

Ruta matemática aplicada a recintos universitarios, para alumnos de 4º de la ESO

Carlos Franch Llàcer
David Miravet Fortuño
Maria Requena Vicens
Santiago Sabater López
Carlos Valls Fuster
(Universidad Jaume I. España)

Fecha de recepción: 06 de mayo de 2020
Fecha de aceptación: 30 de octubre de 2020

Resumen

Uno de los campos que se estudia en el currículo dentro de la asignatura de matemáticas es la geometría. En este artículo vamos a abordar diferentes problemas de geometría con cuerpos reales, que serán diferentes formas y edificaciones de una universidad cualquiera. Con el fin de que los alumnos pongan en práctica, entiendan y se diviertan conociendo una universidad. El objetivo final por tanto de la actividad que proponemos es dar a conocer a los alumnos casos prácticos de resolución de problemas geométricos con fórmulas y metodologías realizadas por los primeros matemáticos y la resolución de los mismos de forma cooperativa entre los alumnos.

Palabras clave

Geometría, matemáticas, ruta, secundaria, trigonometría.

Title

Mathematical route applied to a university campuses, for fourth-year ESO students

Abstract

One of the areas studied in the curriculum within the mathematics course is geometry. In this article we are going to address different geometry problems with real shapes, which will be different structures and buildings of any university. In order for students to put into practice, understand and have fun knowing a university. Therefore, the final objective of the proposed activity is to introduce students to practical cases of solving geometric problems with formulas and methodologies carried out by the first mathematicians and to solve them cooperatively among the students.

Keywords

Geometry, high school, mathematics, route, trigonometry.

1. Introducción

La aplicación real de las matemáticas siempre ha supuesto un reto para el profesorado, los estudiantes apelan a una mejor comprensión de la asignatura si fueran capaces de entender el uso en la vida real.

Por otro lado, la incertidumbre de qué rama escoger al finalizar la educación secundaria obligatoria supone para el alumnado un quebradero de cabeza, la mayoría de ellos desconoce los grados



existentes en las universidades. Por consiguiente, una visita a la universidad puede ser útil para su elección futura.

Por ello, este trabajo pretende explicar las aplicaciones reales de distintas ramas de las matemáticas en un entorno de la universidad y, además, los alumnos tienen la oportunidad de conocer los distintos grados que se ofertan. Con esto, la elección de la rama en el Bachillerato será mucho más sencillo para los estudiantes.

El siguiente trabajo se divide en ocho apartados principales. En primer lugar, en la introducción se va a terminar de detallar la problemática encontrada tanto de forma genérica en la educación española como focalizada en las actividades y los objetivos que se describirán. En la segunda sección, se hará una descripción de los objetivos generales y específicos que conciernen al documento. Seguidamente, se realizará una breve explicación de las competencias clave estipuladas por la Orden ECD/65/2015 y que describen las habilidades a alcanzar por el sistema educativo español. En los apartados cuarto y quinto de este escrito, se detallarán los destinatarios y las actividades propuestas de la ruta matemática creada incluyendo todos los materiales, recursos, objetivos y evaluaciones necesarias para realizarlas. Finalmente, para terminar con dicho documento, se ha realizado una evaluación genérica de lo que sería el conjunto de actividades junto con una conclusión final en la que se muestra la relación existente entre las matemáticas y otras áreas de estudio como, por ejemplo, la arquitectura.

1.1. Descripción de la problemática

La educación en España se encuentra en una situación poco menos que prestigiosa respecto al resto de sistemas educativos de la Unión Europea, pues nuestro resultado en las estadísticas de los últimos años así lo muestra. No es ninguna novedad que seamos líderes en la tasa de abandono escolar y también líderes en fracaso escolar de la Unión Europea (El País, 2019) y tampoco es ninguna noticia novedosa que se lleven años dedicando un gran esfuerzo a revertir estos resultados. Muestra de ello son la multitud de estudios y trabajos, como el aquí presente, que buscan alternativas al sistema de educación clásico establecido en nuestro país.

Las causas de que nuestro sistema educativo no dé los resultados deseados pueden ser múltiples, pero en este trabajo nos centraremos en las relacionadas con las matemáticas. Y es que tal vez la asignatura de matemáticas siempre haya sido una de las más estigmatizadas en cuanto a su visión por parte del alumnado o las pretensiones que ellos tiene sobre la asignatura. Pues tampoco es ninguna novedad cuando hablamos de que gran parte de los alumnos indican esta asignatura como de las más difíciles (Europa Press, 2019), y otros tantos la afrontan con miedo o desgana por no conseguir encontrar utilidad a los conceptos trabajados en ella. Como indica Fernando Corbalán en su libro *La matemática aplicada a la vida cotidiana* (1995):

“con el propósito de contestar a la pregunta: ¿para qué sirve la matemática?”.
(Corbalán, 1995, p.148).

