

## Conflictos semióticos de estudiantes de Bachillerato sobre el muestreo

Nuria Begué<sup>1</sup>  
Silvia Valenzuela<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Universidad de Zaragoza. España)

(<sup>2</sup>Universidad de Granada. España)

---

**Resumen** En este trabajo resumimos los conflictos semióticos identificados en una investigación sobre comprensión del muestreo con estudiantes de Bachillerato. El trabajo se realiza sobre una muestra de 127 estudiantes españoles de bachillerato a quienes se pide escribir cuatro muestras de una distribución binomial, variando los parámetros y justificar las muestras proporcionadas. A partir de sus argumentos se identifican los conflictos semióticos que asocian a la aleatoriedad o muestreo y que incluyen propiedades que no se adaptan al significado institucional de estos conceptos.

**Palabras clave** Muestreo, distribución binomial, conflicto semiótico.

---

**Title** Semiotic conflicts of high school students on sampling

**Abstract** In this work we summarize the semiotic conflicts identified in an investigation on understanding of sampling with high school students. The work is carried out on a sample of 127 Spanish high school students who are asked to write four samples of a binomial distribution, varying the parameters and justifying the samples provided. From their arguments, the semiotic conflicts that are associated with randomness or sampling and that include properties that do not adapt to the institutional meaning of these concepts are identified.

**Keywords** Sampling, binomial distribution, semiotic conflict

---

### 1. Introducción

El muestreo es una idea básica tanto en inferencia estadística como en probabilidad, pues conecta ambos conceptos desde el significado frecuencial de la probabilidad. Burrill y Biehler (2011) lo consideran como una de las ideas básicas en estadística por ser la base de la inferencia y del trabajo con la simulación, cuya utilización en el aula es recomendada para mejorar la comprensión de la probabilidad y la inferencia estadística (Batanero y Borovcnik, 2016; Eichler y Vogel, 2014).

Por otro lado, parte del conocimiento humano se fundamenta en el muestreo cuando solo somos capaces de estudiar una porción del fenómeno de interés. Por tanto, es relevante que los estudiantes tengan una comprensión adecuada del muestreo debido a su presencia en situaciones aleatorias de la vida cotidiana y profesional. La relevancia que adquiere el concepto se justifica por Heitele (1975), quien lo incluye en su lista de ideas estocásticas fundamentales. Además, el concepto puede incluirse



en la enseñanza del alumno desde las primeras etapas educativas con la finalidad de alcanzar un nivel de formalización adecuado.

El muestreo aparece por primera vez en el currículo, en España, en los dos primeros cursos de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) con el estudio de la población y muestra asociados a la enseñanza de la estadística descriptiva y con la introducción informal de la idea de representatividad muestral. Por otra parte, también se incluye el trabajo de la probabilidad desde su significado frecuencial. En tercer curso se introducen los métodos elementales de selección de muestras. En bachillerato se propone para los estudiantes de la modalidad de ciencias sociales el concepto de distribución muestral, que se utilizará en segundo curso de esta especialidad en el estudio de intervalos de confianza. Por tanto, el análisis del currículo indica que la introducción de los contenidos de muestreo es gradual tal y como se recomienda desde la investigación en educación estadística (Batanero y Borovcnik, 2016).

El trabajo con el muestreo exige la coordinación adecuada de dos ideas aparentemente antagónicas la representatividad y la variabilidad muestral. La primera indica que una muestra aleatoria de tamaño suficiente tendrá características parecidas a las correspondientes características en la población, mientras que la variabilidad supone que las muestras pueden cambiar en su composición y características (Saldanha y Thompson, 2002). Las líneas anteriores justifican la relevancia del muestreo, y por tanto, nuestro estudio tiene como finalidad analizar si los estudiantes de secundaria y Bachillerato comprenden estos dos conceptos. Con el continuamos muestra investigación en que se pide a estos estudiantes generar muestras de cuatro elementos de una distribución binomial, variando los parámetros de la misma, y analizado los valores proporcionados (Begué, 2019; Begué, Batanero y Gea, 2018; 2019).

A continuación, se describen los fundamentos, antecedentes y resultados del trabajo, finalizando con algunas conclusiones para la enseñanza del muestreo.

