

Concepciones estadísticas de estudiantes brasileños de secundaria

Cassio Cristiano Giordano

(Secretaría de Educación del Estado de São Paulo. Brasil)

Resumen

Realizamos esta investigación con objeto de identificar los conocimientos y concepciones estadísticas de 86 estudiantes del último año de secundaria de una escuela pública brasileña, con edades comprendidas entre los 16 y 19 años, movilizadas en la resolución de problemas en el aprendizaje por proyectos. Adoptamos, en nuestro marco teórico el Análisis Exploratorio de Datos (AED) y la Teoría de Concepciones y utilizamos el Análisis Estadístico Implicativo (ASI), mediante el software CHIC (Clasificación jerárquica implícita y cohesiva), para evaluar el nivel de conocimiento de los estudiantes, mientras que empleamos el modelo $ck\phi$ en el análisis de sus concepciones. Como resultado, identificamos once concepciones movilizadas por estos estudiantes.

Palabras clave

Educación Estadística, Teoría de Concepciones, Análisis Estadístico Implicativo, Proyectos.

Title

Statistical conceptions: a study with high school students

Abstract

In this research we sought to identify the statistical knowledge and conceptions of 86 students in the last year of high school in a Brazilian public school, aged 16-19 years old, mobilized to solve problems in project-based learning. We adopted, in our theoretical framework, Exploratory Data Analysis (EDA) and the Theory of Conceptions. We used the Statistical Implicative Analysis with the software CHIC (Implicative and Cohesive Hierarchical Classification), in order to assess the student's knowledge level, while we employed the $ck\phi$ model in the analysis of their conceptions. As a result, we identified eleven conceptions mobilized by these students.

Keywords

Statistical Education, Theory of Conceptions, Implicative Statistical Analysis, Projects.

1. Introducción

Este artículo es una versión ampliada del trabajo expuesto en Giordano y Schnorr (2020), donde encontramos algunos resultados finales de la tesis doctoral de Giordano (2020). El interés surge de investigaciones recientes en Brasil que indican que, aunque los estudiantes de secundaria tienen algún conocimiento de estadística descriptiva, demuestran dificultades para relacionar sus conceptos básicos con los problemas diarios que enfrentan en su vida personal, escolar y profesional.

A partir de una extensa revisión de la literatura, consideramos que la comprensión de la estadística es fundamental para la formación académica, la vida profesional y para el pleno ejercicio de la ciudadanía en el siglo XXI, es decir, para el desarrollo de la alfabetización estadística, en la



perspectiva de Gal (2019). Esta comprensión está en línea con la Base Curricular Común Nacional - BNCC (Ministério da Educação e Cultura, 2018) recientemente aprobada. La propuesta curricular anterior (Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, 2012) preveía la enseñanza de la estadística descriptiva (la estadística inferencial no estaba incluida en el currículo) solo en el segundo semestre del tercer y último año de secundaria. La pregunta que orientó nuestra investigación fue la siguiente: ¿Qué concepciones los estudiantes de secundaria movilizan en la resolución de problemas relacionados con la estadística descriptiva, después del desarrollo de proyectos en esta área? Así, el objetivo del trabajo es evaluar los conocimientos previos de los estudiantes antes de abordar la estadística con proyectos. Por medio de la investigación, buscamos identificar las concepciones movilizadas en los estudiantes con respecto al contenido curricular esperado: variabilidad, medidas de tendencia central, medidas de dispersión y registros de representación.

2. Problema de investigación

Desde la aprobación de la Base Curricular Común Nacional - BNCC (MEC, Ministerio de Educación, 2018), los currículos de las redes educativas públicas y privadas brasileñas han tenido algunos cambios que merecen un estudio más detenido. Este documento normativo amplió el alcance de la Estadística y Probabilidad en la Educación Básica, creando una unidad temática específica para esta área, a ser enseñada para todos los años de Educación Primaria - niños y adolescentes con edades de seis a diecisiete años - con énfasis en el enfoque a través de proyectos. Bajo la nueva visión de las metodologías activas, muy valoradas en el siglo XXI, el enfoque llamado Aprendizaje Basado en Proyectos - ABP, gana un nuevo impulso. Como aporte teórico para delinear nuestras investigaciones, optamos por el Análisis Exploratorio de Datos – AED, que valora la postura investigativa crítica por parte del estudiante y presupone una propuesta didáctico-pedagógica centrada en la investigación.