Esto se puede observar en los resultados que los alumnos obtienen en esta asignatura a lo largo de su proceso educativo. Si profundizamos más en el causante de estos resultados deficientes podemos observar que en gran parte de los alumnos es fruto de un problema en el apartado de la interpretación, más en concreto en la resolución de problemas (Pérez, 2011).

De acuerdo con Cuicas que señaló en su artículo: *Procesos Metacognitivos desarrollados por los alumnos cuando resuelven problemas matemáticos* (1999), Yenny Pérez decía, que:

“en Matemática la resolución de problemas juega un papel muy importante por sus innumerables aplicaciones tanto en la enseñanza como en la vida diaria”.
(Pérez, 2011, p.170).

Por este motivo en esta actividad queremos reforzar el aspecto práctico de las matemáticas y la utilidad que se le puede dar en la vida real a los conceptos teóricos trabajados en el aula, de modo que los alumnos desarrollen habilidad para aplicar los conceptos requeridos en las situaciones adecuadas.

Estos son los motivos que nos han estimulado para diseñar esta actividad con un enfoque alternativo, que es la *Ruta Matemática*, y que a su vez permita trabajar los múltiples objetivos anteriores de una forma original, curiosa y efectiva, pero con una dirección común, estimular a los alumnos para que disfruten de esta asignatura. Esto lo queremos llevar a cabo proporcionando a los participantes otra perspectiva desde la que observar su entorno, incluido en este caso el punto de vista matemático y alejando, a su vez, a la asignatura del habitual aspecto simplemente numérico y asociado automáticamente a los cálculos abstractos.

También queremos presentar a los participantes escenarios en que puedan emplear herramientas básicas y rudimentarias que ofrecen utilidades muy provechosas cuando las apoyamos de los conocimientos teóricos que nos proveen las matemáticas.

Con esta actividad, en última instancia, también se desea ayudar a esclarecer dudas o incógnitas respecto a las futuras etapas académicas de que pueden disfrutar los alumnos, pues gran parte de estos seleccionan su modalidad de bachillerato en relación al recorrido universitario que posteriormente desearían realizar, pero en multitud de ocasiones hay estudiantes que no tienen tan clara la dirección que van a tomar a futuro. Por este motivo esta actividad tiene el objetivo de acercar la universidad a los alumnos de cuarto de ESO para estimularlos en el proceso de selección del recorrido académico. Realizar una selección adecuada de la modalidad de bachillerato que se deseen realizar ayudará a optimizar los resultados académicos de los siguientes años, y posiblemente la hipotética prueba acceso a la universidad si la realizaran.

2. Objetivos del proyecto

En la Educación Secundaria Obligatoria existen una serie de objetivos generales a conseguir que están estipulados por el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. En él, se cita de forma textual que: “Los objetivos son los referentes relativos a los logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar cada etapa, como resultado de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionalmente planificadas a tal fin”. A continuación, se mostrarán los objetivos recopilados en el Real Decreto y que se pretenden conseguir a partir de las capacidades desarrolladas por los alumnos/as.

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.



b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

d) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

e) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

f) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

g) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

h) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.

i) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

Por otro lado, una vez expuesta la problemática que ha llevado al planteamiento de este trabajo y teniendo constancia del problema principal en la Educación Española corroborada por la Unión Europea (El País, 2019), la obtención del objetivo principal que se quiere alcanzar con las actividades propuestas en las siguientes secciones ha sido evidente. Con estas, lo que se pretende es utilizar un método de aprendizaje fuera de lo común para conseguir captar mejor la atención del alumnado y que este consiga adquirir y entender mejor los conceptos. Además, se procura lograr una recuperación del interés del alumnado por esta asignatura para estimular su educación y que sigan alimentando su formación.

A continuación, se van a mostrar otro tipo de objetivos, esta vez más concretos o específicos, extraídos de las actividades y que describen aquellos aspectos más relevantes que se pretenden lograr con la realización de la ruta matemática.

1. Motivar a los alumnos con las Matemáticas.
2. Aprender la asignatura de una forma más fluida, diferente e innovadora.
3. Fomentar la colaboración y el trabajo cooperativo.
4. Aproximar los conceptos matemáticos a la vida diaria.
5. Extraer conclusiones precisas de resultado genéricos.
6. Aprender la teoría y práctica sobre los conceptos de la semejanza de triángulos.

