

## Tipos de tareas docentes con GeoGebra en la enseñanza de la Matemática

Lisette Rodríguez Rivero

Andel Pérez González

Ortelio Nilo Quero Méndez

Neisy Caridad Rodríguez Morales

(Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”. Cuba)

*Fecha de recepción: 28 de junio de 2020*

*Fecha de aceptación: 16 de enero de 2021*

### Resumen

Este trabajo destaca la utilización de GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Su objetivo es ofrecer una propuesta de tipos de tareas docentes, sustentadas en la utilización del asistente, para las diferentes líneas directrices relativas a los conocimientos matemáticos. La determinación de los tipos de tareas docentes a utilizar resultó de la identificación de las potencialidades que ofrece GeoGebra para el tratamiento de los diferentes tipos de conocimientos. Su realización exigió la aplicación de diferentes métodos científicos con la finalidad de precisar los fundamentos teóricos de la propuesta y la sistematización de experiencias en función de obtener dicho resultado. Constituye un valioso material para la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje y asegura la utilización consciente del asistente matemático GeoGebra.

### Palabras clave

GeoGebra, tareas docentes, educación media, Matemática.

### Title

Types of educational tasks with GeoGebra in the teaching of Mathematics

### Abstract

This work highlights the use of GeoGebra in the teaching-learning process of mathematics. The objective is to propose a variety of educational tasks, sustained in the use of the assistant, for the different guidelines related to the subject of mathematics. The determination of the types of tasks starts from the identification of the potentialities that GeoGebra offers for the treatment of the different types of knowledge. The proposal demanded the application of different scientific methods with the purpose of specifying the theoretical foundations and the systematizing of experiences for achieving this result. It constitutes a valuable material for the planning of the teaching-learning process and to make a conscious and systematic use of GeoGebra.

### Keywords

GeoGebra, educational tasks, secondary and high school, mathematics.

## 1. Introducción

El desarrollo social de cualquier nación depende de la preparación de sus ciudadanos y en estos tiempos ello sólo es posible con un sistema educativo competente y actualizado en los principales avances científico-técnicos de la humanidad. Una muestra de lo anterior es la existencia de documentos que recogen metas a nivel mundial (UNESCO, 2017), regional (OEI, 2010) y nacional para lograr medir estándares de competencia y calidad.



El proyecto PISA (del inglés Programme for International Student Assessment) (OECD, 2019), por ejemplo, evalúa el aprendizaje en Lectura, Matemática y Ciencias según estándares generales para el conjunto de países que componen el proyecto y los objetivos globales de la educación definidas en el Objetivo Sostenible 4 de las Naciones Unidas para 2030 (UNESCO, 2017). Todos estos estándares recogen como elemento fundamental en los actuales modelos de enseñanza-aprendizaje la introducción de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC).

Se añade a lo anterior que la Matemática es fundamental en el desarrollo de un individuo y consecuentemente de la sociedad; Vergel, Duarte y Martínez (2015) la consideran base de los procesos complejos del conocimiento por ser desarrolladora del pensamiento crítico, reflexivo y analítico. Gracias a la Matemática se han logrado avances en las ciencias, la tecnología y el bienestar social.

Sin embargo, esta área del conocimiento es la más complicada para aprender y quizá no solo para aprender, sino también para enseñar; es un reto para el docente enseñarlas y sobre todo desarrollar estrategias que permitan al alumno comprender los temas desarrollados. (Jiménez y Jiménez, 2017, p. 4).

En Cuba la Matemática ha transitado por múltiples etapas en relación con los estándares para su enseñanza. En 2010 se realiza una renovación de la subcomisión de Matemática de la Comisión Nacional de Planes y Programas de Estudio, adscrita al Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP) y que ha desempeñado un importante papel en la revisión de los programas, libros de textos y orientaciones metodológicas correspondientes al perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación. Entre los cambios trascendentales efectuados en dichos planes está la orientación a todos los niveles del uso de asistentes matemáticos (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014) como parte sustancial del tercer perfeccionamiento de la educación en el país.

Los asistentes matemáticos son software diseñados e implementados para asistir procesos que se dan en las diferentes disciplinas matemáticas. Sus clasificaciones más amplias los agrupan en: Paquetes estadísticos, Sistemas de Álgebra Computacional, Sistemas de Entorno para la Geometría Dinámica y Sistemas de Cálculo Numérico. Muchos de ellos pertenecen a una de las clasificaciones, pero otros poseen implementadas algunas de estas facilidades a la vez. GeoGebra es un caso típico de esta última variedad, y es sencillo de operar, posee una amplia aceptación en la comunidad de profesores de Matemática y además es gratuito (software libre).

GeoGebra no es sólo geometría (Geo), al menos como su nombre indica también es álgebra (Gebra), aunque en la realidad, es más, es cálculo, es análisis y también estadística; en definitiva, GeoGebra supone una excelente opción para hacer unas matemáticas dinámicas sobre todo en los niveles educativos de Primaria, Secundaria y también Bachillerato. (Carrillo, 2012, p. 2).

A pesar de todas las virtudes mencionadas de este asistente, al igual que en otros casos, lo cierto es que no se utiliza todo lo que se debería. Estudios en diferentes países del continente confirman que la incorporación de las TIC a los procesos de enseñanza-aprendizaje es escasa y en la mayoría de los casos condicionada por la resistencia de los docentes (Rivoir, 2009; Rodríguez y Téliz, 2013 y Téliz, 2015). Además, depende del dominio que de las TIC posean los docentes, del potencial pedagógico que le atribuyan y de las actitudes que posean ante el uso de las mismas (Tejedor, García-Valcárcel y Prada, 2009) que las TIC puedan ser incorporadas satisfactoriamente a cualquier proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es evidente que ante la incorporación de un recurso TIC como es el caso de GeoGebra se requiere una formación técnica para las que en ocasiones bastará con participar en algún curso de formación que ayude a dar los primeros pasos. No es conveniente abusar de la formación técnica obviando la formación pedagógica que es la realmente importante ya que será la que permita al docente aprovechar los recursos y sacar todo el partido posible para que sus alumnos aprendan. (Carrillo, 2011, p. 6).

Windchitl y Sahl (2002) señalan que la incorporación de las TIC a la práctica educativa de los profesores está condicionada, fundamentalmente, por tres factores: a) el conocimiento que poseen a nivel de usuario, b) las actitudes que presentan ante las TIC y ante el desarrollo tecnológico en general y, c) la percepción que tengan de la utilidad y potencial pedagógico de las TIC (como se citó en Valles, 2012). El autor anterior también opina que hay un grupo de docentes que seguros de la importancia de las TIC y desbordados de avances tecnológicos “naufragan en el tema por no saber cómo ni por dónde empezar” (Valles, 2012, p.1250).

La situación no difiere para Cuba. Desde hace algunos años el Ministerio de Educación realiza esfuerzos informatizando los centros escolares e incorporando en los documentos rectores las indicaciones para el uso de las TIC, “(...) diferentes softwares fueron instalados en las escuelas como parte de las colecciones Multisaber, el Navegante y Futuro”, abarcando los contenidos curriculares en todos los niveles de la enseñanza (Crespo, 2007, p.35). Más recientemente se inició el tercer perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación, donde se hace hincapié con más énfasis en el uso de las TIC, no sólo desde el punto de vista curricular sino como parte de la formación de un individuo en un mundo globalizado. Particularmente, en Matemática, el uso del asistente matemático GeoGebra está indicado para todos los niveles de enseñanza (Mined, 2020a; Mined, 2020b).

Paralelamente, desde hace algunos años la carrera de Licenciatura en Educación en especialidades Matemática-Física (Plan D) y Matemática (posterior Plan E) incorporó al currículo base la asignatura del currículo propio “Recursos informáticos para el aprendizaje de la Matemática” que contribuye a que el graduado tenga una mejor formación en el uso de asistentes matemáticos. Sin embargo, la mayoría de los profesores presentes hoy en las aulas no recibieron en sus estudios de pregrado dicho curso, por lo que se hace necesario desde los estudios de postgrado, la publicación de trabajos científicos relacionados con el tema y la socialización de dicha problemática en eventos científicos concienciar, motivar y brindar herramientas a los profesores para resolver la problemática actual de incorporar los asistentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática (PEAM).

En tal sentido, esta ponencia está guiada por las siguientes interrogantes: ¿Cómo lograr que los profesores de Matemática hagan un uso adecuado desde el punto de vista didáctico del asistente matemático GeoGebra?

