

La invención de problemas para promover el cambio de actitud hacia las matemáticas: Un estudio exploratorio con estudiantes de bachillerato

Gustavo Martínez-Sierra, Yuridia Arellano-García y Antonia Hernández Moreno
(Universidad Autónoma de Guerrero. México)

Fecha de recepción: 01 de septiembre de 2019

Fecha de aceptación: 26 de julio de 2020

Resumen

La presente investigación tiene por objetivo el identificar los cambios en la actitud hacia las matemáticas —según el modelo TMA que conceptualiza la actitud hacia las matemáticas en tres dimensiones: disposición emocional hacia las matemáticas, visión de las matemáticas y competencia percibida en matemáticas— de estudiantes de bachillerato mexicanos promovidos por un taller de invención de problemas. En este documento presentamos los resultados de un estudio exploratorio en donde identificamos los cambios de actitud de tres estudiantes de bachillerato. Encontramos que el taller tuvo efectos positivos en la actitud de los participantes. El principal cambio lo detectamos en la visión de las matemáticas de los participantes; y que este cambio provoca el cambio en su percepción de competencia.

Palabras clave

Las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas; disposición emocional hacia las matemáticas; competencia percibida en matemáticas; visión de las matemáticas; México.

Title

The problem posing to promote the change of attitude towards mathematics: An exploratory study with high school students

Abstract

The purpose of this research is to identify changes in the attitude towards mathematics —according to the TMA model that conceptualizes the attitude towards mathematics in three dimensions: emotional disposition towards mathematics, vision of mathematics and perceived competence in mathematics - of High school students promoted by a problem posing workshop. In this paper we present the results of an exploratory study where we identify the changes in attitude of three high school students. We found that the workshop had positive effects on the attitude of the participants. The main change is detected in the vision of the mathematics of the participants; and that this change causes the change in their perceived competence.

Keywords

The attitudes of students towards mathematics; emotional disposition towards mathematics; perceived competence in mathematics; vision of mathematics; Mexico.

1. Introducción

Es ampliamente aceptada la importancia de diferentes factores afectivos, como el compromiso, la motivación y la actitud, para el aprendizaje de las matemáticas (Di Martino, 2016; Gómez-Chacón, 2009; Middleton, Jansen, & Goldin, 2017). Por ello diversas investigaciones se han interesado en indagar cómo diferentes estrategias instruccionales afectan (positivamente) el compromiso de los



estudiantes y en sus actitudes hacia las matemáticas. Al respecto varios estudios muestran, por ejemplo, que el uso de la tecnología como herramienta de intervención en matemáticas influye positivamente en los resultados académicos de los estudiantes, la motivación para aprender y en la actitud hacia el aprendizaje (Higgins, Huscroft-D'Angelo & Crawford, 2019). De manera específica hay evidencia de que los estudiantes están más comprometidos con el uso de los dispositivos móviles, como las tablets (Attard, 2018; Hilton, 2018) y que el uso tecnología mejora su actitud hacia las matemáticas (Gómez-Chacón, 2010; Sánchez Ruiz & Ursini, 2010). Los datos del estudio de Hilton, por ejemplo, sugieren que el uso de iPads en matemáticas tiene una influencia positiva en el compromiso de los estudiantes, en su disfrute y autopercepción en matemáticas.

Otras estrategias instruccionales también han mostrado tener influencia positiva en las actitudes hacia las matemáticas. Por ejemplo, Hodges y Kim (2013), en un estudio sobre la efectividad de implementar aplicaciones de la vida real en clase para mejorar las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas en los cursos de matemáticas de la universidad, encontraron como resultados un cambio estadísticamente significativos, efectivamente las actitudes mejoraron. En México, González (2019) diseñó e implementó un programa, desde una perspectiva de género, dirigido a estudiantes de 12 escuelas de educación secundaria, cuyo propósito fue probar estrategias didácticas (basadas en resolución de problemas) para mejorar las actitudes del alumnado hacia las matemáticas, el estudio concluyó que las actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes cambió positivamente en la mitad de las escuelas. El programa logró mejoras en el sentido de resignificar a las matemáticas (reactivos 1 y 2: Las matemáticas pueden ser divertidas, Me ayudan a tomar decisiones) y resignificarse en relación con sus habilidades en la disciplina (reactivo 8: Mi habilidad para las matemáticas es muy buena) y disminuir la ansiedad que les genera (reactivo 11: Me siento intranquila en clase de matemáticas).

En el marco del modelo tridimensional para la actitud hacia las matemáticas (Di Martino & Zan, 2010, 2011; Zan & Martino, 2007) — que conceptualiza la actitud hacia las matemáticas en tres dimensiones: disposición emocional hacia las matemáticas, visión de las matemáticas y competencia percibida en matemáticas (modelo TMA en lo que sigue) — uno de los problemas abiertos es el diseñar intervenciones para cambiar la actitud negativa hacia las matemáticas (Di Martino & Zan, 2015). Al respecto Di Martino y Zan (Di Martino & Zan, 2010) han sugerido que la resolución de problemas abiertos es una estrategia adecuada para que los estudiantes cambien de actitud hacia las matemáticas; ya que ello posibilita que cuestionen su visión de las matemáticas como un conjunto arbitrario de reglas, procedimientos y fórmulas. Visión que es el principal antecedente de la actitud negativa según el modelo TMA. Por otro lado, Akay y Boz (2010) encontraron que la instrucción integrada con el planteamiento de problemas había dado como resultado actitudes más positivas hacia las matemáticas y una mejoría en las creencias de autoeficacia en futuros profesores de matemáticas de primaria.