Batanero, Estepa y Godino (1991) destacaron la posibilidad del AED para generar situaciones de aprendizaje sobre temas de interés de los estudiantes, a partir de representaciones gráficas que favorezcan la percepción de variabilidad, la valorización de medidas de orden, que identifiquen posibles casos atípicos y el uso de diferentes escalas. Además, de la falta de necesidad de una teoría matemática compleja innecesaria en ese momento. Gal (2019) destaca como conocimientos estadísticos básicos para que los docentes desarrollen trabajos basados en AED: reconocer la necesidad de manipular datos, saber producirlos, familiaridad con los términos e ideas más elementales en Estadística, así como sus registros de representación tabular y gráfica, dominar nociones de probabilidad y conocer métodos de elaboración de análisis estadístico inferencial. Según el autor, el conocimiento estadístico, a desarrollar por los estudiantes, será el resultado de su conocimiento estadístico, conocimiento matemático, conocimiento del contexto y su capacidad para elaborar preguntas, asociadas a elementos de disposición, que implica su postura crítica, así como sus creencias y actitudes.

Los proyectos estadísticos motivan a los estudiantes, en detrimento de la resolución de ejercicios fuera de contexto (Batanero y Díaz, 2011), pues el énfasis está en tareas realistas. El desarrollo de proyectos orientados a la Educación Estadística, contribuye a la adquisición de las siguientes habilidades, fundamentales para el estudiante de secundaria: competencia lingüística comunicativa, competencia matemática, competencia de reconocimiento e interacción con el mundo físico, competencia para el tratamiento de la información y competencia digital, competencia social y ejercicio de la ciudadanía, competencia para “aprender a aprender”, cuestionar, identificar y manejar las diversas técnicas y estrategias para enfrentar una misma situación problemática, competencia para logro de la autonomía e iniciativa personal.

También consideramos oportuno adoptar, en nuestro marco teórico, la Teoría de las Concepciones. Según Balacheff (2002), el conocimiento no se puede reducir totalmente a

comportamientos, pero tampoco se puede enseñar en su ausencia. Toda acción moviliza una cantidad considerable de conocimientos. Para desarrollar nuevos conocimientos, así como profundizar en los anteriores, es necesario movilizar concepciones, directamente relacionados con los problemas que enfrentan los estudiantes. Para Balacheff (2002), una concepción es una estructura mental, característica de un sujeto (en nuestro caso, el estudiante), constituida por un observador de su comportamiento (en nuestro caso, el investigador). El aprendizaje, a su vez, consiste en pasar de una concepción a una concepción nueva, más compleja e integral.

3. Procedimientos metodológicos

Optamos por la investigación cualitativa, en la perspectiva de Creswell (2010). Los sujetos de investigación fueron 86 estudiantes del último año de secundaria de una escuela pública brasileña, con edades comprendidas entre los dieciséis y diecinueve años. Para evaluar el nivel de conocimientos de los estudiantes, antes del desarrollo de los proyectos, se aplicó, en junio, un cuestionario con 29 preguntas estadísticas básicas, analizando las respuestas a través del Análisis Estadístico Implicativo (ASI), recurriendo al uso del software CHIC. Este software permite extraer información de un conjunto de datos, sobre sujetos y atributos cruzados, con reglas de asociación entre variables, indicando el índice de calidad de la asociación y representando una estructuración de estas variables, según lo establecido por Gras (2015). En la segunda etapa de la investigación, cuatro grupos de estudiantes (dos parejas y dos tríos), después del desarrollo del proyecto, respondieron tres preguntas sobre estadística descriptiva durante un período de una a tres sesiones de 100 minutos cada una. Estas respuestas, registradas a través de la producción escrita y grabaciones de audio de las interacciones entre los estudiantes del grupo, se analizan de acuerdo con la Teoría de las Concepciones.

4. Marco teórico-metodológico

El AED nos proporciona un extenso repertorio de métodos para un estudio detallado de los datos antes de adaptarlos, de manera más accesible, motivadora y creativa. Has su creación el análisis de datos, según Batanero (2001) se basaba principalmente en el cálculo estadístico, disminuyendo la importancia de la representación de los datos y suponiendo que para llegar a conclusiones sobre los datos era necesario recurrir a la inferencia, como modelo confirmatorio. Según la autora, los datos se componen de dos partes relacionadas: "regularidad" o tendencia, y "desviaciones" o variabilidad. Hasta la aparición de AED, el foco de los estudios estadísticos era la búsqueda de un modelo capaz de representar la regularidad de las observaciones.