Para dar respuesta al interrogante anterior:

- Se analizaron las líneas directrices que guían el PEAM con énfasis en los conocimientos y objetivos de las educaciones Secundaria Básica y Media Superior.
- Se analizaron los tipos de tareas docentes según la didáctica general y la didáctica de la Matemática para determinar la forma de usar GeoGebra en cada uno de esos casos.
- Se elaboró un curso de postgrado con la información teórica necesaria y sistemas de ejercicios variados para secundaria básica y preuniversitario, que ha contado con varias ediciones.



- Se realizó un curso de postgrado y taller en la secundaria básica “Ramón Leocadio Bonachea Hernández”, escuela en la que se experimenta el tercer perfeccionamiento de la educación en Cuba para validar la experiencia (Rodríguez, Linares, Bello y Garriga, 2018).

La investigación realizada emplea fundamentalmente los métodos histórico-lógicos para justificar la pertinencia del tema y conocer la evolución de la problemática tratada, el inductivo-deductivo establece el vínculo entre las bases conceptuales en un resultado de valor teórico y práctico y la observación en las actividades de postgrado y talleres del desempeño de profesores y estudiantes para retroalimentar y establecer mejoras en la propuesta inicial hasta contar con la que se ofrece en el presente trabajo.

Toda sistematización reúne y compila experiencias útiles para los especialistas de cualquier materia. En este caso se logra una matriz de relación de las líneas directrices con una mayor experiencia en el uso de GeoGebra en la enseñanza de la Matemática con los tipos de tareas docentes que sustenta la didáctica de la Matemática. Esto ayuda a la planificación, que debe ser un proceso consciente y científico para que pueda llegar a un efectivo logro de los objetivos planteados. El resultado que se presenta constituye una guía a la hora de utilizar el asistente GeoGebra (y podría ser utilizado para otro asistente) en función de perfeccionar el PEAM.

Los estudios que sustentan la presente investigación son parte de la colaboración de profesionales del grupo de trabajo “Relación Universidad-Sociedad” del proyecto “La informatización de los procesos universitarios” y de la tarea de investigación “La formación didáctica del profesional universitario para enseñar a resolver problemas. Tendencias y retos actuales”, que es a su vez parte del proyecto “El perfeccionamiento de la teoría pedagógica en función de la solución de los problemas educativos priorizados en la provincia de Sancti Spíritus: Alternativas para su solución”. Queremos mostrar nuestro agradecimiento a las direcciones de ambos proyectos.

## 2. Proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en Secundaria Básica y Preuniversitario

Varios autores han investigado sobre el PEAM en Secundaria Básica y Preuniversitario (Gibert, 2012; Arteaga, 2000), y diversos también son los documentos emitidos por el ministerio de educación cubano que regulan la actividad de esos niveles escolares en general y de la didáctica de la Matemática en particular (Mined, 2000a; Mined, 2000b; Álvarez et al., 2014 y Ballester et. al., 2018).

Gibert (2012) se refiere a aspectos que no pueden ser obviados en el PEAM para que sea un aprendizaje de calidad en el contexto actual, incluyendo:

- Promover el desarrollo integral de la personalidad del educando.
- Potenciar el conocimiento sobre cómo aprender Matemática.
- Desarrollar la capacidad para realizar un aprendizaje durante toda su vida.

No se concibe un desarrollo integral de un individuo que no lleve implícito en su actuar el uso de las tecnologías. Hoy los jóvenes en su mayoría hacen uso de las mismas, pero cabe preguntarse si utilizan herramientas destinadas a la búsqueda de conocimientos o solo hacen uso de las redes sociales no académicas. Las ideas acerca de cómo aprender Matemática han evolucionado a nivel mundial y Cuba no es la excepción; el concepto de cómo aprender Matemática y las formas de enseñanza han ido

diversificándose, los métodos y los medios han ido de lo presencial con solo tiza y pizarrón hasta las aulas virtuales y simuladores digitales de propósito general o específico. El aprendizaje para toda la vida cobra significación en el contexto actual cuando se enseñan los contenidos unidos al uso de herramientas digitales de búsqueda y procesamiento de la información en el campo de la Matemática.

Es por ello la importancia de diseñar un PEAM que abarque los componentes didácticos tradicionales reconocidos (objetivo, contenido, método, medios, evaluación y formas de organización) y las relaciones entre los protagonistas (estudiante-profesor-grupo) teniendo en cuenta el uso de las tecnologías. Todos los componentes didácticos, en el caso de la introducción de las TIC, deben reflejar un cambio con respecto a su forma tradicional de interactuar. Los objetivos como elemento rector del PEAM deben declarar el uso de las TIC, las posibilidades que brindan los contenidos para el uso de las TIC deben ser estudiadas a profundidad, la evaluación debe ser consecuente con los componentes anteriores y las formas de organización deben también adaptarse al uso de la tecnología. No obstante, hay dos componentes que llevarán el peso, según Gibert (2012), en la introducción de las TIC:

- El método, como componente dinámico que es, responde a ¿Cómo desarrollar el proceso? ¿Cómo enseñar y cómo aprender el contenido en dependencia a los objetivos declarados? De este componente va a depender ¿Cómo se utilizan las TIC en el PEAM? Es importante saber utilizarlas en correspondencia con las características del método elegido y por ende en varios momentos del proceso.
- Los medios, como soporte material del PEAM en dependencia de los objetivos propuestos y el método utilizado, declaran desde hace décadas el uso de las TIC. Un adecuado uso de las TIC permite estimular, visualizar y racionalizar la actividad intelectual, además de establecer relaciones significativas y aumentar la motivación.

De las relaciones entre los protagonistas: estudiante-profesor-grupo; se puede decir que en la era digital las relaciones interpersonales se han ampliado a otra dimensión antes desconocida: al universo de las TIC (dígase computadoras, pantallas interactivas, tablets, teléfonos como soportes físicos y todo software encaminado al manejo de la información y las comunicaciones); en ese universo puede realizarse de igual forma el PEAM siempre que se combine con las formas tradicionales de manera exitosa y en función de las condiciones particulares de dichos protagonistas en relación al uso de las mismas.

Existen dificultades en el PEAM en la educación media y media superior que se resumen fundamentalmente en la limitada utilización de

“(…) métodos, procedimientos y medios que promuevan la búsqueda reflexiva, valorativa e independiente del conocimiento, así como el debate, la confrontación, el intercambio de vivencias que permitan evaluar y calificar individual y colectivamente” (Gibert, 2012, p.4).

A criterio de los autores la ausencia o el mal uso de las TIC subyacen en el fondo de las anteriores dificultades.

Según Castillo (2008), el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemática (NCTM del inglés National Council of Teachers of Mathematics) establece, en general, una serie de pautas relativas a la educación matemática en la actualidad. En particular, con respecto a la tecnología afirma que “(…) resulta esencial en la enseñanza y el aprendizaje, ya que influye en las matemáticas que se enseñan y



mejoran el proceso de aprendizaje de los estudiantes” (p.15), realizando el papel de las TIC para la mejora de los aprendizajes a partir de una *enseñanza efectiva*.

En Cuba, desde el curso 2004-2005 se establecen nueve lineamientos que precisan el enfoque metodológico general de la Matemática para todos los subsistemas del sistema nacional de educación. Dentro de ellos el noveno precisa:

“Utilizar las tecnologías, incluidas las de la informática y la comunicación, con el objetivo de adquirir conocimientos y racionalizar el trabajo de cálculo, pero también con fines heurísticos.” (Álvarez et al., 2014, p.2).

## **2.1. Líneas directrices en la enseñanza de la Matemática**

Según Álvarez et al. (2014), la primera determinación de las líneas directrices para la enseñanza de la Matemática en Cuba tuvo lugar en la década de 1970, estas

“actúan como lineamientos que atraviesan el curso de la Matemática (...) para dar tratamiento a ciertos núcleos esenciales (...) explicitan lo esencial a lograr desde el punto de vista de los objetivos y tienen carácter operativo”. (Álvarez et al., 2014, p.32).

Bajo esta guía se deben organizar los sistemas de conocimientos, las habilidades y hábitos que deben desarrollar los estudiantes y la experiencia que deben adquirir de la actividad creadora de la Matemática para lograr el máximo desarrollo de las funciones instructivas, desarrolladoras y educativas de dicha asignatura. En el PEAM, como en todos los procesos de enseñanza, lo anterior se logra como resultado de una planificación adecuada de las actividades que se proponen a los estudiantes.

Las líneas directrices, relacionadas al conocimiento, vigentes en Cuba relativas a conocimientos, habilidades y formas de pensamiento matemático específicas son las siguientes: Dominios numéricos (LD1), Trabajo con magnitudes (LD2), Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones (LD3), Correspondencias y funciones (LD4), Geometría (LD5), Combinatoria y probabilidades (LD6) y Tratamiento de datos/estadística (LD7) (Álvarez et al., 2014, p.33).

