

La incorporación del Early Algebra en el currículo de Educación Primaria

Cristian Mejías Zamorano (Universidad de Playa Ancha San Felipe. Chile)

Ángel Alsina (Universidad de Girona. España)

Fecha de recepción: 28 de enero de 2019

Fecha de aceptación: 26 de julio de 2020

Resumen

En este artículo se realiza un análisis de la presencia del álgebra en el currículo de Educación Primaria. En concreto, se comparan los currículos de Estados Unidos, España y Chile a partir de la "Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados", que permite identificar los tipos de objetos puestos en juego en la solución de un problema. El análisis realizado indica que el Early Algebra está presente en los currículos de matemáticas de Educación Primaria analizados, con diversas diferencias, pero con la intención compartida de que los estudiantes desarrollen diversas competencias matemáticas. Se concluye que es necesario ofrecer orientaciones específicas acerca de la enseñanza del álgebra al profesorado de Educación Primaria preocupado por ofrecer a los estudiantes una enseñanza que dé respuesta a las necesidades sociales del S.XXI.

Palabras clave

Early Algebra, objetos matemáticos, currículo, desarrollo profesional, Educación Primaria.

Title

The incorporation of early algebra into the Primary Education curriculum

Abstract

In this article, an analysis of the presence of algebra in the Primary Education curriculum is carried out. Specifically, the curricula from the United States of America, Spain and Chile are compared, using the "Objects and Meanings Recognition Guide" as framework. This allows us to identify the types of objects put into play in the resolution of a problem. The analysis carried out indicates that early algebra is present in the primary education mathematics curricula analyzed, with certain differences, but with the shared intention that students develop diverse mathematical competences. It is concluded that it is necessary to offer specific orientations about the teaching of algebra to Primary School teachers who are concerned about offering students a teaching that responds to the 21st century social needs.

Keywords

Early Algebra, mathematical objects, curriculum, professional development, Primary Education.

1. Introducción

Un aspecto de preocupación permanente dentro de la educación es garantizar la calidad, lo que impulsa el desarrollo de múltiples y variadas iniciativas para su mejoramiento. Aunque en las últimas décadas diversos organismos y autores de reconocido prestigio han estado trabajando en distintas estrategias que involucren el mejoramiento de la educación, una de las disciplinas que sigue siendo un desafío para los estudiantes y docentes es la matemática. En el caso de Chile, por ejemplo, los últimos resultados del *Programme for International Student Assessment* (PISA) han puesto de manifiesto que



un 49,4% de los estudiantes de 14-15 años no alcanzan las competencias mínimas requeridas para participar completamente en una sociedad moderna. De manera más concreta, los datos obtenidos en la prueba *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) han revelado que, en estudiantes de 9-10 años, el área de mayor debilidad se centró en el álgebra.

A raíz de estos datos, en este artículo se va a indagar acerca de la presencia del *Early Algebra* en el currículo de matemáticas de Educación Primaria, al considerarse como una puerta de entrada a las matemáticas superiores, entre otras cosas porque aporta un lenguaje enriquecido capaz de crear la base con que se enseñan las matemáticas (Stacey y Chick, 2004).

El álgebra a nivel escolar fue incorporada en los currículos de matemáticas de Educación Secundaria de diversos países europeos y americanos a finales del siglo XIX. En términos generales, los contenidos algebraicos y su secuencia han permanecido inalterables, de manera que muchos cursos de álgebra se inician con términos literales y su relación con referencias numéricas dentro del contexto, primero usando expresiones algebraicas y, más tarde, ecuaciones. Después se introduce la simplificación de las expresiones y la resolución de ecuaciones por métodos formales, de manera que la manipulación y factorización de polinomios y expresiones racionales se convierten en actividades regulares. Eventualmente, algunos programas incluyen también funciones lineales, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas y sus correspondientes representaciones algebraicas, ya sea mediante tablas o gráficos.

Sin embargo, la presencia del álgebra en los currículos de matemáticas de Educación Primaria ha sido escasa o nula, a pesar de que el pensamiento algebraico genera un enriquecimiento del conocimiento que permite progresar significativamente en el aprendizaje de la matemática. Con el propósito de subsanar esta situación, tanto Chile como otros países han ido introduciendo diversas propuestas de cambio curricular que pretende trabajar en el currículo formas de pensamiento y razonamiento alineadas con el pensamiento algebraico desde el primer año de Educación Primaria, esto con el objetivo de favorecer un aprendizaje con comprensión, posibilitando el posterior estudio formal del álgebra (Molina, 2006).

Aprender álgebra entrega la posibilidad al estudiante de desarrollar un pensamiento lógico, crítico y autónomo, que son habilidades primordiales para el desarrollo integral y social del estudiante (MINEDUC, 2012). Partiendo de la base que aprender álgebra implica simbolizar, generalizar y precisar patrones (Carpenter, Levi, Franke y Zeringue, 2005, p. 55) señalan que algunas de las principales características del pensamiento algebraico desarrolladas por los niños corresponden a modificar expresiones matemáticas, desarrollar el pensamiento relacional y desenvolver un conocimiento en base a conjuntos, las operaciones entre ellos y las propiedades asociadas.

Con base a ello, la finalidad de este artículo es realizar un análisis de la presencia del Early Algebra en las orientaciones curriculares de matemáticas contemporáneas de Educación Primaria, como se ha indicado. En concreto, se van a comparar los currículos de Estados Unidos, España y Chile, con el propósito de establecer las semejanzas y las diferencias y, más allá de ello, poder ofrecer orientaciones específicas acerca de la enseñanza del álgebra al profesorado de Educación Primaria preocupado por ofrecer a los estudiantes una enseñanza que dé respuesta a las necesidades sociales del S.XXI. Para identificar los objetos matemáticos asociados al estudio del álgebra en dichos currículos se ha utilizado como referencia la “Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados” (Castro, Godino y Rivas, 2011), que corresponde a la identificación de los tipos de objetos puestos en juego en la solución de un problema. En concreto, se consideran los siguientes objetos primarios:

- Situaciones-problemas: aplicaciones extramatemáticas, ejercicios, problemas, tareas, etc. que llevan a desarrollar una actividad matemática.
- Elementos lingüísticos: términos, expresiones, notaciones, gráficos, etc. empleados para enunciar o resolver problemas, sea de forma escrita, oral, gestual, etc.
- Conceptos-definición: definiciones y conceptos vinculados a un objeto matemático que los alumnos deben recordar y aplicar para solucionar un problema matemático.
- Propiedades: enunciados sobre relaciones o propiedades de los conceptos que deben ser utilizados para la resolución de problemas.
- Procedimientos: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, etc. que los alumnos deben conocer y aplicar para la resolución de problemas.

