

Experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea de libro de texto y una tarea auténtica de trigonometría

Gerardo Irwin Téllez Vega
Geovani Daniel Nolasco Negrete
José Antonio Juárez López
Estela Juárez-Ruiz

(Benemérita Universidad autónoma de Puebla. México)

Fecha de recepción: 17 de mayo de 2020

Fecha de aceptación: 13 de abril de 2021

Resumen

En este artículo se presenta una investigación de tipo cualitativo donde se le muestra a un grupo de estudiantes de nivel medio superior una tarea matemática extraída de un libro de texto de geometría y trigonometría y una tarea de características “auténticas”. La segunda tarea fue diseñada bajo la teoría de situaciones auténticas de Palm, donde se propuso una tarea fuera del aula, con instrumentos de medición y mediante la participación de los estudiantes para resolver la tarea. Posteriormente se realizaron entrevistas con algunos de los sujetos que participaron y, finalmente, estas fueron analizadas para tener un acercamiento sobre las experiencias y las impresiones de los estudiantes respecto de las tareas propuestas.

Palabras clave

Tareas auténticas, libro de texto, tareas fuera del aula.

Title

High school students' experiences solving a textbook task versus an authentic trigonometry task

Abstract

This article presents a qualitative type of research where a group of upper secondary level students is shown a mathematical task extracted from a geometry and trigonometry textbook and a task with "authentic" characteristics. The second task was designed under Palm's theory of authentic situations, where an activity outside the classroom is proposed, with measurement instruments and through the participation of students to solve the task. Subsequently, interviews were conducted with some of the subjects who participated in the activities and, finally, these were analyzed to have an approach about the experiences and impressions of the students regarding the proposed tasks.

Keywords

Authentic tasks, textbook, tasks outside the classroom.

1. Introducción

Existe una fuerte dependencia hacia los libros de texto, tanto por parte de los docentes como por parte de los estudiantes, teniendo un papel dominante en la educación matemática (Fan, 2013). Sin embargo, los estudios muestran que en general los libros de texto tienen un nivel de dificultad bajo para



todos los estudiantes, independientemente de sus habilidades matemáticas (Brändström, 2005; Mengual, Gorgorió y Albarracín, 2017).

Si bien es cierto que la resolución de problemas se ha convertido en una labor central en el aprendizaje de las matemáticas, esto no quiere decir que las circunstancias expuestas en los textos sean una imagen infalible de la realidad de los estudiantes, pues muchas de las circunstancias o escenarios propuestos son de carácter ilusorio y de baja credibilidad (Palm, 2009).

De acuerdo con Zárate:

Una opinión usual de los estudiantes de preparatoria sobre las matemáticas es que estas no son útiles en su vida; parte de esta opinión es motivada por la existencia de problemas que intentan simular situaciones reales, pero presentan características que dificultan la solución, la interpretación y la aplicación por parte de los estudiantes en su contexto real (Zárate, 2017, p. 1).

Los problemas o tareas matemáticas forman una parte crucial de los libros de texto y conforme el tiempo avanza, su relevancia ha ido aumentando al irse modificando los nuevos modelos educativos en los cuales se presenta al libro como el elemento central del aprendizaje, con el propósito de organizar contenidos, planificar las secuencias de aprendizaje y establecer la definición formal de algunos términos. La importancia de los libros de texto en la educación se refleja en la cantidad de investigaciones relacionadas con el tema (e. g. Fan, 2013; Fan, Zhu, y Miao, 2013; Glasnovic 2018).

Medina (2018) muestra en su trabajo los resultados del análisis de cinco tareas matemáticas tomadas de diversos textos de nivel de secundaria, llegando a la conclusión de que carecen de “autenticidad”. Este análisis fue desarrollado bajo la teoría de situaciones auténticas propuesta por Palm (2009), la cual resultó ser útil a la autora y a otros investigadores como Cerecedo (2019), Torres (2019) y Zárate (2017) para analizar problemas de tipo textual que tratan contextos reales, de tal forma que los estudiantes se familiarizan con una matemática que se percibe útil en escenarios fuera de la escuela y en la práctica de resolución de problemas que ocurren en circunstancias que se consideran reales en la vida diaria.

