NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 105, noviembre de 2020, páginas 25-35

Miradas iniciales de futuros maestros de Educación Primaria sobre Geometría

Joaquín Giménez (Universitat de Barcelona. España)
Yuly Vanegas (Universitat de Lleida. España)

Artículo solicitado por la Revista a los autores

In memoriam, profesor Claude Gaulin

Resumen Se presenta una experiencia de formación docente con la mirada reflexiva que aprendimos de maestros como Claude Gaulin. Se describe una experiencia de formación y se analizan las ideas iniciales de un grupo de 144 futuros maestros sobre la noción de semejanza. Se observa como los futuros maestros proponen mayoritariamente ejemplos prototípicos (que no siempre son correctos). Y asocian semejanza con el hecho de pertenecer a una misma clase de objetos. Otros argumentan que la semejanza implica igualdad de forma y muy pocos se acercan a una noción adecuada de semejanza a partir del reconocimiento de propiedades.

Palabras clave Formación de maestros, didáctica de la geometría, semejanza, ideas iniciales, educación primaria.

Title **Initial views of future Elementary Education teachers on Geometry**

Abstract An experience of teacher training is presented with the reflective look we learned from teachers like Claude Gaulin. A training experience is described and the initial ideas of a group of 144 future teachers on the notion of similarity are analyzed. It is observed how the future teachers mostly propose prototypical examples (which are not always correct). And they associate similarity with the fact of belonging to the same class of objects. Others argue that similarity implies equality of shapes and very few approaches an adequate notion of similarity from the recognition of properties.

Keywords Teacher training, didactic of geometry, similarity, initial ideas, elementary education.

1. Introducción

Al lado de la piscina del Hotel Mencey en Tenerife, en medio de las Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (JAEM) de 1984, después de mi presentación "Aprender geometría elemental explicándola", tuve mi primera sesión de tutoría de tesis doctoral con el maestro Claude Gaulin. Recuerdo que me hablaba de una misma ilusión que teníamos hacia la geometría en el desarrollo de la formación de los profesores de Primaria.

El 24 de diciembre de 1989 en el gran restaurante giratorio de Québec sobre la nieve de Sainte-Foy con un montón de datos que me llevaba de mi tesis hacia Barcelona, Claude, en su rol de tutor me decía: "Ahora te toca a ti escribir…"

Ahora que te fuiste, nunca voy a olvidar todo lo que he aprendido de tu modestia, dedicación, generosidad, apertura, empuje y profundidad en la investigación, que aún ahora me sigue inspirando.

¡Gracias Claude!

Recuerdos de un tutor, Joaquín Giménez

En las propias palabras de Claude Gaulin, estaba la necesidad de hacer camino con la geometría de las transformaciones y la preocupación por las representaciones geométricas. Pensamos que nuestro mejor homenaje es escribir sobre geometría y formación de docentes que fue nuestra pasión común. Puntualmente, sobre cómo desarrollar una capacidad de visualización del espacio, así como utilizar de manera informal las nociones de la geometría, como la congruencia de figuras (Gaulin, 1983).

Los futuros maestros de Educación Primaria acceden al Grado de Magisterio con un conocimiento sobre lo que es la geometría muy limitado, sus representaciones sobre las formas se centran fundamentalmente en la presentación prototípica de las mismas. Por ello consideramos que, para enfrentar los planteamientos curriculares actuales centrados en enfatizar los procesos matemáticos, debemos romper esta visión desde el inicio de la formación. Reconocemos las dificultades de los estudiantes en construir imágenes conceptuales de los objetos matemáticos (Vinner, 1991), ya que tener una imagen conceptual completa de un concepto geométrico implica tener en cuenta una amplia variedad de ejemplos gráficos del mismo, en diversidad de contextos, relacionado diferentes significados, entre otros aspectos.

Tal y como lo plantean Gutiérrez y Jaime (1996) los futuros docentes tienen visiones prototípicas de la noción de altura del triángulo y también la tienen de otras nociones geométricas como la semejanza (Gualdrón, 2011). Consideramos, por tanto, que el punto de partida de un curso sobre didáctica de la geometría para futuros maestros de Educación Primaria debe considerar situaciones que provoquen esta ruptura con las imágenes prototípicas.