## 2. Fundamentos

El marco teórico que nos permite describir la investigación llevada a cabo es el enfoque ontosemiótico (Godino, Batanero y Font, 2007; 2019). En esta teoría se asume que la situación-problema y las prácticas matemáticas realizadas en su resolución permiten definir tanto al objeto matemático como a su significado (institucional o personal). En las prácticas matemáticas intervienen objetos ostensivos o perceptibles (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (que evocamos al hacer matemáticas), que son representados en forma textual, oral, gráfica o simbólica. Por otro lado, en el EOS se consideran diferentes tipos de objetos matemáticos (campos de problemas, conceptos, proposiciones, lenguaje, procedimientos y argumentos) que intervienen en las prácticas matemáticas.

La importancia que tienen las representaciones en la enseñanza y el aprendizaje es ampliamente asumida en didáctica de la matemática, aunque no se es suficientemente consciente de la variedad de objetos que pueden desempeñan el papel de representación o representado (Godino, 2002; Godino et al., 2007). Para analizar esta cuestión, los autores toman de Eco (1995) la noción de función semiótica que refleja las relaciones entre objetos y los correspondientes procesos de interpretación. En Godino y Batanero (1998), se describe la noción de función semiótica, como una "correspondencia entre conjuntos", que pone en juego tres componentes:

- La expresión (objeto inicial, o signo);
- El contenido (objeto final o significado del signo), es decir, lo representado, lo que se quiere decir;

- Un criterio o regla de correspondencia, esto es, un código interpretativo que relaciona la expresión y el contenido.

La producción o interpretación de cada función semiótica implica un acto de semiosis por el estudiante y constituye un conocimiento personal, del agente interpretante. En este sentido, un conocimiento se entiende como el contenido de una función semiótica (Godino et al., 2007).

Dada la diversidad de objetos que se utilizan en las prácticas matemáticas, el carácter inmaterial de los objetos y la variedad de representaciones utilizadas, al resolver problemas o en general, en las prácticas matemáticas se requieren numerosos procesos interpretativos. Pero en ocasiones la persona que interpreta una expresión (por ejemplo, el estudiante) realiza una interpretación no acorde al significado que a dicha expresión ha dado el autor de la misma (por ejemplo, el profesor). Godino (2002) propone la idea de conflicto semiótico como cualquier disparidad entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). Estos errores de interpretación (conflictos semióticos), producen errores, que no siempre son debidos a falta de conocimientos, sino a no haber relacionado adecuadamente los dos términos de una función semiótica. La idea de conflicto semiótico se ha utilizado para explicar errores de los estudiantes (por ejemplo, en Mayén, Batanero y Díaz, 2009) y desajustes respecto a la matemática o las orientaciones curriculares en el análisis de libros de texto (Contreras, García y Sánchez, 2005; Gea, López-Martín y Roa, 2015).

### 3. Trabajos previos

Para el análisis nos apoyamos en estudios previos sobre el muestreo, como los relacionados con la heurística de la representatividad (Tversky y Kahneman, 1982), que consiste en estimar la probabilidad, teniendo en cuenta únicamente la similitud que guarda la proporción muestral con la poblacional. Un sesgo asociado es la insensibilidad al tamaño de la muestra, que implica no tener en cuenta el tamaño de la muestra para juzgar la variabilidad de la proporción muestral. Otro sesgo (falacia del jugador) es considerar que el resultado de un experimento aleatorio afectará en la probabilidad de sucesos futuros. Si se supone que los siguientes resultados seguirán el patrón observado, se habla de *recencia positiva* y si se piensa que se compensarán los resultados futuros con los observados se denomina *recencia negativa*.

También consideramos los niveles de razonamiento sobre muestreo descritos por Shaughnessy, Ciancetta y Canada (2004) en su investigación con 272 estudiantes (10-19 años), a los que pidió el número de sucesos de un cierto tipo en una muestra de 10 elementos y otra de 100 elementos. También les preguntaron si esperarían repetición de los resultados en una segunda muestra, dándoles la composición de una población. Los autores identifican tres niveles progresivos en el razonamiento sobre el muestreo: 1) el nivel de razonamiento aditivo (el más frecuente), que consiste en considerar las diferentes muestras como subconjuntos disjuntos de la población y utilizar en las estimaciones únicamente, la frecuencia absoluta, sin tener en cuenta la proporción del suceso en la población; 2) el nivel de razonamiento proporcional, en el que se utiliza al valor de la proporción poblacional al estimar la proporción muestral, pero no se tiene en cuenta la variabilidad; y 3) el nivel de razonamiento distribucional (el menos frecuente) donde se utiliza la proporción poblacional al realizar una estimación y también se percibe correctamente la variabilidad de la distribución muestral.