AED, no intenta imponer modelos iniciales, sino parte de los datos para crearlos. Batanero (2001) afirma que, para elegir un proyecto a abordar en las clases de Estadística, el docente debe tener en cuenta su potencial para generar situaciones de aprendizaje relacionadas con temas de interés del estudiante, el fuerte apoyo en representaciones visuales, valorando el uso de múltiples representaciones de datos, especialmente gráficos, priorizando la discusión entre estudiantes, la argumentación científica, en detrimento del uso de una teoría matemática compleja. La AED se ha extendido como filosofía de aplicación de la Estadística, gracias a la rápida popularización de las computadoras y al desarrollo de software estadístico accesible, con amplias posibilidades para el procesamiento de datos y para sus representaciones gráficas (Batanero,2001). Para la autora, simplificó la vida de docentes y estudiantes, permitiéndoles acercarse a otras materias escolares, posibilitando el trabajo en equipo y el desarrollo de proyectos interdisciplinarios.

Para identificar los conocimientos previos de los sujetos de la investigación, recorreremos a ASI, como herramienta en el tratamiento de los datos multivariados, porque nos permite visualizar, organizar, construir modelos representativos, así como analizar los fenómenos asociados a ellos (Gras



y Almouloud, 2002). La ASI es un método de análisis de datos no simétrico que permite, a partir de un conjunto de datos que cruza una población de sujetos u objetos con un conjunto de variables, la extracción y estructuración del conocimiento en forma de reglas y, a partir de la contingencia de estas reglas, la explicación y, en consecuencia, una cierta previsión en las distintas ramas del conocimiento humano. Su origen es el modelado estadístico de cuasi-implicación: cuando la variable, "X" es observada en la población, generalmente la variable "Y" también lo es (Orús, Zamora y Gregori, 2009). Almouloud, Gras y Régnier (2014) afirman que el Análisis Estadístico Implicativo es un campo teórico cuyo objeto matemático es el concepto de cuasi-implicación, distinguiéndose de la implicación lógica de la Matemática y la Lógica misma. ASI busca conocimiento, invariantes y atributos de las variables estudiadas. La importancia de CHIC para ASI es tan grande que Gras (2015, p. 9) afirma que, "... sin CHIC (la herramienta informática para procesar cálculos y gráficos), no se podría dar sentido a los resultados numéricos y sin las representaciones que produce, los dejaría empobrecidos e inaccesibles para el control y la crítica".

El método estadístico implicativo ha sido ampliamente utilizado en estudios cualitativos de reglas de asociación, mostrando grandes aportes a la investigación en Educación Matemática, permitiendo mostrar la dinámica de las conductas de los estudiantes en situaciones de resolución de problemas. Al contrario de lo que es legítimo en Matemáticas, donde las reglas generalmente no sufren excepción y el determinismo está siempre presente, en las Ciencias Humanas y Sociales, las excepciones no solo están casi siempre presentes, sino también son deseadas (Orús et al., 2009). Según estos autores, diferentemente de los métodos de análisis simétrico basado en la distancia en la correlación, los conjuntos de reglas obtenidos pueden conducir a la hipótesis de causalidad. Dichos conjuntos se estructuran según diferentes características comunes complementarias (grafo implicativo, jerarquía orientada), estableciendo conceptos de intensidad, cohesión de clase, niveles significativos, etc. Según Couturier, Bodin y Gras (2004), el software CHIC permite la extracción de índices de calidad de las asociaciones y representando la estructuración de las variables obtenidas a través de tales reglas. Los indicadores con los que trabajamos en nuestra investigación fueron insertados en este software como variables binarias, asumiendo los valores 0 o 1, representando, respectivamente, la ausencia y la presencia de la variable para cada individuo encuestado. Utilizamos ASI para sondear los conocimientos previos de los estudiantes de nuestra investigación, que casi no tenían contacto con Estadística en ambiente escolar. Fue de nuestro interés evaluar lo que ya sabían sobre Estadística, antes de iniciar su aprendizaje en un enfoque a través de proyectos. El software CHIC nos permitió desarrollar el análisis implicativo, el análisis de similitud y el análisis cohesivo.

