden resolver siguiendo ciertas ‘recetas’. Esa reducción de las tareas matemáticas a la realización de cálculos de tipo algorítmico facilita a los estudiantes obtener buenas calificaciones en las pruebas y exámenes.

- Los obstáculos en relación con los profesores: presentan una variedad considerable. La resolución de problemas auténticos y su contextualización fuera del mundo de las matemáticas hacen de la enseñanza una actividad más abierta y más exigente para los profesores, porque conlleva conocimientos y competencias ‘no matemáticas’. Evaluar por medio de tareas abiertas es más difícil que evaluar por medio de pruebas escritas basadas en la realización de tareas rutinarias. Los profesores no consideran la modelización como una actividad matemática ‘propia’, sino que se inserta en el campo de las aplicaciones de las matemáticas propia de otras materias del currículo. Las actividades o proyectos de modelización matemática requieren una inversión de tiempo del que no se dispone al tener que cumplir con las demandas de un currículo amplio y complejo. El profesor carece de buenos ejemplos que pueda llevar al aula. Se presentan carencias en la formación inicial y permanente del profesorado a la hora de implementar la modelización en las clases de matemáticas. Para introducir la modelización matemática en las aulas, el profesor



precisa de competencias y habilidades, generales y específicas, que le permitan afrontar la introducción de la modelización como parte del currículo (Maab, 2006).

Así, la introducción de la modelización conlleva la necesidad de formación del profesorado. Además, el profesor precisa de buenos ejemplos que pueda llevar a las aulas. La producción científica sobre modelización es amplia y de gran valor, pero existe una desconexión entre el mundo de la investigación en Didáctica de la Matemática y la práctica diaria de los profesores de matemáticas de ES (Blum y Borromeo, 2009). Con tal motivo, los proyectos europeos que buscan la introducción de la modelización, la educación STEM o la interdisciplinariedad, tienen entre sus objetivos la formación del profesorado, describir ejemplos de actividades o proyectos y, en ocasiones, implementarlos en el mayor número posible de centros de ES. El número de ejemplos de ese tipo de proyectos es amplio desde hace años (v. g., LEMA, PRIMAS, COMPASS y MASCIL<sup>1</sup>). Además, buscando una mayor presencia de actividades o proyectos vinculados a una educación STEM e interdisciplinar se han creado y crean portales nacionales e internacionales que cumplan con una función formativa y de presentación e intercambio de experiencias<sup>2</sup>.

Pero, a pesar de todos los esfuerzos, a día de hoy la introducción de la modelización matemática en la ES sigue sin ser una realidad.

#### 4. Objetivos y metodología. Obstáculos iniciales encontrados

El principal objetivo inicial de la realización de actividades de modelización e interdisciplinares en el Centro es integrarlas como parte de las necesidades formativas de los alumnos. Siempre con dos grandes metas asociadas a una situación contextualizada en el mundo real:

- Que los alumnos utilicen los conocimientos que ya han adquirido de Matemáticas y otras materias del currículum
- Que los alumnos adquieran nuevos conocimientos como respuesta a las necesidades que surgen al desarrollar la actividad

El hecho de realizar actividades interdisciplinares y Maker conlleva el uso de conocimientos y destrezas que el profesor o los profesores no dominan. Eso conlleva el aprendizaje de nuevos conocimientos que coinciden, en ocasiones, con los que deben adquirir los alumnos. Se produce entonces un intercambio de conocimientos (teóricos o prácticos) entre profesores y alumnos. Como forma de adquirir los conocimientos en algunos casos se ha recurrido a asesores, expertos, etc. externos al Centro.

En relación a la forma de integrarlas en las aulas, se distinguen dos tipos claramente diferenciados:

- Integradas en el horario lectivo
- Realizadas fuera del horario lectivo, total o parcialmente

La diferencia entre un tipo y otro es relevante. Integrarlas en el horario lectivo representa que forman parte de las tareas que el alumno debe o puede realizar en una o más asignaturas de su currículo y, por tanto, están sujetas a evaluación. Con tal motivo, deben aparecer descritas en la Programación Didáctica del Departamento (PD), justificando su uso en el marco de los objetivos de la materia e incluyendo la forma en que serán evaluadas. En el segundo caso, administrativamente, *son actividades complementarias o extraescolares*, por lo que deben consignarse como tales en la PD. Pero su valoración y evaluación como parte de las tareas que un alumno debe o puede realizar resulta más problemática.

De hecho, ese tipo de actividades figuran en la PD pero no forman parte de los elementos evaluables y, por tanto, no tienen reflejo en las notas de las evaluaciones de los alumnos.

El Centro tiene experiencia en la realización de este tipo de actividades, en ocasiones en el contexto de proyectos europeos de colaboración. La forma de presentar las actividades a los alumnos y organizarlas depende en gran medida de la actividad concreta. En caso de estar integradas en el horario lectivo, la actividad la realiza un grupo completo de alumnos o un grupo completo pero dividido en grupos de trabajo de dos o tres alumnos. En el caso de las actividades que realizan fuera del horario lectivo, se “oferta” a los alumnos de uno o varios grupos la posibilidad de participar y cada alumno decide si quiere realizarla o no.

El primer obstáculo se presenta precisamente al acudir a la voluntariedad. Este tipo de actividades suele despertar interés en los alumnos, especialmente en el primer curso de Bachillerato Científico-Tecnológico. Pero al no tratarse de una actividad evaluable, intervienen factores que hacen que el número de alumnos que realizan la actividad sea menor que el de alumnos interesados. Con tal motivo, es habitual que los alumnos comuniquen que están interesados pero que no pueden realizarla porque deben establecer prioridades. Al no ser evaluable, su trabajo no tendrá reflejo en sus calificaciones. Estiman que las exigencias académicas a las que se ven sometidos, con reflejo en la evaluación, son muy altas o incluso excesivas, por lo que creen que es preferible invertir el tiempo del que disponen al estudio o trabajos que sí son evaluables. Además, en general, el número de actividades que el alumno realiza fuera del horario lectivo es muy grande, por lo que carecen de tiempo. En los tres primeros cursos de ESO el interés es menor, incluso en las actividades que se realizan durante el horario lectivo. En su caso, a los obstáculos ya mencionados, se une su percepción de que la actividad conllevará resolver problemas con un grado de dificultad que puede impedirles realizarlos con éxito. Los alumnos de mayor edad han tomado la decisión de realizar estudios científico-tecnológicos, por lo que, en general, asumen que resolver problemas forma parte de la actividad científica y, por tanto, de su formación académica. Dicho de otro modo, los alumnos de 3º de ESO y cursos inferiores creen que su formación académica se limita y debe limitarse a lo que aparece en el libro de texto que, en el caso de las matemáticas y otras materias del currículo, se reduce a la resolución de cálculos de tipo algorítmico y problemas estandarizados.