2. El Early Algebra en el currículo de Estados Unidos de Educación Primaria

Las orientaciones curriculares estadounidenses vigentes se recogen en los estándares comunes para las matemáticas de la *Common Core State Standard for Mathematics*, y se basan en modelos de la más alta calidad aplicados en todo el país que han servido también de base para la práctica matemática en estudiantes fuera de las fronteras de Estados Unidos (CCSSI, 2010). En su elaboración, a partir de directrices entregadas por el NCTM (2003), se ha favorecido no sólo el fortalecimiento de la comprensión conceptual, sino que también se ha puesto énfasis en aspectos organizativos del álgebra y las leyes de la aritmética para estructurar dichas ideas (Huang, 2002, p. 64).

El NCTM (2003) destaca la importancia de incluir el estudio del álgebra a partir de los 3 años, asumiendo que el álgebra se aprende mejor como un conjunto de técnicas vinculadas a la representación de relaciones cuantitativas y como un estilo de pensamiento matemático que permite formalizar patrones, funciones y generalizaciones. Desde este prisma, señalan que los niños pequeños pueden ser alentados a usar el razonamiento algebraico mientras estudian números y operaciones y mientras investigan patrones y relaciones entre conjuntos de números (NCTM, 2003).

De forma más concreta, el NCTM explicita que los programas de enseñanza desde *Prekindergarden* hasta el grado 12 (de los 3 a los 18 años aproximadamente), deberían capacitar a los estudiantes para:

- Comprender patrones, relaciones y funciones.
- Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos.
- Utilizar modelos matemáticos para representar y comprender las relaciones cuantitativas.
- Analizar el cambio en diversos contextos.

En la tabla 1 se concretan los contenidos de álgebra organizados por curso considerando el *Common Core State Standard for Mathematics* (CCSSI, 2010).

Grado	Contenidos algebraicos
	- Usar la adición y sustracción hasta 20 para resolver problemas que involucran situaciones de suma, descomposición, composición, y comparación con incógnitas, en todas las posiciones mediante el uso de objetos y ecuaciones con un símbolo para el número desconocido.



<p>Primer grado</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas que requieren la adición de tres números naturales cuya suma sea menor o igual a 20, usando objetos y ecuaciones con un símbolo para el número desconocido para representar el problema. - Aplicar propiedades de operaciones como estrategias para sumar y restar. - Comprender la resta como un sumando desconocido del problema. - Relacionar el conteo con la suma y la resta. - Sumar y restar hasta 20. Demostrar fluidez para sumar y restar hasta 10. - Usar estrategias como contar. Crear sencillas sumas equivalentes. - Comprender el significado del signo igual y determinar si las ecuaciones que involucran sumas y restas son verdaderas o falsas. - Determinar el número desconocido en una ecuación de suma o resta usando tres números naturales.
<p>Segundo grado</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Usar la adición y sustracción hasta 100 para resolver problemas de uno y dos pasos que involucran situaciones de suma, descomposición, composición y comparación, con incógnitas en todas las posiciones utilizando ecuaciones con un símbolo para el número desconocido. - Determinar el número desconocido en una ecuación que relaciona cuatro o más números naturales. - Usar estrategias mentales para sumar y restar con fluidez hasta 20. Conocer de memoria todas las sumas de dos números de un dígito. - Determinar si un grupo de objetos hasta 20 tiene un número impar o par de miembros, emparejando objetos o contando por 2; escribir una ecuación para expresar un número par como la adición de dos sumandos iguales. - Usar la adición para encontrar el número total de objetos organizados en matrices rectangulares con hasta 5 filas y hasta 5 columnas. Escribir una ecuación para expresar el total como una adición de sumandos iguales.
<p>Tercer grado</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretar productos de números naturales como el número total de objetos. - Interpretar cocientes de números naturales. - Utilizar la multiplicación y la división hasta 100 para resolver problemas que involucran grupos iguales, matrices y cantidades de medidas iguales utilizando ecuaciones con un símbolo considerando el número desconocido. - Determinar el número desconocido en una ecuación de multiplicación o división que relaciona tres números naturales. - Aplicar propiedades de operaciones como estrategias para multiplicar y dividir. - Comprender la división como un problema de factor desconocido. - Multiplicar y dividir con fluidez hasta 100 utilizando estrategias como la relación entre multiplicación y división. - Resolver problemas verbales de dos pasos usando las cuatro operaciones. Representar estos problemas utilizando ecuaciones con una letra que representa la cantidad desconocida. Evaluar la veracidad de las respuestas utilizando cálculo mental y estrategias de estimación, incluido el redondeo. - Identificar patrones aritméticos y los explica utilizando las propiedades de las operaciones.
	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretar una ecuación de multiplicación como una comparación. - Representa afirmaciones verbales de comparaciones multiplicativas como ecuaciones de multiplicación.

<p>Cuarto grado</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Multiplicar o dividir para resolver problemas verbales que implican una comparación multiplicativa utilizando dibujos y ecuaciones con un símbolo, distinguiendo la comparación multiplicativa de la comparación aditiva. - Resolver los problemas de varios pasos planteados con números naturales, incluidos los problemas en los que se deben interpretar los restos. - Representar estos problemas utilizando ecuaciones con una letra que representa la cantidad desconocida. Evaluar la veracidad de las respuestas mediante el cálculo mental y las estrategias de estimación, incluido el redondeo. - Determinar si una ecuación es verdadera o falsa utilizando el uso del pensamiento relacional comparativo. - Determinar el número entero desconocido en una ecuación que relaciona cuatro números naturales, usando el pensamiento relacional comparativo. - Investigar factores y múltiplos. - Generar un número o patrón siguiendo una regla dada. Identificar características no explícitas de los patrones.
<p>Quinto grado</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Usar paréntesis, corchetes o llaves en las expresiones numéricas y evaluar las expresiones con estos símbolos. - Escribir expresiones simples que registran cálculos con números e interpretar expresiones numéricas sin evaluarlas. - Generar dos patrones numéricos usando dos reglas dadas. Identificar relaciones aparentes entre términos correspondientes. Formar pares ordenados que consisten en términos correspondientes de los dos patrones, y graficar los pares ordenados en un plano de coordenadas.
<p>Sexto grado</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Comprender el concepto de relación y usar lenguaje algebraico para describir una relación entre dos cantidades. - Utilizar razones y proporciones para resolver problemas matemáticos y del mundo real. - Escribir y evaluar expresiones numéricas que involucran exponentes de números naturales. - Escribir, leer y evaluar expresiones en las que las letras representan números. - Aplicar las propiedades de las operaciones para generar expresiones equivalentes. - Identificar cuando dos expresiones son equivalentes. - Comprender los conceptos de ecuación o desigualdad usando sustitución para determinar si un número dado en un conjunto específico hace que una ecuación o desigualdad sea verdadera. - Usar variables para representar números y escribir expresiones cuando resuelva un problema del mundo real o matemático; entender que una variable puede representar un número desconocido, o, dependiendo del propósito, cualquier número en un conjunto específico. - Analizar la relación entre las variables dependientes e independientes utilizando gráficos y tablas, y relacione éstas con la ecuación.