El foco de nuestra investigación radica en las concepciones, fuertemente influenciada por la Teoría de las Situaciones Didácticas - TSD y por la Teoría de los Campos Conceptuales, que, según Oliveira (2010), tiene como objetivo estudiar las relaciones entre conceptos, conocimientos y concepciones que los estudiantes pueden presentar acerca de cierto contenido matemático. Para Balacheff (1995), estudiar la noción de concepción es movilizar acciones en el sujeto, mediante la realización de una actividad, es decir, en situaciones específicas, el sujeto puede actuar de manera racional y coherente para resolver el problema y revelar sus concepciones. Una concepción, en el modelo $ck\phi$, es un estado de equilibrio de un sistema, sujeto-medio, considerando sus limitaciones e imposiciones, es decir, todo aquello que influya o interfiera en su operación. La concepción pertenece al sujeto y, por tanto, puede ser o no correcta desde el punto de vista del conocimiento de referencia. Otro aspecto importante de este modelo es que la concepción suele ser local en el sentido de trabajar para resolver un problema específico y no otro que apunte a un dominio de validez diferente.

Según Balacheff (1995), una concepción implica cuatro elementos (P, R, L, Σ): P es un conjunto de problemas en que ϕ es operacional; R es un conjunto de operadores (herramientas cognitivas para acción); L es un sistema de representación, que permite expresar los elementos de P y R; Σ es una estructura de control, que garante la no contradicción de ϕ . En este cuarteto, un sujeto que se enfrenta a un problema puede tener varias concepciones sobre un mismo objeto matemático y movilizar una u

otra, según el problema propuesto. Una concepción está compuesta por un conjunto de conocimientos y lo conocimientos, a su vez, está compuesto por un conjunto de concepciones, como vemos representado en la Figura 1, elaborada por Oliveira (2010)

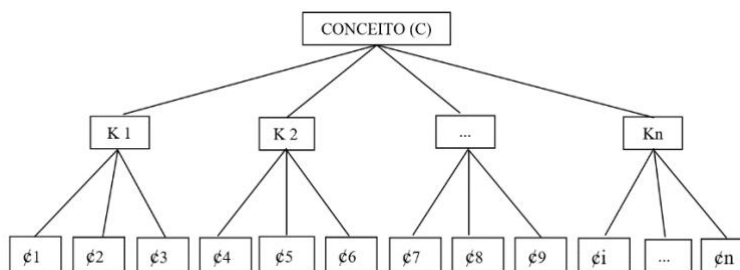


Figura 1. Relación entre concepciones, conocimiento y conceptos (Oliveira, 2010, p. 43).

En la Figura 1, c_1, c_2, c_3, \dots e c_n constituyen el conjunto de concepciones relacionadas con los conocimientos, K_1, K_2, \dots, K_n , que, a su vez, forman el concepto C . Como ya indicamos, en nuestra investigación, los estudiantes fueron capaces de movilizar ciertas concepciones al tratar de resolver problemas estadísticos a los que se enfrentaron en el desarrollo de sus proyectos. Se esperaba que movilizasen concepciones al realizar su propia investigación; dichas investigaciones involucran los más variados contextos, en situaciones a las que no están acostumbrados a enfrentarse en las clases de matemáticas. Cada problema despierta en el estudiante comportamientos que son indicadores de conocimiento, mostrando evidencia de estrategias desarrolladas por él en la búsqueda de soluciones. Este conocimiento no puede atribuirse solo al estudiante, como una propiedad que le será intrínseca, ni solo al medio, ya que es una propiedad del sujeto en interacción con un sistema antagónico, con el medio. Tal interacción sólo será significativa si logra satisfacer las limitaciones que condicionan la viabilidad de la relación sujeto-medio. La resolución de problemas como un intento de reequilibrio es la fuente y el criterio del conocimiento. Así, el conocimiento se caracteriza por un estado de equilibrio dinámico en la interacción acción-retroacción, entre un sujeto S y un medio específico M , según las limitaciones que impone la situación, que determinan o no su viabilidad.

El sistema didáctico, según Balacheff (1995, 2002) está compuesto por el agente didáctico, humano o artificial, por el estudiante y el entorno. El conocimiento involucrado en su funcionamiento es una propiedad inherente del sistema estudiante-medio bajo las restricciones sostenidas por el agente didáctico, quien actúa como representante de la institución productora del sistema didáctico. El saber es un atributo del conocimiento, cuyo valor se reconstruye a partir del juicio del agente didáctico. En sus intentos por resolver un determinado problema, el estudiante puede enfrentarse a varios obstáculos, que no implican una falta total de conocimientos, sino conocimientos movilizados fuera de su dominio de validez. Este obstáculo puede resistir a las contradicciones y continuar manifestándose incluso después de que el individuo se dé cuenta de su inexactitud y no solo está vinculado a factores estrictamente cognitivos, sino también a factores emocionales. Además, tiene que ver con el sentimiento de confianza que trae este “conocimiento” desplazado, que posiblemente sirvió en otras ocasiones para resolver muchos problemas.