En el caso de la noción de semejanza una limitación está asociada en ocasiones al uso de un lenguaje ambiguo, por ejemplo, cuando se consideran significados relacionados a contextos cotidianos y que se transfieren a los objetos matemáticos, pero de forma errónea. En efecto, la idea manifestada por diversas personas, de *semejante* como sinónimo de *parecido* evoca la ausencia del reconocimiento de propiedades de fenómenos reales, vinculadas al concepto de semejanza, desde el contexto matemático.

Con esta premisa, en este artículo proponemos una reflexión sobre ideas iniciales de un grupo de futuros maestros (FMs) cuando se enfrentan a una tarea de interpretación de ejemplos dados por otros, en los que ponen en juego su conocimiento matemático y su conocimiento intuitivo sobre la didáctica de la geometría. Consideramos que presentar actividades como esta contribuye a la reflexión sobre cómo se realiza la formación en didáctica de las matemáticas con futuros maestros y complementa otras propuestas que discuten y/o resaltan otros planteamientos como los planteados por Gómez-Escobar y Fernández-Cézar (2020); Jiménez-Gestal y Blanco (2016), entre otros.

2. Una propuesta de formación. Aprender a enseñar geometría en Educación Primaria

Respecto a la formación en didáctica de las matemáticas, el Grado de Educación Primaria de la Universidad de Lleida tiene tres asignaturas obligatorias: *Numeración, Cálculo y Medida; Espacio y Forma, Tratamiento de la Información; Azar y Probabilidad*. Cada una de estas asignaturas se cursa en el primer, segundo y tercer año respectivamente.

En este artículo, nos centraremos en una actividad realizada en la asignatura de segundo curso: *Espacio y Forma*. El objetivo central de esta asignatura es aprender a enseñar geometría en la Educación Primaria. Para ello, se diseñan actividades en las que se relacionan diferentes aspectos como los que se pueden observar en la Figura 1. Se espera que con el desarrollo de estas actividades los futuros maestros movilicen su conocimiento matemático y avancen en la construcción del conocimiento didáctico.

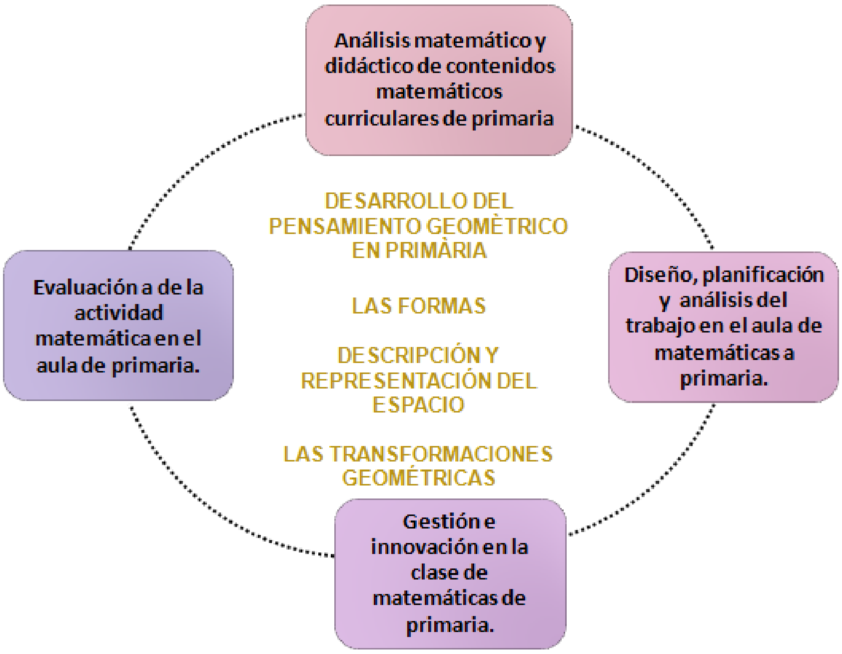

Figura 1. Aspectos que estructuran la propuesta de formación de la asignatura: Espacio y forma

Desde el momento de la presentación de la asignatura pretendemos que los futuros maestros reconozcan que la geometría aparece como modelo de diversas situaciones y problemas del mundo real. Una propuesta que busca ser provocadora el día inicial de las clases es la visualización de un video que muestra obras del artista Claes Oldenburg. En la Figura 2, se muestran algunas de las esculturas observadas.