Al plantear la realización de este tipo de actividades a otros profesores, en forma de colaboración interdepartamental, también surgen obstáculos. Según nuestra experiencia, se distinguen dos tipologías claras entre aquellos que no se muestran dispuestos a realizarlas:

- los que creen que realizar actividades de este tipo es innecesario porque no aportan nada relevante a la formación de los alumnos
- los que, valorando positivamente su realización, encuentran obstáculos que se lo impiden.

Una parte importante de los profesores, que incluye profesores de ambos tipos, se muestran dispuestos a colaborar pero reduciendo su participación a servir de asesores puntuales sobre temas que dominan, sin implicarse activamente en la realización de la actividad con los alumnos.

Los primeros obstáculos que influyen poderosamente en la decisión del profesor son los mencionados anteriormente, pero aparecen de forma insistente otros tres:

- las exigencias excesivas del currículo
- la falta de tiempo, tanto para realizarlas durante el horario lectivo como fuera de éste



- la inseguridad que conlleva realizar un tipo de actividad que no ha realizado nunca. Su inseguridad se centra en su preocupación por el comportamiento de los alumnos, la necesidad de adoptar un rol diferente al que desempeña habitualmente y su falta de dominio o desconocimiento de una metodología apropiada para realizar este tipo de actividades.

De esos tres obstáculos, el más fácil de superar es el último. Después de realizar una actividad, esa inseguridad ante el problema del comportamiento de los alumnos permanece pero ya no se percibe como un obstáculo importante.

En su decisión también ejercerán una gran influencia sus objetivos de enseñanza, que se encuentran directamente relacionados con sus modelos epistemológico y didáctico, asociados a un sistema de creencias y actitudes (Ernest, 1989). Si cree que ese tipo de actividades pueden poseer, desde sus objetivos de enseñanza, un valor formativo que justifica su realización y la inversión de su trabajo, tiempo y esfuerzo, intentará realizar una. Desde su experiencia adquirida, si las ventajas superan las dificultades, volverá a mostrarse dispuesto a realizar otras. Si no es así, simplemente no volverá a intentarlo.

En las actividades que puede realizar solo un profesor, a lo anterior se suma la falta de buenas actividades adaptadas a sus objetivos de enseñanza. Es posible que quiera implementar este tipo de actividades pero no conoce ninguna que se ajuste a sus objetivos de enseñanza y, además, no sabe dónde encontrarlas. Es decir, no es suficiente disponer de buenos ejemplos. Por norma general, si un profesor encuentra una actividad que le parece interesante, no la reproducirá sin cambios sino que intentará realizar una adaptación para que se ajuste a sus propios objetivos de enseñanza. De esa forma, al problema de encontrar buenos ejemplos se suma el problema de la necesidad de adaptación de la actividad.

Respecto al Centro y su organización, la realización de actividades forma parte de las decisiones que debe tomar el propio Centro, cada Departamento Didáctico (DP) y cada profesor. Nuevamente en general, en los Centros de ES públicos no existe un modelo educativo claro. Así, en la introducción de actividades de modelización, interdisciplinares, STEM o Maker, el Centro como institución no juega ningún papel. Los DP suelen tomar decisiones consensuadas entre sus miembros sobre los contenidos, su temporalización y los sistemas de evaluación. Qué tipo de actividades realizar, aparte de las habituales desde hace muchos años y presentes en los libros de texto, es decisión de cada profesor. Los DP actúan de forma totalmente independiente por lo que las relaciones entre DP que puedan llevar a la realización de actividades interdepartamentales o, si se prefiere, interdisciplinares, son inexistentes. Con tal motivo, su introducción depende de la decisión personal de un profesor o un conjunto, normalmente pequeño, de profesores. El Centro solo juega un papel de *permitir* que se realice, bajo la condición, muchas veces expresa, de que no represente invertir recursos humanos o económicos. Así, la realización de un proyecto dependerá de unos cuantos profesores, que deben ocuparse de todo o casi todo lo relacionado con la actividad. Como consecuencia, al trabajo como profesor se suman tareas administrativas y de gestión. Esta situación hace que la realización de ese tipo de actividades sea volátil y no suela mantenerse en el tiempo. Basta que unos pocos profesores, o incluso un profesor, cambien de Centro, se jubilen o se “quemen” para que, casi de forma inmediata, dejen de realizarse.

### 5. Descripción de dos actividades

Como ejemplos de actividades desarrolladas en los últimos años en el IES Sánchez Cantón, se describirán dos de las realizadas el curso 2018-2019: modelización matemática de un objeto móvil y diseño, producción y reproducción de un prototipo de sextante.

### 5.1. Modelización matemática del movimiento de un objeto móvil

Comprende una actividad realizada en un grupo de 30 alumnos de 3º de ESO (14-15 años) y otra en dos grupos de 32 y 31 alumnos, respectivamente, de 1º de Bachillerato Científico-Tecnológico (16-17 años). En ambos casos, los alumnos se distribuyeron en grupos de trabajo de 3-4 personas.