7. Conocer y reforzar las nociones del número áureo.
8. Aprender nociones sobre geometría y trigonometría.

3. Competencias

Según las directrices destacadas por la Unión Europea, existen unas competencias claves necesarias para la definición de las capacidades del ser humano como condición indispensable de su pleno desarrollo personal, social y profesional. Dichas competencias se definen como el “saber hacer” en los distintos ámbitos citado anteriormente y están vinculadas con las habilidades o destrezas que las integran. El proceso de enseñanza y aprendizaje competencial debe seguir una serie de etapas ya que no todas las áreas que lo forman pueden adquirirse en un determinado momento, su desarrollo necesita de una ejecución por niveles.

Hecha esta observación, las competencias clave que forman el Sistema Educativo Español, tal y como se detallan en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (LOMCE), se pueden compendiar en siete que se describirán a continuación.

Para observar de una manera más visual y sencilla la relación existente entre las competencias clave y las actividades propuestas para la ruta matemática, al final de esta sección, se mostrará una breve tabla que exponga el nexo ya citado.

3.1. Competencia en Comunicación Lingüística (CCL)

Esta competencia engloba todo lo relacionado con la acción comunicativa oral o escrita para conseguir la interacción con los demás locutores a través de varias modalidades y soportes. En ella se destacan los componentes lingüísticos en diversas dimensiones, los pragmáticos-discursivos, el sociocultural, el estratégico y el personal que le permitan al individuo relacionarse con su entorno de una forma efectiva y eficiente.

3.2. Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología (CMCT)

La primera supone el saber utilizar el razonamiento matemático para conseguir interpretar fenómenos en distintos contextos de la vida cotidiana y comprenderlos. Esto conlleva una serie de destrezas personales, profesionales o científicas que ayuden a aprender a contrastar los datos obtenidos y percibir su veracidad. Por otra parte, la segunda hace referencia a la creación del pensamiento ético y científico con la aplicación de la racionalidad y las destrezas tecnológicas que se le atribuyen. Con todo ello, se pretende que el ser humano tenga las herramientas necesarias para comprender y dar respuesta a las necesidades humanas que se han presentado y se presentan en la actualidad.

3.3. Competencia Digital (CD)

Esta competencia hace alusión al uso responsable, creativo y seguro de la información tecnológica y comunicativa para conseguir los objetivos que los humanos tienen en ámbitos como el laboral, el



educativo, el de ocio, el social y el personal. Este precisa de habilidades relacionadas con el uso de las TIC y de actitudes que permitan adaptarse y aprender de las mejoras tecnológicas.

3.4. Competencia para Aprender a Aprender (CAA)

Se destaca esta aptitud como una de las primordiales ya que se refiere al desarrollo que un individuo realiza para iniciarse en el aprendizaje y continuar en él sin la necesidad de una motivación externa. Es el proceso que debe realizar un estudiante para conocer su proceso educativo y tomar conciencia de sus progresos con la intención de motivarse para conseguir un trabajo eficaz y lograr que este perdure con un formato autónomo.

3.5. Sentido de la Iniciativa y Espíritu Emprendedor (SIEE)

La idea principal de esta competencia es alcanzar la transformación de las ideas en actos a través del reconocimiento de oportunidades personales, laborales y comerciales. Algunas de las destrezas necesarias para ello son la capacidad de planificación, el autoconocimiento, la gestión y toma de decisiones o la habilidad del trabajo tanto individual como colectivo.

3.6. Conciencia y Expresiones Culturales (CEC)

Dicha competencia incluye la necesidad de conocer, respetar y comprender que existen multitud de manifestaciones culturales y artísticas, las cuales se deben utilizar como fuente de enriquecimiento personal. Con ello, se ha de crear un compromiso con el derecho de la diversidad cultural, la libertad de expresión y el disfrute de cualquier patrimonio cultural existente en la sociedad.

3.7. Competencias Sociales y Cívicas (CSC)

Estas engloban los conocimientos y actitudes que un individuo posee frente a la sociedad y hace referencia a la comprensión de los códigos de conducta existentes en los distintos entornos conocidos. Algunas de las aptitudes necesarias en este contexto son la solidaridad e interés de la resolución de conflictos, una actividad constructiva por el bienestar social o la toma de decisiones democráticas a distintos niveles para lograr que se respeten los derechos humanos.