El error, en este marco teórico, se entiende como signo de una perturbación, el resultado de la diferencia reconocida por el sujeto entre el resultado esperado de una acción y la retroalimentación del entorno. El estudiante es capaz de reconocer esta diferencia como inaceptable, reacciona ante ella y busca un reequilibrio que le lleva a un nivel superior de conocimiento. Para Balacheff (1995), una concepción errónea requiere de una conclusión aparentemente exitosa en una diversidad de problemas en los que el ciclo de formular el problema (expectativa), resolución del problema (acción) y reconstrucción del problema (revisión), se logra efectivamente. Tal concepción errónea tiene su propio campo de validez, ya que, como ya hemos señalado, el error no es solo el efecto de la ignorancia, la incertidumbre y la mala suerte que encontramos en las teorías empiristas o conductistas del



aprendizaje, sino la consecuencia de conocimientos previos. Para Balacheff (1995), el conocimiento es efímero y provisorio, pudiendo ser el objeto de cambios y ampliación de su campo de validez después de perturbaciones. En un mismo sujeto, la coexistencia de conocimientos contradictorios puede estar presente en aspectos tan fundamentales como los medios de validación. Vadcard (2000) agrega que la contradicción eliminaría este carácter operativo. El modelo de concepción, al asociar cada manifestación de conocimiento a una esfera práctica, permite explicar la contradicción que existe a los ojos del observador: la no coherencia, atribuida por una disyunción de las esferas de prácticas. Por tanto, este modelo permite preservar el carácter racional del conocimiento operacional, a la vez que proporciona una explicación de la coexistencia de estados contradictorios en un mismo sujeto.

5. Resultados y análisis

Los cuestionarios utilizados en el trabajo son demasiado extensos para incluirlos en este artículo, pero están disponibles para cualquier persona interesada que los puede solicitar a cgiordano@gmail.com. La primera parte del cuestionario, consistía en una pregunta abierta y diez ítems de opción múltiple, en los que se buscó identificar las concepciones y conocimientos de los estudiantes sobre estadística que contemplan el modelo de alfabetización estadística propuesto por Gal (2019). La segunda, compuesta por trece ítems de opción múltiple, dirigidos a identificar el conocimiento estadístico y las evidencias de alfabetización probabilística de los estudiantes. Finalmente, la tercera parte trae cinco preguntas objetivas, extraídas de las evaluaciones del Examen Nacional de Secundaria (ENEM) nos permitió investigar el conocimiento estadístico de los estudiantes en relación con los contenidos específicos de estadística, previstos en el Currículo del Estado de São Paulo (Secretaría de Educação, 2012). En el desarrollo de la investigación, optamos por centrarnos en la estadística, dejando este análisis de alfabetización probabilística para futuros artículos. A continuación, analizamos la actividad realizada por 86 estudiantes, para identificar sus conocimientos estadísticos previos, y, en segundo lugar, analizamos la actividad realizada por cuatro grupos de estudiantes (dos parejas y dos tríos) para identificar las concepciones movilizadas en las mismas.

Con la ayuda del software CHIC, realizamos el análisis de los gráficos implícitos, cohesivos y de similitud. Por razones de limitación de espacio, en este artículo presentaremos únicamente el gráfico implícito (Figura 2). Construimos nuestro análisis con base en relaciones emergentes, desde el análisis implícito hasta la teoría clásica y la distribución binomial. Un análisis implícito asocia las variables A y B de acuerdo con una meta-regla en "si esto sucede, probablemente aquello sucederá". Con cuadrados de colores, indicamos el nivel de confianza, para que podamos leer las respectivas asociaciones. En verde, tenemos valores entre 0,81 y 0,85; en azul, una variación entre 0,86 y 0,90 y, finalmente, en rojo, de 0,91 a 0,95. Esta escala está representada en la Figura 2. Los resultados del análisis implícito, junto con los resultados del análisis de similitud y el análisis cohesivo, permitieron desarrollar un escenario para evaluar el conocimiento estadístico de los estudiantes.