La actividad en 3º de ESO consistió en la modelización del movimiento de un coche solar. En el caso de los grupos de 1º de Bachillerato, en el movimiento de una pelota en caída libre. En ambos casos se utilizaron los programas de distribución libre Tracker y GeoGebra. La duración de cada una de las actividades fue de, aproximadamente, 3 horas lectivas. La primera sesión se dedicó, tanto en 1º de Bachillerato como en 3º de ESO, al uso técnico de Tracker y GeoGebra. En Tracker: introducción y modificación de los ejes cartesianos, introducción de una vara de calibración, masa puntual y área de búsqueda, generación de tabla de datos del movimiento y exportación de datos. En GeoGebra: introducción y uso de deslizadores, introducción de funciones dependientes de parámetros, modificación de la amplitud visible de los ejes cartesianos, importación de datos en la vista de hoja de cálculo y generación de puntos en los ejes cartesianos a partir de datos de una hoja de cálculo. Para hacer esa primera práctica, un alumno grabó, con un móvil y un trípode, el movimiento de un coche alimentado por baterías. El vídeo se importó al programa Tracker, se generaron los datos de tiempo y desplazamiento, se exportó la tabla de datos a GeoGebra y se obtuvo la función de ajuste de los puntos visibles en los ejes. Para ello debieron deducir la familia de funciones adecuada para ajustar los datos y modificar el valor de los parámetros funcionales con los deslizadores (movimiento rectilíneo uniforme,  $f(x)=ax+b$  o  $f(x)=ax$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ). A partir de la función que describe el movimiento, los alumnos debían deducir el tipo de movimiento y la velocidad del coche.

El mismo proceso realizado en la práctica descrita se realizó con un coche solar en 3º de ESO y un balón en caída libre en los dos grupos de 1º de Bachillerato.

Los objetivos generales ya mencionados anteriormente (uso de conocimientos ya adquiridos y adquisición de nuevos conocimientos, p. 6) se concretan en ambas actividades en el uso y adquisición de conocimientos concretos. Destacamos los siguientes, resaltando las disciplinas o campos científicos STEM a la que se vinculan entre paréntesis y en cursiva:

- Uso de recursos tecnológicos: Tracker y GeoGebra. (*S-T-M*)
- Conceptos y nociones matemáticas: función matemática, familias de funciones, graficas de funciones, variables funcionales (dependiente, independiente y parámetros). (*M*)
- Conceptos y nociones físicas: tipos de movimiento (Cinemática), magnitudes, asociación de un tipo de movimiento con una gráfica y una familia de funciones. (*S-M*)
- En 3º de ESO: movimiento aparente del Sol, Trigonometría. (*S-M*)

Ambas actividades consistían en realizar una modelización matemática en un contexto real relevante y propio de otra disciplina científica. En concreto del movimiento de un objeto. Centrándonos en el proceso de modelización y en función de los objetivos de enseñanza-aprendizaje prioritarios, poseen más relevancia los procesos de matematización, trabajo matemático e interpretación del modelo en contexto (Figura 1).

La matematización y trabajo matemático se realiza parcialmente en el *mundo tecnológico* (Figura 2). En los procesos de matematización y trabajo matemático aparecen las diferentes representaciones del concepto de función: verbal, tabular, gráfica y expresión analítica (Janvier, 1987). De hecho, una de



las razones de realizar ambas actividades de modelización es intentar que los alumnos utilicen, en un contexto real concreto, el mayor número de representaciones del concepto de función. Algo poco habitual para los alumnos, pero importante para la comprensión adecuada del concepto (Duval, 1993). La representación tabular y gráfica aparece en el proceso de obtención de datos experimentales en Tracker. Se podría obtener también la representación analítica en Tracker, mediante la herramienta *Data Tool*. Pero eso descargaría en exceso en la herramienta tecnológica los procesos de matematización y trabajo matemático (Figura 1).

La representación tabular, gráfica y analítica aparecen y se usan en GeoGebra. Además, en las funciones aparecen variables funcionales (dependiente, independiente y parámetros) y los alumnos debían identificarlas con variables físicas (tiempo y desplazamiento) y constantes físicas (velocidad). De esa forma, aparece el parámetro funcional en su doble función de variable y constante. En el mundo matemático y tecnológico como parámetros y en el real como constantes.

### 5.1.1 Modelización matemática del movimiento de un coche solar

En 3º de ESO, antes de realizar las grabaciones, calcularon el ángulo de inclinación de los rayos solares, midiendo la sombra de una vara en posición vertical (Figura 3). Los alumnos realizaron varias grabaciones, con dos inclinaciones diferentes del panel solar (formando 90º con los rayos de Sol y con otra inclinación a su elección; Figura 4) y dos orientaciones del movimiento (de Este a Oeste y otra orientación a su elección). La actividad se realizó en la misma semana que un centro griego realizaba la misma experiencia.



**Figura 3.** Alumnos midiendo la inclinación de los rayos de Sol



**Figura 4.** Inclinación del panel solar

La función es lineal o afín:  $f(x)=ax+b$  o  $f(x)=ax$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , dependiendo de cómo fijasen la posición de los ejes cartesianos (Figuras 5, 6, 7, 8). La pendiente de la recta corresponde con la velocidad, diferente en función de la inclinación del panel solar.

Para garantizar que los procesos del ciclo de modelización se realizaran adecuadamente, cada grupo de 3º de ESO cubrió una *ficha del alumno*<sup>3</sup>. Debían hacerlo en sus casas como tarea evaluable. Además, al cabo de tres semanas, realizaron una videoconferencia con sus homólogos griegos para intercambiar datos y experiencias: ángulo de inclinación del Sol en cada localidad y explicación de la diferencia de ángulo entre ambas localizaciones, tipo de movimiento, variables presentes, resultados obtenidos y consecuencias de los resultados (inclinación y orientación adecuada de un panel solar).