Tabla 1. Contenidos del álgebra en el currículo estadounidense (CCSSSI, 2010).

Considerando los contenidos anteriores, en la tabla 2 se indican los objetos matemáticos asociados al Early Algebra.



Objetos matemáticos algebraicos en el Common Core State Standard for Mathematics	Grados					
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
SITUACIONES-PROBLEMAS						
Identificar y describir patrones	X	X	X	X	X	
Resolver problemas con patrones	X	X	X	X	X	
Determinar reglas o técnicas generales	X	X	X	X	X	
Resolver expresiones algebraicas					X	X
Desarrollar ecuaciones e inecuaciones						X
Relacionar expresiones simbólicas y gráficos de líneas					X	X
ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS						
Lenguaje natural	X	X	X	X	X	X
Representación pictórica	X	X				
Representación en tablas					X	X
Lenguaje simbólico				X	X	X
Lenguaje algebraico				X	X	X
CONCEPTOS – DEFINICIÓN						
Secuencia numérica	X	X	X	X		
Patrón numérico	X	X	X	X	X	X
Igualdad	X	X	X	X	X	X
Operaciones inversas				X	X	X
Multiplicación			X	X	X	X
División			X	X	X	X
Ecuación	X	X	X	X	X	X
Expresión algebraica					X	X
PROPIEDADES						
Propiedad asociativa	X	X	X	X	X	X
Propiedad conmutativa	X	X	X	X	X	X
Propiedad distributiva			X	X	X	X
Ley de tricotomía						X
PROCEDIMIENTOS						
Distinguir y diseñar distintos tipos de patrones con figuras y numéricos	X	X	X		X	
Escribir reglas generales para diversos contextos			X	X	X	X
Comparar expresiones numéricas	X	X	X	X	X	X
Construir expresiones algebraicas					X	X
Representar ecuaciones e inecuaciones mediante el uso de expresiones algebraicas					X	X
Verificar si se cumple la igualdad en una ecuación	X	X	X	X	X	X

Tabla 2. Objetos matemáticos algebraicos presentes en el currículo estadounidense (CCSSSI, 2010).

Kaput (1998, 2000) expone que el álgebra debe presentar: la generalización de patrones y relaciones (particularmente la generalización de la aritmética y del razonamiento cualitativo); el estudio de funciones y relaciones; el estudio de estructuras y sistemas abstraídos de cálculos y relaciones; un conjunto de lenguajes de modelización y control de fenómenos; y la manipulación sintácticamente guiada de formalismos.

En el currículo estadounidense se destaca el tratamiento que realiza de la resolución de expresiones algebraicas, lo cual es trabajado en quinto y sexto año; el uso de representación pictórica en todos los cursos de educación primaria; la utilización de expresión algebraica, en los últimos años de primaria; el uso las propiedades conmutativa y asociativa desde primer año, y la propiedad distributiva a partir del tercer año; y la representación de ecuaciones e inecuaciones mediante el uso de expresiones algebraicas es tratada adecuadamente. Por otra parte no realiza un tratamiento de funciones y relaciones; se soslaya la comparación de cantidades mediante el uso de balanzas; y finalmente no impulsa la construcción de series numéricas.

3. El álgebra en el currículo español de Educación Primaria

El currículo español vigente de Educación Primaria está dividido en 5 bloques: procesos, métodos y actitudes en matemática; números; medida; geometría; estadística y probabilidad. No existe, pues, un bloque con contenidos propios al álgebra, sino que están presentes en los dos primeros bloques. Esta división no condiciona una estructura rígida, solo es una forma que permite organizar de diferentes maneras los contenidos adoptando la metodología más adecuada a las características de ellos y de los alumnos (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2019). En la tabla 3 se muestran los contenidos de estos bloques que se vinculan con el Early Algebra.

Curso	Contenidos algebraicos
Primer año	<ul style="list-style-type: none"> - Contar según patrones. - Completar sumas y restas hasta 10. - Completar y crear patrones. - Secuencias numéricas crecientes y decrecientes. - Realizar predicciones sobre los resultados esperados, utilizando los patrones y leyes encontradas. - Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o refuten.
Segundo año	<ul style="list-style-type: none"> - Contar, completar y crear patrones. - Secuencias numéricas crecientes y decrecientes. - Completar sumas y restas. - Propiedades de las sumas. - Escribir multiplicaciones sobre grupos iguales y matrices. - Escribir divisiones sobre matrices. - Realizar predicciones sobre los resultados esperados, utilizando los patrones y leyes encontradas. - Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o refuten.
Tercer año	<ul style="list-style-type: none"> - Completar y crear un patrón que se repite. - Secuencias numéricas crecientes y decrecientes. - Completar sumas y restas con uno y dos dígitos. - Propiedades de la suma y de la multiplicación. - Escribir multiplicaciones sobre matrices.



	<ul style="list-style-type: none"> - Relacionar la multiplicación y la división. - Hallar el número de la división faltante. - Patrones de fracciones equivalentes. - Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o las refuten. - Construye series de forma ascendente y descendente de cadencias básicas. - Calcula el término que falta en una suma o resta. - Calcula el término que falta en una multiplicación o división.
Cuarto año	<ul style="list-style-type: none"> - Propiedades de la suma y multiplicación. - Fracciones equivalentes usando modelos de área. - Patrones de fracciones equivalentes. - Secuencias aritméticas crecientes y decrecientes. - Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o las refuten. - Construye series de forma ascendente y descendente de cadencias básicas. - Calcula el término que falta en una suma o resta. - Calcula el término que falta en una multiplicación o división.
Quinto año	<ul style="list-style-type: none"> - Propiedades de la suma y multiplicación. - Completar una secuencia numérica aritmética. - Realizar estimaciones y elaborar conjeturas. - Identificar patrones, regularidades y leyes matemáticas. - Realizar predicciones sobre los resultados esperados, utilizando los patrones y leyes. - Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o las refuten, en situaciones a resolver, en contextos numéricos o funcionales.
Sexto año	<ul style="list-style-type: none"> - Propiedades de la suma y multiplicación. - Completar una secuencia numérica aritmética. - Realizar estimaciones y elaborar conjeturas. - Identificar patrones, regularidades y leyes matemáticas. - Realizar predicciones sobre los resultados esperados, utilizando los patrones y leyes. - Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o las refuten, en situaciones a resolver, en contextos numéricos o funcionales.