Nuestra hipótesis es que introducir la *invención de problemas* puede ser una estrategia adecuada para promover el cambio de las actitudes hacia las matemáticas. La invención de problemas puede provocar tanto al cambio de la visión de las matemáticas, como al cambio en la percepción de competencias y por tanto en el cambio de la orientación emocional.

Para avanzar en esta dirección la presente investigación tiene por objetivo el identificar los cambios en la actitud hacia las matemáticas (según el modelo TMA) de estudiantes de bachillerato mexicanos promovidos por un taller de invención de problemas. En este documento presentamos los resultados de un estudio exploratorio en donde identificamos los cambios de actitud de tres estudiantes de bachillerato.

2. Afecto y la invención de problemas

Se han realizado diferentes investigaciones que han mostrado los efectos positivos de la instrucción de invención de problemas en el afecto de estudiantes, maestros y futuros profesores. Demir (2005), en un estudio sobre los efectos de la instrucción basada en invención de problemas en el aprendizaje de la probabilidad en alumnos turcos de décimo grado, descubrió que los estudiantes a los que se les había enseñado utilizando un enfoque de invención de problemas desarrollaron actitudes más positivas hacia la probabilidad y las matemáticas. Toluk-Uçar (2009) descubrió que la invención de problemas tuvo un efecto positivo en las opiniones de futuros maestros sobre la comprensión en matemáticas y Akay y Boz (Akay & Boz, 2010) encontraron que la instrucción integrada con la invención de problemas había dado como resultado actitudes más positivas hacia las matemáticas y una mejoría en las creencias de auto eficacia en futuros profesores de matemáticas de primaria.

Tomados en conjunto los resultados anteriores señalan que “comprometerse en inventar problemas tiene el potencial de influir en algo más que las matemáticas que los estudiantes aprenden, sino también en sus disposiciones hacia las matemáticas”(Cai, Hwang, Jiang, & Silber, 2015, p. 28) (traducción nuestra). Silver (1994) argumentó que inventar problemas podría influir en las actitudes, el afecto y las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas. Silver señaló además que, si bien las investigaciones no reportan reacciones negativas, la influencia de la presentación de problemas podría ser positiva o negativa.

A pesar de los avances antes señalados respecto a las relaciones entre la invención de problemas y el afecto diversos investigadores señalan la necesidad de investigar más al respecto. Cai et al. (2015), en su recuento de preguntas aun sin respuesta en el campo de la investigación de la invención de problemas en Educación Matemática, señalan que “se necesitan estudios sistemáticos sobre los efectos de la invención de problemas sobre las actitudes, el afecto y las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas” (p.28) en la búsqueda por responder a la pregunta de ¿Cómo influye la invención de problemas en los aspectos afectivos del aprendizaje matemático de los estudiantes?

La presente investigación atiende al llamado anterior y al llamado de la necesidad de diseñar estrategias de intervención que cambien sus actitudes (negativas) en el marco del modelo TMA (Di Martino, 2016; Di Martino & Zan, 2015).

3. Marco teórico

3.1. Dominio afectivo en Educación Matemática

La conceptualización más influyente acerca de lo que constituye el dominio afectivo en matemática fue realizada por McLeod (1992, 1994) quien identificó tres conceptos básicos que eran utilizados en las investigaciones en el dominio afectivo: las creencias, las actitudes y las emociones; a los que interpretó en orden creciente de estabilidad (en el tiempo), en orden decreciente de intensidad y en orden creciente de implicación cognitiva (grado en que la cognición juega un papel en la respuesta y en el tiempo que tardan en desarrollarse. Por lo tanto “podemos pensar que las creencias, actitudes y emociones representan niveles crecientes de implicación afectiva, la disminución de los niveles de participación cognitiva, el aumento de los niveles de intensidad de la respuesta, y la disminución de los niveles de la estabilidad respuesta” (McLeod, 1992, p. 579). Así, las emociones son las más intensas,



las menos estables y con menos implicación cognitiva, las creencias son las más estables, las menos intensas y con más implicación cognitiva, con las actitudes en un punto intermedio entre ellas. Para Gómez-Chacón (2000) al aprender matemáticas el estudiante recibe continuos estímulos asociados a las matemáticas a los cuales reacciona emocionalmente de forma positiva o negativa condicionado por sus creencias acerca de sí mismo y acerca de las matemáticas. Si ante situaciones similares, repetidamente, le produce la misma clase de *reacciones emocionales* (satisfacción, frustración) la activación de las emociones puede ser automatizada y se pueden solidificar en actitudes. En este mismo sentido Guerrero, Blanco y Vicente (2001) consideran que una historia repetida de fracasos lleva a los alumnos a dudar de su capacidad intelectual en relación con las tareas matemáticas y llegan a considerar sus esfuerzos inútiles, manifestando un sentimiento de indefensión; lo cual determina nuevos fracasos que refuerzan la creencia de que efectivamente son incapaces de lograr el éxito, desarrollándose una actitud negativa que bloquea sus posteriores posibilidades de aprendizaje.