"Cuchara-Puente y cereza" (1988)

Cerillas (1992)

Figura 2. Imágenes de esculturas del artista Claes Oldenburg

Posteriormente a la visualización del video preguntamos a los futuros docentes qué les ha llamado la atención. Surgen inmediatamente respuestas como: "Se ven cosas grandes". Después de que varios comentarios que insisten en la misma idea (el tamaño de las esculturas), algunos aluden a que les sorprende el entorno en el que están ubicadas: "Están en parques y lugares públicos". Finalmente, algún estudiante menciona que le sorprende porque son cucharas, cerillas, objetos cotidianos.

Hacemos un pequeño comentario sobre lo que caracteriza la obra de este artista y que lo distingue de otros artistas que también hacen esculturas de gran formato. Insistimos en la mirada geométrica sobre las esculturas. Algunos alumnos dicen: *"son objetos de grandes proporciones"* (FM-14). No aluden a que son los mismos objetos reales hechos con una proporción mayor o que las esculturas conservan las proporciones con los objetos. Podríamos decir que los futuros maestros no están pensando en el fenómeno de la semejanza, o la homotecia, o la ampliación sino simplemente en la sorpresa de la obra artística. Se prioriza la forma sobre el movimiento, y el tamaño sobre la idea de transformación.

Ya sabíamos que este dominio de lo que *se ve* sobre lo que *se deduce* va más allá de que hayan visto este tipo de esculturas o no. Probablemente una manera de enfrentar este problema sería comparar las imágenes de Oldenburg con obras como las de Botero y Dalí, en la perspectiva que han abordado Badillo y Giménez (2009), quienes las han estudiado en diferentes contextos escolares. Sin embargo, este no era el objetivo para la sesión introductoria de la asignatura.

Aunque algunos futuros maestros han visto obras de este artista en el contexto real, por ejemplo, la escultura de las cerillas que hay en Barcelona. Y mencionan que les han impactado cuando la han observado, y hasta el momento no la han considerado como un posible contexto para el trabajo geométrico escolar. A la pregunta ¿por qué crees que estamos observando estas imágenes hoy?, sus respuestas son del tipo: *"Si me estás mostrando este video debe ser porque quieres que pensemos en lo grande"*. La idea de lo que hay que hacer sobre espacio y forma, se asocia habitualmente a la medida.

Como actividad para reconocer las ideas iniciales de los futuros maestros, después de la presentación de la asignatura decidimos proponer a 144 estudiantes del Grado de Educación Primaria de la Universitat de Lleida que cursan la asignatura *Espacio y Forma*, una tarea profesional inspirada en la propuesta por Albarracín, Badillo, Giménez, Vanegas y Vilella (2017). Con esta tarea se pretende que los futuros maestros se posicionen ante afirmaciones realizadas por otros estudiantes sobre la idea de semejanza. A continuación, en la Figura 3, se presenta el enunciado de la tarea y las preguntas planteadas para la reflexión.

Práctica: Posicionamientos iniciales	
Solicitamos a un grupo de futuros maestros que dieran un ejemplo de semejanza para trabajar en la escuela. A continuación, encontrarás las respuestas de tres de ellos: **Futuro Maestro A:** *"Un ejemplo de semejanza puede ser la obertura de una mandarina o una naranja, ya que pueden parecer dos partes iguales"* **Futuro Maestro B:** *"Las partes del cuerpo humano (manos, piernas, ojos, etc.)"* **Futuro Maestro C:** *"Se pueden observar los zapatos y ves que no son iguales, sobre todo si no son nuevos"*	**Preguntas:** 1 ¿Consideras que están en lo cierto? 2. ¿Qué se está entendiendo por semejante en cada caso? 3. ¿Por qué crees que se tiene esta imagen de semejanza? 4. ¿Semejante es lo mismo que parecido? 5. ¿Qué ejemplo propondrías tú para trabajar la noción de semejanza en la clase de matemáticas con estudiantes de ciclo superior de Educación Primaria?