## **2.2. Tipos de tareas docentes en la didáctica de la Matemática**

La tarea docente se erige como fundamental para el PEAM, y varios autores han publicado resultados teóricos relacionados con la misma: Ramírez (2007); Zakaryan (2013); Pérez, Sánchez y Rodríguez (2014). Los autores del presente trabajo concuerdan con Gutiérrez (2003) (citado en Pérez et al., 2014) al expresar que la tarea docente:

- Constituye la célula básica del aprendizaje y es el componente esencial de la actividad cognoscitiva.
- Es portadora de las acciones y operaciones que propician la instrumentación del método y el uso de los medios con fines predeterminados.
- Sirve para provocar el movimiento del contenido y alcanzar el objetivo y se realizan en un tiempo previsto.

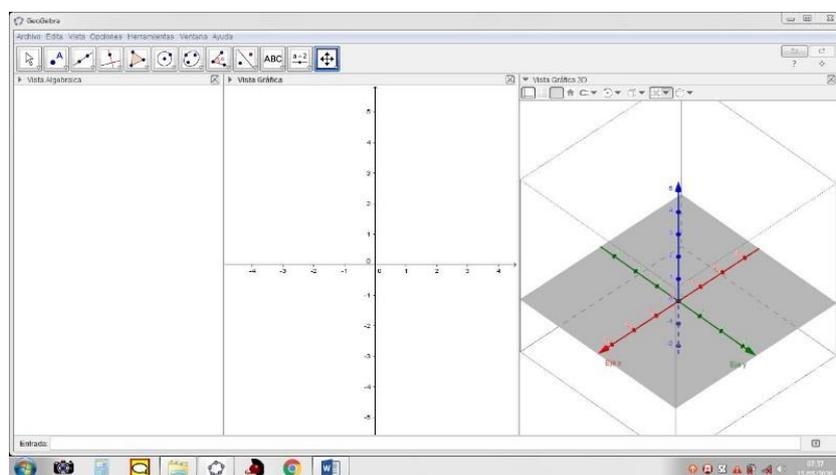
Estas tareas docentes pueden clasificarse de varias formas atendiendo a diferentes patrones. Zakaryan (2013) establece grados de complejidad según el tipo de proceso cognitivo (reproducción, conexión o reflexión), las situaciones que trate (personal, educativa, pública o científica) y los contextos (auténtico o hipotético). Otra autora, Rizo (1980) (citada en Ramírez, 2007) las divide en: reproductivas, productivas y creativas; para la presente investigación los autores consideran suficiente la clasificación de tarea docente de Zhuikov (citado por Majmutov, 1983), que las divide en:

- Tareas docentes que son características del proceso de adquisición de contenidos matemáticos.
- Tareas docentes para fijar el contenido adquirido.

### 3. El asistente matemático GeoGebra

GeoGebra salió a la luz en 2002. Markus Hohenwarter, su creador y actual director del equipo de programación, trabaja en la Universidad Linz Johannes Kepler en Austria. El proyecto es mantenido por un grupo de programadores de diversos países, incluyendo Inglaterra, Hungría, Francia, Luxemburgo, Estados Unidos y Alemania.

Su fortaleza fundamental es el trabajo con la geometría dinámica (en dos y tres dimensiones, Vista Gráfica 2D y 3D, de la Figura 1). Sin embargo, el trabajo algebraico (Vista Algebraica, de la Figura 1) simultáneo a estas construcciones es el que lo distingue de otros asistentes de este tipo. En la vista algebraica se puede trabajar con otros objetos matemáticos y realizar operaciones sobre ellos, como por ejemplo las funciones. Posee una hoja de Cálculo (Vista de Hoja de Cálculo, de la Figura 2), similar a Excel, para el trabajo con datos de todo tipo. Tiene una ventana CAS (del inglés *Computer Algebra System*, Vista CAS, de la Figura 2) que manipula y opera con estructuras algebraicas como objetos matemáticos y una ventana para el cálculo de probabilidades (Vista de Cálculo Probabilidad, de la Figura 1).

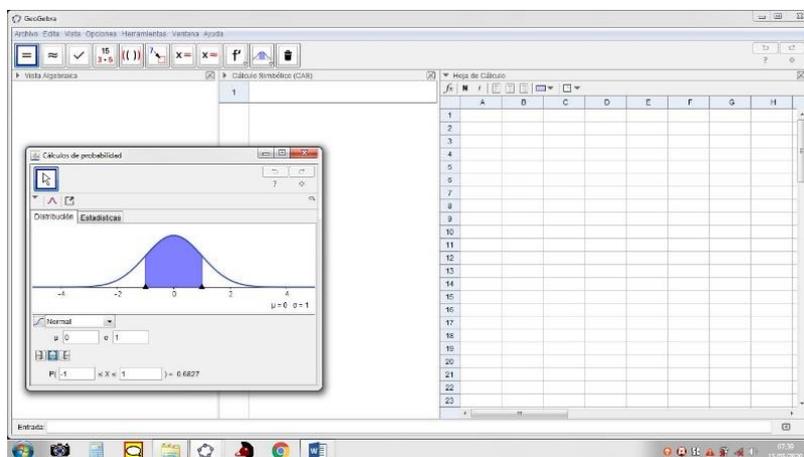


**Figura 1.** Vistas Algebraica, Gráfica 2D y 3D de GeoGebra. Tomado de GeoGebra 5.0.

Sustancial ha sido el crecimiento en el uso de GeoGebra desde sus inicios hasta la actualidad, con sólo indicar la búsqueda de trabajos relacionados con el asistente se obtienen más de 420000 referencias, congresos, clubes, sesiones de revistas, entre otros; han sido dedicadas a propagar las bondades de GeoGebra. Muchos de los trabajos que se referencian diariamente muestran su uso dentro



de las Matemáticas (Ueno, 2017; Freyre y Mántica, 2017; Pérez, 2016; entre otras) y fuera de ésta. Existen más de 121 000 páginas que referencian el uso de GeoGebra en Física, en ingenierías (Sánchez y Prieto, 2017) y en muchos otros campos (Prieto, 2016).



**Figura 2.** Vistas CAS, Hoja de Cálculo y Cálculo de Probabilidad de GeoGebra. Tomado de GeoGebra 5.0.

Una ventaja que no se puede obviar para su selección es la de ser un software libre, gratuito y distribuido salvo para uso comercial; esto hace que se pueda utilizar en cualquier colegio sin problema de licencias, de modo que se puede proporcionar a todos los estudiantes para que lo instalen en sus casas. Esto supone una gran ventaja para estudiar de manera independiente o profundizar lo que se ha visto en clase. Recientemente se han desarrollado aplicaciones para sistemas operativos Android y Apple, haciéndolo aún más cómodo y popular entre los jóvenes ya que pueden tenerlo en sus móviles o tablets.

## 4. Resultados

Con relación al uso de los asistentes matemáticos en la docencia los autores utilizan, en la disciplina de Análisis Matemático y Cálculo, fundamentalmente el Derive y el GeoGebra, que clasifican como software con pocas exigencias desde el punto de vista del hardware, algo imprescindible cuando no se cuenta con una tecnología punta para la docencia. En trabajos anteriores (Pérez, Sánchez y Rodríguez, 2015; Rodríguez, Linares, Bello y Garriga, 2018; Rodríguez, Bravo y Pérez, 2020 (en prensa)) relacionados con el empleo del GeoGebra específicamente se profundiza en el estudio de las potencialidades del mismo en la secundaria básica y en el preuniversitario.

También existe una política de introducción de los asistentes, fundamentalmente GeoGebra, en la formación inicial del profesor de Matemática y de futuros ingenieros, además de promover sistemáticamente su conocimiento entre los profesores en ejercicio en los niveles de secundaria básica y preuniversitario, como así lo estipula y fomenta el tercer perfeccionamiento de la educación en el país.

### 4.1. GeoGebra en las líneas directrices de la enseñanza de la Matemática

En los programas de séptimo, octavo y noveno grados se recomienda el uso de este asistente en la unidad de Geometría (LD5), proponiendo además que "(...) por las potencialidades del GeoGebra se

podiera orientar su uso al trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas (LD3), al estudio de las correspondencias y funciones (LD4) y al tratamiento de datos y la estadística (LD7) (...)", temas que no aparecen en las orientaciones metodológicas con el uso de GeoGebra en la secundaria (Rodríguez et al., 2018, p.9).

Cabe aclarar que queda pendiente, para próximos trabajos, sistematizar el uso de GeoGebra para las líneas directrices Dominios numéricos y Trabajo con magnitudes (LD1, LD2) de manera específica, ya que se considera que éstas se pueden incluir en el trabajo con las demás líneas (al menos en estos niveles de enseñanza).