DeBellis & Goldin (2006), ampliando el modelo de McLeod, sugieren incluir un cuarto subdominio que trata de valores, la ética y la moral, que está conectado con los otros tres subdominios. Según este modelo tetraédrico para comprender, por ejemplo, el papel desempeñado por las creencias y por qué ciertas creencias son tan difíciles de cambiar, debemos tener en cuenta las emociones y actitudes que las sustentan, las necesidades emocionales y actitudinales a las que sirven, y los valores con los que están en disonancia o consonancia (Goldin, Rösken, & Törner, 2009). Así, las creencias pueden satisfacer las necesidades emocionales al proporcionar defensas contra el dolor y la culpa; lo cual hace muy difícil renunciar a ellas (Goldin et al., 2009). Así, por ejemplo, por razones emocionales un estudiante con bajo rendimiento en matemáticas puede ser atraído por la creencia de que la capacidad matemática de una persona es innata; ya que ésta le exime de la responsabilidad personal de la falta de éxito. Esta liberación de la culpa puede llegar al extremo de sentir orgullo de que él “no es una persona para las matemáticas” o que “las matemáticas no son para él”. Así, una creencia alivia el dolor y la culpa potenciales asociados con el fracaso y proporciona una “buena razón” para que no se involucre en el cumplimiento de una tarea matemática.

3.2. Actitud hacia las matemáticas

Di Martino y Zan (Di Martino & Zan, 2010) resumen tres formas de definición de “actitud hacia las matemáticas”, como sigue:

- Una definición simple que describe la actitud como el grado positivo o negativo de afecto asociado con las matemáticas (Haladyna, Shaughnessy, & Shaughnessy, 1983).
- Una definición bidimensional que involucra emociones y creencias, pero en la cual los comportamientos relacionados con las matemáticas no aparecen explícitamente (Hart, 1989).
- Una definición tripartita que reconoce tres componentes en actitud: una respuesta emocional hacia las matemáticas, creencias sobre matemáticas y comportamiento relacionado con las matemáticas (Daskalogianni & Simpson, 2000).

3.3. Modelo tridimensional de actitud (modelo TMA)

Recientemente diversas investigaciones han usado el modelo TMA para identificar actitudes de estudiantes (Ding, Pepin, & Jones, 2015; Moyer, Robison, & Cai, 2018; Pepin, 2011). El modelo TMA (Di Martino & Zan, 2010, 2011; Zan & Martino, 2007) conceptualiza que la actitud de una persona hacia las matemáticas tiene tres dimensiones:

- **Dimensión emocional:** La disposición emocional por las matemáticas considerada tradicionalmente, puede ser positiva / negativa que se refiere a la inclinación emocional expresada de manera concisa con *me gusta / no me gustan las matemáticas porque...*
- **Competencia percibida:** Las creencias que tiene el estudiante acerca de sus propias capacidades o habilidades matemáticas, puede ser alta / baja y se refiere a la percepción de ser / no ser capaz de tener éxito en matemáticas expresado de manera concisa con *puedo / no puedo con las matemáticas porque....*
- **Visión de las matemáticas:** Las creencias del estudiante acerca de lo que son las matemáticas puede ser relacional / instrumental expresada concisamente con *las matemáticas son....*
 1. *Visión instrumental* de las matemáticas, se refiere a la visión de las matemáticas como un conjunto de conceptos u objetos sin relación alguna.
 2. *Visión relacional* de las matemáticas, se concibe como la idea de que las matemáticas como un conjunto de conceptos u objetos que mantienen una relación.

La conexión más frecuente entre las componentes de la actitud se asocia con la palabra “porque” (Figura 1). El tema *me gusta / no me gustan las matemáticas porque...* es la motivación más recurrente que lleva a una de las otras dos componentes de la actitud: la visión de *lo que son* las matemáticas o la percepción de *ser / no ser capaz* de tener éxito con las matemáticas. La visión de las matemáticas también se presenta cuando el tema central es la percepción de competencia, a través de las razones subyacentes del *porque puedo / no puedo hacerlo* (Zan & Martino, 2007).

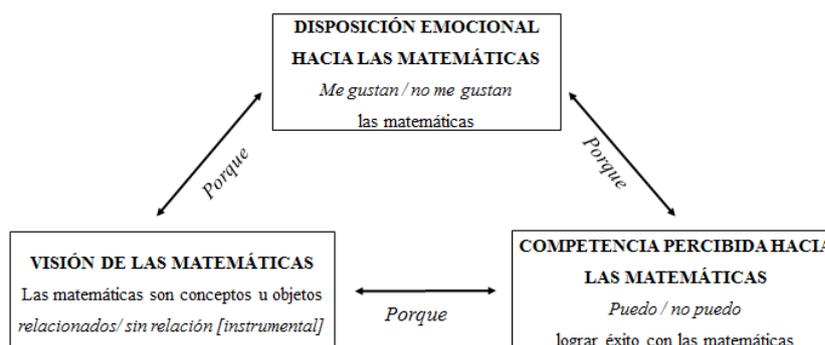


Figura 1. El modelo tridimensional para la actitud (TMA).