Figura 3. Tarea profesional propuesta a los estudiantes del grado de Educación Primaria

Contrariamente a lo planteado por Hart et al. (1981), se usó el término semejante, para observar si habían superado este elemento inicial del problema semántico de la palabra, pues precisamente es uno de los aspectos que queríamos constatar. La tarea fue respondida de forma individual y las respuestas de los futuros maestros fueron recibidas y organizadas a través de la plataforma Sakai en el campus virtual de la asignatura.

3. Resultados

Después de hacer un primer análisis de las respuestas de los futuros maestros, pudimos reconocer diferentes aspectos comunes que nos han permitido clasificarlas en tres grandes grupos. Estos grupos los hemos denominado: Tipo 1, 2 y 3. Para asignar las respuestas a cada tipo, se ha valorado la coherencia global de las respuestas dadas por cada FM a las cinco preguntas planteadas en la tarea profesional. En los siguientes sub-apartados 4.1, 4.2 y 4.3 discutiremos sobre algunas de las respuestas agrupadas en cada tipo. Cabe mencionar, que constatamos que la mayoría de futuros maestros indican que *semejante* es sinónimo de *parecido*. Fundamentalmente este grupo de futuros maestros son los que dan respuestas Tipo 1 y 2. En el apartado 4.4 nos centraremos en las respuestas dadas a la pregunta 5 de la tarea en la que se pide a los FMs que propongan ejemplos que ellos utilizarían para trabajar la noción de semejanza.

3.1. Respuestas Tipo 1

En este grupo encontramos las respuestas no correctas, de bajo nivel de razonamiento matemático.

En este tipo de respuestas se encuentra que los FM aluden explícitamente a la semejanza, refiriéndose a propiedades de los objetos o al uso que puede darse a los mismos, o aluden a la analogía de clase o familia. Por ejemplo, el futuro maestro FM_1 sobre los enunciados propuestos en la tarea dice que se tiene esa idea de semejanza ya que *"los objetos tienen la misma forma"* pero, se entiende que quiere decir que la forma tiene algo de parecido y no que lo que se mantiene es precisamente la forma. Por ejemplo, otro futuro maestro (FM_8) dice que: "*Un niño o niña entenderá mejor el concepto si las características comunes son físicas, ya que son más notables*. *A tuvo en cuenta la semejanza entre color y forma, incluso podríamos hablar de olor. El futuro maestro B hace una semejanza de forma, comparando nuestras partes del cuerpo, es decir nuestra mano derecha será muy parecida a nuestra mano izquierda. Por último, el maestro C destaca que cuando los zapatos son viejos no son iguales, pues desde mi punto de vista siguen siendo los mismos lo único que su aspecto ha cambiado*".

Otro grupo de FMs aluden a aspectos propios de los ejemplos**,** en cuanto la acción de "parecerse" para justificar que los tres casos A, B y C dicen algo cierto. O bien, se alude a lo semejante como lo simétrico, como es el caso del FM_3: "*Semejante es que son casi iguales, pero se diferencian porque son como un espejo el reflejo de la otra parte. En cambio, lo otro es que se parecen mucho pero no son tan iguales, no son como un espejo".* Así, justifican que en el caso A, "*quizás se hacen dos partes iguales, pero no lo son exactamente*" (FM_4). En el caso de B "*no son idénticas, pero si se parecen*" (FM_4). Incluso algunos justifican que "*son simétricas y por eso tiene razón porque son parecidos*" (FM_3). Algunos voltean el argumento, diciendo que son semejantes porque son iguales. Son muchos los que dicen que "*no son semejantes, porque son simétricos*". En el caso C, la justificación que brindan es más sofisticada porque afirman: "*son más pequeñas, pero pueden llegar a ser idénticas*".

En algún caso, muestran cierta incoherencia porque afirman que "*si tienen la misma proporción serian semejantes*" (FM_8). Quizás recuerdan algo de la idea de semejanza de la escuela, pero se afianzan en la noción genérica de parecido. Semejanza de color…

En otros casos, se dejan llevar por las ambigüedades de definiciones de diccionario. Como se ve en la siguiente respuesta: "*Personalmente creo que no. Semejante es cuando dos objetos o personas comparten características palpables a simple vista. En cambio, el hecho que dos cosas sean parecidas depende mucho del punto de vista de quien lo interpreta, ya que no mantienen esa característica común* (FM_{50}).