3.8. Competencias claves vs. Actividades propuestas en el trabajo

En la siguiente tabla se presenta un resumen de la forma en la que se presentan las Competencias Clave marcadas por la Orden ECD/65/2015 de la LOMCE en las actividades propuestas en este trabajo:

| | |
|-------------|--|
| CCL | <ul style="list-style-type: none"> • Comunicación verbal entre los integrantes de un grupo (obtención de conclusiones y resultados) • Escritura numérica y algebraica • Vocabulario matemático |
| CMCT | <ul style="list-style-type: none"> • Cálculos trigonométricos, geométricos • Interpretación de resultados • Análisis de resultados matemáticos para extraer conclusiones |
| CD | <ul style="list-style-type: none"> • Calculadora • Teléfono móvil |
| CAA | <ul style="list-style-type: none"> • Motivación • Planteamiento de conjeturas • Evaluación y seguimiento del trabajo • Protagonismo en la ejecución del trabajo |
| SIEE | <ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento de posibles soluciones • Iniciativa en la propuesta de cálculos • Pensamiento crítico • Autoevaluación en el proceso matemático y ocupacional |
| CEC | <ul style="list-style-type: none"> • Creatividad en el proceso • Imaginación de opciones y métodos de ejecución y resolución • Manifestación artística |
| CSC | <ul style="list-style-type: none"> • Códigos de conducta • Respeto al grupo y a los compañeros • Conocimiento de la teoría para llevarla a la práctica y colaborar en sociedad |

Tabla 1. Competencias claves en las actividades propuestas

4. Destinatarios

La actividad se realiza en el curso de 4º ESO, para la asignatura de matemáticas. La clase está dividida en dos grupos: académicas y aplicadas. La ruta se llevará a cabo durante el 3º trimestre. Como bien destaca el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, los programas de aprendizaje utilicen una metodología específica, utilizando la organización de contenidos y actividades prácticas, porque la finalidad que tiene el último curso de secundaria es que los alumnos y alumnas puedan cursar el cuarto curso por la vía ordinaria y obtengan el título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria.

Los alumnos que se encuentran en 4º de la ESO han superado ya todas, o casi todas las asignaturas de cursos anteriores, entre ellas la de matemáticas. Los alumnos, que por la razón que sea no hayan superado la asignatura de matemáticas de 3º de la ESO no tendrán ningún problema para realizar las actividades ya que parte de la dinámica de la actividad es la cooperación entre el alumnado. De tal manera que los alumnos van a aprender los unos de los otros.

5. Actividades

En esta sección se introducen las actividades, haciendo hincapié en los objetivos a cumplir y el tipo de evaluación para cada una de ellas. En cuanto a la temporalización, ofrecemos unas directrices, pero al tratarse de una sesión donde los alumnos tendrán libertad para realizar las actividades, estos tiempos deberán de ser flexibles atendiendo a las necesidades del alumnado.



La primera actividad consiste en recorrer el recinto universitario buscando ciertos puntos de interés. En cada uno de estos puntos se realizará una prueba que el alumnado deberá superar antes de avanzar a la siguiente localización. Las actividades 2,3,4 y 5 son propuestas de pruebas que se pueden implementar en la ruta matemática.

Podemos observar que los conocimientos previos necesarios para estas actividades son variados, pero asequibles para el alumnado estándar de 4º de la ESO. Mayoritariamente, se necesitan conocimientos relacionados con el álgebra y la geometría.

En cuanto al álgebra, en diversas actividades el razonamiento para llegar a la solución pasa por la resolución de una o varias ecuaciones de primer grado. Esta habilidad ya viene desarrollada en cursos anteriores, aunque en algunas ecuaciones intervienen elementos de trigonometría.

En cuanto a la geometría, se utiliza tanto para algunas cuestiones sencillas como para la resolución de problemas. El uso de la semejanza de triángulos y la trigonometría hacen que esta ruta matemática esté perfectamente situada en el tercer trimestre para el alumnado de 4º de la ESO.

A continuación, se mostrarán las actividades pensadas para esta ruta, si se quisiera añadir más actividades la estructura a seguir sería la siguiente:

1. Descripción.
2. Materiales utilizados.
3. Objetivos de la actividad.
4. Planificación temporal.
5. Método de evaluación.

5.1. Actividad 1: Geometría analítica y escalas

5.1.1. Descripción

La actividad intentará mostrarnos diferentes puntos de la universidad mediante el uso de vectores en un plano y el trabajo con las escalas. Trabajando sobre un plano, donde se indicará la escala y se marcará el norte, los alumnos tendrán que dibujar los vectores a partir de unas directrices de movimiento. Estas directrices de movimiento serán indicadas en escala 1:1 y las direcciones se indicarán mediante el uso de los cuatro puntos cardinales. Por ejemplo: “en primer lugar tendrás que desplazarte 200 m al sur y 50 al este”. En definitiva, el objetivo es que los alumnos tracen el mapa completo y visiten los lugares de interés programados por el docente.