Antecedentes inmediatos son nuestros trabajos anteriores, tanto con estudiantes de ESO, como de Bachillerato. A partir de sus respuestas a las tareas propuestas se comprobó que los estudiantes tienen mayor dificultad para comprender la variabilidad muestral que la representatividad y, por tanto, no llegan a alcanzar el razonamiento distribucional sobre muestreo (Shaughnessy et al., 2004), situándose un razonamiento puramente proporcional. En Begué et al. (2019) se pidió también a los estudiantes de Bachillerato justificar con un argumento las muestras producidas. El análisis de estas



justificaciones permitió identificar una serie de conflictos semióticos de los estudiantes relacionados con las ideas de aleatoriedad y muestreo. En este trabajo se presentan y analizan con detalle estos conflictos, con la finalidad de informar al profesor que puede ayudar a sus estudiantes a superarlos.

#### 4. Método

El trabajo que resumimos desarrolla algunos resultados de los obtenidos en Begué et al. (2019). La muestra en que nos basamos estuvo compuesta por 127 estudiantes de segundo curso de Bachillerato que cursaban sus estudios en dos centros diferentes de la ciudad de Zaragoza. A estos estudiantes se proporcionó un cuestionario constituido por cuatro tareas en cada una de las cuáles se pedía generar cuatro muestras de una distribución binomial. En estos ítems se varió los parámetros de la distribución binomial y el contexto.

En el primer ítem (Figura 1) se presenta un experimento que consiste en lanzar 100 chinchetas. Los posibles resultados del fenómeno aleatorio presentado no son equiprobables; por tanto, se debe estimar la probabilidad aplicando el enfoque frecuencial de la misma. En este sentido, teniendo en cuenta que la realización previa del experimento que realiza el profesor se corresponde con 68 de 100 chinchetas con la punta hacia arriba, se trata de una población binomial  $B(100, 0,68)$ . En concreto, se pide a los estudiantes valores probables del número de chinchetas con la punta hacia arriba en cuatro repeticiones del experimento. Como se ha indicado, el cuestionario está formado por otras tres tareas similares a la descrita. Las diferencias radican en que varían las distribuciones binomiales de partida  $B(100, 0,5)$ ,  $B(10, 0,5)$  y  $B(10, 0,7)$ . Más detalles sobre las tareas y el análisis cuantitativo de los resultados de las mismas en una muestra de alumnos de menor edad se pueden consultar en Begué et al. (2018).

**Ítem 1.** Un profesor vacía sobre la mesa un paquete de 100 chinchetas obteniendo los siguientes resultados: 68 caen con la punta para arriba 🟡 y 32 caen hacia abajo 🟠. Supongamos que el profesor pide a 4 niños repetir el experimento, lanzando las 100 chinchetas. Cada niño vacía una caja de 100 chinchetas y obtendrá algunas con la punta hacia arriba y otras con la punta hacia abajo. Escribe en la siguiente tabla un resultado que te parezca probable para cada niño:

Daniel	Martín	Diana	María
Punta arriba:	Punta arriba:	Punta arriba:	Punta arriba:
Punta abajo:	Punta abajo:	Punta abajo:	Punta abajo:

Justifica por qué has dado esta respuesta.

**Figura 1.** Enunciado del ítem 1.

Las argumentaciones escritas de los estudiantes se sometieron a análisis de contenido (Krippendorff, 2013), una técnica de investigación que permite realizar inferencias sobre el contenido de un texto. En nuestro caso, las unidades de análisis son la respuesta de cada estudiante. Seguidamente, se transcribieron a un fichero Word las respuestas de todos los estudiantes con un código para identificarlas. Para formar las categorías se compararon todas las respuestas de cada ítem entre sí, agrupando las semejantes para formar una primera lista, que fue revisada por los investigadores. Mediante la discusión de casos discordantes y después de sucesivas revisiones se llegó a la lista definitiva de categorías. Finalmente se analizaron los datos obtenidos. En lo que sigue analizamos algunos de los conflictos semióticos mostrados en el análisis de los argumentos de los estudiantes en el ítem 1 (lanzamiento de 100 chinchetas,  $B(100, 0,68)$ , transcribiendo el argumento del estudiante, junto con los cuatro valores proporcionados (entre paréntesis).