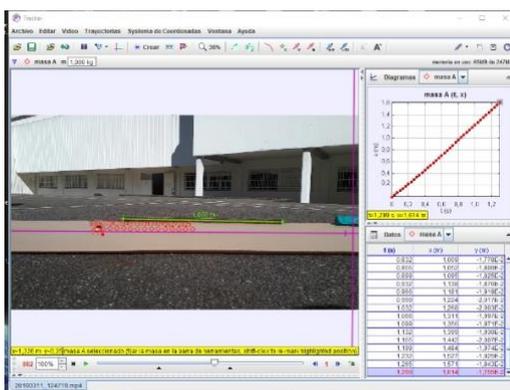


Figura 5. Obtención de datos en Tracker

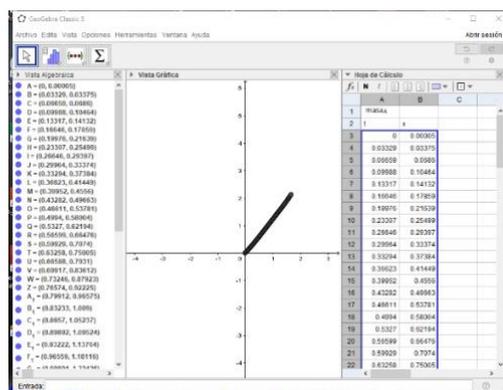


Figura 6. Exportación de datos a GeoGebra y generación de puntos

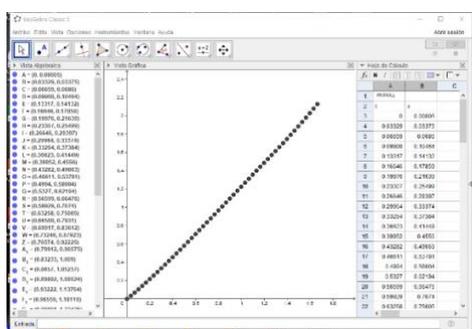


Figura 7. Modificación de la amplitud visible de los ejes

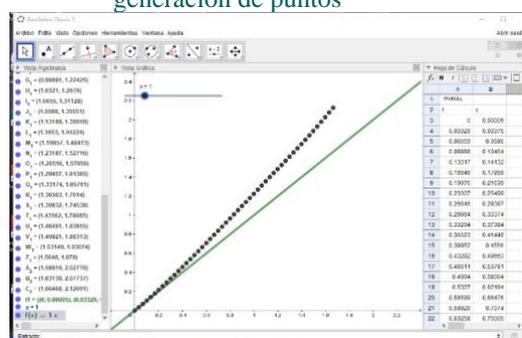


Figura 8. Introducción de la familia de funciones y modificación de parámetros

### 5.1.2 Modelización matemática de la caída libre de un objeto

En 1º de Bachillerato se dejaron caer varios balones desde una altura aproximada de 8 m y los alumnos grabaron la caída de todos los balones. Actuó de tutora de la actividad una exalumna, estudiante de primer curso del grado de matemáticas.

En la caída libre, la función es cuadrática ( $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $f(x) = ax^2 + bx$ ,  $f(x) = ax^2$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ), dependiendo de la posición de los ejes cartesianos). En ese caso, la validación del modelo se realiza comparando la aceleración del objeto (calculada mediante el cálculo de la segunda derivada de la función) con la constante de aceleración de la gravedad ( $g$ ).

Después de realizar las grabaciones del desplazamiento de los balones, los alumnos se trasladaron a sus aulas. Cada grupo disponía de un ordenador portátil para realizar los procesos de matematización y trabajo matemático en el *mundo tecnológico* (Figura 2, 9, 10 y 11).

Una vez obtenido un modelo del movimiento, se realizó una puesta en común en forma de debate. Antes de comenzar el debate, se escribieron en el encerado las funciones obtenidas por cada uno de los grupos de alumnos (Figura 12). La exalumna tutora planteaba preguntas y actuaba de moderadora en el debate que surgía. Las preguntas incidían en aspectos importantes del proceso de modelización: dificultades encontradas, variables matemáticas y físicas, el parámetro como variable-constante,



identificación de la familia de funciones con el tipo de movimiento, deducción del valor de  $g$  y su unidad de medida a partir de la expresión matemática, validación del modelo a partir de los valores de  $g$  obtenidos y propuestas de mejora del proceso para obtener un mejor modelo matemático de la situación real (interpretación, exposición y validación, Figura 1).

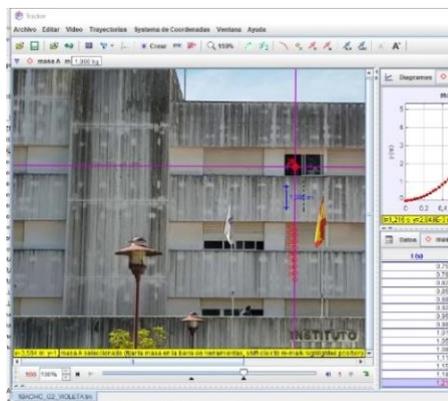


Figura 9. Obtención de datos en Tracker

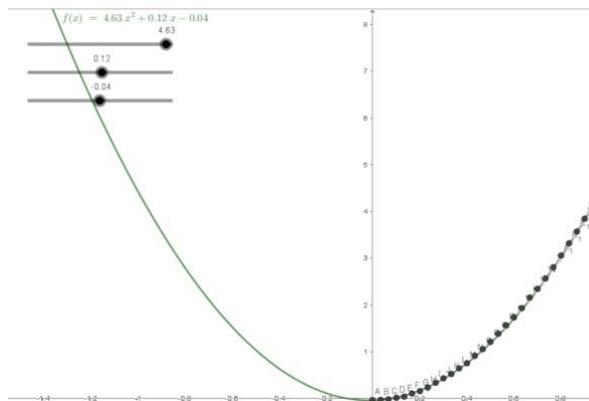


Figura 10. Ejemplo de función obtenida por los alumnos.  $f(x) = 4.63x^2 + 0.12x - 0.04$