Uno de los temas que resulta interesante estudiar son las respuestas de estudiantes de bachillerato frente a tareas y problemas auténticos, ya que en general los estudiantes están acostumbrados a trabajar los problemas de su libro de texto y no otro tipo de situaciones. Por ello, en este trabajo se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo reaccionan los estudiantes de bachillerato al resolver tareas del libro de texto y con una tarea auténtica en la clase de matemáticas?

El objetivo de la investigación se centró en analizar las experiencias de estudiantes del nivel medio superior con edades entre 15 a 17 años, al enfrentar una tarea de geometría y trigonometría extraída de un libro de texto de matemáticas y una tarea matemática auténtica.

2. Marco teórico

Las tareas enriquecedoras tienen una gama de características, como por ejemplo el tener conexiones intencionadas con el mundo más allá del aula, y ofrecer diversas oportunidades para satisfacer las diferentes necesidades de los alumnos. Son auténticas en su relación con la aplicación y el contexto del mundo real, pluridisciplinarias, poseen una intensidad de recursos, se rigen por la dirección del alumno en la evaluación y exploración de tareas, alientan las prácticas reflexivas entre los alumnos y la participación de los estudiantes en enfoques colaborativos de aprendizaje (Aubusson, Burke, Schuck, Kearney y Frischknecht, 2014).

La teoría de situaciones auténticas de Torulf Palm (2006; 2008; 2009) establece que las tareas matemáticas propuestas en el aula de clase deberían contener una representación fiel de la realidad exterior al aula, es decir, que sus contenidos matemáticos puedan aplicarse en la realidad del estudiante. En consecuencia, lo aprendido en la escuela será útil para aplicarlo en los contextos reales de su día a día. Los aspectos que Palm define son: A) *evento*, B) *pregunta*, C) *información/datos*, D) *presentación*, E) *estrategias de solución*, F) *circunstancias*, G) *Requisitos de solución* y H) *Propósito en el contexto figurativo*. Algunos de ellos a su vez contienen diversos sub-aspectos (ver Palm, 2006; 2008; 2009, para una descripción comprensiva y detallada de cada uno de ellos).

Para los propósitos de este estudio, se decidió considerar únicamente cinco aspectos de la teoría propuesta por Palm (2009) en concordancia con el análisis desarrollado por Palm y Nyström (2009), quienes propusieron identificar la autenticidad a través de tres aspectos principales: *Evento*, *Pregunta e Información/Datos* y dos secundarios: *Uso del lenguaje* y *Propósito en el contexto figurativo*. Se definen a continuación:

Evento. Se interesa por el evento descrito en la tarea, particularmente, si la situación que se presenta ha ocurrido o puede llegar a suceder. Este aspecto de la teoría tiene gran relevancia en la determinación de la autenticidad de una tarea. Por ejemplo, es posible que el estudiante asimile un problema que trate sobre un viaje escolar, pues es algo que se le hace familiar, caso contrario a que le hablemos de un león atrapado en un pozo, dado que es una situación que extraordinariamente se podrá encontrar en su día a día.

Pregunta. Se centra en la relación entre una asignación de una tarea escolar y una situación fuera del ambiente escolar, e interesa analizarse si la pregunta que se plantea en la tarea puede ser realmente planteada en el evento descrito con anterioridad y que se ha aceptado como real.

Información/Datos. Reúne la información y datos dados en contexto ya formulado e incluye valores, modelos, y condiciones dadas. Este aspecto se divide en tres sub-aspectos.

- *Existencia*. Aborda la coincidencia que existe entre la información presentada en la tarea escolar y la información disponible en la situación simulada.
- *Realismo*. Es un aspecto importante en simulaciones de situaciones de la vida real. Lo que se analiza con este sub-aspecto es que la información presentada en la tarea sea realista, es decir, que sea probable.
- *Especificidad*. Analiza qué tan específica es la tarea entre la información disponible en la situación escolar y en la situación simulada. Esto es importante debido a que la falta de especificidad puede producir un contexto ligeramente diferente. Por ejemplo, la diferencia



entre compartir un pastel y una galleta puede afectar directamente en el razonamiento de los estudiantes al resolver la tarea, esto dado a que comúnmente se comparte un pastel entre varias personas, pero difícilmente se comparte una galleta entre un gran número de personas.