La presente investigación abarca además el nivel de preuniversitario, por lo que se incluye el trabajo con el tema Combinatoria y probabilidades (LD6). El primer estudio que se realizó fue encontrar qué vistas de GeoGebra se debían utilizar en el tratamiento de cada una de las líneas, con vistas a organizar primeramente la orientación a los profesores y para vincular el GeoGebra de una forma más eficiente en las aulas. A este aspecto hace referencia la siguiente Tabla 1.

<b>Línea Directriz de la Matemática</b>	<b>Vista de GeoGebra con la que guarda relación</b>
<b>Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones (LD3)</b>	Vista Algebraica, Vista CAS, Vistas Gráficas 2D y 3D
<b>Correspondencias y funciones (LD4)</b>	Vista Algebraica y Vista Gráfica 2D
<b>Geometría (LD5)</b>	Vista Algebraica, Vistas Gráficas 2D y 3D
<b>Combinatoria y probabilidades (LD6)</b>	Vista Algebraica, Vista de Cálculo de Probabilidad y Vista de Hoja de Cálculo
<b>Tratamiento de datos/estadística (LD7)</b>	Vista Algebraica, Vista de Cálculo de Probabilidad y Vista de Hoja de Cálculo

**Tabla 1.** Vistas de GeoGebra utilizadas en el tratamiento de las líneas directrices abordadas.

¿Cómo organizar el contenido matemático de cada una de las líneas directrices para el trabajo con GeoGebra? Autores como Álvarez et al. (2014) consideran un concepto amplio de la categoría contenido. Al igual que Danilov y Skatkin (1980), los autores de la presente investigación coinciden con ambos grupos de autores al aceptar que la categoría contenido incluye:

- El sistema de conocimientos.
- El sistema de habilidades y hábitos.
- El sistema de experiencias de la actividad creadora.
- El sistema de relaciones con el mundo.

El sistema de experiencias de la actividad creadora (Álvarez et al. 2014, p.29) y el sistema de relaciones con el mundo (Álvarez et al. 2014, p.29-30) que se tienen en cuenta en la didáctica de la Matemática para la educación secundaria básica y preuniversitario, no serán abordados en el presente trabajo por las necesarias restricciones de extensión. Aunque estos aspectos del contenido no dejan de ser importantes y deben tenerse en cuenta a la hora de planificar cualquier tarea docente, centraremos la atención en los sistemas de conocimientos y sistemas de habilidades y hábitos.



Es bueno recordar que las tareas docentes que han sido desarrolladas con el uso de GeoGebra se dividirán en dos grandes tipos (según epígrafe 2.2): las de *adquisición* de conocimientos y habilidades y hábitos, y las de *fijación* de los mismos.

**4.2. GeoGebra en el tratamiento de los conocimientos presentes en cada una de las líneas directrices tratadas**

Según Álvarez et al. (2014) los conocimientos matemáticos se dividen en tres grandes grupos:

- Conceptos de objetos, relaciones y operaciones, (...) (Tabla 2).
- Propositiones expresadas en forma de axiomas, conjeturas, teoremas, inferencias, (...).
- Procedimientos de identificación, realización y transformación, (...). (p. 28-29).

Línea Directriz de la Matemática	Tipos de tareas docentes en GeoGebra
<p><b>Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones (LD3)</b></p>	<p>En <b>tareas de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con los objetos</b>: variable, ecuación, etc. Pueden realizarse tareas docentes en las que el estudiante simultanee el trabajo algebraico con la representación gráfica de raíces, solución gráfica de sistemas.</p> <p>En <b>tareas de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con relaciones</b>, en clases donde se aborden nuevos conocimientos ejemplo: tareas docentes en las que el estudiante comprenda las relaciones que se establece en las inecuaciones y su representación gráfica.</p> <p>En <b>tareas para adquirir conocimientos relacionados con operaciones</b>, como las operaciones aritméticas que puedan establecerse a la hora de agrupar términos semejantes.</p>
<p><b>Correspondencias y funciones (LD4)</b></p>	<p>En <b>tareas de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con los objetos</b>: correspondencia, función y conceptos subordinados al concepto de función. Pueden realizarse tareas docentes en las que el estudiante trabaje a la vez con la representación analítica y gráfica de las funciones, se puede deducir el significado de los parámetros de las funciones con el uso de los deslizadores.</p> <p>En <b>tareas de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con relaciones</b>, en clases donde se aborden nuevos conocimientos como por ejemplo la comparación entre funciones o la relación entre los ceros y los signos de una función, etc.</p> <p>En <b>tareas para adquirir conocimientos relacionados con operaciones</b>, como las operaciones aritméticas entre funciones o la composición de funciones.</p>
<p><b>Geometría (LD5)</b></p>	<p>En <b>tareas de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con los objetos</b>: punto, recta, triángulo, cuerpo, etc. Pueden realizarse tareas docentes de adquisición de nuevos objetos geométricos, tanto en la geometría plana como en la estereometría y de sus propiedades.</p> <p>En <b>tareas de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con relaciones</b> como: tareas docentes de relaciones de paralelismo,</p>

	perpendicularidad, y otras; tanto en la geometría plana como en la estereometría. En <b>tareas para fijar conocimientos relacionados con operaciones</b> , como las de cálculo de áreas, de perímetros y volúmenes.
<b>Combinatoria y probabilidades (LD6)</b>	En <b>tareas de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con los objetos</b> : permutación, variación, combinación y probabilidad. En <b>tareas para fijar conocimientos relacionados con operaciones</b> , como ejercicios de comprobación de cálculos que se hagan de forma manual.
<b>Tratamiento de datos/estadística (LD7)</b>	En <b>tareas de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con los objetos</b> : media, mediana, desviación estándar, etc. Pueden realizarse tareas docentes en las que el estudiante simultanee el trabajo manual. En <b>tareas de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con relaciones</b> , en clases donde se ilustre el valor de las medidas de tendencia central y su relación con otros estadígrafos como la desviación estándar.

**Tabla 2.** Tipos de tareas docentes en las líneas directrices abordadas en relación con los conceptos de objetos, relaciones y operaciones.

De casi todos los tipos de tareas docentes de adquisición de conceptos de objetos, relaciones y operaciones anteriormente expuestas se pueden realizar **tareas docentes de fijación** si se orientan con esa finalidad en dependencia del contexto y la forma en que deberán ser resueltas. Las proposiciones en forma de axiomas, conjeturas, teoremas, inferencias se relacionan en la siguiente Tabla 3.

<b>Línea Directriz de la Matemática</b>	<b>Tipos de tareas docentes en GeoGebra</b>
<b>Trabajo con variables, ecuaciones,... (LD3)</b>	Se podría inferir el significado geométrico de la solución de un sistema de ecuaciones (de dos o tres ecuaciones, lineal o no lineal)
<b>Correspondencias y funciones (LD4)</b>	Se podría trabajar con inferencias y conjeturas relacionadas con propiedades, analizar el efecto de la variación de los parámetros de la ecuación sobre el gráfico de las funciones, inversa de una función, etc.
<b>Geometría (LD5)</b>	Son incontables las conjeturas e inferencias que pueden hacerse y los teoremas que pueden visualizarse con el uso de deslizadores y con el movimiento de objetos en el plano y espacio

**Tabla 3.** Tipos de tareas docentes en las líneas directrices abordadas en relación con las proposiciones expresadas en forma de axiomas, conjeturas, teoremas, inferencias.

En el caso de los tipos de tareas en relación con las proposiciones expresadas en la Tabla 3 cabe aclarar que serán utilizadas siempre como adquisición de nuevos conocimientos en clases de nuevo contenido o en algunos casos como estudio independiente (tarea docente que el estudiante realiza fuera del horario docente) para asegurar el nivel de partida de la clase siguiente, a la cual ha sido orientado dicho estudio independiente.

Con respecto a la tercera categoría en que se dividen los conocimientos Matemáticos (Álvarez et al., 2014, p29): “Procedimientos de identificación, realización y transformación, como reglas de cálculo,



algoritmos para la identificación de conceptos, la realización de construcciones, la transformación de ecuaciones, entre otros, que se expresan en sucesiones de indicaciones de carácter algorítmico”, también están presentes las tareas docentes tanto de adquisición de nuevos conocimientos como las de fijación utilizando GeoGebra; en este trabajo no vamos a dedicar un espacio especial porque se han visto de algún modo reflejados en las categorías anteriores.