Una vez realizado el trabajo previo, que se tiene que realizar por el profesorado, viene el trabajo de los alumnos. A los alumnos se les entrega un mapa de la universidad donde se indica el punto de partida. Además, se les entrega una descripción del recorrido en el plano de forma vectorial (Figura 1). Así, los alumnos tienen ahora que dibujar en el mapa todos los vectores en la escala correspondiente utilizando el mismo plano y las instrucciones de éste. En el mapa descubrirán los lugares que tienen que ir a conocer. En cada uno de estos puntos, el alumnado deberá realizar una actividad antes de seguir avanzando.



Figura 1. Descripción del uso de vectores en un mapa de la Actividad 5. Tomado, de: <https://www.freepik.es/fotos-vectores-gratis/mapa>

5.1.2 Materiales

Regla, bolígrafo, móvil y hoja de papel. Se recomienda el uso de calculadora.

5.1.3 Objetivos

- Reforzar los conceptos sobre las escalas.
- Reforzar el conocimiento sobre vectores.
- Fomentar el trabajo en grupo.

5.1.4 Planificación temporal

Esta actividad tiene una duración estimada de 30 minutos.

5.1.5 Evaluación

En esta actividad todos los alumnos están obligados a participar, por tanto, el profesor observará que exista una actitud participativa entre los alumnos de un mismo grupo. Además, se tendrá en cuenta que los alumnos colaboren entre ellos para realizar las medidas indicadas.

5.2. Actividad 2: Aplicación del Teorema de Tales

5.2.1. Descripción

En esta actividad cada grupo deberá medir la altura de un edificio. Es necesario que el alumnado tenga acceso a la base de este edificio para poder resolver esta actividad.



Este método necesita el uso de un pequeño espejo que pueda situarse en el suelo. El grupo elegirá un representante que servirá para obtener la altura del edificio. Después de colocar el espejo en el suelo, a una distancia razonable del edificio, el representante deberá colocarse de forma que, totalmente erguido, pueda ver el punto más alto del edificio a través del espejo (ver Figura 2).

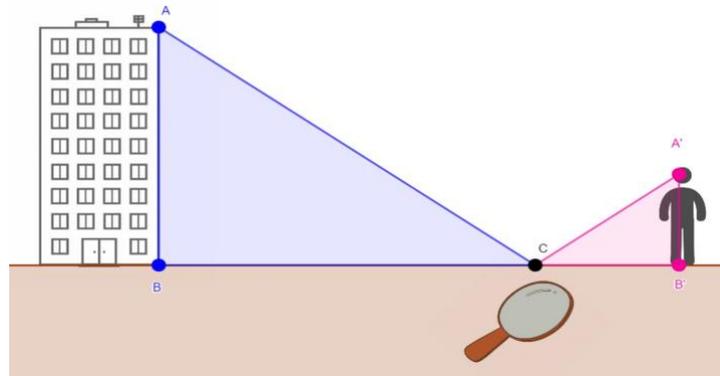


Figura 2. Descripción gráfica de la Actividad 2. Tomado, de: Fuente propia.

De esta forma, podemos trazar dos triángulos rectángulos imaginarios, ABC y $A'B'C$. Al ser triángulos rectángulos con un ángulo agudo igual (el ángulo que se forma en el punto C es el mismo en ambos triángulos por las propiedades de la reflexión sobre el espejo), estos dos triángulos son semejantes.

Las longitudes medibles son:

- $A'B'$: Distancia de los pies del representante a los ojos del mismo.
- $B'C$: Distancia de los pies del representante al centro del espejo.
- BC : Distancia del centro del espejo a la base del edificio.

Utilizando las propiedades de semejanza de triángulos podemos obtener la longitud del lado AB , es decir, la altura del edificio.

5.2.2 Materiales

Cinta métrica, espejo, bolígrafo y hoja de papel. Se recomienda el uso de la calculadora.

5.2.3 Objetivos

- Calcular una medida inaccesible.
- Fomentar el trabajo en grupo.
- Reforzar los conceptos sobre la semejanza de triángulos.

5.2.4 Planificación temporal

Esta actividad tiene una duración estimada de 25 minutos.

5.2.5 Evaluación

En esta actividad es difícil que todos los alumnos del grupo participen ya que no hay muchas tareas distintas que desarrollar, pero el mismo profesorado debe motivar a los alumnos a mantener una actitud participativa (proponerse como representante, medir alguna de las distancias con la cinta métrica...).