Tabla 3. Contenidos del álgebra en el currículo español (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2019)

Siguiendo el mismo procedimiento, en la tabla 4 se realiza un análisis de los objetos matemáticos asociados al álgebra en las orientaciones curriculares españolas.

Objetos matemáticos algebraicos en la educación primaria española	Curso					
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
SITUACIONES-PROBLEMAS						
Identificar y describir patrones	X	X	X	X		
Resolver problemas con patrones			X	X	X	X
Determinar reglas o técnicas generales	X	X	X	X	X	X
Resolver expresiones algebraicas						
Elabora conjeturas	X	X	X	X	X	X

Resuelve problemas de razonamiento lógico						X
Resuelve problemas de razonamiento inductivo						X
ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS						
Lenguaje natural	X	X	X	X	X	X
Representación pictórica	X	X	X	X	X	X
Representación en tablas	X	X	X	X	X	X
Lenguaje simbólico			X	X	X	X
Lenguaje algebraico					X	X
CONCEPTOS – DEFINICIÓN						
Secuencia numérica	X	X				
Patrón numérico					X	X
Igualdad	X	X	X	X	X	X
Operaciones inversas			X	X	X	X
Multiplicación	X	X	X	X	X	X
División			X	X	X	X
Ecuación		X	X	X	X	X
Porcentajes						X
PROPIEDADES						
Propiedad asociativa					X	X
Propiedad conmutativa					X	X
Ley de tricotomía					X	X
PROCEDIMIENTOS						
Distinguir y diseñar distintos tipos de patrones con figuras y numéricos	X	X	X	X	X	X
Escribir reglas generales para diversos contextos				X	X	X
Comparar expresiones numéricas	X	X	X	X	X	X
Construir expresiones algebraicas					X	X
Verificar si se cumple la igualdad en una ecuación			X	X	X	X
Clasificar expresiones numéricas y algebraicas		X	X	X	X	X
Construye series numéricas			X	X	X	X

Tabla 4. Objetos matemáticos algebraicos presentes en el currículo español (Ministerio de Educación y Formación profesional, 2019).

En la tabla 4 se exhiben los contenidos algebraicos que se encuentran en educación primaria del currículo español, ellos están divididos en 5 bloques (Procesos, métodos y actitudes en matemática; Números; Medida; Geometría; Estadística y Probabilidad), se evidencia que en los primeros cursos la resolución de problemas es un elemento fundamental, también la instalación de tareas de orden superior, como es la elaboración de conjeturas, donde se buscan argumentos para su validación o bien para su impugnación.



Considerando los componentes del pensamiento algebraico de Kaput (1998), el currículo español presenta varios elementos destacables, entre ellos el trabajo en la obtención de reglas o técnicas generales, esto es realizado a lo largo de todos los años de educación primaria; lo mismo ocurre con la elaboración de conjeturas; la resolución de problemas de razonamiento lógico e inductivo es realizado a partir del último año de educación primaria; se utiliza la representación pictórica y la representación de objetos algebraicos representados en tablas, lo que se encuentra en todos los cursos de educación primaria; el concepto de igualdad es reforzado en todo el currículo; el reconocimiento y diseño distintos de patrones con figuras y números es tratado en los primeros años; finalmente se induce a los alumnos a la construcción de series numéricas. A pesar que el Early Algebra está estrechamente relacionado con el desarrollo del pensamiento algebraico y el estudio de relaciones funcionales, entre otras características; el currículo español puede mejorar en el tratamiento de la resolución de problemas de desigualdad e inequaciones; se evidencia escasamente el tratamiento de la propiedad distributiva; así como el uso de balanzas para comparar cantidades.

4. El álgebra en el currículo chileno de Educación Primaria

A partir del año 2009 el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) da inicio a un proceso de ajuste curricular para la enseñanza básica (6 a 11 años de edad). Dentro de este periodo de cambios se establecen las nuevas bases curriculares, que corresponden al principal documento del currículo chileno y que tiene por objetivo que todos los alumnos y alumnas sean partícipes de una experiencia educativa similar, asentando una base cultural común (MINEDUC, 2009, 2011). Esta nueva base curricular trae consigo los Objetivos de Aprendizaje, que definen los contenidos mínimos que deben trabajar los estudiantes en las distintas asignaturas y que deben lograr mediante el desarrollo de habilidades, actitudes y conocimientos propios de cada subsector. En el año 2012 el MINEDUC hizo efectiva la integración del álgebra desde primer año básico. Para esta unidad, Patrones y Álgebra, el MINEDUC (2012, p. 91) propone:

En este eje se pretende que los estudiantes expliquen y describan relaciones de todo tipo, como parte del estudio de la matemática. Los estudiantes buscarán relaciones entre números, formas, objetos y conceptos, lo que los facultará para investigar las formas, las cantidades y el cambio de una cantidad en relación con otra. Los patrones (observables en secuencias de objetos, imágenes o números que presentan regularidades) pueden ser representados en forma concreta, pictórica y simbólica, y los estudiantes deben ser capaces de transportarlos de una forma de representación a otra, extenderlos, usarlos y crearlos. La percepción de los patrones les permite predecir y también fundamentar su razonamiento al momento de resolver problemas. Una base sólida en patrones facilita el desarrollo de un pensamiento matemático más abstracto en los niveles superiores, como es el pensamiento algebraico.

Lo planteado por el Ministerio de Educación chileno en el eje de álgebra, permite a los estudiantes desarrollar desde la educación básica hasta la educación media el razonamiento algebraico, necesario para desenvolverse en la sociedad actual debido a que en diversas situaciones se necesita generalizar, representar o formalizar fenómenos de la vida cotidiana. Para trabajar esta unidad se han propuesto los siguientes contenidos en los cursos de primer año básico a sexto año básico.