## 5. Resultados

Muchos argumentos de los estudiantes fueron muy completos. Por un lado, identifican la asimetría del dispositivo mediante el análisis físico del mismo. Por otro lado, presentan una comprensión del enfoque frecuencial adecuada en la que se apoyan para argumentar las muestras que proporcionan, e incluso señalan la variabilidad intrínseca al proceso de muestreo, como se observa en el ejemplo de E1.

**E1:** Como el % de chinchetas que caen de cada forma en el caso del profesor: 68% hacia arriba y 32% hacia abajo. Por lo que el porcentaje que se tendrá en el caso de los niños será similar. Moviendo el porcentaje mínimamente hasta un 8% por ejemplo, por lo que los márgenes serán un 60%-74% hacia arriba y 24% - 40% hacia abajo, pero siempre teniendo en cuenta que es más frecuente que las chinchetas que caigan hacia arriba, ya que la parte de abajo pesa más, por lo que tiende a ir hacia abajo (70, 60, 72, 65).

Sin embargo, también se observaron respuestas en las que los estudiantes presentan errores en términos de conflictos semióticos; por ejemplo, al asignar propiedades inexistentes a los sucesos aleatorios. A continuación, presentamos una lista de conflictos semióticos que hemos identificado en las respuestas aportadas por la muestra participante, y así mismo hemos incluido ejemplos que ayuden a clarificar el conflicto semiótico presentado.

**C1. Confusión entre suceso aleatorio y suceso equiprobable**, donde subyace el sesgo de equiprobabilidad, descrito por Lecoutre (1992). En concreto, este conflicto se debe a que se establece una correspondencia que asigna una propiedad (equiprobabilidad) no existente al concepto de suceso aleatorio, es decir se establece una función semiótica que no tiene paralelo en la matemática. El estudiante E2 indica que al ser aleatorio el experimento, cualquier resultado puede ocurrir, sin tener en cuenta que el mayor peso de la cabeza de la chincheta hace más probable un suceso que otro, ni tener en cuenta la frecuencia relativa dada en el enunciado del problema. Consecuentemente, asigna valores cuya media es exactamente 50, unos por encima y otros por debajo de la media. El estudiante E3 también razona asignando incorrectamente la propiedad de equiprobabilidad para este fenómeno, pero considera una muestra cuyos valores presentan una variabilidad excesiva.

**E2:** A priori la probabilidad es que sea 50% y 50% por lo que en unos casos superar la media y en otros estará por debajo al ser aleatorio (60, 40, 30, 70).

**E3:** Pienso que cualquier resultado que se escriba será correcto porque cada chincheta que se tira tiene un 50% de probabilidades de caer con la punta hacia arriba y 50% de probabilidades de caer con la punta hacia abajo. De esa manera el resultado de cómo caen las chinchetas, no tiene nada que ver con el resultado que daba el profesor (73, 2, 100, 0).

**C2. Suponer que la aleatoriedad indica máxima variabilidad.** Se corresponden con aquellas respuestas numéricas en las que los resultados son muy diferentes entre sí. Además, se suele argumentar que se puede esperar cualquier resultado, como aparece en el argumento de E4. En el caso de E3, esta idea se trasmite por el estudiante cuando expresa: “Pienso que cualquier resultado que se escriba será correcto”. Además, el análisis de su respuesta numérica se pone en relieve que este estudiante asume como probable cualquier resultado, al considerar una muestra donde aparezcan los valores 0 y 100. En definitiva, este conflicto se corresponde con otra propiedad mal asignada, pues, aunque la aleatoriedad implica variabilidad, la variabilidad de los datos de una muestra puede ser grande o pequeña, dependiendo de la variabilidad de la población de partida.