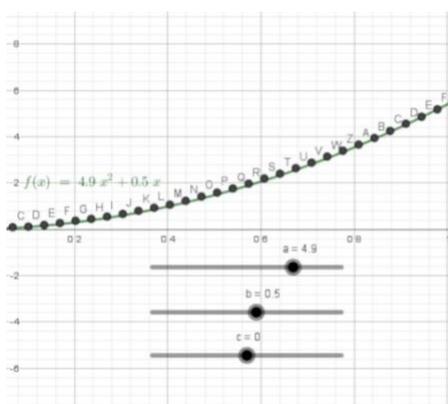


Figura 11. Ejemplo de función obtenida por los alumnos.  $f(x) = 4.9x^2 + 0.5x$

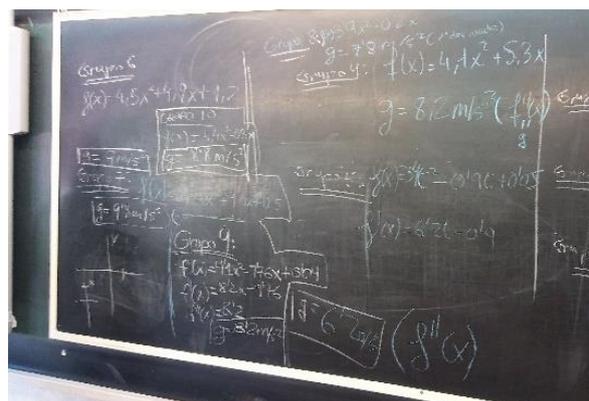


Figura 12. Funciones obtenidas escritas en el encerado

## 5.2. Diseño, producción y reproducción de un prototipo de sextante <sup>4</sup>

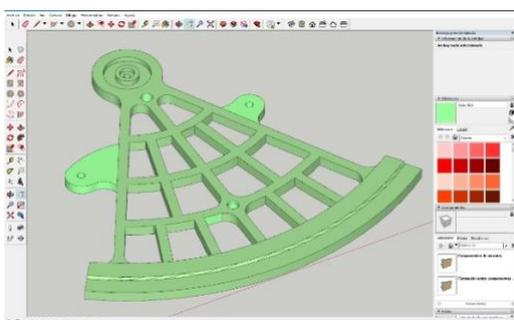
En el Centro se utilizaban sextantes de confección casera de madera y metacrilato en las clases y actividades de Trigonometría desde hacía años. Construirlos es barato pero la inversión de tiempo en la construcción de cada ejemplar, unido a su deterioro inevitable, hacía que el número de sextantes disponibles fuese siempre escaso. Para disponer de un número suficiente de sextantes (estimado en más de 15) se precisaba de un método para construirlos de forma económica y rápida. De esa forma surge un proyecto con un objetivo concreto que responde a una necesidad concreta: la producción en serie de sextantes para su uso en las aulas.

Se decidió que una buena opción sería descargar los diseños 3D de las piezas de un sextante, imprimirlas, hacer moldes y reproducirlas en resina. A los profesores participantes (Matemáticas,

Geografía e Historia y Dibujo Técnico) les pareció una buena idea involucrar a los alumnos en el proceso. Para hacer moldes de piezas antes se necesita conocer cómo se hace un molde. Así, como primera actividad de los alumnos, se organizó un taller de moldes fuera del horario lectivo. 11 de los alumnos que asistieron al taller pertenecían al grupo de 1º de Bachillerato que después confeccionó los moldes de las piezas del sextante. Después de ese primer taller, dado el interés de otros alumnos, se realizó un segundo taller en el que los alumnos que realizaron el primero actuaron como tutores.

Se escogió el diseño de las piezas de un sextante que parecía una buena opción. Resultó un instrumento totalmente inútil para medir ángulos y no se encontró una alternativa que ofreciese garantías. Ante esta situación, se optó por diseñar las piezas de un sextante, tomando como ejemplo un sextante antiguo de los años 30. Dadas las dificultades que acarrearía un diseño 3D para los alumnos, un profesor de Dibujo Técnico realizó el diseño de las piezas, el limbo y nonius graduado de un primer prototipo, buscando que el número de piezas, tornillos y tuercas fuese el menor posible (Figura 13).

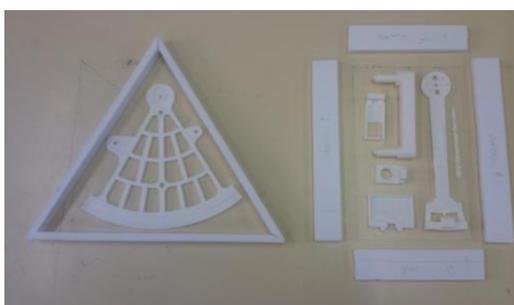
En ese primer prototipo se podía modificar la posición de las piezas del ocular y el espejo pequeño. El primer trabajo de los alumnos fue decidir, realizando medidas de ángulos con el sextante, la posición definitiva del ocular y el espejo pequeño (Figura 14). Una vez decidida su posición, se diseñó e imprimió un segundo prototipo. De las cinco piezas de ese segundo prototipo se realizaron moldes con silicona para moldes y se hicieron las primeras 15 reproducciones en resina de poliuretano (Figuras 15, 16, 17 y 18).



**Figura 13.** Diseño 3D de las piezas del sextante



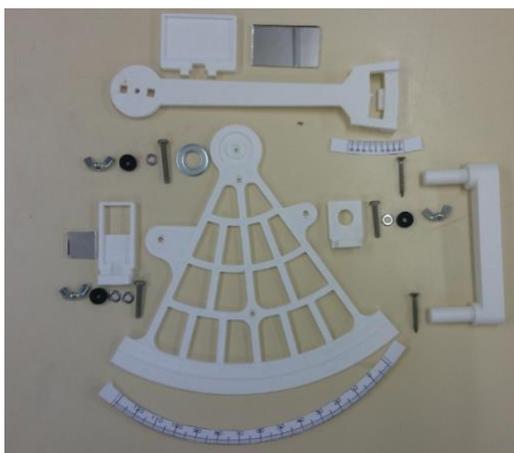
**Figura 14.** Primer prototipo



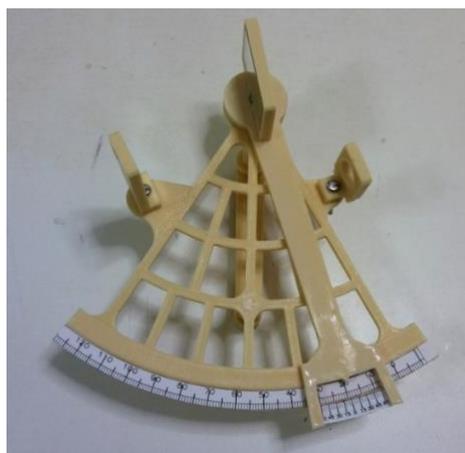
**Figura 15.** Generación del molde de las piezas