**4.3. GeoGebra en el tratamiento de las habilidades matemáticas presentes en cada una de las líneas directrices tratadas**

Por otro lado, dentro del sistema de habilidades y hábitos, para todas las líneas directrices abordadas, hay dos grandes grupos (Tabla 4):

- Habilidades que se derivan del dominio de las acciones requeridas para la ejecución de los procedimientos matemáticos (...), habilidades lógicas e intelectuales, (...).
- Hábitos de planificación, organización, monitoreo y control del trabajo, de utilización de recursos, que le permiten racionalizar su trabajo mental y obtener nuevos conocimientos y métodos de búsqueda de las posibles vías de solución de un problema (...). (Álvarez et al., 2014, p. 29).

Habilidades y hábitos	Tipos de tareas en GeoGebra
Habilidades que se derivan del dominio de las acciones requeridas para la ejecución de los procedimientos matemáticos	En todas las líneas directrices las habilidades relacionadas con procedimientos matemáticos deben ser adquiridas primeramente con <b>tareas docentes de adquisición</b> y fijación a lápiz y papel. En una segunda etapa se pueden orientar <b>tareas docentes de fijación</b> que incluyan la realización a lápiz y papel y luego la comprobación con el asistente. En una tercera etapa, identificando los estudiantes que han adquirido el proceder, se pueden orientar problemas de aplicación del conocimiento en estudio, para los cuales lo fundamental es la modelación, y el proceder matemático para su solución pueda realizarse totalmente en el asistente, siendo también éstas <b>tareas docentes de fijación</b> .
habilidades lógicas e intelectuales	Este tipo de habilidades se desarrollan desde el momento en que comience a utilizarse el software, tanto en <b>tareas de adquisición como de fijación</b> , pues será inevitable la búsqueda de opciones de trabajo con el mismo contribuyendo al desarrollo intelectual, al monitoreo de resultados al servir de mecanismo de comprobación y con la salida (archivos .ggb) del asistente quedará grabado el trabajo del estudiante a modo de control. El estudiante debe organizar otro espacio de trabajo: el digital.
Hábitos de planificación, organización, monitoreo y control del trabajo	
de utilización de recursos	Tendrá que adquirir habilidades informáticas para el uso del asistente en <b>tareas de fijación</b> y tendrá otro recurso a su disposición además de libreta y lápiz. Además conocerá y utilizará las posibilidades del asistente como recurso heurístico y como herramienta de cálculo.

de utilización de métodos de búsqueda de las posibles vías de solución de un problema	Esta habilidad con el uso del asistente se desarrollará mediante <b>tareas de fijación</b> y en dos sentidos: en el sentido matemático en dependencia a las tareas docentes orientadas relacionadas con la solución de problemas intra y extra matemáticos, y en el sentido informático porque deberá explorar y buscar vías para el uso del asistente.
---	---

**Tabla 4.** Tipos de tareas docentes en relación con las habilidades y hábitos.

¿Cómo ilustrar la implementación de tareas docentes teniendo en cuenta las ideas anteriores?  
¿Qué experiencia se posee para sustentar la propuesta anterior?

### 5. Ejemplos de tipos de tareas docentes

Después del estudio teórico realizado anteriormente, GeoGebra vs Líneas directrices y GeoGebra vs Tipos de Tareas en relación con los conocimientos y habilidades de la Matemática en cada una de las líneas directrices, queda por ilustrar algunas de estos tipos de tareas en las diferentes líneas directrices (Tabla 5).

Es una experiencia que se ha sistematizado y enriquecido a partir del trabajo con la asignatura del currículo propio “Recursos informáticos para el aprendizaje de la Matemática”, de los trabajos científicos realizados por estudiantes, de la docencia de postgrado relacionada con el asistente GeoGebra (tres ediciones) y por la experiencia aportada por los profesores participantes.

Línea Directriz /Datos de la tarea docente	Ejemplo de tarea docente
<p><b>LD3/Clase de nuevo contenido</b> <b>Tarea de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con objetos y relaciones (Tabla 2)</b> <b>Objeto:</b> ecuación lineal, recta <b>Relación:</b> relaciones de posición de dos rectas en el plano y su relación con la solución de un sistema de ecuaciones <b>Tarea de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con conjeturas, teoremas e inferencias (Tabla 3)</b> <b>Conjetura:</b> Relación entre la solución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas y la posición de las rectas que representan las ecuaciones en el plano, inciso c. <b>Grado:</b> 8vo Figura 3.</p>	<p><i>Después de resueltos algunos ejemplos de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas con lápiz y papel y los alumnos estar familiarizados con GeoGebra para comprobar las soluciones:</i></p> <p><b>1.</b> Resuelve los sistemas siguientes utilizando lápiz y papel, y los incisos a, b y c con GeoGebra:</p> $I \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -5x + y = 4 \end{cases} \quad II \begin{cases} -3x + y + 2 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$ $III \begin{cases} -5x + y + 4 = 0 \\ 2y + 3 = 10x \end{cases}$ <p>a) Representa cada una de las ecuaciones en el plano cartesiano. b) Ubique en el plano la solución del sistema resuelto (siempre que tenga solución), usando <math>P=(x,y)</math>. c) ¿Qué puede decir de la solución y la relación entre las rectas en el plano?</p>



<p><b>LD4/Clase sistematización</b>  <b>Tarea para fijar conocimientos relacionados con objetos y relaciones (Tabla2)</b>  <b>Objeto:</b> Función exponencial  <b>Relación:</b> relaciones de posición entre la representación gráfica de la función y el eje de las abscisas (signo) y relación entre la representación gráfica de dos funciones exponenciales.  <b>Tarea de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con conjeturas, teoremas e inferencias (Tabla 3)</b>  <b>Conjetura:</b> Interpretación geométrica de la igualdad de dos funciones, inciso e.  <b>Grado:</b> 11mo                  Figura 4.</p>	<p><i>Presupone que en clases anteriores se ha introducido en trabajo con los deslizadores y con funciones.</i></p> <p>2. Dadas las funciones exponenciales siguientes  <math>f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x</math>    <math>g(x) = 4^{x+2} + a</math>    <math>k(x) = 5^{x-3}</math></p> <p>a) Determina analíticamente el signo de <math>g(x)</math> para <math>a = 1</math>, <math>a = -1</math> y <math>a = -4</math>.                  b) Construye en GeoGebra <math>g(x)</math> usando deslizador para <math>a</math> y comprueba los resultados anteriores: ¿qué sucede con la gráfica de la función al aumentar o disminuir el valor de <math>a</math>?                  c) Resuelve, utilizando lápiz y papel, la inecuación que resulta de la relación <math>k(x) \geq f(x)</math>.                  d) Comprueba el resultado anterior en GeoGebra.                  e) Resuelva en su cuaderno <math>k(x) = f(x)</math> y compruebe con GeoGebra. ¿Qué significado geométrico tendrá resolver la ecuación <math>k(x) = f(x)</math>? Ilústrela en GeoGebra</p>
<p><b>LD5/Clase sistematización</b>  <b>Tarea para fijar conocimientos relacionados con operaciones (Tabla2)</b>  <b>Operaciones:</b> Cálculo de ángulos, área y perímetro de triángulos rectángulos  <b>Grado:</b> 9no                  Figura 5.</p>	<p><i>Presupone que en clases anteriores se ha introducido en trabajo con comandos de la vista 2D.</i></p> <p>3. Utiliza el comando <i>Polígono</i> de la Vista Gráfica 2D para trazar un triángulo rectángulo comenzando por (0,0) (0,5) (7,0) y cerrando en (0,0).</p> <p>a) Comprueba que el ángulo formado por las aristas <math>c</math> y <math>b</math> es de <math>90^\circ</math>, usa la opción <i>Ángulo</i>.                  b) Calcula usando lápiz y papel el área y comprueba que es el valor que GeoGebra visualiza como <math>\text{polígono1} = 17.5</math> en la vista Algebraica.                  c) Calcula la amplitud de los ángulos restantes del triángulo y compruébalos en GeoGebra.                  d) Utiliza la opción <i>Elige y Mueve</i> y desliza los puntos B o C en el sentido de los ejes coordenados y comprueba cómo varía la amplitud de los ángulos y el área del triángulo.</p> <p><i>Polígono</i>  <i>Ángulo</i>  <i>Elige y Mueve</i> </p>
<p><b>LD6/Clase de sistematización</b>  <b>Tarea para fijar conocimientos relacionados con objetos (Tabla 2)</b>  <b>Operaciones:</b> Cálculo de probabilidad con combinaciones  <b>Grado:</b> 12mo                  Figura 6.</p>	<p><i>Se ha trabajado en la clase de nuevo contenido las vistas y comandos en GeoGebra relacionados con el cálculo de combinaciones, variaciones y permutaciones.</i></p> <p>4. Resuelve los problemas de conteo usando lápiz y papel y verificando con GeoGebra: En una clase de</p>