El modelo TMA propone considerar *actitud negativa* cuando al menos una de estas componentes es negativa / baja / instrumental (Di Martino & Zan, 2010). A partir de este modelo se pueden identificar ocho perfiles de actitud hacia las matemáticas. Los perfiles serán las combinaciones posibles de las dimensiones que conforman el modelo de actitud (Figura 2). Así un perfil positivo de la actitud hacia las matemáticas será si se tiene una disposición emocional positiva, una percepción de competencia alta y una visión de las matemáticas relacional. Cualquiera de las otras combinaciones es un perfil negativo. Aunque dada la relación entre las componentes difícilmente un estudiante con una disposición emocional negativa por las matemáticas se relacione con una visión epistemológicamente adecuada de las matemáticas (relacional) y/o una percepción de alta competencia al enfrentarse a actividades que involucran las matemáticas, aunque no imposible.

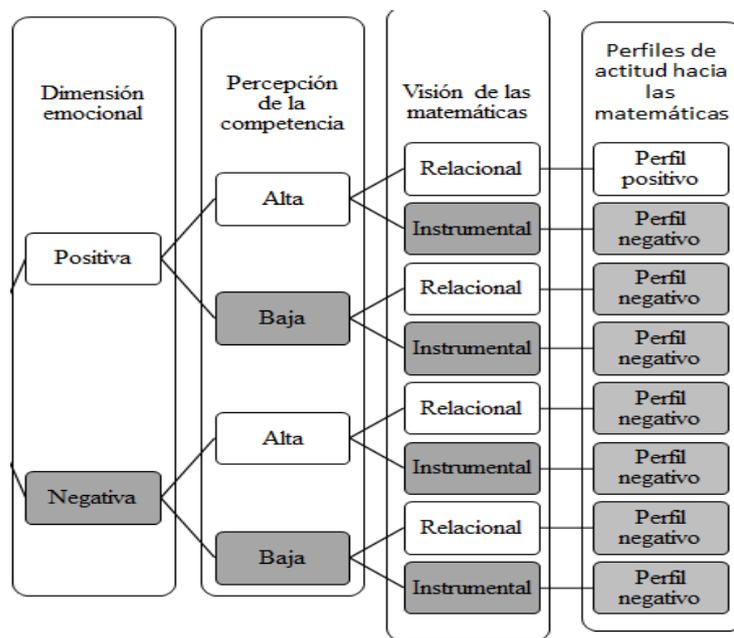


Figura 2. Diferentes perfiles de la actitud hacia las matemáticas.

3.4. Invención de problemas matemáticos

Para Koichu y Kontorovich (2013) la invención de problemas es el proceso mediante el cual los estudiantes construyen interpretaciones personales de situaciones concretas y las formulan como problemas matemáticos. Ayllón, Castro y Molina (2011) la conceptualizan como la acción de producir un enunciado que presente un planteamiento o historia a partir del cual se formulan una o más preguntas que son contestadas a partir de ciertos datos. Otra conceptualización se refiere al hecho de crear un problema nuevo, ya sea por variación de uno dado o por elaboración (Espinoza G., Lupiáñez G., & Segovia A., 2014).

Ayllón y Gómez (2014) señalan que inventar problemas permite: 1) la creación de conexiones entre distintos conocimientos que se poseen de forma aislada, 2) considerar a la matemática como algo propio, formulando problemas más cercanos al contexto del formulador y 3) permite identificar los modos de razonamiento, conocimiento y desarrollo intelectual. Además, la invención de problemas matemáticos ha mostrado tener efectos en la afectividad de profesores: por ejemplo, Toluk-Uçar (2009), mostró que la invención de problemas tuvo un efecto positivo en las opiniones de futuros maestros sobre la comprensión en matemáticas; Akay y Boz (2010) encontraron que la instrucción integrada con la invención de problemas había dado como resultado actitudes más positivas hacia las matemáticas y una mejoría en las creencias de autoeficacia en futuros profesores de matemáticas de primaria; Leavy y Hourigan (2019) después de una instrucción de tres semanas, a futuros profesores de primaria en Irlanda, relacionada con la resolución de problemas y el planteamiento de problemas, identificaron mejoras en las concepciones sobre un buen problema y la capacidad de plantear buenos problemas.

La invención de problemas es un proceso mediante el cual los estudiantes construyen interpretaciones personales de situaciones concretas y las formulan como problemas matemáticos nuevo

con significado. Existe una variedad notable de clasificación de tareas de planteamiento de problemas, consideramos la siguiente (Ayllón & Gómez, 2014):

- Situación libre: los estudiantes inventan problemas sin restricciones.
- Situación Semiestructurada: se les propone alguna información textual o grafica.
- Situación Estructurada: se les propone un problema que deben reformular cambiando alguna de sus partes.

3.5. Pregunta de investigación

Derivado de las consideraciones teóricas anteriores el objetivo de la investigación — identificar los cambios en la actitud hacia las matemáticas (según el modelo TMA) de estudiantes de bachillerato mexicanos promovidos por un taller de invención de problemas — se transforma en la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué cambios en las actitudes (según el modelo TMA) produce un taller de invención de problemas con estudiantes de bachillerato?

De las cuales se derivan las siguientes preguntas:

- ¿Qué cambios en la visión de las matemáticas produce un taller de invención de problemas con estudiantes de bachillerato?
- ¿Qué cambios en la percepción de competencia matemática produce un taller de invención de problemas con estudiantes de bachillerato?
- ¿Qué cambios en la disposición emocional hacia las matemáticas produce un taller de invención de problemas con estudiantes de bachillerato?