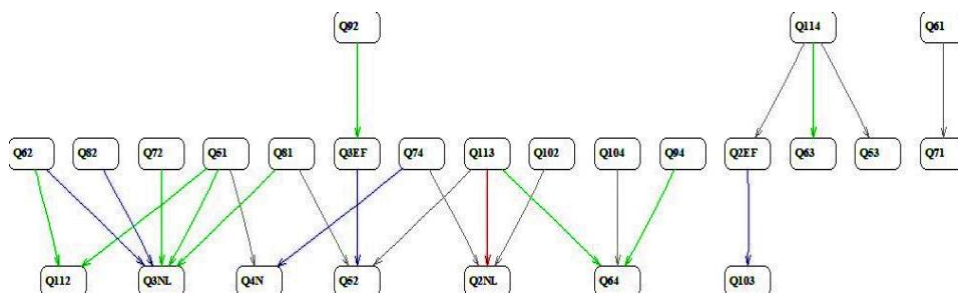


Figura 2. Gráfico Implicativo

Empezamos nuestro análisis con la ruta que tiene una flecha roja, es decir, con el mayor nivel de confianza: Q113 → Q2NL, que consiste en responder la pregunta sobre cómo la investigación estadística es realizada, por lo que probablemente no recuerde si estudió estadística en escuela Primaria. Dada la presencia masiva de estadísticas en los medios de comunicación, especialmente considerando el período electoral en el que se realizó la encuesta, podemos inferir que este grupo entendió la información proporcionada en esta investigación solo de manera intuitiva, dado que no habían estudiado este tema en la educación regular. Aquí, hay un primer indicio de la necesidad de comenzar a abordar el contenido estadístico sin asumir un conocimiento estable. Siguiendo los caminos que también terminan en Q2NL, pasamos a Q74 → Q2NL (cree que las estadísticas deberían usarse para la toma de decisiones diaria) y Q102 → Q2NL (no está de acuerdo con que la investigación estadística sea confiable). Este grupo, a pesar de partir de premisas distintas, no recuerda si estudió estadística en la escuela primaria (Q2NL). Dichos caminos nos llevaron a reforzar la inferencia hecha en el párrafo anterior, sobre las necesidades para el inicio del acercamiento a la estadística con los estudiantes involucrados. Destacamos que, de los 86 entrevistados, 56 de ellos eligieron la opción que indicaba que no recordaban haber estudiado estadística en la escuela primaria. Otra variable también relacionada con varios caminos implicativos es Q3NL, que significa no recordar haber estudiado estadística en la Secundaria. Recordamos que los entrevistados están en el tercer año de la escuela secundaria y aún no han cursado el contenido de estadística en el plan de estudios del Estado de São Paulo. 41 de los 86 encuestados indicaron esta opción. De acuerdo con ello, los estudiantes estudian probabilidad durante el segundo año de secundaria, lo que nos lleva a inferir que no asocian probabilidad con estadística.

Tanto el análisis implicativo, centrado en los conocimientos previos de los estudiantes, como el análisis según el modelo $ck\zeta$, centrado en las concepciones movilizadas por ellos, son muy amplios. Nos limitaremos a un solo ejemplo, pero la versión completa se puede encontrar en Giordano (2020). A continuación, presentamos un análisis de una posible concepción movilizada por estudiantes, según nuestro marco teórico, la Teoría de las Concepciones, presentado para evaluar sus habilidades en lectura e interpretación de tablas. La pregunta que se analiza es parte del cuestionario respondido por los estudiantes (Fig. 3).

25 - (ENEM/2012) La siguiente tabla muestra la evolución de los ingresos brutos anuales en los últimos tres años de cinco microempresas (ME) que están a la venta.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Fuente: Datos ficticios

Un inversor quiere comprar dos de las empresas que figuran en la tabla. Para hacer esto, calcula el ingreso bruto anual promedio de los últimos tres años (de 2009 a 2011) y elige las dos compañías con el promedio anual más alto.