**Figura 16.** Molde y reproducciones de las piezas



**Figura 17.** Piezas, limbo y nonius



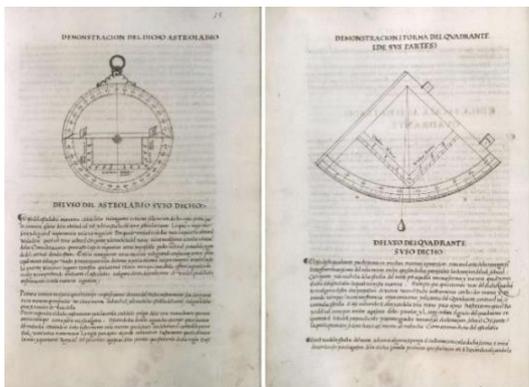
**Figura 18.** Segundo prototipo montado

A ese segundo prototipo le siguió un tercer prototipo en el que se aumentó el espesor de la armadura y la alidada para proporcionar mayor resistencia a los golpes y una mayor durabilidad a los sextantes. De ese tercer prototipo se realizaron 10 reproducciones. El coste de producción de cada sextante resultó de algo menos de 2 €. Ese coste disminuirá al reproducir más sextantes.

Para comprobar el error instrumental, los alumnos realizaron varias medidas de ángulo con varios sextantes. Para calcular el error usaron, como valores reales, los proporcionados por un teodolito digital. El error obtenido es de  $\pm 30''$ .

Los alumnos de los grupos de 1º de Bachillerato Científico-Tecnológico aprendieron a usar los sextantes y los utilizaron en algunas clases de Trigonometría. Varios alumnos de esos grupos utilizaron los sextantes para realizar trabajos voluntarios consistentes en resolver problemas prácticos como cálculo de alturas, longitudes, áreas de recintos y determinación de las coordenadas cartesianas de los vértices de un recinto a partir de sus coordenadas polares.

Como forma de contextualizar históricamente el sextante y como ya se disponía en el Instituto de una ballestilla, los alumnos construyeron un astrolabio y un cuadrante con madera y latón. Para construirlos siguieron las instrucciones del libro *Espejo de navegantes* de Alonso de Chaves (1537), disponible en versión digital en la Biblioteca Digital de la Real Academia de la Historia (Figuras 19 y 20). Al tratarse básicamente de un manual de navegación, los alumnos contextualizaron el sextante en el ámbito histórico, real, científico y práctico en el que surgió. Esa parte del proyecto fue coordinada por un profesor de Geografía e Historia.



**Figura 19.** Espejo de navegantes. Cuadrante y astrolabio



**Figura 20.** Prototipos y reproducciones del sextante. Cuadrante y astrolabio

Como se trata de un instrumento que nació para ser usado en navegación costera y astronómica, pareció una buena opción acudir a expertos en ese campo para conseguir asesoramiento sobre cómo mejorar el prototipo. Se envió un mensaje al foro náutico especializado *La taberna del puerto*. Hubo varias respuestas al mensaje. En tres casos se solicitó el envío de un sextante.

También se enviaron moldes y sextantes al Instituto griego con el que se colaboró en la actividad de modelización matemática y a varias asociaciones de embarcaciones tradicionales. La razón del envío es la realización de actividades conjuntas con los sextantes. Las actividades de Trigonometría y sus aplicaciones están por determinar en el caso del Instituto de ES griego. Las actividades de uso del sextante con las asociaciones consistirán en el aprendizaje y puesta en práctica de los conocimientos necesarios para determinar la latitud y longitud, la posición de un barco mediante el arco capaz y otras actividades por determinar.

También está previsto diseñar, imprimir y reproducir un horizonte artificial para resolver el problema de la determinación del horizonte en tierra.

Así, el objetivo inicial, que consistía en disponer de sextantes para su uso en las clases, se vio ampliado y modificado por las dificultades y problemas que surgieron. Además, esos cambios de objetivos presentaron una oportunidad para introducir objetivos formativos claramente relacionados con el proyecto. De reproducir sextantes en serie, a partir de un modelo ya existente, se pasó a un proyecto colaborativo que incluyó, como partes diferenciadas y fundamentales, el diseño de un sextante, su reproducción, su uso y su contextualización histórica. Incluimos los objetivos formativos específicos, resaltando las disciplinas o campos científicos STEM a la que se vinculan entre paréntesis y en cursiva:

- Trabajo colaborativo. Organización, ventajas y dificultades.
- Diseño de prototipos en programas de diseño 3D e impresión 3D. (*T-E*)



- Conocimientos teóricos asociados al sextante como instrumento de medida: ángulo, unidad de medida de los ángulos, bases teóricas del sextante (óptica), error instrumental del sextante. (S-M)
- Reproducción semiartesanal de prototipos mediante moldes. (T-E)
- Los avances tecnológicos como forma de dar respuesta a una necesidad técnica en un contexto histórico concreto. (S-T)
- Uso de sextantes para calcular ángulos horizontales y verticales. Problemas de Trigonometría. Problemas de Trigonometría aplicados a la navegación. (S-M)

El caso del diseño y reproducción del sextante, los obstáculos y dificultades son muy diferentes a los que surgieron en las modelizaciones. Al tratarse de un proyecto colaborativo realizado fuera del horario lectivo y con un grupo de alumnos relativamente grande, surgieron problemas relacionados con las dificultades para fijar tardes en las que todos los alumnos pudiesen asistir y diferencias en su grado de implicación. En ocasiones, el grupo se dividía en subgrupos de dos o tres alumnos que asumían la responsabilidad de realizar una tarea determinada. La falta de compromiso en algunos casos derivaba en el incumplimiento de plazos o la realización de trabajos de baja calidad. Eso provocaba tensiones entre los componentes del grupo porque el incumplimiento de las obligaciones de uno o varios alumnos provocaba retrasos o una mayor carga de trabajo en los otros.