4. Metodología

4.1. Participantes y contexto

Los tres participantes de este estudio piloto atendieron a una invitación a asistir a un taller sobre invención de problemas de matemáticas fuera del horario de sus actividades escolares habituales.

Los tres participantes cursaban tercer grado de bachillerato en una misma escuela: Pedro hombre de 19 años, Alberto hombre de 18 años y Alma mujer de 17 años. El taller fue impartido por el segundo y tercer autor de este escrito y se desarrolló en tres fases:

- **Fase de preparación.** Se presentó a los participantes aspectos generales de un problema matemático escolar, ejemplos de problemas y una lista de las características de un problema matemático.
- **Fase de invención de problemas.** Se pidió a los participantes que inventaran al menos un problema basados en la información presentada en la Figura 3 y que lo resolvieran.





Figura 3. Imagen propuesta a los participantes para la invención de problemas.

- **Fase de discusión de la experiencia.** Se pidió a los participantes que explicarían y resolvieran el problema que inventaron.

4.2. Recolección de datos

El taller se realizó a lo largo de 4 horas. Para identificar los cambios de la actitud los participantes fueron entrevistados dos veces con un protocolo de preguntas abiertas. La primera previa al taller y la segunda posterior. Las preguntas de las entrevistas fueron diseñadas para poder identificar las dimensiones de la actitud de las matemáticas según el modelo ATM.

- **Preguntas de la entrevista previa al taller:** (1) En tu opinión, ¿las matemáticas son?, (2) ¿Te gusta las matemáticas? ¿Por qué? y (3) ¿Qué tan bueno te sientes con las matemáticas y por qué?
- **Preguntas de la entrevista posterior al taller:** (1) ¿Ha cambiado tu idea de lo que son las matemáticas tras el taller? ¿Por qué?, (2) ¿Ha cambiado tu gusto por las matemáticas tras el taller? ¿Por qué? y (3) ¿Ha cambiado tu percepción de que tan bueno te sientes en matemáticas tras el taller? ¿Por qué?

4.3. Análisis de datos

La presente investigación es de corte cualitativa y exploratoria. El análisis se realizó identificando cada una de las dimensiones, antes y después del taller, para la actitud hacia las matemáticas según el modelo TMA en cada uno de los participantes. Debido a que los participantes declararon que su gusto o disgusto por las matemáticas y su percepción de competencia dependía del nivel de dificultad que consideraran tuviera la actividad, tema o la tarea matemática decidimos considerar los valores “dimensión emocional variable” y “percepción de competencia variable” para denominar estos casos.

5. Resultados

Identificamos que Pedro (Tabla 1) presenta cambios positivos en todas las dimensiones de su actitud hacia las matemáticas, Alberto (Tabla 2) presenta cambios positivos en su visión de las

**La invención de problemas para promover el cambio de actitud hacia las matemáticas:
Un estudio exploratorio con estudiantes de bachillerato**
G. Martínez-Sierra, Y. Arellano-García y A. Hernández-Moreno

matemáticas y que Alma (Tabla 3) fortalece su visión relacional de las matemáticas, su percepción de competencia alta y su disposición emocional positiva. En las Figuras 4, 5 y 6 podemos observar, a manera de ejemplo, los tipos de problemas propuestos por los participantes.

	Antes del taller	Después del taller
Visión de las matemáticas	Instrumental	Relacional
	“Es una ciencia que se basa en operar números y letras”	“Si [cambio mi idea de lo que son las matemáticas]. Me entraron dudas, pero lo que entendí es que conlleva contexto con razonamiento teniendo los recursos necesarios y determinar por nosotros mismos si tiene solución o no... [las matemáticas] me parece que son mas amplias de lo que vemos en la escuela..”
Orientación emocional	Negativa	Variable
	“No [me gustan las matemáticas], pero son necesarias en todos los ámbitos, son una herramienta”	“Si [ha cambiado mi gusto por las matemáticas tras el taller]. A la hora de estar inventando un problema es más fácil armar un plan para resolverlo que al nosotros invertir el papel. ... cuando te dan el problema hecho, a veces no sabes como entrarle, pero cuando lo inventas ya sabes qué estas pensando para la hora de hacerlo [resolverlo]... [las matemáticas] no es que ahora me gustan siempre y mucho, pero ahora se que puedo resolver armando el plan para hacerlo [resolver el problema]...”
Competencia percibida	Baja	Variable
	No soy bueno comprendiendo o inventando lo que se está pidiendo en los enunciados [de los problemas]	“Si [ha cambiado mi percepción de que tan bueno me siento en matemáticas tras el taller]. Es cuestión de ser capaz de razonar y entender lo que se está pidiendo, debo mejorar en algunos aspectos...para eso debo poner mas de mi parte. [las matemáticas] no es que ahora me gustan siempre y mucho, pero ahora se que puedo resolver armando el plan para hacerlo [resolver el problema]...”

Tabla 1. Cambios de actitud hacia las matemáticas de Pedro.