En relación de la quinta pregunta de la tarea profesional algunos FM que ubicamos en los resultados Tipo 1, son incluso capaces de proponer una actividad escolar con una buena idea de semejanza. Aunque ello no les permite reconocer que eso no es compatible con afirmar que semejante y parecido son equivalentes. Así un FM_{73} explica: *"Para tratar de explicarles el concepto y trabajarlo bien les pondría diferentes figuras geométricas y ellos tendrían que decirme si son semejantes o no y porque, les pondría dos triángulos de misma proporción, pero diferente tamaño y haría eso con diferentes figuras y entre estos ejemplos pondría algunos que no fueran semejantes. Haría esto después de haber explicado y trabajado un poco el concepto*"

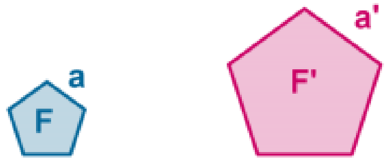

Figura 4. Dibujo que adjunta FM73 para mostrar la semejanza

Por último, en este grupo incluimos también algunos FMs que dan explicaciones que no se corresponden con el análisis de los casos presentados, como podemos constatar en la siguiente respuesta:

"El ejemplo que yo pondría sería la cebolla, ya que sin quitarle las primeras capas es imposible sacar las de abajo, y esta metáfora la asimilaría con el conocimiento, ya que si no se tienen los conocimientos anteriores bien alcanzados es imposible intentar adquirir nuevos, ya que la base sobre la cual se fundamentan es inestable"(FM_{38}).

3.2. Respuestas Tipo 2

En este grupo encontramos respuestas que tratan de explicar la semejanza como una relación. En este tipo de respuestas los FMs justifican que la semejanza indica una comparación ya que siempre se habla de dos cosas semejantes, nunca de una sola. Por ejemplo, el FM_{22} afirma: "*parecido y semejante no son sinónimos, ya que semejante es más en sentido de comparación y parecido se refiere a un aspecto o apariencia*".

Aunque algunos FMs aluden a que cuando hay algo parecido, hay algo que se mantiene, y algo que cambia, no podemos confirmar si están pensando realmente en la semejanza como una transformación geométrica. En este grupo de respuestas vemos que los FMs inciden en que "*semejante no es igual*". Alguno remarca, en el caso A presentado en la tarea profesional, las diferencias en las partes de las mandarinas y naranjas y señalan: "*las dos mitades son casi iguales pero diferentes*". En esa comparación parece que aluden a la idea de transformación, distinción o cambio: "*una es más larga que otra*". "*Los zapatos, aunque sean viejos, han cambiado con el tiempo*".

En otros casos se usa como argumento de la semejanza en matemáticas la idea de proporción de los lados cuando se habla de triángulos semejantes. En este tipo de respuestas, hay evidencias de que los FMs han hecho consultas y buscado información, pero no han integrado del todo la mirada matemática que han leído. Por ejemplo, se habla de "*Dos elementos se consideran semejantes cuando comparten muchas de sus características, pero hay algunas que son diferentes*" (FM_7). O bien se justifican comparaciones entre elementos de una misma clase: "*Estos triángulos los clasificaríamos y observaríamos qué figuras comparten la misma forma y proporción. O bien, tomaría diversos tipos de pelotas (fútbol, baloncesto, tenis, golf, etc.) y después observaría con el alumnado que todas estas pelotas son semejantes porque comparten forma y en proporción son iguales. Así podría explicarles el significado del término correctamente"* (FM_{21}).

3.3. Respuestas Tipo 3

En este caso se agrupan las respuestas matemáticamente consistentes, en las que se alude a que semejanza se corresponde con la equivalencia de forma.

Algunos de los FMs con una visión matemática adecuada, en la interpretación de los casos presentados en la tarea profesional explicitan que en el caso A, hay un significado de semejante *"centrado en la partición, subdivisión y el tamaño"*; en el caso B, señala que *"existen aspectos aparentemente iguales"*. Y en el caso C indican que la idea de semejanza manifestada por el futuro maestro se centra en *"cualidades de uso"*.