**E4:** He puesto valores muy diferentes ya que puede salir cualquier resultado (47, 85, 28, 40).





**C3. No relacionar la probabilidad teórica de un suceso con la frecuencia relativa en una muestra de ensayos.** En este sentido, el estudiante E5 razona de acuerdo al significado clásico de la probabilidad, extendiendo esta propiedad como válida para cualquier fenómeno aleatorio. Es decir, no considera el resultado aportado en el experimento que se describe en el enunciado. De hecho, ninguno de los estudiantes en los ejemplos anteriores ha relacionado la probabilidad de los resultados en los siguientes experimentos con la frecuencia relativa (0,68) de veces que en 100 repeticiones se obtuvo la cabeza hacia arriba. Por tanto, este caso el conflicto semiótico se debe a que no se conectan dos conceptos que están conectados en la matemática, por tanto, no se identifica la correspondiente función semiótica.

**E5:** He pensado en estadística. Si hay dos posibilidades, la teoría es 50% (50, 50, 50, 50).

**C4. Suponer que aleatoriedad es sinónimo de impredecibilidad, incluso cuando se considera una serie de resultados.** En lugar de utilizar la asignación frecuencial, como sería pertinente para realizar la estimación y justificarla, el estudiante asocia la aleatoriedad con la imposibilidad de medir la probabilidad, lo que denotaría en los estudiantes el enfoque en el resultado, descrito por Konold (1989). En concreto, el estudiante interpreta una pregunta de probabilidad de manera no probabilística, es decir, determinista. En relación con nuestro estudio, se demanda: ¿cuál es el resultado más probable? Sin embargo, el alumno interpreta y responde a la pregunta: ¿qué resultado ocurrirá?, la cual exige realizar una predicción segura del resultado.

**E6:** He puesto valores muy diferentes ya que puede salir cualquier resultado (47, 85, 28, 40).

**E7:** No existe ninguna razón, porque es azar (62, 58, 55, 44).

**C5. Creencia en la ley de los pequeños números.** Algunos estudiantes proporcionan respuestas donde la mitad de las estimaciones se encuentra por encima del valor teórico y las otras dos por debajo. Ocurre incluso en estudiantes que utilizan la probabilidad frecuencial para dar sus estimaciones. Así en el siguiente ejemplo, el estudiante E6 se apoya en las propiedades físicas del objeto (lo cual sería adecuado) pero en su respuesta se considera que la convergencia se debe producir incluso en pequeñas muestras. En el caso de la respuesta del estudiante E7, también razona según las características físicas del dispositivo indicando que es más probable que caiga hacia arriba y, por tanto, no considera en su respuesta un resultado en el que el número de chinchetas con la punta hacia abajo sea mayor. En conclusión, estos estudiantes realizan una generalización indebida de la aproximación frecuencial de la probabilidad. Este razonamiento fue identificado por Tversky y Kahneman (1971) y encontrado en muchas otras investigaciones previas a este trabajo como, por ejemplo, Cañizares (1997) y Serrano, Batanero, Ortiz y Cañizares (1998).

**E8:** Debido a la forma de la chincheta es más fácil que caiga hacia arriba (69, 67, 68, 65).

**E9:** He elegido esos números porque hay mucha probabilidad que caiga hacia arriba porque es más sencillo que caiga así gracias al peso y la forma de la chincheta (70, 60, 75, 80).

**C6. Ilusión de control.** Son respuestas en las que los estudiantes argumentan utilizando un lenguaje que denota que el sujeto es capaz de ejercer un control sobre los resultados obtenidos. En este caso, el estudiante E8 escribe lo siguiente: “el profesor ha conseguido”. Si analizamos el lenguaje utilizado y, en concreto, el verbo que considera para hacer referencia a la obtención del resultado del profesor, entonces se deduce que el estudiante considera que los juegos de azar se pueden manipular, por lo que razonaría de acuerdo a la ilusión de control (Langer, 1982; Yarritu, Matute y Vadillo, 2014). Por tanto, le asigna al azar la característica de poder ser manipulado, lo cual conlleva a lo no distinción entre los juegos de habilidad y los de azar por parte del sujeto.