Uso del lenguaje. Este aspecto se refiere a la terminología, la estructura de la oración y la cantidad de texto utilizado en la presentación de la situación de la tarea. En una simulación de este aspecto, con un grado razonable de fidelidad, la tarea escolar no incluye, por ejemplo, términos difíciles que impidan a los estudiantes la resolución de las tareas.

Propósito en el contexto figurativo. El propósito de la resolución de la tarea en el contexto de la tarea debe ser tan claro para los estudiantes en la situación escolar como lo sería en una situación de la vida real correspondiente.

Estrictamente hablando, se utilizan estos aspectos para analizar y diseñar las tareas matemáticas. Sin embargo, en la experiencia de los autores con el trabajo de análisis y diseño de tareas auténticas, se ha identificado que una tarea matemática presumiblemente auténtica propuesta en libros de texto, después de ser analizada mediante estos cinco aspectos de la teoría, puede considerarse como no auténtica.

Como se ha mencionado, estos aspectos son los que dan sentido al contexto de la situación que se planteó a los participantes y que son aspectos fundamentales para determinar la autenticidad de la tarea. Tomando como referencia estos aspectos, se seleccionó una tarea de un libro de texto y se diseñó otra similar que tuviera en cuenta estas características de la teoría.

3. Método

A continuación, se detallan cada uno de los elementos que conforman el método de investigación utilizado en el presente estudio.

3.1. Tipo de estudio

El presente estudio es de tipo cualitativo, que Gómez y Roquet (2009) establecen, se orienta hacia la comprensión de situaciones únicas y particulares centrándose en la búsqueda de significado y de sentido que les conceden a los hechos los propios agentes, y en cómo viven y experimentan ciertos fenómenos o experiencias los individuos o los grupos sociales.

3.2. Sujetos

Los sujetos participantes en la investigación consistieron en diez estudiantes pertenecientes al Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Tlaxcala, un sub-sistema de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS) en México, los cuales fueron invitados a participar en el estudio por su interés y alto desempeño.

3.3. Instrumentos

El primer instrumento de recolección de datos incluía una tarea no auténtica, que fue seleccionada del libro de texto “Geometría y Trigonometría” de Toalá (2018), el cual se utiliza en el segundo año del nivel medio superior. A continuación, se enuncia dicha tarea no auténtica:

En una torre de electricidad pasan dos tipos de cable, en la parte más alta, pasan los cables de alta tensión y en la parte de en medio pasan los cables de teléfono. Un observador a 60 m mide los ángulos de elevación como se observa en la Figura 1.

1. ¿Cuál es la altura total de la torre?
2. ¿A qué altura pasan los cables de teléfono?
3. ¿Cuál es la distancia entre los dos tipos de cable?

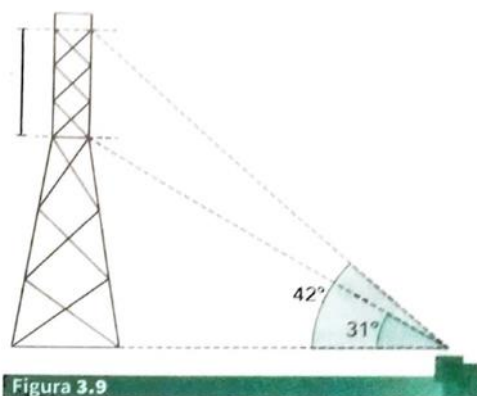


Figura 1. Imagen extraída de Toalá (2018).