Algunos FMs, a pesar de haber dicho que la semejanza matemática indica la igualdad de forma, se sienten tentados de justificar de forma inconsistente que el caso A está en lo cierto (o es una respuesta casi correcta) porque la mandarina tiene dos partes desiguales. Unos pocos aclaran que *"puede tener la misma forma pero diferente tamaño"*. En un análisis detallado de las respuestas, notamos que quien tiene clara la idea matemática, sabe que *semejante* es una expresión polisémica y, que en matemáticas no es sinónimo de *parecido*, pero fuera de las matemáticas si puede tener ese significado.

En dos casos, los FMs han llegado a la conclusión de que semejante en matemáticas significa que se conserva la forma cambiando el tamaño, pero comentan que lo han buscado, lo cual se manifiesta en expresiones como: "*Indagando un poco, he descubierto que en matemáticas el concepto de semejanza es cuando dos cosas tienen la misma forma, pero diferente tamaño* (FM_{47}).

En otro caso se duda en definir semejanza en las primeras preguntas de la tarea profesional, aunque en la quinta pregunta en las que se les pide proponer una actividad el ejemplo dado parece mostrar que se tiene la idea matemática: "*Como ejemplo yo pondría un cuadro y su reproducción, o, creo que también podría ser un ejemplo para la noción de semejanza, la escala de un plano* (FM_{67}).

En otros casos, se explica lo que es semejante y lo que no es, para argumentar la respuesta dada, se afirma así que: "*un triangulo para ser semejante a otro debe tener la misma proporción en sus lados, mientras que para que sean parecidos bastaría con que tuvieran un tamaño similar"* (FM_{88}).

En algunos casos, los FMs explicitan que además de la igualdad de forma es fundamental considerar otros aspectos en la semejanza como transformación geométrica, es el caso del FM $_{92}$: "*en la semejanza se tienen que cumplir tres normas, misma forma, ángulos iguales i medidas proporcionales, en cambio un objeto parecido es que comparte muchas características o tienen relación entre sí*. Esta afirmación se acompaña con un dibujo como el que se muestra en la Figura 5.

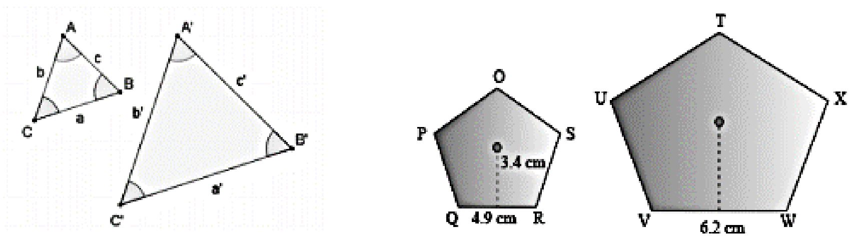

Figura 5. Dibujo propuesto por el FM92

En algún caso, se explicita que "parecido" *puede presentar aspectos comunes entre dos figuras, personas, ... en un sentido analógico*. E incluso se precisa que *fuera del lenguaje matemático parecido y semejante serían sinónimos* (FM_{101}). Varios FMs cuando responden a la quinta pregunta de la tarea profesional, usan la relación doble, y sólo algunos comparan figuras con otra proporción. Es evidente que es debido a que se les hizo privilegiar un ejemplo y no varios.

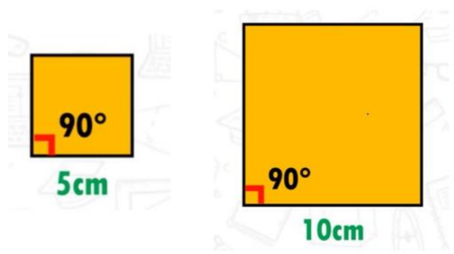

Figura 6. Dibujo propuesto por FM101

Queremos resaltar que encontramos dos respuestas inesperadas en las que los FMs argumentan sus respuestas apoyados en referentes teóricos que han buscado por su cuenta y que son adecuados y relevantes desde la didáctica de las matemáticas. Uno alude a los Niveles de Van Hiele y el otro a la propuesta de Godino y Ruiz (2002) sobre la geometría y su didáctica para maestros.

"Los tres ejemplos sirven en el nivel 0 de razonamiento del modelo de van Hiele para introducir el concepto de "semejanza" de manera estrictamente visual y posiblemente imprecisa. A través de los ejemplos con datos ya conocidos por los alumnos y con el aprendizaje significativo, los maestros consiguen dar una primera definición de figuras semejantes como figuras que tienen el mismo aspecto, pero tamaños diferentes" (FM_{114}).