5.3. Actividad 3: El número áureo

5.3.1. Descripción

Para iniciar esta actividad, pedimos a cada grupo de alumnos que dibuje un rectángulo en una hoja de papel. Una vez dibujado, los grupos deben alzar el dibujo para que los demás grupos puedan comparar su rectángulo con otros.

Casi con toda seguridad, los alumnos dibujarán un rectángulo como el de la figura 3:



Figura 3. Ejemplo real del uso del número áureo de la Actividad 3. Tomado, de: <https://jaffcompany.wordpress.com/2017/04/24/la-seccion-aurea-en-la-naturaleza/>

El profesor puede, entonces, realizar la siguiente pregunta: ¿por qué todos han dibujado un rectángulo similar a este, cuando podrían haber dibujado un rectángulo mucho más alargado, o un cuadrado, por ejemplo?

La respuesta es simple; éste es un rectángulo áureo (se denomina de esta forma porque la razón entre el lado grande y el lado pequeño del rectángulo es el número de oro). Este número irracional está presente como una proporción en la naturaleza. Por ejemplo, la proporción entre la altura de una persona y la altura de su propio ombligo es, aproximadamente, el número áureo.

El hecho de aparecer en diversas proporciones en la naturaleza, fue motivo para atribuir un carácter estético a todas las figuras cuyos lados mantuvieran esta proporción. Por eso, objetos arquitectónicos rectangulares (como, por ejemplo, una ventana) suelen guardar la proporción áurea. Esto hace que, inconscientemente, se relacione el concepto de rectángulo con esta forma.

La actividad, una vez introducido el número áureo, consistirá en medir varias proporciones del propio cuerpo de los alumnos. Se organizará un concurso ficticio en el que el ganador será aquel cuya proporción se asemeje más al número de oro.



Las proporciones que pueden medir los alumnos son las siguientes:

- La proporción entre la altura de la persona y la altura de su propio ombligo.
- La proporción entre la altura de la cabeza y la distancia de la barbilla a la punta de la nariz.

5.3.2 Materiales

Cinta métrica, bolígrafo y hoja de papel. Se recomienda el uso de calculadora.

5.3.3 Objetivos

- Reforzar los conceptos sobre el número áureo.
- Fomentar el trabajo en grupo.

5.3.4 Planificación temporal

Esta actividad tiene una duración estimada de 15 minutos.

5.3.5 Evaluación

En esta actividad todos los alumnos están obligados a participar, por tanto, el profesor observará que exista una actitud participativa entre los alumnos de un mismo grupo. Además, se tendrá en cuenta que los alumnos colaboren entre ellos para realizar las medidas indicadas.

5.4. Actividad 4: Calcular alturas con el método de la doble tangente

5.4.1. Descripción

Conocer la altura de cualquier edificio solo con mirarlo resulta de mucha utilidad, no importa qué altura presente, con el simple hecho de observar el ángulo que forma el suelo con el punto más alto es suficiente.

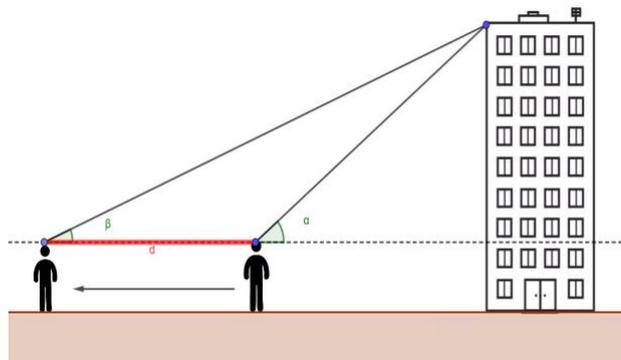


Figura 4. Descripción gráfica de la Actividad 4. Tomada, de: Fuente propia.

Este método también es provechoso para conocer aquellas alturas que no sea posible acceder a la base, por ejemplo, una montaña. Como bien aparece en el título, la forma de realizar el cálculo es mediante dos tangentes y, para ello, se necesitan dos triángulos siendo un vértice el mismo y un lado del triángulo será el horizonte (Figura 4).

El alumno medirá el ángulo que se forma entre el punto más alto del edificio y el horizonte, posteriormente, se moverá más cerca o más lejos y volverá a realizar otra medición. Con esta información solo bastará con realizar el cálculo igualando la altura, que es la misma incógnita, de ambas tangentes.

Este cálculo se puede realizar desde distintos puntos y cada alumno escogerá unas medidas u otras, pero el resultado obtenido, la altura del edificio, será para todos el mismo. Con los estudiantes se puede comentar que las diferencias en cuanto al resultado pueden deberse a la medición obtenida del goniómetro.