**E10:** El profesor al tirar las chinchetas ha conseguido que buena parte de ellas caigan con la punta hacia arriba, por lo que me parece probable que al repetir el experimento siga habiendo más chinchetas con la punta hacia arriba que hacia abajo. Aunque también puede ser al revés, pero, en mi opinión hay menos probabilidades de que sea así. (55, 80, 48, 70).

**C7. Falta de percepción de la independencia de resultados en la repetición de un experimento aleatorio.** Se presenta en aquellas respuestas que, tras la identificación de la probabilidad de cada suceso, espera que los resultados no varíen respecto a lo obtenido en el primer resultado. En este caso, el estudiante E9 no considera que existan muestras en las que se obtenga un ensayo en el que la proporción de chinchetas sea mayor para el caso de punta hacia abajo. Por tanto, la no identificación de la independencia conlleva que no se comprende la variabilidad asociada al proceso de muestreo y, por tanto, de la idea de muestreo (Valdez, 2016).

**E11:** Me he guiado por el valor del ejemplo, son resultados parecidos que se acercan a la muestra (72, 70, 65, 67).

**C8. Aplicación estricta de la proporcionalidad en relación con el tamaño de la muestra, sin considerar la variabilidad del muestreo.** Son respuestas que se caracterizan por realizar el cálculo de las cuatro estimaciones que constituyen la muestra sin variabilidad. En este caso, si analizamos la muestra generada por el estudiante E5, observamos que proporciona una muestra donde el valor dado se obtiene aplicando la probabilidad en términos de porcentaje de una manera determinista.

**C9. Inconsistencia entre la probabilidad teórica asumida y la asignación frecuencial de los datos.** Estas respuestas muestran que el sujeto proporciona una muestra cuyos valores numéricos no guarda relación con la probabilidad identificada para el suceso descrita en su argumentación. Como se observa en la respuesta del estudiante E12, el estudiante aplica el sesgo de equiprobabilidad para este ítem asignando el 50% de ocurrencia de cada suceso, sin embargo, si observamos los valores numéricos que construyen la muestra entonces identificamos que no existe relación entre los valores elegidos para la muestra.

**E12:** Las probabilidades de que caigan para arriba o para abajo son las mismas porque cada vez te saldrá un resultado diferente al inicial (68, 70, 72, 66).

## 6. Conclusiones

En este trabajo se han presentado los conflictos semióticos que se han identificado en el análisis de los argumentos que un grupo de estudiantes de bachillerato realizan a una tarea de muestreo. El análisis de los ejemplos comentados en este documento revela algunas características asociadas a los conflictos semióticos: a) se trata de una disparidad de interpretación de una función semiótica que relaciona dos objetos matemáticos (en los ejemplos, dos conceptos o concepto y propiedad); b) más que un tipo de error es una explicación de por qué se produce el error; c) no tiene por qué ser resistente al cambio, como son las concepciones; y d) no tiene por qué tener paralelo en el estudio histórico como son los obstáculos. Puesto que algunos de estos conflictos se encuentran también entre los futuros profesores, pensamos es interesante continuar la investigación dirigida a su identificación.

Como se ha indicado, el marco curricular permite comenzar la enseñanza del muestreo desde la etapa secundaria siempre que sea con actividades adecuadas. Para ello podríamos utilizar algunas de las descritas en Begué, Batanero, Gea y Díaz-Levicoy (2019) para iniciar a los estudiantes en la inferencia estadística gradualmente, apoyándose en tareas simples, recursos manipulativos y simulación. En este sentido, la secuencia didáctica comenzaría con la propuesta de un problema



similar al utilizado en este trabajo a los estudiantes. El objetivo es que se discuta con los estudiantes las respuestas obtenidas tras su resolución tanto correctas como incorrectas. De este modo, el docente no solamente puede conocer a priori las dificultades o errores en las concepciones que presentan sus estudiantes sino ponerlas en relieve mediante una tarea que ponga en relieve las mismas. Otro recurso que puede ayudar a afianzar una correcta comprensión de los conceptos sería la utilización de recursos de simulación que ayudan a estudiar una situación y, en concreto, observar el comportamiento de las muestras. Con todo ello esperamos que los estudiantes llegasen a superar los conflictos semióticos descritos en este trabajo y que pueden estar presentes en otros estudiantes.