Curso	Contenidos algebraicos
Primer año	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar y describir patrones repetitivos que tienen de 1 a 4 elementos. - Reproducir y extender patrones repetitivos, utilizando material concreto y representaciones pictóricas. - Identificar los elementos que faltan en un patrón repetitivo. - Crear patrones, utilizando material dado y/o software educativo. - Determinar igualdades o desigualdades entre cantidades usando una balanza, registrando el proceso de forma pictórica. - Explicar igualdades o desigualdades usando balanza. - Resolver problemas que involucran igualdades y/o desigualdades usando una balanza.
Segundo año	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar números que se repiten en secuencias numéricas. - Identificar patrones numéricos en la tabla del 100, la recta numérica y el calendario. - Crear un patrón numérico, usando una regla y la explican. - Determinar en patrones crecientes el número que falta en una situación pictórica y simbólica, fundamentando la solución. - Determinar y registrar dos igualdades o desigualdades dadas, con el uso de una balanza para verificar su resultado. - Comparar y registrar igualdades o desigualdades con el uso de símbolos (>,<=) en forma pictórica y simbólica.
Tercer año	<ul style="list-style-type: none"> - Describir la regla de un patrón repetitivo dado, incluyendo el punto de partida, e indicar cómo sigue el patrón. - Identificar la regla de un patrón de crecimiento ascendente/descendente y extienden los 4 pasos siguientes del patrón. - Ubicar y explicar varios patrones de crecimiento ascendentes/descendentes en una tabla de 100, de forma horizontal, vertical y diagonal. - Representar un patrón ascendente/descendente dado en forma concreta, pictórica y simbólica. - Crear y representar un patrón de crecimiento ascendente/descendente en forma concreta, pictórica y simbólica, y describen la regla aplicada. - Identificar y describir patrones de crecimiento ascendentes/descendentes en el entorno. - Identificar, describir la regla y completar partes faltantes de un patrón de crecimiento ascendente/descendente dado. - Resolver ecuaciones de un paso que involucren adiciones y sustracciones y un símbolo que represente un número desconocido, en forma pictórica y simbólica del 0 al 100.
Cuarto año	<ul style="list-style-type: none"> - Determinan elementos faltantes en listas o tablas. - Descubren un error en una secuencia o una tabla y lo corrigen. - Identifican y describen un patrón en tablas y cuadros. - Realizan movidas en la tabla de 100, en forma concreta o pictórica. - Varían un patrón dado y lo representan en una tabla. - Usan software educativo para generar o variar patrones numéricos. - Modelar ecuaciones con una balanza, real o pictóricamente; por ejemplo: $x + 2 = 4$. - Modelar inecuaciones con una balanza real que se encuentra en desequilibrio; por ejemplo: $2 + x < 7$.



	<ul style="list-style-type: none"> - Modelar ecuaciones e inecuaciones de un paso, concreta o pictóricamente, con una balanza y además con software educativo. - Resuelven adivinanzas de números que involucran adiciones y sustracciones.
Quinto año	<ul style="list-style-type: none"> - Extender un patrón numérico con y sin materiales concretos, y explican cómo cada elemento difiere de los anteriores. - Mostrar que una sucesión dada puede tener más de un patrón que la genere. - Describir, oralmente o de manera escrita, un patrón dado, usando lenguaje matemático, como uno más, uno menos, cinco más. - Describir relaciones en una tabla o un gráfico de manera verbal. - Expresar un problema mediante una ecuación donde la incógnita está representada por una letra. - Crear un problema para una ecuación dada. - Resolver una ecuación simple de primer grado con una incógnita que involucre adiciones y sustracciones. - Evaluar la solución obtenida de un problema en términos del enunciado del problema. - Explicar estrategias para resolver problemas, utilizando ecuaciones.
Sexto año	<ul style="list-style-type: none"> - Establecer relaciones que se dan entre los valores dados en una tabla, usando lenguaje matemático. - Crear representaciones pictóricas de las relaciones que se dan en una tabla de valores. - Usando la relación entre los valores de una tabla, predicen los valores de un término desconocido y verifican la predicción. - Formular una regla que se da entre los valores de dos columnas de números en una tabla de valores. - Identificar elementos desconocidos en una tabla de valores. - Describir patrones en una tabla de valores dados. - Crear una tabla de valores para registrar información y destacar un patrón cuando se resuelve un problema. - Usar letras para generalizar la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación. - Describir la relación entre los valores en una tabla, usando una expresión en que intervienen letras. - Representar la regla de un patrón, usando una expresión en que intervienen letras. - Determinar soluciones de ecuaciones que involucran sumas, agregando objetos hasta equilibrar una balanza. - Expresan números en una forma que involucre adiciones o sustracciones con números y con incógnitas. - Aplicar procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación, para resolver ecuaciones.

Tabla 5. Contenidos del álgebra en el currículo chileno (Ministerio de Educación chileno, 2012).

En la tabla 5 se observa que el tratamiento del álgebra se inicia mediante el estudio de patrones y desigualdades, para luego iniciar el desarrollo de ecuaciones y expresiones algebraicas mediante el análisis de situaciones asociadas al quehacer diario de los estudiantes. En niveles superiores los

estudiantes comienzan el estudio de funciones, análisis de situaciones expresadas en lenguaje algebraico, patrones numéricos y geométricos y reconocimientos de estructuras equivalentes. Es posible inferir que en el currículo chileno de Educación Primaria se puede observar la presencia del significado intuitivo, clásico y matemático axiomático del álgebra, los que son abordados de modo explícito pero con variado nivel de profundidad a lo largo de los cursos que componen el ciclo básico. En la tabla 6 se muestran los objetos matemáticos presentes en dichos contenidos.

Objetos matemáticos algebraicos en la educación primaria chilena	Curso					
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
SITUACIONES-PROBLEMAS						
Identificar y describir patrones	X	X	X		X	X
Resolver problemas con patrones	X	X	X		X	X
Identificar y resolver situaciones de desigualdad	X			X		
Determinar reglas o técnicas generales		X	X		X	X
Resolver expresiones algebraicas					X	X
Desarrollar ecuaciones e inecuaciones				X	X	X
ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS						
Lenguaje natural	X	X	X	X	X	X
Representación pictórica	X	X	X	X	X	X
Representación en tablas			X	X	X	X
Lenguaje simbólico				X	X	X
Lenguaje algebraico					X	X
CONCEPTOS – DEFINICIÓN						
Secuencia numérica	X	X	X		X	X
Patrón numérico	X	X	X		X	X
Igualdad	X	X	X		X	X
Desigualdad	X	X	X	X	X	
Operaciones inversas				X		
Multiplicación			X	X	X	X
División			X	X	X	X
Ecuación			X		X	X
Inecuación			X		X	
Expresión algebraica					X	X
PROPIEDADES						
Propiedad asociativa		X	X	X	X	
Propiedad conmutativa			X	X	X	
Ley de tricotomía		X	X	X	X	
PROCEDIMIENTOS						
Distinguir y diseñar distintos tipos de patrones con figuras y numéricos	X	X	X		X	X



Escribir reglas generales para diversos contextos			X	X		X
Comparar cantidades mediante el uso de una balanza				X	X	X
Comparar expresiones numéricas	X	X	X	X	X	
Construir expresiones algebraicas				X	X	X
Valorizar expresiones algebraicas					X	X
Representar ecuaciones e inecuaciones mediante el uso de expresiones algebraicas					X	X
Verificar si se cumple la igualdad en una ecuación					X	X
Clasificar expresiones numéricas y algebraicas						X

Tabla 6. Objetos matemáticos algebraicos presentes en el currículo chileno (Ministerio de Educación chileno, 2012).