5.4.2 Materiales

Goniómetro, bolígrafo, papel. Se recomienda el uso de la calculadora.

5.4.3 Objetivos

- Potenciar su visión espacial en lo referente a ángulos.
- Aprender a utilizar el goniómetro en una aplicación real.

5.4.4 Planificación temporal

Esta actividad tiene una duración estimada de 20 minutos.

5.4.5 Evaluación

En esta actividad todos los alumnos están obligados a participar, por tanto, el profesor observará que exista una actitud participativa entre los alumnos de un mismo grupo. Además, se tendrá en cuenta que los alumnos colaboren entre ellos para realizar las medidas indicadas.

5.5. Actividad 5: ¿Cuántas personas caben en un recinto de 100 metros cuadrados?

5.5.1. Descripción

Esta actividad puede realizarse en cualquier espacio, ya que solamente necesitaremos una superficie de 1 metro cuadrado (Figura 5). Se realizará una explicación previa como motivación para que el alumnado entienda la aplicación de esta actividad.





Figura 5. Aglomeración de gente. Tomado, de: lainformación.com.

Cada grupo de alumnos debe estimar la cantidad de personas que caben en un recinto de 100 metros cuadrados. Para ello, se dividirán en dos subgrupos; uno de ellos estimará esta cantidad suponiendo que las personas del recinto deben respetar un mínimo de espacio personal (por ejemplo, en las gradas de un estadio de fútbol), mientras que el segundo subgrupo supondrá que las personas del recinto pueden acumularse tanto como deseen (por ejemplo, en un concierto de rock).

Para realizar esta estimación, contarán con la ayuda de una cinta métrica. Con ella, deberán medir en el suelo una superficie de 1 metro cuadrado. Acto seguido, siguiendo las instrucciones asignadas a cada subgrupo, los mismos alumnos se situarán dentro del recinto que hayan medido y estimar cuántas personas caben en 1 metro cuadrado. Finalmente, multiplicando este número por 100, obtendrán la estimación final.

Al acabar esta actividad, el alumnado compartirá sus resultados con el otro subgrupo. De esta forma, los grupos deben realizar la media aritmética de sus resultados para estimar cuántas personas caben en un recinto de 100 metros cuadrados.

5.5.2. Materiales

Cinta métrica, bolígrafo y hoja de papel. Se recomienda el uso de calculadora.

5.5.3 Objetivos

- Motivar al alumnado con una situación real.
- Fomentar el trabajo en grupo.
- Extrapolar un resultado para obtener otros resultados más generales.

5.5.4 Planificación temporal

Esta actividad tiene una duración estimada de 15 minutos.

5.5.5 Evaluación

El profesorado observará y verificará que todos los alumnos participen y mantengan una actitud positiva.

6. Evaluación del proyecto

En la red podemos encontrar diversas localidades donde se practican las rutas matemáticas, lo cual avala este proyecto. Además, las actividades están, en gran medida, inspiradas en ejercicios que aparecen en los libros de texto, de forma que, al trasladarlas a la ruta matemática, dan la oportunidad al alumnado de observar directamente la aplicación de las herramientas que utilicen.

Después de realizar dicha búsqueda en la red encontramos algunos trabajos que realizaron proyectos similares a éste. El análisis de la evaluación general de dichos trabajos ha servido para completar, con casos reales y ya probados, como podría funcionar y cuáles podrían ser los métodos de evaluación tanto de las actividades en general como de los alumnos.

Como se menciona en el artículo realizado por el autor Merino Peláez titulado *Paseo Matemático Por Torrelavega* donde expone que:

“Las actividades que hemos planificado se evaluaron atendiendo la valoración global de diversos parámetros, entre ellos se encuentran: la correcta resolución de los ejercicios; claridad de las soluciones; anotaciones y razonamientos que el alumno considere oportunos; presentación y limpieza; actitud positiva y participativa; y, comportamiento y respeto tanto en las salidas como en el trabajo en clase.” (Merino Peláez, 2016, p. 52).

Por otra parte, otro aspecto a destacar sobre la realización de este tipo de proyectos es la dificultad en la organización y programación de las rutas matemáticas ya que muchos centros educativos no consideran necesaria la inversión del tiempo y recursos (Conde Calero et al, 2016). La realización de rutas o yincanas fuera del recinto escolar tienen detrás un trabajo de organización y montaje costoso, tanto en tiempo y dinero para familiares y centro, lo que provoca una disminución de prácticas similares a la descrita en este trabajo.