## 6. Conclusiones

Las conclusiones a las que hemos llegado en cada una de las actividades descritas son muy diferentes. En el caso de las tareas de modelización, la conclusión fundamental es que su implementación e integración en el currículo como actividad de aula evaluable no solo es posible sino necesaria. La modelización es una actividad compleja que proporciona mucha información, no solo sobre los obstáculos que el alumno se encuentra en el proceso de modelización sino también sobre lo que el alumno realmente ha aprendido en su formación precedente. Durante las modelizaciones, surgieron obstáculos y dificultades sobre conceptos y nociones del concepto de función que pasaron desapercibidos en cursos anteriores. Por ejemplo, en relación con la influencia del sistema de referencia sobre los valores de las coordenadas cartesianas de los datos, el concepto de variable dependiente, independiente y parámetro, la identificación de variables matemáticas con físicas, el uso de unidades de magnitud o las diferentes representaciones asociadas a las funciones y cómo se relacionan entre sí. El utilizarlas en un contexto real y en una modelización ayuda a que los alumnos las comprendan mejor o, incluso, a que se hallen en situación de comprenderlas por primera vez.

Partiendo de la conveniencia y necesidad de implementar actividades de modelización, ha quedado por determinar y decidir cuál es la mejor manera de implementarlas en otros cursos de ES y concretar qué actividades de modelización realizar.

También es necesario decidir qué grado de autonomía se le concede al alumno y qué rol adopta el profesor. Por ejemplo, en 3º de ESO se optó por suministrar a los alumnos una ficha que debían rellenar, lo que serviría para evaluar al alumno y para evaluar si la modelización había cumplido con sus objetivos de enseñanza-aprendizaje. En 1º de Bachillerato se organizó un debate. La guía del alumno hace la evaluación individual del alumno más fácil que el debate. Pero la guía hace más difícil obtener información sobre los procesos cognitivos que tuvieron lugar durante la modelización y el uso y conocimiento adecuado de conceptos y nociones matemáticas. El debate representa una opción más difícil de gestionar por el profesor porque resulta menos predecible y requiere de un esfuerzo considerable de observación y obtención de información a partir de lo que dicen los alumnos. Pero esa

mayor apertura e impredecibilidad puede proporcionar elementos que pongan en duda la adquisición adecuada de conceptos y nociones y una vía que ayude a los alumnos a comprenderlos mejor. Para aunar ambas opciones, puede optarse por una tercera posibilidad que se baraja en el Centro como opción para nuevas actividades de modelización: realizar una guía o ficha que el alumno debe rellenar por escrito y darle continuidad con un debate alrededor de los posibles obstáculos o dificultades que se observen en las respuestas de los alumnos en las fichas.

Los profesores de matemáticas que implementaron ambas modelizaciones fueron dos. Uno era profesor del grupo de 3º de ESO y uno de los grupos de 1º de Bachillerato. El otro profesor impartía clase en el otro grupo de 1º de Bachillerato. El primero prefirió confeccionar una guía del alumno para los alumnos de 3º de ESO y al segundo y a la exalumna les pareció mejor organizar un debate con los alumnos de 1º de Bachillerato. Después de realizar ambas modelizaciones y una vez llegado a la conclusión de la conveniencia de implementar más modelizaciones, en más grupos y como actividad evaluable, los profesores debatieron sobre cuál o cuáles eran las mejores opciones. Hemos podido comprobar, por experiencia propia, que ese proceso de reflexión sobre la práctica docente asociada a la implementación de la modelización es complejo y, en el caso de realizarlo varios profesores, aún más complejo. De hecho y en este caso concreto, ambos profesores han asumido que esas primeras conversaciones sobre qué instrumento usar (guías del alumno, debates o combinar ambas cosas) solo fue un punto de inicio de un proceso de reflexión amplio y difícil en el que intervienen múltiples factores. También se ha llegado a la conclusión de que la decisión de qué hacer y cómo hacerlo resultará compleja y difícil pero que no se puede ni debe obviar. Muchas de las preguntas y dudas que surgieron en esas primeras conversaciones son comunes con la implementación en las aulas de la enseñanza interdisciplinar, los proyectos científicos y los proyectos Maker. En definitiva, se trata de realizar una integración en la enseñanza de elementos que conllevan cambios en el modelo didáctico. Esos cambios implican un esfuerzo y un proceso de reflexión considerable, aún más difícil y complejo si se busca llegar a consensos entre varios profesores.

La actividad de confección de sextantes ha ofrecido unas conclusiones completamente diferentes. Valorando positivamente su realización, las dificultades y obstáculos hacen dudar de su continuidad a largo plazo. En primer lugar, su carácter voluntario y el hecho de realizarse fuera del horario lectivo conlleva problemas considerables de organización y disponibilidad de tiempo para profesores y alumnos. En segundo lugar, la integración de este tipo de actividades como actividades evaluables para el alumno resulta complicada. En el caso concreto de los sextantes, resulta difícil evaluar académicamente, por ejemplo, aprender a confeccionar un molde y a realizar reproducciones en resina. ¿Con qué estándar de aprendizaje se corresponde? ¿Cómo evaluarla si se trata de una actividad voluntaria, sin encaje en ningún bloque de contenido ni estándar de aprendizaje de la disciplina de los profesores que participan en la actividad? Y aunque se pudiese encajar en el currículo de la disciplina que imparte un profesor participante, ¿qué ocurre si ese profesor no imparte clase a esos alumnos?

Lo mismo que se ha expuesto para el ejemplo concreto de la fabricación y uso de los moldes se podría aplicar a casi todas las actividades realizadas en ese proyecto. El envío de mensajes a un foro, el contacto con asesores externos, el estudio de costes de producción de un artículo, la mejora de los sistemas de producción de ese artículo para abaratar costes y mejorar el producto, etc. no son estándares de aprendizaje de las disciplinas de los profesores participantes (Matemáticas, Geografía e Historia y Dibujo Técnico).