En los primeros años de escolaridad del currículo chileno se evidencia que existe principalmente la incorporación del reconocimiento y descripción de secuencias de patrones, el tratamiento de conceptos propios de la igualdad y desigualdad como equilibrio y desequilibrio, esto es algo que ocurre desde primero a cuarto año de enseñanza básica.

En los cursos inmediatamente superiores, quinto y sexto año de enseñanza básica, se efectúan conexiones con objetos matemáticos, se realizan predicciones, formalizaciones del lenguaje algebraico formal y la utilización de balanzas para la resolución de ecuaciones de primer grado. Se comienza a involucrar de forma activa al estudiante como un actor preponderante en su propio aprendizaje.

En el currículo chileno se destaca el trabajo que se realiza en la identificación de patrones, lo cual se encuentra en casi todo el currículo básico nacional; se identifican y tratan problemas de desigualdad; el trabajo con ecuaciones e inecuaciones comienza a partir de cuarto año básico; la representación pictórica se encuentra inmersa en todo el currículo básico; lo mismo ocurre con la secuencia y patrón numérico; las expresiones algebraicas se incorporan en los últimos años de educación básica; el tratamiento de ecuaciones e inecuaciones también son tratados de forma adecuada; además se realiza un trabajo utilizando ecuaciones e inecuaciones a través del uso de expresiones algebraicas. Por otra parte, no se visualiza elaboración de conjeturas; escasamente aborda las operaciones inversas; tampoco formaliza la utilización de porcentajes; la propiedad distributiva no es institucionalizada; ni tampoco se construyen series numéricas.

Es importante señalar que existen objetos matemáticos algebraicos comunes en los tres currículos analizados, se destacan las convergencias existentes en la tabla 7.

Objetos matemáticos algebraicos comunes en el currículo estadounidense, español y chileno	Curso					
	1°	2°	3°	4°	5°	6°
SITUACIONES-PROBLEMAS						
Identificar y describir patrones	X	X	X			
Resolver problemas con patrones			X			
Determinar reglas o técnicas generales					X	X
ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS						
Lenguaje natural	X	X	X	X	X	X
Representación pictórica	X	X	X	X	X	X
Representación en tablas						X
Lenguaje simbólico					X	
Lenguaje algebraico					X	X
CONCEPTOS – DEFINICIÓN						
Secuencia numérica	X	X				
Igualdad					X	X
Multiplicación			X	X	X	X
División			X	X	X	X
Ecuación			X		X	X
PROPIEDADES						
Propiedad asociativa					X	
Propiedad conmutativa					X	
Ley de tricotomía					X	
PROCEDIMIENTOS						
Distinguir y diseñar distintos tipos de patrones con figuras y numéricos	X	X	X			
Escribir reglas generales para diversos contextos				X		X
Comparar expresiones numéricas	X	X	X	X		
Construir expresiones algebraicas					X	X
Verificar si se cumple la igualdad en una ecuación					X	X

Tabla 7. Objetos matemáticos algebraicos comunes en el currículo estadounidense, español y chileno.

Se destacan concurrencias en todos los niveles educativos de al menos un objeto matemático algebraico, siendo aquellos que tienen una mayor convergencia los elementos lingüísticos de lenguaje natural y representación pictórica, lo cual es encontrado desde primero hasta sexto año de enseñanza básica en los tres currículos.



5. Análisis comparativo de la presencia del Early Algebra en los currículos de Educación Primaria

Con el propósito de realizar un análisis más pormenorizado, a continuación se realiza una comparación de los contenidos de álgebra de los currículos de matemática de Educación Primaria estadounidense, española y chilena, haciendo especial hincapié en las semejanzas y diferencias encontradas.

Contenidos Curriculares Afines
Primer Grado (USA) / Primero Primaria (España) / Primero Básico (Chile)
<ul style="list-style-type: none">- Seleccionar, clasificar y ordenar objetos por tamaño, número y otras propiedades.- Situaciones modelo que implican la suma y la resta de números naturales, usando objetos, cuadros y símbolos.- Recuento, medida, ordenación y expresión de cantidades en situaciones de la vida cotidiana.- Comparación de números en contextos familiares.- Uso de la adición hasta 20 para resolver problemas que involucran situaciones de suma, descomposición, composición y comparación con incógnitas.- Identificar elementos que faltan en un patrón repetitivo.- Creación de secuencias numéricas crecientes y decrecientes.
Segundo Grado (USA) / Segundo Primaria (España) / Segundo Básico (Chile)
<ul style="list-style-type: none">- Identificar números que se repiten en secuencias numéricas.- Contar, completar y crear patrones.- Resolver problemas que impliquen la realización de cálculos, explicando oralmente el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas.- Crear, representar y continuar una variedad de patrones numéricos y completar los elementos faltantes, de manera manual y/o usando software educativo.
Tercer Grado (USA) / Tercero Primaria (España) / Tercero Básico (Chile)
<ul style="list-style-type: none">- Determinar el número desconocido en una ecuación de multiplicación o división que relaciona tres números naturales.- Completar y crear un patrón que se repite.- Hallar el número de la división faltante.- Calcular el término que falta en una suma, resta, multiplicación o división.- Describir, extender y hacer generalizaciones sobre patrones geométricos y numéricos.- Sistema de numeración decimal. Valor de posición entre cifras. Su uso en situaciones reales.- Orden y relación entre números.- Comparación y ordenación de unidades y cantidades de una misma magnitud.- Elaboración y utilización de estrategias personales para medir.
Cuarto Grado (USA) / Cuarto Primaria (España) / Cuarto Básico (Chile)
<ul style="list-style-type: none">- Determinar el número entero desconocido en una ecuación que relaciona cuatro números naturales.- Completan y crean secuencias aritméticas crecientes y decrecientes.- Calcular el término que falta en una suma, resta, multiplicación o división.