"Para explicar la semejanza utilizaría una fotografía de tamaño 10 x 15 y una ampliación de esta de 20 x30, como datos que los alumnos ya conocen previamente y tienen un contacto directo con ellos. De esta manera podrían relacionar el concepto previo de dos fotos iguales, pero con diferente tamaño con el nuevo concepto de 2 rectángulos semejantes con la misma forma, medidas proporcionales y ángulos" (FM_{28}).

Es interesante observar que el acceso a la información a través de la red puede dar oportunidades a que los estudiantes hagan procesos selectivos y adecuados de la información. En este caso, no limitamos, ni restringimos la búsqueda de definiciones, ejemplos y/o propiedades pues la tarea profesional no buscaba que reprodujeran dichas definiciones o propiedades, sino que se focalizaba en las interpretaciones que los FMs eran capaces de realizar en situaciones de análisis profesional (valorar las respuestas dadas por otros y proponer actividades escolares para introducir una noción matemática).

De manera global, a partir de la caracterización en los diferentes tipos de respuestas de los 144 FMs participantes, se han identificado tres niveles. En cada uno de ellos se considera el nivel de acercamiento de los FMs a una idea matemática adecuada de la noción de semejanza.

Mirada inicial débil	Mirada inicial intermedia	Mirada inicial consistente
68,75 %	17,36 %	11,1 %

Tabla 1. Niveles de acercamiento a la noción de semejanza

4. Conclusiones

Según Freudenthal (2001) se deben considerar unos pasos en el recorrido para lograr el objeto mental de semejanza: a) Reconocer la conservación o no conservación de la razón bajo aplicaciones; b) Construir aplicaciones que conservan la razón; c) Resolver conflictos en la construcción de aplicaciones que conservan la razón; d) Manejar operativamente, formular, relacionar unos con otros; e) Formular criterios para la conservación de la razón, tales como conservación de la igualdad de longitudes, conservación de la congruencia, conservación de las razones internas, constancia de la razón externa, conservación de los ángulos; y f) decidir acerca de la necesidad y suficiencia de tales criterios. Los resultados aquí descritos evidencian que el 86,11% de los futuros maestros llegan al primer paso y que solo el 11,1% parecen llegar al tercero. Esto supone un gran reto para la formación inicial de maestros de Educación Primaria, porque implica romper con una idea de forma estática y centrada fundamentalmente en la memorización de nombres y no en el reconocimiento de características y propiedades.

Los estereotipos están muy presentes en los futuros maestros que no distinguen el ámbito semántico de la propia palabra semejanza, y que además asocian a la idea de forma, las características de clase como elementos comunes. Eso se ve en cuanto copian una idea de igualdad de forma y proporcionalidad de los lados en algunos casos, pero se mantienen en proponer a los niños ejemplos que no están diciendo eso. Tampoco tienen claro mayoritariamente que quizás podrían decir que a veces la conservación de proporciones no siempre es observable, y que esas definiciones “son teóricas”.

Tal y como esperábamos, una mayoría de futuros docentes no empieza el curso con una idea ajustada de la noción de semejanza matemática, y la asocia mayoritariamente a la idea de parecido. No se identifica habitualmente como una transformación que conserva el invariante *forma* por ampliación o reducción. Y este no se relaciona con el mundo del arte ejemplificado por Oldenburg. A pesar de los resultados encontrados, consideramos que tareas profesionales como la planteada nos ha permitido acercarnos a las ideas iniciales (matemáticas y didácticas) de los futuros maestros y esto es un buen punto de partida para el diseño de las tareas profesionales posteriores y para repensar la propuesta de formación.

En las enseñanzas de Claude Gaulin comprendimos la geometría escolar como una actividad manipulativa, pero al mismo tiempo, reflexiva. En donde las representaciones y los significados juegan un papel importante, así como las definiciones. Él focalizó su investigación en la necesidad de reconocer el valor de los procesos de codificación y descodificación. Nosotros sabemos que hay muchos más procesos que debemos considerar para ofrecer oportunidades de aprendizaje a los futuros maestros.