Las empresas que este inversionista elige para hacer la comprar son:

- a) Balas W y Pizzaria Y
- b) Chocolates X y Tecelagem Z
- c) Pizzaria Y y Alfinetes V
- d) Pizzaria Y y Chocolates X
- e) Tecelagem Z y Alfinetes V

Figura 3. Pregunta 25 del cuestionario planteado a los estudiantes



Creemos que el desarrollo de la lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos no es deber exclusivo del profesor de matemáticas. Pallauta y Gea (2019) señalan que las tablas de distribución de frecuencias no reciben la debida atención en los planes de estudio y docencia en Chile y están prácticamente ausentes en los libros de texto de matemáticas, lo mismo que ocurre en Brasil, según Giordano (2016). Sin embargo, se encuentran en libros de otras disciplinas, como Geografía, lo que puede justificar que el 57% de los estudiantes respondan bien a la pregunta anterior apuntando a la alternativa "d".

Por otro lado, la opción errónea con mayor número de opciones (19% de estudiantes) fue la alternativa "e", que apunta a las dos empresas cuyos ingresos tuvieron la mayor amplitud total. Este argumento se puede reforzar con la redacción del enunciado de la pregunta, que menciona la "evolución" del ingreso bruto anual, lo que podría llevar al estudiante a pensar en la mayor variación entre los límites inferior y superior encontrados, respectivamente, en las empresas Z y V. Encontramos, detrás de esta respuesta, una posible concepción ζ , caracterizada por los elementos: P - campo del problema: determinación de la media aritmética simple a partir de los valores presentados en una tabla de doble entrada; R - operadores: ubicación de los valores de ingresos brutos anuales asociados a las respectivas empresas de origen en una tabla de distribución de frecuencias y comprobación de la diferencia entre ellas; L - conjunto de representaciones: representación numérica y representación tabular; y Σ - estructura de control: media aritmética simple como valor directamente proporcional a la variación entre los límites inferior y superior de la muestra (amplitud total). Por tanto, podemos inferir la existencia de una posible concepción ζ , según la cual el valor medio será la diferencia más grande entre los dos extremos de la distribución de frecuencias: el límite inferior y el límite superior de la muestra. Esta idea podría ser considerada errónea por cualquier docente, pero la teoría $ck\zeta$ considera que las concepciones del sujeto que tienen una razón de existencia, son intrínsecamente coherentes con su conocimiento de referencia, y deben tener un dominio de validez para el estudiante.

6. Consideraciones finales

Como se señaló en nuestra revisión de la literatura, hay pocos estudios publicados sobre concepciones desde la perspectiva del modelo $ck\zeta$. Casi sin contacto previo con la estadística, en un entorno escolar, los estudiantes participando en nuestra investigación mostraron una comprensión y lectura mínima de tablas y gráficos estadísticos (niveles de lectura e interpretación gráfica uno y dos por Curcio (1987): leer los datos y leer entre datos), así como medidas de tendencia central y dispersión.

Uno de los resultados de nuestro trabajo que consideramos más relevantes es que las estructuras de control manifestadas por un estudiante movilizan las estructuras cognitivas de otros, promoviendo la mejora de sus ideas y la revisión de sus propias concepciones. Por ejemplo, compartiendo el esquema de una gráfica estadística con los colegas, revisando los pasos para calcular una medida de dispersión, comparando la determinación de una medida de tendencia central con otra obtenida por el colega, utilizando un método diferente y discutiendo su comprensión dentro del grupo. Respecto a la variabilidad, los estudiantes reafirmaron o revisaron sus concepciones, mostrando cambios que pueden ser considerados como indicadores de aprendizaje, dentro del modelo $ck\zeta$ de Balacheff (1995, 2002). El conocimiento del contexto, destacado por el modelo de alfabetización estadística de Gal (2019), tuvo también un papel fundamental en la validación de las concepciones.

El abordaje estadístico a través de proyectos puede contribuir al cambio de concepciones de los estudiantes. En cualquier trabajo estadístico cooperativo realizado en pequeños grupos, el choque de ideas, la discusión, la argumentación y la comprobación de hipótesis, favorecen el esperado cambio en las concepciones y el refinamiento de la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico.

Díaz (2016) destaca que, según los estudiantes, el trabajo colaborativo en pequeños grupos reduce la ansiedad, lo que contribuye a una mejor comprensión de las nociones estadísticas y la adquisición de experiencias significativas. Según este autor, las actividades colaborativas son más tranquilizadoras, motivadoras y estimulantes. La observación de los compañeros, trabajando activamente, favorece la concentración en la tarea y la aparición de una mayor diversidad de propuestas. El estímulo de la ayuda mutua permite la asimilación de conceptos, el avance de las actividades, la reducción de la percepción de dificultad de la tarea y la reducción de la ansiedad. La discusión colectiva reduce la carga de las dificultades; intercambiar y compartir ideas mejora la autoconfianza y el compromiso colectivo (Díaz, 2016). Esperamos, por tanto, haber contribuido a ampliar la comprensión de las concepciones estadísticas movilizadas por los estudiantes de secundaria.