-
- Estimación de medidas de objetos de la vida cotidiana.
 - Generar, describir y registrar patrones numéricos, usando una variedad de estrategias en tablas del 100, de manera manual y/o con software educativo.
-

Quinto Grado (USA) / Quinto Primaria (España) / Quinto Básico (Chile)

- Escribir expresiones simples que registran cálculos con números e interpretar expresiones numéricas sin evaluarlas.
 - Propiedades de la suma y multiplicación.
 - Mostrar que una sucesión puede tener más de un patrón que la genere.
 - Crear un problema para una ecuación dada.
 - Resolver una ecuación simple de primer grado con una incógnita que involucre adiciones y sustracciones.
 - Utilizar gráficos para analizar la naturaleza de los cambios en las cantidades en las relaciones lineales.
 - Ordenación de números naturales, de decimales y de fracciones por comparación y representación gráfica.
 - Resolución de problemas de la vida cotidiana utilizando estrategias personales de cálculo mental y relaciones entre números, explicando oralmente y por escrito el significado de los datos, situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas.
-

Sexto Grado (USA) / Sexto Primaria (España) / Sexto Básico (Chile)

- Comprender los conceptos de ecuación o desigualdades usando la intuición para determinar si un número dado en un conjunto específico hace que una ecuación o desigualdad sea verdadera.
 - Propiedades de la suma y multiplicación.
 - Identificar patrones, regularidades y leyes matemáticas.
 - Establecer relaciones que se dan entre los valores dados en una tabla, usando lenguaje matemático.
 - Explicación oral y escrita del proceso seguido y de la estrategia utilizada en mediciones y estimaciones.
 - Representar generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones.
-

Tabla 8. Convergencias curriculares encontradas.

Como puede apreciarse en la tabla 8, existen contenidos en las tres estructuras curriculares que son similares o bien idénticas. Esto ocurre en todos los cursos y en todos los ejes que cubren la enseñanza primaria. Las principales semejanzas se observan en los contenidos referentes al reconocimiento, descripción y continuación de patrones con sonidos, figuras, ritmos y números; el uso de material concreto, pictórico y simbólico para la construcción de patrones; las conexiones con la vida cotidiana utilizando estrategias de cálculo mental y relaciones entre números; y, finalmente, la representación de generalizaciones a partir de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones.

Finalmente, en la tabla 9 se presentan las principales divergencias encontradas, considerando que se trata de contenidos que son específicos de cada una de las estructuras curriculares y responden a necesidades y criterios propios.



La incorporación del Early Algebra en el currículo de Educación Primaria

C. Mejías, Á. Alsina

Primer Grado (USA)/Primero Primaria(ES)/Primero Básico (CH)	USA	España	Chile
Resolver problemas que requieren la adición de tres números naturales cuya suma sea menor a 20, usando objetos, dibujos y ecuaciones con un símbolo para el número desconocido para representar el problema.	X	X	X
Relacionar el conteo con la suma y resta.	X	X	
Determinar el número desconocido en una ecuación de suma o resta usando tres números naturales.	X		X
Comprender el significado del signo igual y determinar si las ecuaciones que involucran sumas y restas son verdaderas o falsas.	X		
Elaborar conjeturas buscando argumentos que las validen o refuten.	X	X	
Determinar igualdades o desigualdades entre cantidades usando una balanza, registrando el proceso en forma pictórica.			X
Segundo Grado (USA)/Segundo Primaria (ES)/Segundo Básico (CH)	USA	España	Chile
Determinar el número desconocido en una ecuación que relaciona cuatro o más números naturales.	X		
Usar estrategias mentales para sumar y restar con fluidez hasta 20, conocer de memoria todas las sumas de dos números de un dígito.	X	X	X
Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o refuten.	X	X	
Comparar y registrar igualdades o desigualdades con el uso de símbolos (>,<=) en forma pictórica y simbólica.			X
Determinar y registrar dos igualdades o desigualdades con el uso de una balanza para verificar su resultado.			X
Determinar igualdades o desigualdades entre cantidades usando una balanza, registrando el proceso en forma pictórica.			X
Tercer Grado (USA)/Tercero Primaria (ES)/Tercero Básico (CH)	USA	España	Chile
Utilizar la multiplicación y la división hasta 100 para resolver problemas que involucren grupos iguales, matrices y cantidades de medida iguales utilizando dibujos y ecuaciones con un símbolo considerando el número desconocido.	X		
Identificar patrones aritméticos y los explica utilizando las propiedades de las operaciones.	X	X	X
Resolver ecuaciones de un paso que involucren adiciones y sustracciones y un símbolo geométrico que represente un número desconocido.	X		X
Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o las refute.	X	X	
Representar un patrón ascendente/descendente dado en forma concreta, pictórica y simbólica.		X	
Cuarto Grado (USA)/Cuarto Primaria (ES)/Cuarto Básico (CH)	USA	España	Chile
Determinar si una ecuación es verdadera o falsa utilizando el uso del pensamiento relacional comparativo.	X		X
Resolver problemas de varios pasos planteados con números naturales, incluidos los problemas en los que se deben interpretar los restos.	X	X	X
Representar problemas de varios pasos utilizando ecuaciones donde una letra representa la cantidad desconocida. Se evalúan la veracidad de las	X	X	X

respuestas mediante el cálculo mental y las estrategias de estimación, incluido el redondeo.			
Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o las refuten.	X	X	
Construir series de forma ascendente y descendente de cadencias básicas.		X	
Modelar ecuaciones e inecuaciones de un paso, concreta o pictóricamente con una balanza y además con software educativo.			X
Quinto Grado (USA)/Quinto Primaria (ES)/Quinto Básico (CH)	USA	España	Chile
Generar dos patrones numéricos usando dos reglas dadas. Identificar relaciones aparentes entre términos correspondientes. Formar pares ordenados que consisten en términos correspondientes de los dos patrones y graficar los pares ordenados en un plano de coordenadas.	X	X	
Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o las refuten, en situaciones a resolver, en contextos numéricos, geométricos o funcionales.		X	
Realizar predicciones sobre los resultados esperados, utilizando los patrones y leyes.	X	X	
Expresar un problema mediante una ecuación donde la incógnita está representada por una letra.	X	X	X
Sexto Grado (USA)/Sexto Primaria (ES)/Sexto Básico (CH)	USA	España	Chile
Comprender el concepto de relación y usar lenguaje algebraico para describir una relación entre dos cantidades.	X		
Utilizar razones y proporciones para resolver problemas matemáticos y del mundo real.	X	X	X
Elaborar conjeturas y buscar argumentos que las validen o las refuten, en situaciones a resolver, en contextos numéricos, geométricos o funcionales.	X	X	
Usando la relación entre valores de una tabla, predican los valores de un término desconocido y verifican la predicción.		X	X
Usar variables para representar números y escribir expresiones cuando resuelvan problemas asociados al mundo real o matemático.	X	X	X

Tabla 9. Diferencias curriculares encontradas.

Tal como se observa en la tabla 9, en el primer nivel de Educación Primaria chileno se introduce el concepto de igualdad y desigualdad como equilibrio y desequilibrio de una balanza, en forma concreta, pictórica y simbólica; por su parte, en el segundo año básico se profundiza en estos conceptos, utilizando la simbología $=$; $>$; $<$. En contraposición, en los currículos estadounidense y español de los dos primeros niveles no se hace alusión al trabajo con estos elementos simbólicos.