Todo lo dicho lleva a la conclusión de que, ante la posibilidad de realizar actividades o proyectos como los descritos en este artículo, las dificultades y obstáculos de un profesor o varios profesores para dar respuesta a, por ejemplo, las preguntas “¿qué hacer?”, “¿cómo implementarla en el aula?”, ¿cómo



evaluarla?” son considerables. Solo esas dificultades y problemas hacen su implementación generalizada en las aulas algo difícil de conseguir. Pero no es el único elemento o elementos que la dificultan y obstaculizan. La Administración Educativa ha apostado claramente por la introducción de una enseñanza de Ciencias integrada y la estrategia *Inquiry Based Learning* (IBL) en la enseñanza de las Ciencias. Pero esa apuesta se ha limitado a lo menos problemático: descargar la responsabilidad de su implementación real en las aulas en otros. Si dejamos el mundo de los deseos y nos situamos en el mundo real, los efectos de la reforma LOMCE se limitan a una adaptación administrativa formal sin que la modelización, la interdisciplinariedad o los proyectos de investigación hayan llegado realmente a las aulas. Es decir, en las aulas todo sigue más o menos igual. Las dificultades para introducir esos cambios propuestos son considerables pero los medios que ha puesto la Administración se reducen a unos pocos cursos de formación de profesorado y el envío de material de baja calidad, sin objetivos claros y muy enfocado a las TIC y la tecnología digital (ordenadores portátiles para los alumnos, libros de texto digitales, impresoras 3D, kits de robótica, placas Arduino, etc.) Con esos medios es difícil superar los obstáculos a su introducción y vencer las poderosas inercias existentes en los Centros y la práctica docente. Al no existir modelos educativos claros en los Centros ni mecanismos que potencien su creación, la implementación de los cambios depende exclusivamente de la decisión personal de los profesores de ES. En España no existe un sistema que establezca una carrera docente real. Esto hace que un profesor que decida realizar ese tipo de actividades (con el trabajo y esfuerzo que requieren) solo obtenga una satisfacción personal, aunque las desarrolle como parte de su ejercicio profesional como docente.

En definitiva, en nuestro Centro se ha llegado a la conclusión de que se precisa disponer de una materia del currículo que permita evaluar este tipo de actividades e integrarlas en el horario lectivo. Pero esa materia no existe ni parece que vaya a existir a corto o medio plazo. Al acumularse las dificultades y representar una carga de trabajo para profesores y alumnos considerable, lo más probable es que ese tipo de proyectos dejen de realizarse con el paso del tiempo. Mientras tanto, se ha decidido evitar algunas de las dificultades mencionadas con anterioridad organizando los proyectos con grupos pequeños de 3-4 alumnos como máximo.

### Bibliografía

- Borromeo, R. y Mousoulides, N. (2017). Mathematical modelling as a prototype for interdisciplinary mathematics education?-Theoretical reflections. *CERME 10: Thematic Working Group 6 Applications and Modelling*. Dublin, Ireland. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, de <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01933490>
- Blum, W. y Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37–68.
- Blum, W. y Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, y S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Chichester, Reino Unido: Horwood Publishing.
- Burkhardt, H. (2006). Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future, *ZDM*, 38(2), 178-195.
- Cabassut, R., Ferrando, I. (2017). Mathematical Modelling and Applications. En G. Stillman, W. Blum, G. Kaiser (Eds.), *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, (pp. 223-232). Springer, Cham.

- Caprile, M., Palmén, R., Sanz, P., y Dente, G. (2015). *Encouraging STEM studies for the labour market*. Directorate General for Internal Policies, EU. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, de [http://www.europarl.europa.eu/RegData/etudes/STUD/2015/542199/IPOL\\_STU\(2015\)542199\\_EN.pdf](http://www.europarl.europa.eu/RegData/etudes/STUD/2015/542199/IPOL_STU(2015)542199_EN.pdf)
- Dewey, J. (1938). *Experience and education*. New York: Macmillan.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitive de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of education for teaching*, 15(1), 13-33.
- Recomendación 2006/962/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente. *Official Journal of the European Union*. L394, p. 10-18. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, de <https://eur-lex.europa.eu/eli/reco/2006/962/oj>
- Halverson, E., y Sheridan, K. (2014). The maker movement in education. *Harvard educational review*, 84(4), 495-504.
- Harel, I., y Papert, S. (1991). *Constructionism*. New York: Ablex Publishing.
- Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 27-32). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kaiser, G. (2006). The mathematical beliefs of teachers about applications and modelling. En J. Novotná et al. (Eds.), *Mathematics in the centre. Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 393-400). Praga: Charles University.
- Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Maab, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142.
- Martinez, S., y Stager, G. (2013). *Invent to learn*. Torrance, CA: Constructing modern knowledge press.
- Niss, M., Blum, W., y Galbraith, P. (2007). Introduction. En W. Blum, P. Galbraith, HW. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (pp. 3-33). New York, NY: Springer.
- OECD (2003). *The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. París: OECD. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, de <https://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33694881.pdf>
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado* n° 3, pp. 169-546. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, de <https://www.boe.es/eli/es/rd/2014/12/26/1105/dof/spa/pdf>
- Rocard, M., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henricksson, H., y Hemmo, V. (2007). *Rocard report: Science education now: a new pedagogy for the future of Europe*. EU 22845, Bruselas: European Commission. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, de [https://ec.europa.eu/research/science-society/document\\_library/pdf\\_06/report-rocard-on-science-education\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf)
- Siller, H., y Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. En V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, y F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the sixth congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME6)* (pp. 2136-2145). Lyon: Institut National de Recherche Pédagogique. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, de <https://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/cerme6.pdf>



**J. Benito Búa Ares.** IES Sánchez Cantón (Pontevedra).

Profesor de Enseñanza Secundaria de Matemáticas. Licenciado en Matemáticas y Doctor en Didáctica de la Matemática (Universida de S. de Compostela). Autor de varios artículos centrados en la introducción de la modelización matemática y las actividades interdisciplinares en la Enseñanza Secundaria.

Email: [bua@edu.xunta.es](mailto:bua@edu.xunta.es)

### Notas:

<sup>1</sup> <http://www.primas-project.eu>; <http://www.compass-project.eu/>; <https://mascil-project.ph-freiburg.de/>

<sup>2</sup> Schoolnet es un portal de la UE en el que se puede acceder a proyectos e iniciativas relacionadas con la educación STEM y la interdisciplinaridad: <http://www.eun.org/>

<sup>3</sup> Una descripción más extensa de ambas actividades y la *ficha del alumno* de la actividad de 3º de ESO puede consultarse en el siguiente enlace: <https://sanchezcanton.wixsite.com/cienciamaker>

<sup>4</sup> Este proyecto recibió dos Blue Ribbon (Maker of Merit) en la Maker Faire Galicia 2019, una de las mayores ferias Maker de España