	Antes del taller	Después del taller
Visión de las matemáticas	Instrumental	Relacional
	“Son la ciencia que estudia números, cantidades, medidas entre otras”	“Sí [cambio mi idea de lo que son las matemáticas]. Ahora se me dificulta más porque necesito conocer más para resolver un problema y reflexionar correctamente. [Pienso que] las matemáticas son mas complicadas de lo que pensaba ... que tiene que ver [está relacionada] con muchas cosas, y a la hora de hacer [inventar] problemas hay que tenerlos en cuenta...”



La invención de problemas para promover el cambio de actitud hacia las matemáticas: Un estudio exploratorio con estudiantes de bachillerato

G. Martínez-Sierra, Y. Arellano-García y A. Hernández-Moreno

Orientación emocional	Variable	Variable
	“Me agrada cuando las operaciones me salen correctamente y sin errores”	“Sí [ha cambiado mi gusto por las matemáticas tras el taller]. Para resolver operaciones se me ha facilitado, pero no para resolver problemas... [Los problemas de matemáticas] llevan más, como que razonamiento, reflexionar de lo que estas haciendo. Yo puedo hacer las operaciones con facilidad, pero eso de los problemas es más problema (risas)... Cuando se entiende y se sabe como hacer lo que se pregunta es fácil y esta bien, es agradable, pero ya vimos que no es así muchas veces...”
Percepción de competencia	Baja	Baja
	“Malo. Me confundo muy seguido con los términos matemáticas, leyes por lo regular me tardo en resolver un problema complejo”	“Sí [ha cambiado mi percepción de que tan bueno me siento en matemáticas tras el taller]. Ahora siento que me hace falta mucho más para resolver problemas... Como ya dije antes, cuando sabes como hacerlo es fácil pero eso si no es así la mayoría de las veces, bueno conmigo... hay varias cosas que tomar en cuenta y veo porque me tardo, veo que me hace falta mucho. [Los problemas de matemáticas] llevan más, como que razonamiento, reflexionar de lo que estas haciendo...”

Tabla 2. Cambios de actitud hacia las matemáticas de Alberto.

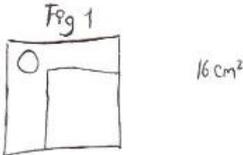
	Antes del taller	Después del taller
Visión de las matemáticas	Relacional	Relacional
	“Se encarga de la resolución de problemas ya sea con variables conocidas o desconocidas”	“Sí [cambio mi idea de lo que son las matemáticas]. Creo que las matemáticas no son lo que creía que eran. Tiene más chiste de lo que creía, no es solamente resolver cosas y ya. Veo que [inventar problemas] tiene que ver con analizar lo que estas haciendo porque para inventar tienes que pensar en como se va a resolver, así que quizá para resolver nos ayude el pensar como lo inventaron, es más complejo de lo que pensaba, es algo completo”
Orientación emocional	Variable	Variable
	“Me gustan, pero a veces no me enseñan bien o no logro entender al 100% ciertos temas y eso hace que les pierda el interés”	“Un poco [ha cambiado mi gusto por las matemáticas tras el taller]. Se me hace más interesante que antes, debido a todo lo que me enseñaron hoy, pero aun así tengo las malas experiencias de mis maestros. Con lo que vimos en el taller veo que en la escuela solo nos ponen a ejercitar sin decimos que estamos haciendo... yo me aburro con eso, quizá por eso pierdo el interés en entender lo que me están diciendo los maestros... pero si

**La invención de problemas para promover el cambio de actitud hacia las matemáticas:
Un estudio exploratorio con estudiantes de bachillerato**
G. Martínez-Sierra, Y. Arellano-García y A. Hernández-Moreno

		me gustan las matemáticas cuando entiendo estas cosas nuevas...”
Percepción de competencia	Variable	Variable
	“Depende de los problemas. A veces siento que soy la mejor del mundo y otras veces siento que las matemáticas son algo que simplemente no es para mí”	“Sí [ha cambiado mi percepción de que tan bueno me siento en matemáticas tras el taller]. Hay varias cosas que no había tomado en cuenta porque no lo sabía, pero ahora que las sé creó que será más fácil resolver algunos problemas... ya veré como me va de regreso en la escuela con esto nuevo que conocí... aunque pienso que seguiré teniendo dificultades con algunas cosas que simplemente no se me dan... [aunque] cuando le entiendo puedo muy bien de lo que me hablen”

Tabla 3. Cambios de actitud hacia las matemáticas de Alma.

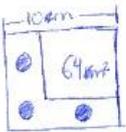
E₁



Se tiene un cuadrado de dimensiones 4×4 cm, y dentro de este se localizan 2 figuras más, un cuadrado y un círculo, las medidas de este 2do cuadrado es de 3×3 cm y el radio del círculo es de 0.5 cm
¿cuál es el área total si consideramos al círculo como un hueco?

Figura 4. Problema propuesto por Pedro.

E₂



Si se tiene un cuadrado donde uno de sus lados mide 10 m, pero se sabe que hay un espacio de 64 m² que no se pueden utilizar y se insertan tres espacios circulares los cuales también como radio la segunda parte de la medida del lado del cuadrado.
¿cuál es el área que nos quedará libre?

$$A = 10^2 = 100 \text{ m}^2$$

$$100 \text{ m}^2 - 64 \text{ m}^2 = 36 \text{ m}^2$$

$$= 36 \text{ m}^2 - 9 \text{ m}^2 = 27 \text{ m}^2$$

$$d = \pi r^2 = 3.14 (1)^2 = 3.14 (3) = 9 \text{ m}^2$$

$\frac{10}{10} = 1 \text{ m}$
R: área libre es de 27 m^2

Figura 5. Problema propuesto por Alberto.