Respecto a tercer y cuarto año básico, en el currículo chileno se inicia un primer tratamiento del concepto de ecuación; sin embargo, sólo a partir de cuarto año, se introducen las inecuaciones, estableciéndose soluciones en forma pictórica y simbólica. No se observa el tratamiento de estos contenidos en tercer y cuarto año de educación primaria en el currículo español, y sí en el currículo estadounidense. Por su parte, en Chile aún no se inicia en el tratamiento de números fraccionarios, elemento que es ampliamente tratado en el currículo español. En este último país no sólo se realiza un tratamiento de ellos en un contexto real y cercano al estudiante, sino que también se realizan incipientes formalizaciones matemáticas, estimulando al estudiante a la implementación de un vocabulario



adecuado y la manipulación de estos números, realizando comparaciones entre ellos, ordenaciones numéricas e incluso representaciones gráficas de las fracciones, al igual que en el NCTM. Todos los currículos hacen un tratamiento de las propiedades conmutativa y asociativa; sin embargo, la propiedad distributiva sólo se trata en el currículo estadounidense.

Finalmente, en quinto y sexto año de enseñanza básica se observan diversos contenidos de naturaleza algebraica que no están considerados en el currículo español, pero sí en el NCTM, como por ejemplo iniciarse en el descubrimiento de pequeñas reglas que expliquen algunas sucesiones y que además permitan hacer predicciones, profundizando en la solución de problemas donde se utilicen ecuaciones e inecuaciones (usando estrategias como el uso de balanzas, descomposición y correspondencia uno a uno entre los términos de cada lado de la ecuación, además de aplicar procedimientos formales en su solución). Por su parte, el quinto y el sexto curso del currículo español, contemplan la utilización de porcentajes, correspondencia entre fracciones sencillas, decimales y porcentajes; y el cálculo de tanto por ciento básicos contextualizados en situaciones reales. En el currículo chileno estos conceptos aún no se comienzan a trabajar, existiendo algunas excepciones en algunas instituciones escolares que comienzan con el tratamiento de porcentajes a partir de sexto año de enseñanza básica. Por su parte el NCTM aborda la generación de formas equivalentes para expresiones algebraicas simples y la utilización de álgebra simbólica para representar situaciones y resolver problemas que impliquen relaciones lineales, temas que no están considerados en el currículo español ni chileno.

6. Consideraciones finales

En este artículo se ha puesto de manifiesto que el Early Algebra está presente en los currículos de matemáticas de Educación Primaria de los países analizados, con diversas diferencias, pero con la intención compartida de que los estudiantes desarrollen diversas competencias como por ejemplo razonar, modelar, argumentar, comunicar o bien resolver problemas que involucren números y operaciones, además de la identificación, construcción, modelación, razonamiento y resolución de problemas asociados a patrones provenientes de diversas situaciones. Se sugiere también la incorporación del uso de herramientas tecnológicas como apoyo para fomentar la comprensión de los contenidos propuestos (MINEDUC, 2009, 2011, 2012; Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2019; NCTM, 2003; CCSSI, 2010).

Para lograr esto, se debería contemplar y consolidar en todos los programas académicos de formación del profesorado de Educación Primaria, la comunicación y construcción de nociones, procesos y significados algebraicos (Godino, 2014) ya que así podrán adquirir herramientas para afrontar de manera óptima la enseñanza del álgebra y en el desarrollo del razonamiento algebraico en el transcurso de la etapa escolar.

En concordancia con lo anterior, Godino (2011) indica que hay características del razonamiento algebraico que son sencillas de adquirir por los estudiantes y que deben ser trabajadas e identificadas por los docentes de Educación Primaria:

1. Los patrones o regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas. Pueden ser reconocidos, ampliados, o generalizados. El mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes. Los patrones se encuentran en situaciones físicas, geométricas y numéricas.

2. Podemos ser más eficaces al expresar las generalizaciones de patrones y relaciones usando símbolos.
3. Las variables son símbolos que se ponen en lugar de los números o de un cierto rango de números.
4. Las funciones son relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro, de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo uno del segundo conjunto. Se pueden expresar en contextos reales mediante gráficas, fórmulas, tablas o enunciados.

La comprensión de estos aspectos y su incorporación progresiva en la práctica docente va a contribuir, sin duda, a que los niños de 6 a 12 años construyan un pensamiento algebraico óptimo imprescindible tanto para comprender la base con que se enseñan las matemáticas, en el sentido planteado por Stacey y Chick (2004), como para fomentar un pensamiento lógico, crítico y autónomo, que son habilidades primordiales para el desarrollo integral y social de los estudiantes, en la línea indicada por el MINEDUC (2012).

Bibliografía

- Carpenter, T., Levi, L., Franke, M., y Zeringue, J. (2005). *Algebra in elementary school: Developing relational thinking*. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM): The International Journal on Mathematics Education, 37, 53-59.
- Castro, W., Godino, J. D. y Rivas, M. (2011). Razonamiento algebraico en educación primaria: Un reto para la formación inicial de profesores. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 25, 73-88.
- Common Core State Standards for Mathematics (2010). *Common Core State Standards Initiative*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*. Recife, Brasil.
- Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. *Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada*. Recuperado el 12 de mayo de 2017, https://www.ugr.es/~jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf
- Huang, R. (2002). *Mathematics teaching in Hong Kong and Shanghai: A classroom analysis from the perspective of variation*. Doctoral Thesis. University of Hong Kong.
- Kaput, J. (1998). Teaching and Learning a New Algebra. In E. Fennema y T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from a engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*: National Center of Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science. Dartmouth, MA.
- Ministerio de Educación (2009). *Ajuste Curricular*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- Ministerio de Educación (2011). *Estándares Orientadores para la Formación Inicial Docente*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- Ministerio de Educación (2012). *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.



Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019): *El currículo en Primaria, ESO y Bachillerato*. Madrid: BOE.

Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM (Trad. Castellana, *principios y estándares para la educación matemática*, Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2003). New York, USA: Springer-Verlag.

Stacey, K. y Chick, H. (2004). *Solving the problem with algebra*. En K. Stacey, H. Chick, y M. Kendal (Eds.), *The Future of Teaching and Learning of Algebra. The 12th ICMI Study* (pp. 1-20). Boston: Kluwer.

Cristian Mejías Zamorano. Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática de la Universidad de Playa Ancha San Felipe (Chile). Doctorando en Educación de la Universidad de Girona (España). Sus líneas de investigación son la didáctica de la matemática y la formación del profesorado de educación básica. cristian.mejias@upla.cl

Ángel Alsina. Catedrático de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Girona (España). Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado de matemáticas. Ha publicado numerosos artículos científicos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo múltiples actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en España y en América Latina. angel.alsina@udg.edu