Claude Gaulin nos mostró que no es suficiente con mostrar lo intuitivo, sino que debemos focalizarnos en lo comunicativo, en la construcción de definiciones y valorar el control de argumentos matemáticos. Claude fue un visionario del valor de lo investigativo y la indagación en la geometría escolar, que le llevó a integrar lo semiótico en sus últimas reflexiones. Insistió que debemos valorar las transformaciones y no sólo las formas. Que debemos estar atentos a los significados matemáticos como justificados, pero cambiantes.

Con Claude aprendimos que debemos desafiar a los futuros docentes ante los significados matemáticos, huyendo de los prototipos. Siendo serios y profundos en la investigación. Su capacidad de integración de perspectivas, nos dejó una cualidad que nos inspira cuando hablamos de avanzar en una nueva geometría escolar; la necesidad de que superemos las visiones simplemente euclidianas, y nos abramos a las geometrías que explican la artesanía, el arte, las deformaciones locales, el diseño, ...

Bibliografía

Albarracín, L., Badillo, E., Giménez, J., Vanegas, Y., y Vilella, X. (2017). *Aprender a enseñar matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: Síntesis.

Badillo, E., y Giménez, J. (2009). Viaje escolar sobre proporciones y desproporciones: de Oldenburg a Dalí, pasando por Botero. En J. Giménez (coord.) *La proporción, arte y matemáticas*, 141-162. Graó: Barcelona.

Fernández, M. (1982). Informe sobre el seminario de geometría de Claude Gaulin III. *Números*: *Revista de didáctica de las matemáticas, 3,* 43-72.

Freudenthal, H. (2001). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. En E. Sánchez (Ed.), *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas* (Textos seleccionados) (2ª edición). México D. F.: Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV.

Gaulin, C. (1983). Explorations géométriques 1. Module 4. Representations plaines de figures à trois dimensions. PPMM. Université Laval.

Godino, J., Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada: Departamento de didáctica de la matemática, Universidad de Granada.

Gómez-Escobar, A., y Fernández-Cézar, R. (2020). Metodología Aprendizaje-Servicio (ApS) en la formación de maestros en Didáctica de la Geometría y la Medida. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, *104*, 65-74.

Gualdrón, É. (2011). *Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas*. Tesis doctoral inédita. Valencia, Universitat de Valencia.

Gutiérrez, A., y Jaime, A. (1996). Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio. En J. Giménez; S. Llinares; M.V. Sánchez (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, 143-170. Comares, Granada.

Hart, K. M., Brown, M. L., Kuchemann, D. E., Kerslake, D., Ruddock, G., y McCartney, M. (1981). *Children's understanding of mathematics.* London: John Murray.

Jaime, A., y Gutiérrez, A. (2016). El aprendizaje de conceptos geométricos en la Educación Primaria. En J. Carrillo y otros (Eds.), *Didáctica de las matemáticas para maestros de Educación Primaria*, 197-215. Madrid: Paraninfo.

Jiménez, C., & Blanco, L. J. (2017). El teorema de PICK como pretexto para la enseñanza de la Geometría con Estudiantes para Maestro. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, *94*, 7-21.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics, en D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*, 65-81. Kluwer, Dordrecht.

Joaquín Giménez Rodríguez. Universitat de Barcelona, Facultad de Educación. Pg. Vall d'Hebrón, 171, 08035, Barcelona (Catalunya). Catedrático de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Barcelona. Sus líneas de investigación están centradas en la formación del profesorado de matemáticas. Ha publicado numerosos artículos científicos y libros sobre cuestiones de educación matemática. Ha llevado a cabo diversas actividades de formación permanente del profesorado en España y América Latina. Miembro de la Comisión internacional: The International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching (CIEAEM) desde 1998. Email: quimgimenez@ub.edu

Yuly Vanegas Muñoz. Departamento de Matemáticas**.** Facultad de Educación, Psicología y Trabajo Social. Av. de l'Estudi General, 4, 2500, Lleida (Catalunya). Profesora Lectora Serra Húnter de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Lleida. Sus líneas de investigación están centradas en la formación del profesorado de matemáticas y en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades. Coordinadora del Grupo Investigación en Educación Matemática Infantil- IEMI de la SEIEM desde 2019. Ha publicado diversos artículos científicos y capítulos de libro sobre cuestiones de educación matemática. Email: yuly.vanegas@udl.cat