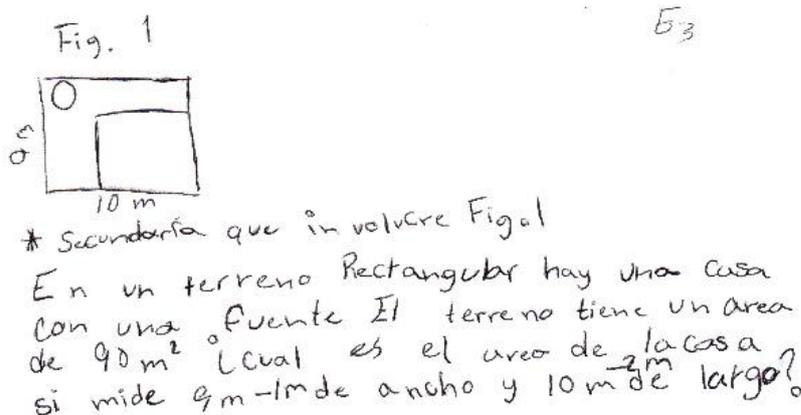


Figura 6. Problema propuesto por Alma.

6. Discusión y conclusiones

Consistente con la literatura (Akay & Boz, 2010; Cai et al., 2015; Demir, 2005; Silver, 1994; Zülbiye Toluk-Uçar, 2009) encontramos que el taller basado en la instrucción a través de la invención de problemas tuvo efectos positivos en el afecto de participantes. En este sentido, los resultados son consistentes con nuestra hipótesis en el sentido de que la invención de problemas tiene el potencial de cambiar las actitudes negativas de los estudiantes (Pedro y Alberto) y mejorar una actitud positiva (Alma) hacia las matemáticas porque cuestiona su visión de las matemáticas y/o su percepción de competencia hacia las matemáticas.

El principal cambio lo detectamos en la visión de las matemáticas de los participantes y que este cambio provocó el cambio en la percepción de competencia. Dada la poca duración del taller reportado en esta investigación la estabilidad de los cambios promovidos en los participantes es cuestionable. Sin embargo, los resultados de esta investigación (junto con la investigación previa relacionada) señalan el potencial que una instrucción basada en la invención de problemas con mayor duración tiene para promover el cambio estable de la visión de las matemáticas, y en consecuencia el cambio estable en la percepción de competencia y en la disposición emocional. Futuras investigaciones pueden explorar con mayor profundidad esta hipótesis.

Otra limitación de nuestra investigación es que los datos analizados fueron exclusivamente las declaraciones verbales de los estudiantes a través de cuestionarios y entrevistas. Futuras investigaciones pueden explorar los efectos que la instrucción basada en la invención de problemas tiene en el afecto de los estudiantes analizando el comportamiento matemático y los gestos de los estudiantes.

En conclusión, en esta investigación encontramos que un taller con instrucción basada en la invención de problemas tuvo mayoritariamente efectos positivos en la actitud hacia las matemáticas de los participantes y que el principal cambio lo detectamos en su visión de las matemáticas. En conjunto nuestros resultados (y los resultados de la investigación previa relacionada) señalan el potencial que la instrucción basada en la invención de problemas tiene el potencial para el promover el cambio positivo en el afecto (creencias, emociones, actitudes, motivación) de los estudiantes. La principal limitación de nuestra investigación es la corta duración del taller, lo cual cuestiona la estabilidad de los cambios.

Bibliografía

- Akay, H., & Boz, N. (2010). The effect of problem posing oriented analyses-II course on the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy of elementary prospective mathematics teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 35(1), 59–75. <https://doi.org/10.14221/ajte.2010v35n1.6>
- Attard, C. (2018). Mobile technologies in the primary mathematics classroom: Engaging or not? In N. Calder, K. Larkin, & N. Sinclair (Eds.), *Using mobile technologies in the teaching and learning of mathematics*, Vol. 12, pp. 51–65. https://doi.org/10.1007/978-3-319-90179-4_4
- Ayllón, M., Castro, E., & Molina, M. (2011). Invención de problemas y tipificación de problema “difícil” por alumnos de educación primaria. In M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco, & M. Palarea (Eds.), *Investigación en educación matemática XV* (pp. 277–286). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- Ayllón, M., & Gómez, I. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *Escuela Abierta*, 17, 29–40.
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 3–34). <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3>
- Daskalogianni, K., & Simpson, A. (2000). Towards a definition of attitude: The relationship between the affective and the cognitive in pre-university students. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, Vol. 3, pp. 217–224. Hiroshima, Japan: PME.
- DeBellis, V. A., & Goldin, G. A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 131–147. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9026-4>
- Demir, B. B. (2005). *The effect of instruction with problem posing on tenth grade students' probability achievement and attitudes toward probability* (Unpublished master's thesis). Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Di Martino, P. (2016). Attitude. In G. A. Goldin, M. S. Hannula, E. Heyd-Metzuyanim, A. Jansen, R. Kaasila, S. Lutovac, ... Q. Zhang (Eds.), *Attitudes, beliefs, motivation and identity in mathematics education*, pp. 2–6. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Di Martino, P., & Zan, R. (2010). “Me and maths”: Towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 27–48. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9134-z>
- Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 43(4), 471–482. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0309-6>
- Di Martino, P., & Zan, R. (2015). The construct of attitude in mathematics education. In B. Pepin & B. Roesken-Winter (Eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education*, pp. 51–71. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4>
- Ding, L., Pepin, B., & Jones, K. (2015). Students' attitudes towards mathematics across lower secondary schools in Shanghai. In B. Pepin & B. Roesken-Winter (Eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education*, pp. 157–178. https://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4_8
- Espinoza G., J., Lupiañez G., J. L., & Segovia A., I. (2014). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 14(2). <https://doi.org/10.18845/rdmei.v14i2.1664>
- Goldin, G. A., Rösken, B., & Törner, G. (2009). Beliefs—no longer a hidden variable in mathematical teaching and learning processes. In J. Maaß & W. Schölglmann (Eds.), *Beliefs and attitudes in*