	<p>10 alumnos se quieren distribuir 4 premios. De cuántas maneras distintas se pueden distribuir si:</p> <p>a) Los premios son distintos. b) Los premios son iguales. c) De cuantas maneras diferentes se pueden organizar los 10 alumnos en una fila para la ceremonia.</p>
<p><b>LD7/Tarea extra clase</b> <b>Tarea para fijar conocimientos relacionados con objetos (Tabla 2)</b> <b>Objetos:</b> Media y medidas de tendencia central en muestras de tamaño mayor que 50 <b>Grado:</b> 10mo Figura 7.</p>	<p><i>El alumno debe investigar, a partir de documentación dada por el profesor, el uso de los principales comandos relacionados con la estadística y basarse en las notas de clases de ejercicios realizados con muestras pequeñas de datos.</i></p> <p>5. Seleccione en su consultorio médico al menos 50 pacientes al azar y copie en una tabla de GeoGebra sus edades usando la <i>Vista Hoja de Cálculo</i>.</p> <p>a) Crea una lista con los datos de la tabla. b) Calcula la media y la mediana de la muestra. c) Realiza un Diagrama de Caja de la muestra. d) Investiga con el médico de familia de tu consultorio la utilidad de la Estadística para su trabajo.</p> <p>Elabora un informe con los aspectos anteriores y otros que hayan sido de tu interés para discutir con tu profesor.</p>
<p><b>LD5/Clase de nuevo contenido</b> <b>Tarea de adquisición de nuevos conocimientos relacionados con conjeturas, teoremas e inferencias (Tabla 3)</b> <b>Teorema:</b> Teorema de las tres perpendiculares <b>Grado:</b> 12mo Figura 8.</p>	<p><i>El profesor lleva preparado el fichero .ggb y es copiado con antelación en los dispositivos móviles de los estudiantes (otra opción sería subir la actividad al repositorio de recursos en <a href="http://geogebra.org">geogebra.org</a>). Los que no posean este tipo de dispositivos pueden sentarse de manera que puedan visualizarlo con otro estudiante.</i></p> <p>6. Dada la figura mostrada en sus dispositivos móviles:</p> <p>a) Identifique la oblicua, la proyección de la oblicua y la recta que pasa por el pie de la oblicua b) Compruebe que las premisas del teorema de las tres perpendiculares se cumplen y explique. c) Utilice la opción “Elige y Mueve”, haga clic en el punto B y desplácelo, compruebe que siempre se cumplen la premisas y por tanto la tesis.</p>

**Tabla 5.** Ejemplos de tareas docentes con GeoGebra.



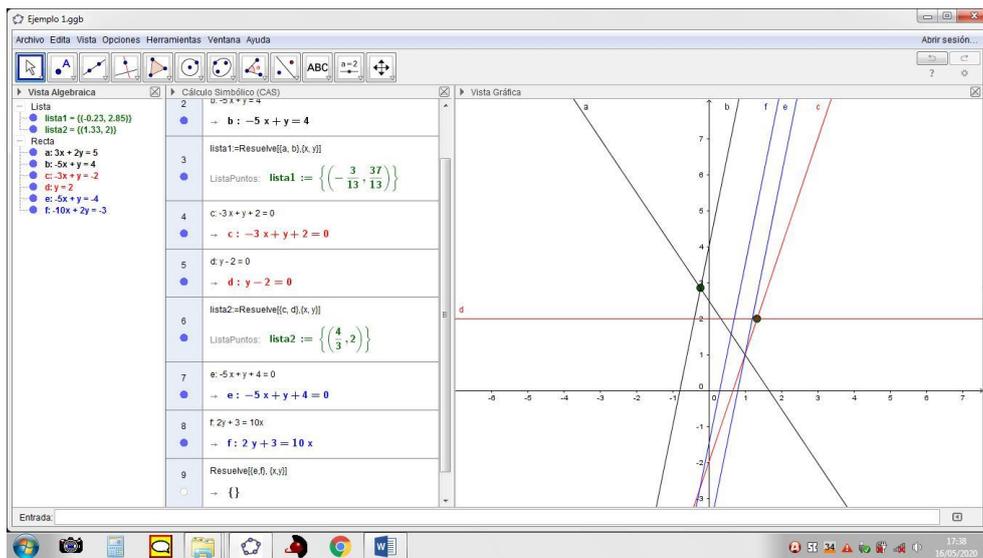


Figura 3. Ejercicio 1 Tabla 5. Confeccionado en GeoGebra 5.0.

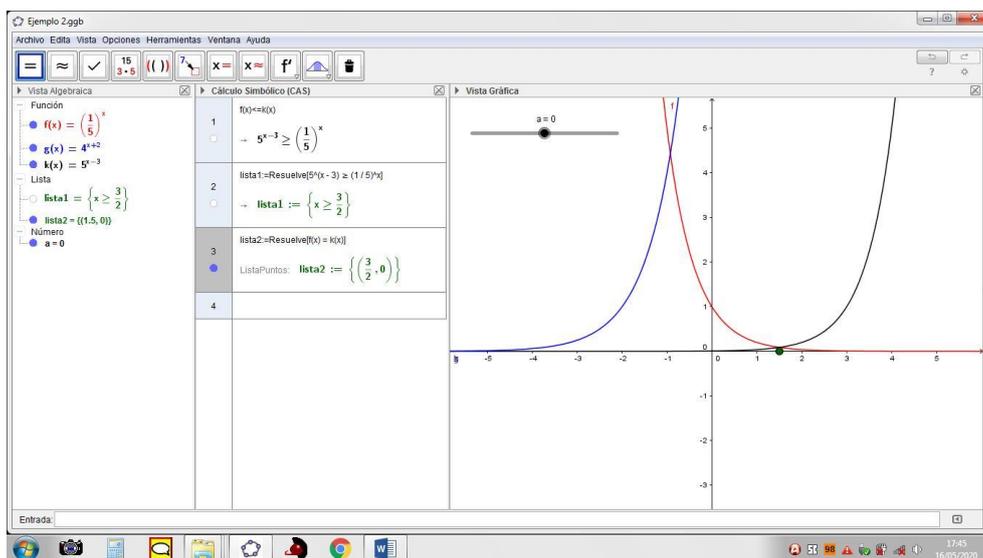


Figura 4. Ejercicio 2 Tabla 5. Confeccionado en GeoGebra 5.0.

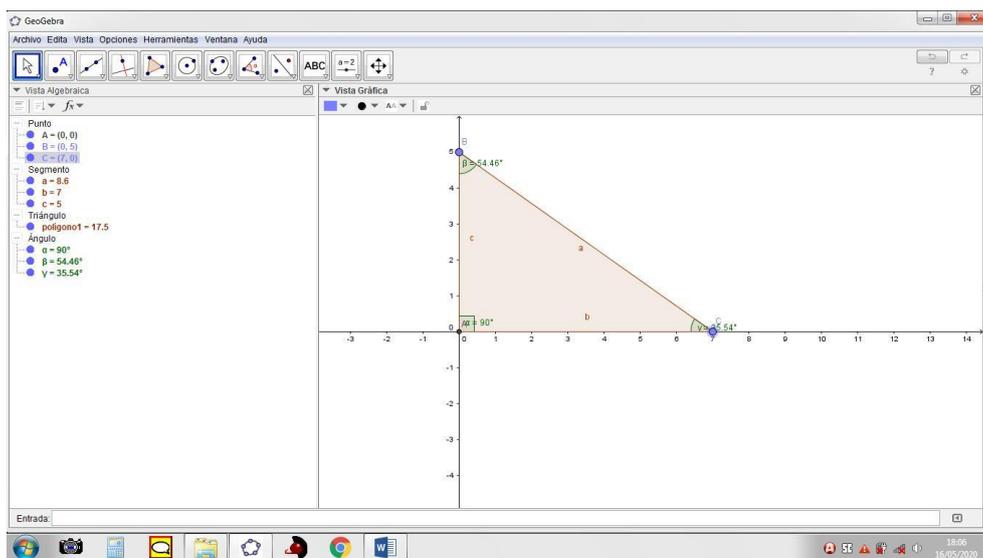


Figura 5. Ejercicio 3 Tabla 5. Confeccionado en GeoGebra 5.0.