Bibliografía

- Almouloud, S. A., Gras, R. y Régnier, J. (2014). Análise estatística implicativa: mais uma vez, o que é? *Educação Matemática Pesquisa*, 16(3), 623-1087.
- Balacheff, N. (1995). Conception, connaissance et concept. En D. Grenier (Ed.). *Séminaire de l'équipe DidaTech* (pp. 219-244). Grenoble: IMAG.
- Balacheff, N. (2002). Cadre, registre et conception: note sur les relations entre trois concepts clés de la didactique. *Les Cahiers du Laboratoire Leibniz*, 58, 1-18.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Universidad de Granada.
- Batanero, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1991). Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, 9, 25-31.
- Couturier, R., Bodin, A. y Gras, R. (2004). *A classificação hierárquica implicativa e coesiva. Manual Curso CHIC versão, 2*. Grénoble: los autores
- Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Artmed.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Díaz, D. (2016). *Les facteurs influençant la réussite des activités collaboratives médiées par les TICE dans une situation de formation universitaire à la statistique*. Thèse de doctorat. Université Lyon 2, France
- Gal, I. (2019) Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.). *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Granada, España. Recuperado el 6 de septiembre de 2020, de <http://www.ugr.es/~fqm126/civeest.html>
- Giordano, C. C. (2016). *O desenvolvimento do letramento estatístico por meio de projetos: um estudo com alunos do ensino médio*. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Giordano, C. C. (2020). *Concepções estatísticas: um estudo com alunos do Ensino Médio*. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Giordano, C. C. y Schnorr, R. (2020). Concepciones estadísticas: un estudio con estudiantes de la secundaria. En M. M. Gea, R. Álvarez-Arroyo y J.A. Garzón (Eds.), *Seminario Hispano Brasileño de Educación Estadística*. Granada: Grupo PAI FQM-126
- Gras, R. (2015). O uso do CHIC na formação de educadores. En J. A. Valente y M. E. B. Almeida (Eds.), *Uso do CHIC na formação de educadores: à guisa de apresentação dos fundamentos e das pesquisas e foco* (pp. 9-12). Rio de Janeiro: Letra Capital,
- Gras, R. y Almouloud, S. A. (2002). A implicação estatística usada como ferramenta em um exemplo de análise de dados multidimensionais. *Educação Matemática Pesquisa*, 4(2), 75-88.
- Ministério da Educação e Cultura (2018). *Base nacional comum curricular - Educação é a base:*



- Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, Brasília.
- Oliveira, P. G. D. (2010). *Probabilidade: concepções construídas e mobilizadas por alunos do Ensino Médio à luz da teoria das concepções (CK ϕ)*. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Orús, P., Zamora, L. y Gregori, P. (2009). *Teoría y aplicaciones del análisis estadístico implicativo: primera aproximación en lengua hispana*. Castelló de la Plana: Innovació Digital Castelló.
- Pallauta, J. D. y Gea, M. (2019). Las actividades sobre tablas estadísticas en textos escolares chilenos de educación básica. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Recuperado el 10 de octubre de 2020 de: www.ugr.es/local/fqm126/civeest.htm
- Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (2012). *Currículo do estado de São Paulo - Matemática e suas tecnologias: Ensino Fundamental Ciclo II e Ensino Médio*. SE/CENP, São Paulo.
- Vadcard, L. (2000). *Etude de la notion d'angle sous le point de vue des conceptions* (Doctoral dissertation) Grenoble : Université Joseph Fourier - Grenoble 1.

Cassio Cristiano Giordano. Secretaria de Educação de Estado de São Paulo (SEDUC-SP). Doctor en Educación Matemática por la Pontificia Universidad Católica de São Paulo (PEA-Mat - PUC-SP). Miembro del GT12 - Educación Estadística - Sociedad Brasileña de Educación Matemática (SBEM). Miembro de la Sociedad Brasileña de Matemática (SBM). Miembro de la Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística (RELIEE). Investigador asociado al Grupo de Pesquisa de História de la Educação Matemática (GHEMAT). Miembro da la Red Internacional de Etnomatemática (RedINET). Email: ccgiordano@gmail.com