Para estructurar la tarea, se apoyó a los estudiantes proporcionándoles las siguientes indicaciones y preguntas, con la finalidad de que pudieran atender la situación de aprendizaje:

1. Representa el dibujo utilizando triángulos rectángulos y colocando los datos de la tarea en ellos.
2. De acuerdo con los datos de la tarea y tus dibujos, ¿qué datos tienes para resolver la situación?
3. ¿Qué ángulos tienes dentro de los triángulos?
4. ¿Qué valores de los lados del triángulo, con respecto al ángulo de 31° , tendrían el cateto opuesto, adyacente y la hipotenusa?
 - Cateto opuesto:
 - Cateto adyacente:
 - Hipotenusa:
5. ¿Qué valores de los lados del triángulo, con respecto al ángulo de 42° , tendrían el cateto opuesto, adyacente y la hipotenusa?
 - Cateto opuesto:



Experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea de libro de texto y una tarea auténtica de trigonometría

G. I. Téllez Vega, G. D. Nolasco Negrete, J. A. Juárez López, E. Juárez-Ruiz

- Cateto adyacente:
 - Hipotenusa:
6. ¿Qué triángulo te ayuda a determinar la altura de la torre? y ¿cómo la encuentras?
 7. ¿Qué triángulo te ayuda a determinar la altura de los cables de teléfono? y ¿cuál es el valor de la altura?
 8. ¿Cuál es la distancia a la que se encuentran separados los cables en la torre? ¿Cómo lo determinaste?

Se realizó el análisis de esta tarea del libro de texto bajo la teoría de Palm y Nyström (2009) y llegamos a la conclusión de que carece de autenticidad. Tal análisis se muestra a continuación:

Evento. Desde la experiencia profesional de uno de los autores de este artículo, se sabe que los cables de luz de alta tensión crean niveles de ruido eléctrico alto que pueden provocar interferencias durante las llamadas telefónicas e incluso en el servicio de internet que pudiera ofrecer la compañía. También es importante mencionar que las torres presentadas en el dibujo son torretas. Estas son colocadas alejadas de la ciudad debido a su peligrosidad por mantener voltajes cerca de los 50 Kv. Con el propósito de saber más acerca de la autenticidad y verificar la información anterior se realizó una entrevista a Luis (nombre ficticio), un electricista independiente. A continuación, se muestra un fragmento de la entrevista.

Investigador: ¿Es posible encontrar una situación similar?

Luis: No, está mal el problema. Mira, en los postes pasan los cables de alta tensión en la parte de arriba, luego pasan los de 120 o 240.

Investigador: ¿Entonces en una torre es posible?

Luis: No, en una torre no es posible, ¿Cómo lo van a pasar?, ¿Quién se va a atrever a pasarlo?

Investigador: ¿Entonces te puedes acercar a una torre de electricidad?

Luis: Si, hasta puedes escalar la torre, pero no puedes acercarte a más de 2 metros de los cables.

De este análisis se puede concluir que la tarea del libro de texto describe un evento que no puede llegar a suceder en la vida real.

Pregunta. Es posible que se pudiera preguntar por las distancias entre los cables para calcular la separación necesaria para evitar ruidos, pero en este caso, también sería necesario conocer la intensidad de corriente que pasa por los cables. Podemos entonces decir que, en cierta medida, las preguntas propuestas en la tarea podrían ser planteadas en el evento descrito, lo cual es un requisito para que dicha tarea sea auténtica.

Información/Datos. No es posible encontrar un cable de teléfono entre dos cables de alta tensión. Además, no se indica cómo se obtuvieron los ángulos y la distancia de la torre al observador es difícil de entender debido a que hay un límite para acercarse a la torre sin recibir una descarga eléctrica. Por lo tanto, se concluye que la información que se ofrece en la tarea escolar discrepa mucho de la que estaría disponible en la situación real correspondiente, hecho que aleja a esta tarea de ser auténtica.

Uso de Lenguaje. Se considera que este aspecto si se cumple pues la terminología, estructura de las oraciones y cantidad de texto es adecuada y no incluye términos difíciles que impidan a los estudiantes la resolución de la tarea.

Propósito en el contexto figurado. No se entiende cuál sería la conveniencia para el estudiante en determinar la altura de una torre de electricidad. A menos que se dedicara a trabajar en la compañía de luz eléctrica le convendría saberlo, pero la misma empresa le puede dar esa medida solo con preguntar.