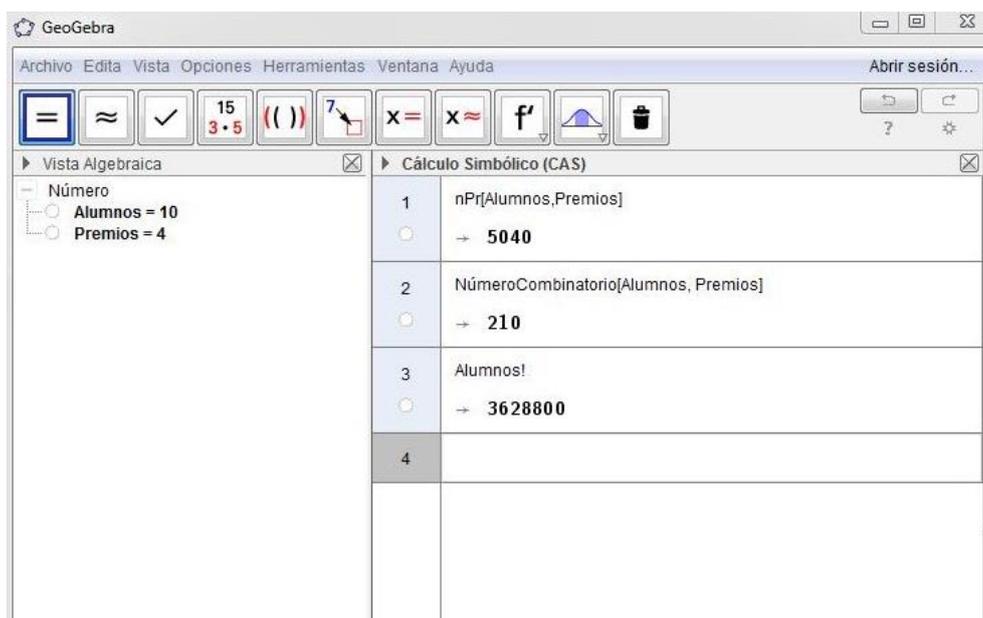


Figura 6. Ejercicio 4 Tabla 5. Confeccionado en GeoGebra 5.0.



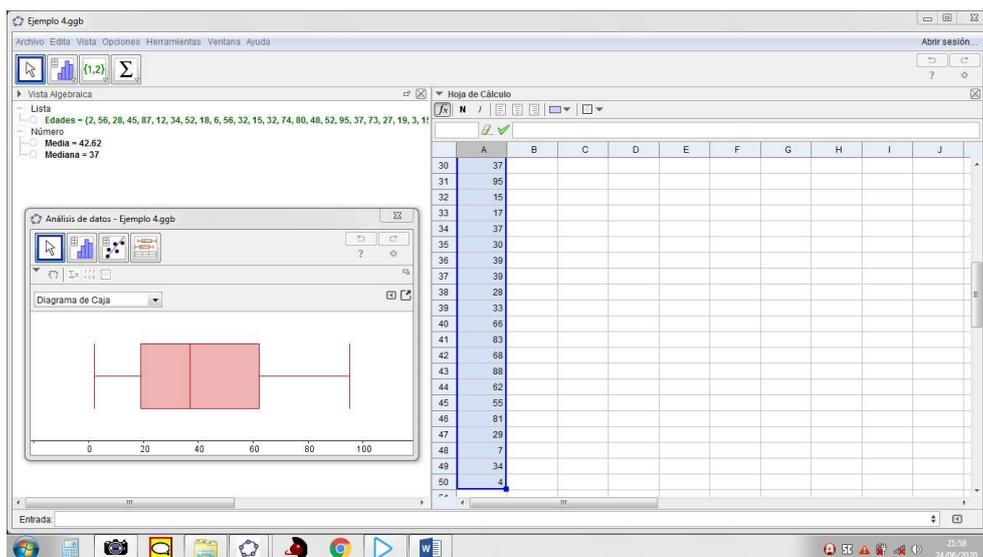


Figura 7. Ejercicio 5 Tabla 5. Confeccionado en GeoGebra 5.0.

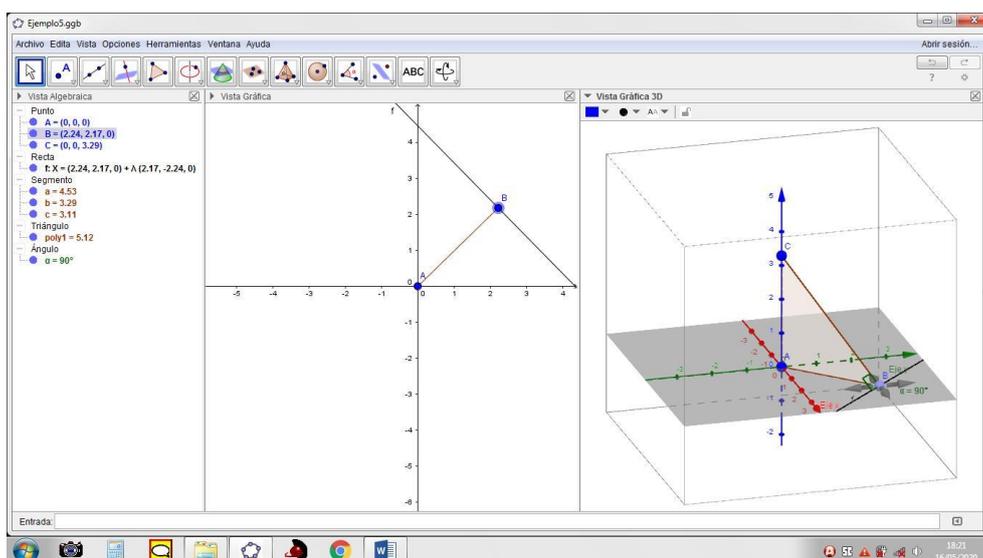


Figura 8. Ejercicio 6 Tabla 5. Confeccionado en GeoGebra 5.0.

Aunque no es tema de la presente investigación no se puede dejar de mencionar la contribución del uso del asistente matemático GeoGebra, y de cualquier otro que se utilice en la docencia, a la motivación del estudiante por resolver tareas docentes en Matemática; existen experiencias que avalan su uso en este sentido (Rodríguez et al., 2018). No es menos cierto que quizás la totalidad de los estudiantes con los que trabajan los autores del artículo no poseen PC, laptops y/o dispositivos móviles, pero sí se ha podido constatar que la sociedad cubana actual ha concedido gran interés a la informatización y la gran mayoría de los estudiantes de nivel medio en nuestras aulas hoy poseen algunas de estas herramientas (con aquellos que no las posean el profesor debe establecer equipos de trabajo para lograr su vinculación con las tareas docentes que se planifiquen en ese sentido, o utilizar los laboratorios disponibles en las escuelas).

## 6. Conclusiones

Es una necesidad imperiosa el uso de los asistentes matemáticos, como recursos heurísticos y como herramientas de cálculo, desde la didáctica de la Matemática en su enseñanza a la generación nativa tecnológica que hoy asiste a las aulas de nivel medio.

El asistente matemático GeoGebra ofrece múltiples ventajas desde el punto de vista de la Matemática en las funciones que implementa, de su portabilidad y como software libre para ser usado en el PEAM en nivel medio y superior.

Es importante planificar el uso del mismo de manera consciente, con creatividad didáctica y técnica, para abarcar el gran abanico de posibilidades y de tipos de tareas que pueden implementarse desde el PEAM con su uso.

## Bibliografía

- Álvarez, M., Almeida, B., y Villegas, E. V. (2014). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Documentos Metodológicos*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Arteaga, E. (2000). *El sistema de tareas para el trabajo independiente creativo de los alumnos en la enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio Superior* (Tesis Doctoral). Universidad de Ciencias Pedagógicas “Enrique José Varona”, La Habana, Cuba.
- Ballester Pedroso, S., García La Rosa, J. E., Almeida Carazo, B., Álvarez Pérez, M. M., Rodríguez Ortiz, M., González Noguera, R. A., Villegas Jiménez, E., Fonseca González, A. L. y Puig Reyes, N. (2018), *Didáctica de la Matemática*. La Habana: Félix Varela.
- Carrillo de Albornoz Torres, A. (2011). Matemáticas Dinámicas con GeoGebra. En *Actas del 3er Congreso Uruguayo de Educación Matemática*, Montevideo, Uruguay. Recuperado el 16 de Febrero de 2020, de <https://isbn.cloud/9789974984325/actas-del-3er-congreso-uruguayo-de-educacion-matematica/>
- Carrillo de Albornoz Torres, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (29), 9-22. Recuperado el 16 de Febrero de 2020, de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/29/archivo5.pdf>
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 171-194. Recuperado el 16 de Febrero de 2020, de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362008000200002&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362008000200002&script=sci_arttext)
- Crespo Hurtado, E. T. (2007). *Modelo didáctico sustentado en la heurística para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática asistida por computadora* (Tesis Doctoral). Universidad Central “Martha Abreu” de Las Villas.
- Danilov, M. A. y Skatkin, M. N. (1980). *Didáctica de la escuela media*. La Habana: Editorial de Libros para la Educación.
- Freyre, M. y Mántica, A. M. (2017). Constatación empírica y uso de propiedades para la validación de conjeturas utilizando GeoGebra. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 95, 107-121.
- Gibert Benítez, E. (2012). *Una alternativa didáctica para la estructuración del proceso de enseñanza – aprendizaje en las clases de la asignatura Matemática en la Educación Secundaria Básica* (Tesis doctoral). Universidad de Ciencias Pedagógicas “Enrique José Varona”.
- Jiménez García, J. G. y Jiménez Izquierdo, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología Educación y Sociedad*, 4(7), 1-17. Recuperado el 1 de Marzo de 2020, de