- mathematics education: New Research Results*. Sense Publishers.
- Gómez-Chacón, I. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Gómez-Chacón, I. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Educación Matemática*, 21(3), 5–32. Retrieved from http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000300002&lang=pt
- Gómez-Chacón, I. (2010). Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. *Enseñanza de Las Ciencias*, 28(2), 227–244.
- González Jiménez, R. M. (2019). Evaluación de estrategias formativas para mejorar las actitudes hacia las matemáticas en secundaria. *Educación Matemática*, 31(1), 176–203. <https://doi.org/10.24844/em3101.07>
- Guerrero, E., Blanco, L. J., & Vicente, F. (2001). Trastornos emocionales ante la educación matemática. In J. N. García (Ed.), *Aplicaciones de Intervención Psicopedagógica*, pp. 229–237. Madrid: Prámide.
- Haladyna, T., Shaughnessy, J., & Shaughnessy, J. M. (1983). A causal analysis of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(1), 19. <https://doi.org/10.2307/748794>
- Hart, L. E. (1989). Describing the affective domain: saying what we mean. In D. McLeod & V. Adams (Eds.), *Affect and Mathematical Problem Solving*, pp. 37–45. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3614-6_3
- Higgins, K., Huscroft-D'Angelo, J., & Crawford, L. (2019). Effects of technology in mathematics on achievement, motivation, and attitude: A meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research*, 57(2), 283–319. <https://doi.org/10.1177/0735633117748416>
- Hilton, A. (2018). Engaging primary school students in mathematics: Can iPads make a difference? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(1), 145–165. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9771-5>
- Hodges, C. B., & Kim, C. M. (2013). Improving college students' attitudes toward mathematics. *TechTrends*, 57(4), 59–66. <https://doi.org/10.1007/s11528-013-0679-4>
- Koichu, B., & Kontorovich, I. (2013). Dissecting success stories on mathematical problem posing: A case of the Billiard Task. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 71–86. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9431-9>
- Leavy, A., & Hourigan, M. (2019). Posing mathematically worthwhile problems: developing the problem-posing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, (0123456789). <https://doi.org/10.1007/s10857-018-09425-w>
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. GROUWS (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. <https://doi.org/New York>
- McLeod, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 637–647.
- Middleton, J. A., Jansen, A., & Goldin, G. A. (2017). The complexities of mathematical engagement: Motivation, affect, and social interactions. In *Compendium for Research in Mathematics Education*, pp. 667–699. <https://doi.org/10.1007/BF00553919>
- Moyer, J. C., Robison, V., & Cai, J. (2018). Attitudes of high-school students taught using traditional and reform mathematics curricula in middle school: a retrospective analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 98(2), 115–134. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9809-4>
- Pepin, B. (2011). Pupils' attitudes towards mathematics: A comparative study of Norwegian and English secondary students. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 43(123), 535–546. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0314-9>
- Sánchez Ruiz, J. G., & Ursini, S. (2010). Actitudes hacia las matemáticas y matemáticas con tecnología:

- estudios de género con estudiantes de secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 13(4-II), 303–318.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166–175. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2008.08.003>
- Zan, R., & Martino, P. Di. (2007). Attitude toward mathematics: overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast, Monograph 3*, 157–168.

Gustavo Martínez-Sierra. Doctor en Matemática Educativa. Profesor de tiempo completo de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. Su actividad de investigación se enmarca dentro del llamado “Dominio afectivo en matemática educativa” que comprende el estudio de las creencias, las emociones, las actitudes, los valores y la motivación de estudiantes y profesores hacia las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje.

Email: gmartinezzierra@gmail.com

Yuridia Arellano-García. Doctora en ciencias con Especialidad en Matemática Educativa por la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. En la actualidad realiza investigaciones posdoctorales dentro del denominado dominio afectivo en matemática educativa, específicamente de emociones y actitudes de estudiantes y profesores de nivel medio superior y superior

Email: yaregar@gmail.com

Antonia Hernández-Moreno. Estudiante de doctorado con Especialidad en Matemática Educativa por la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. Hoy día realiza investigación sobre dominio afectivo en matemática educativa, en particular sobre creencias de profesores y actitudes de estudiantes. Email: antonia.inves@gmail.com