### Agradecimiento:

Proyecto PID2019-105601GB-I00 / AEI / 10.13039/501100011033y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

### Bibliografía

- Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Begué, N. (2019). *Comprensión del muestreo y la distribución muestral en estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España.
- Begué, N., Batanero, C., y Gea, M. M. (2018). Comprensión del valor esperado y variabilidad de la proporción muestral por estudiantes de educación secundaria obligatoria. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(2), 63-79. DOI: [10.5565/rev/ensciencias.2256](https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2256).
- Begué, N., Batanero, C., y Gea, M.M. (2019). Argumentos de los estudiantes de bachillerato en la generación de muestras de la distribución binomial. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Recuperado el 10 de octubre de 2020 de [www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html](http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html).
- Begué, N., Batanero, C., Gea, M.M y Díaz-Levicoy, D. (2019). Distribuciones muestrales: Dificultades en su comprensión y actividades de simulación en poblaciones binomiales. *UNIÓN 100*, 100-108.
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-Challenges for teaching and teacher education* (pp. 57-69). Springer, Dordrecht.
- Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Contreras, A., García, M., y Sánchez, C. (2005). Significados institucionales y conflictos semióticos del límite de una función en la educación matemática. *EMA*, 10(2 y 3), 413-439.
- Eco, U. (1995). *Tratado de semiótica general*. Barcelona: Lumen.
- Eichler, A. y Vogel, M. (2014). Three approaches for modelling situations with randomness. En E. Chernoff y B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking* (pp. 75-99). Dordrecht: Springer.
- Gea, M. M., López-Martín, M.M, y Roa, R. (2015). Conflictos semióticos sobre la correlación y regresión en los libros de texto de Bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 29-49. DOI: <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.113>
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2-3), 237-284.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. En A. Sierpínska y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer. [https://doi.org/10.1007/978-94-011-5470-3\\_12](https://doi.org/10.1007/978-94-011-5470-3_12).



- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1-2), 127-135. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6(2), 187-205. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00302543>
- Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, 6, 59-98. DOI: [https://doi.org/10.1207/s1532690xci0601\\_3](https://doi.org/10.1207/s1532690xci0601_3)
- Krippendorff, K. (2013), *Content analysis: an introduction to its methodology*. London: Sage.
- Langer, E. J. (1982). The illusion of control. En D. Kahneman, P. Slovic, y A. Tversky (Eds.), *Judgment under uncertainty: Heuristic and biases* (pp. 231-238). New York: Cambridge University Press.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00540060>
- Mayén, S., Batanero, C. y Díaz, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes mexicanos en un problema de comparación de datos ordinales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(2), 151-178.
- Saldanha. L. y Thompson, P. (2002) Conceptions of sample and their relationship to statistical inference. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 257-270. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1023692604014>
- Serrano, L., Batanero, C., Ortiz, J. J. y Cañizares, M. J. (1998). Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico de los alumnos de secundaria. *Educación Matemática*, 10(1), 7-25
- Shaughnessy, J.M., Ciancetta, M., y Canada, D. (2004). Types of student reasoning on sampling tasks. En M.J. Høines, y A.B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.4, pp. 177-184). Bergen, Noruega: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Tversky, A y Kahneman, D. (1971). Belief in the law of small numbers. *Psychological Bulletin*, 76(2), 105. DOI: <https://doi.org/10.1037/h0031322>.
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1982). Judgments of and by representativeness. En D. Kahneman, P.Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 117-128). New York: Cambridge University Press.
- Valdez, J. C. (2016). *Las grandes ideas de probabilidad en el razonamiento informal de estudiantes de bachillerato*. Tesis Doctoral. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México.
- Yarritu, I., Matute, H. y Vadillo, M. A. (2014). Illusion of control: the role of personal involvement. *Experimental Psychology*, 61(1), 38-47. DOI: <https://doi.org/10.1027/1618-3169/a000225>.

**Nuria Begué Pedrosa.** Profesora asociada del área de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Zaragoza. Doctora en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada.  
Email: [nbegue@unizar.es](mailto:nbegue@unizar.es)

**Silvia María Valenzuela Ruiz.** Profesora ayudante doctora del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Doctora en Estadística e Investigación Operativa y Máster en Didáctica de la Matemática.  
Email: [svalenzuela@ugr.es](mailto:svalenzuela@ugr.es)