- <http://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654/736>
- Majmutov, M. L. (1983). *La Enseñanza Problemática*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Ministerio de Educación de Cuba [Mined] (30 de Abril de 2020a). *Enseñanza Secundaria Básica* [en línea]. Recuperado el 30 de Marzo de 2020, de <https://www.mined.gob.cu/secundaria-basica/>
- Ministerio de Educación de Cuba [Mined] (30 de Abril de 2020b). *Enseñanza Preuniversitaria* [en línea]. Recuperado el 30 de Marzo de 2020, de <https://www.mined.gob.cu/preuniversitaria/>
- Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura [OEI] (2010). *2021 Metas Educativas*. Madrid: Cudipal. Recuperado el 16 de Febrero de 2020, de <https://www.oei.es/historico/metas2021.pdf>
- Organization for Economic Cooperation and Development [OECD] (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. Paris: OECD Publishing. Recuperado el 16 de Febrero de 2020, de <https://dx.doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- Pérez González, A., Sánchez Companioni, W. y Rodríguez Rivero, L. (2015). La planificación de tareas docentes utilizando el GeoGebra: Ejemplos para la función Seno. *Pedagogía y Sociedad*, 17(40), 1-10.
- Pérez Rivera, M. G. (2016). GeoGebra en el principio de las cónicas (Elipse): Esferas de Dandelin. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 91, 135-145.
- Prieto González, J. L. (2016). GeoGebra en diferentes escenarios de actuación. *Revista Electrónica de Conocimiento Libre y Licenciamento (CLIC)*, 7(14), 9-23.
- Ramírez Zalduendo, M. T. (2007). Las tareas docentes. Rol fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje actual. *Edusol*, 7(21), 61-69.
- Rivoir, A. L. (2009). Innovación para la inclusión digital. El plan Ceibal en Uruguay. *Mediaciones Sociales. Revista de Ciencias Sociales y de la Comunicación*, 1(4), 299-238. Recuperado el 1 de Marzo de 2020, de <https://revistas.ucm.es/index.php/MESO/article/viewFile/MESO0909120299A/21243>
- Rodríguez Rivero, L., Bravo Viera, J. L. y Pérez González, A. (En prensa). El GeoGebra como recurso didáctico para la comprensión de las formas indeterminadas del límite. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33.
- Rodríguez Rivero, L., Linares Rodríguez, T., Bello Brito, J. y Garriga González G, A. T. (2018). *Experiencias en el uso de GeoGebra en la ESBU Ramón Leocadio Bonachea Hernández*. En *Ciencias Informáticas: investigación, innovación y desarrollo*, Libro de memorias del III Conferencia Internacional UCIENCIA 2018, La Habana, Cuba. Recuperado el 1 de Marzo de 2020, de <http://edacunob.ult.edu.cu/handle/123456789/76>
- Rodríguez Zidán, E. y Téliz, F. (2013). El plan CEIBAL, los profesores de Matemática y sus prácticas con TIC. Revisión de antecedentes de investigación, políticas de mejora y desafíos pendientes. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 4(19), 13-36. Recuperado el 15 de Marzo de 2020, de <https://revistas.ort.edu.uy/cuadernos-de-investigacion-educativa/article/view/24>
- Sánchez, I. V. y Prieto, J. L. (2017). Características de las prácticas matemáticas en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Números*, 96(), 79-101.
- Tejedor, F. J., García-Valcárcel, A. y Prada, S. (2009). Medida de actitudes del profesorado universitario hacia la integración de las TIC. *Comunicar*, XVII (33), 115-124. Recuperado el 16 de Febrero de 2020, de <http://eprints.rclis.org/17595/c33-2009-03-002.pdf>
- Téliz, F. (2015). Uso didáctico de las TIC en las buenas prácticas de enseñanza de las matemáticas. Estudio de las opiniones y concepciones de docentes de educación secundaria en el departamento de Artigas. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 6(2), 13-31. doi: [10.18861/cied2015.6.2.34](https://doi.org/10.18861/cied2015.6.2.34)
- Ueno Jacue, C. (2017). Demostraciones geométricas automáticas en GeoGebra: Casos prácticos. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 94, 107-115.

- United Nations for Education, Science and Culture Organization [UNESCO] (2017). *La UNESCO Avanza. La Agenda 2030 para el desarrollo sostenible*. Recuperado el 1 de Marzo de 2020, de [http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Hanoi/2030\\_Brochure\\_SP.pdf](http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Hanoi/2030_Brochure_SP.pdf)
- Valles, R. (2012). Aceptación y/o rechazo al uso de las tecnologías en el aula. Caso: profesor de matemáticas. *Acta Latinoamericana Matemática Educativa*, 24, 1147-1252. Recuperado el 15 de Marzo de 2020, de <http://funes.uniandes.edu.co/4427/1/VallesAceptacionALME2012.pdf>
- Vergel, M., Duarte, H., y Martínez, J. (2015). Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente. *Científica*, 23, 17-29.  
doi:[10.14483/udistrital.jour.RC.2015.23.a2](https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.23.a2)
- Windchitl, M. y Sahl, K. (2002). Tracing Teachers' Use of Technology in a Laptop Computer School: The Interplay of Teacher Beliefs, Social Dynamics, and Institutional Culture. *American Educational Research Journal*, 39(1), 165-205. Recuperado el 1 de Febrero de 2020, de <https://journals.sagepub.com/doi/10.3102/00028312039001165>
- Zakaryan D. (2013). *El tipo de tareas como oportunidad de aprendizaje y competencias matemáticas de estudiantes de 15 años*. En I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe, Santo Domingo, República Dominicana.

**Lisette Rodríguez Rivero.** Licenciada en Cibernética-Matemática de la Universidad Central “Martha Abreu” de Las Villas. Trabajó en el departamento de Diseño de Fármacos del Centro de Bioactivos Químicos y obtiene el Máster en Computación Aplicada en dicha Universidad. Actualmente es Profesora Auxiliar en Análisis Matemático del departamento de Física y Matemática en la Universidad “José Martí Pérez” y miembro del tribunal de cambio de categorías para profesores del Departamento de Informática.  
Email: [lriviero66@gmail.com](mailto:lriviero66@gmail.com), [lriviero@uniss.edu.cu](mailto:lriviero@uniss.edu.cu), [lise.rodriguez@nauta.cu](mailto:lise.rodriguez@nauta.cu)

**Andel Pérez González.** Doctor en Ciencias Pedagógicas, Máster en Educación Superior y Profesor Titular. Imparte Didáctica de la Matemática a Licenciatura en Educación Matemática. Investiga en Didáctica de la Matemática y en la formación didáctica futuros profesionales. Pertenece al proyecto “El perfeccionamiento de la teoría pedagógica en función de la solución de los problemas educativos priorizados en Sancti Spíritus: Alternativas para su solución”, al comité doctoral y al claustro de la Maestría en Ciencias Pedagógicas.  
Email: [apgonzalez@uniss.edu.cu](mailto:apgonzalez@uniss.edu.cu)

**Ortelio Nilo Quero Méndez.** Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”, Cuba. Licenciado en Educación Especialidad Matemática. Doctor en Ciencias Pedagógicas. Profesor Titular. Coordinador del colectivo de la carrera Licenciatura en Educación perfil Matemática. Líneas de investigación: la formación didáctica del docente de Matemática, la transferencia entre representaciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.  
Email: [oquero@uniss.edu.cu](mailto:oquero@uniss.edu.cu)

**Neisy Caridad Rodríguez Morales.** Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”, Cuba. Licenciada en Educación Especialidad Matemática, Profesora de Álgebra, Máster en Ciencias de la Educación Mención Preuniversitaria. Profesora Auxiliar e investiga en la formación de conceptos en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la Matemática. Actualmente es la Jefa del Departamento de Física y Matemática de la mencionada universidad.  
Email: [ncrodriguez@uniss.edu.cu](mailto:ncrodriguez@uniss.edu.cu)