7. Conclusiones

Una ruta matemática consiste en una serie de pruebas que los alumnos deben superar trabajando en equipo, por lo que supone una actividad muy interesante para fomentar el trabajo en grupo. Además, de forma complementaria, se muestra a los alumnos dos aspectos muy importantes de las matemáticas. En primer lugar, las deducciones matemáticas realizadas por los antiguos filósofos (Tales, Pitágoras, etc.) han dado lugar a una base sobre la que se cimientan las matemáticas de hoy en día. Por ello, muchos resultados obtenidos por ellos pueden parecer obvios a simple vista. En cambio, el atractivo de estos resultados es, precisamente, la falta de instrumentos matemáticos para demostrarlos. De la misma forma, aprender a medir la altura de un edificio utilizando solamente un espejo muestra cómo, esa carencia de instrumentos puede suplirse con un poco de ingenio.



Finalmente, al utilizar diversos elementos arquitectónicos para esta ruta, se puede aprovechar para mostrar cómo las matemáticas están presentes en la gran mayoría de los edificios (ventanas que guardan la proporción áurea, arcos con forma de catenaria invertida, etc.). Se consigue mostrar, de esta forma, la aplicación de las matemáticas en el área de la arquitectura.

Bibliografía

- Corbalán, F. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*, 148. Graó. Disponible en: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol10/3/13Corbalan.pdf>
- Merino Peláez, P. (2016). *Paseo Matemático Por Torrelavega* (Trabajo de Fin de Máster). Universidad de Cantabria, España. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10902/8874>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional (2018). *PISA 2018. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español*. Madrid: MEC. Disponible en: <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2018.html>
- Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Boletín Oficial del Estado. BOE-A-2015-738. Disponible en: https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2015-738
- Pérez, Y., y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de investigación*, 35(73), 169-194. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3897810>
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte «BOE» núm. 3, de 3 de enero de 2015 Referencia: BOE-A-2015-37
- Villagrán, M. A., Guzmán, J. I. N., Pavón, J. M. L., & Cuevas, C. A. (2002). *Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos*. *Psicothema*, 14(2), 382-386. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/727/72714230.pdf>

Webgrafía

- Conde Calero, J. M., Molina Vila, M. D., Mulero, J., Segura, L., Sepulcre, J. M., y Guillén Sánchez, M. (2016). *Red para la difusión y divulgación de las matemáticas*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/10045/56572>
- España Overview. (2019). Eurydice. *EACEA National Policies Platform*. Recuperado de: https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/content/spain_es
- Europa Press (2019). Madrid. Europa Press. Recuperado de: <https://www.europapress.es/sociedad/educacion-00468/noticia-espana-empeora-matematicas-ciencias-informe-pisa-situandose-debajo-media-paises-ocde-20191203085939.html>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional (2018). *Panorama de la educación. Indicadores de la OCDE 2018. Informe español*. Madrid: MEC. Disponible en: <http://blog.intef.es/inee/2019/09/10/panorama-de-la-educacion-2019-espana-en-comparacion-con-los-paises-de-la-ocde/>
- PISA en Revista de Educación. (2020). EducaLab. Recuperado de: http://educalab.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/informes-y-publicaciones/-/asset_publisher/cBieTD3vbe4h/content/pisa-en-revista-de-educacion
- Torres Menárguez, A. (2019). El País. Madrid. El País. Recuperado de: https://elpais.com/sociedad/2019/12/03/actualidad/1575328003_039914.html

Carlos Franch Llàcer. Graduado en ingeniería industrial por la Universidad Jaume I, Actualmente estudiante del Alumnos del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, por la Universidad Jaume I. (Nacido en Burriana. 26/12/1994).

Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0432-6748>

David Miravet Fortuño. Graduado en Matemáticas por la Universidad de Valencia. Doctor en Matemáticas por la Universidad Politécnica de Valencia. Actualmente, director de la Academia Tecniciencia y estudiante del Alumnos del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, por la Universidad Jaume I. (Nacido en Almazora, 09/11/1994)

Email: davidmifor@gmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0432-6748>

Maria Requena Vicens. Graduada en Economía por la Universidad Jaume I. Actualmente estudiante del Alumnos del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, por la Universidad Jaume I. (Nacida en Vila-real 21/03/1996)

Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-1064-9527>

Santiago Sabater López. Graduado en ingeniería eléctrica, especializado en electrónica por la Universidad Jaume I. Actualmente estudiante del Alumnos del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, por la Universidad Jaume I. (Nacido en Morella el 03/09/1988).

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1230-3397>

Carlos Valls Fuster. Graduado en ingeniería mecánica por la Universidad Jaume I, Actualmente estudiante del Alumnos del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, por la Universidad Jaume I. (Nacido en Castellón. 17/03/1993).

Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4471-6206>