A partir de este análisis y debido a que la tarea no cumple mínimamente con los cinco aspectos primordiales, se puede concluir que la tarea del libro de texto carece de autenticidad.

En el segundo instrumento de recolección de datos se incluyó la tarea auténtica, que fue diseñada tomando en cuenta tanto el tema de matemáticas, como los aspectos y sub-aspectos que se proponen en Palm y Nyström (2009). A continuación, se presenta el enunciado de dicha tarea.

El director de tu escuela quiere pintar la fachada principal de un edificio de dos pisos (Figura 2). Él sabe que para determinar el costo de la pintura hay que determinar los metros cuadrados que tiene la superficie a pintar, y además se tiene que adquirir sellador para proteger la estructura de condiciones climáticas y de humedad. Sin embargo, desconoce la altura y no hay una forma accesible de medirla, pero se cuenta con un medidor de distancia láser y un medidor de ángulos digitales.



Figura 2. Edificio utilizado para el estudio.

El director le solicita al profesor de matemáticas que le ayude en esta labor junto con un grupo de estudiantes y así se pueda:

- Medir y calcular la altura.
- Calcular cuál es el área total a pintar.
- Calcular cuántos litros de sellador y pintura se requieren comprar.

Tu eres uno de los seleccionados del profesor para resolver esta situación. El profesor intuye que hay que utilizar la trigonometría y ve una oportunidad para evaluar tus conocimientos acerca de tal tema.

Experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea de libro de texto y una tarea auténtica de trigonometría

G. I. Téllez Vega, G. D. Nolasco Negrete, J. A. Juárez López, E. Juárez-Ruiz

Por cuestiones de seguridad, el profesor sólo les permite usar un medidor de distancia láser también conocido como telémetro (imagen izquierda en la Figura 3) y un medidor de ángulos digital a nivel del suelo (imagen derecha en la Figura 3) para resolver la tarea.



Figura 3. Telémetro láser y medidor de ángulos.

Antes de empezar la tarea, el profesor plantea que, para que se familiaricen con el aparato, deben medir ciertas alturas primero. El profesor con ayuda de un flexómetro hace dos marcas en la pared del edificio de alturas conocidas para que los alumnos practiquen, y se les da la siguiente instrucción:

Llena los datos de la Tabla 1, donde el ángulo de la pared C y el lado AC ya están fijos (Figura 4), complete lo demás cuando vas incrementando el ángulo A.

Ángulo A	Ángulo B	Ángulo C	Hipotenusa (AB)	BC	AC
		90°		1 m	
		90°		2 m	
		90°			
		90°			
		90°			

Tabla 1. Para recolección de datos.

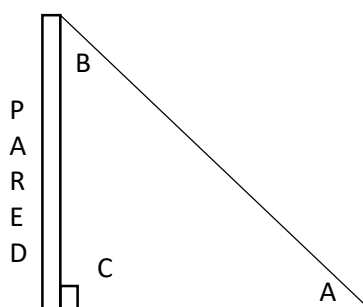


Figura 4. Representación del ejercicio.

Una vez terminada la tabla, contesta las siguientes preguntas con base en la información obtenida:

1. ¿Cuánto deben sumar los ángulos internos de un triángulo?
2. ¿Qué sucede con la medida que corresponde a la hipotenusa cada vez que incrementabas el ángulo en la posición A?
3. ¿Qué pasa con los valores del ángulo en la posición B cada vez que incrementa la longitud de la hipotenusa?
4. ¿Cómo calculas los diversos valores del ángulo B en los diferentes triángulos?
5. ¿Cómo determinarías entonces, la altura del edificio?

Una vez concluidas las mediciones correspondientes, contesta lo siguiente y contempla la cotización de los costos del sellador y la pintura (Tabla 2):

Cantidad	Descripción del Producto	Contenido	Precio
1	Sellador 5x1 reforzado	4 lts	\$354
1	Vinimex total satinado blanco	19 lts	\$2 473

Tabla 2. Costo de los materiales.

Además, se sabe que:

- 1 litro de sellador rinde 20 m^2
- 1 litro de pintura rinde 12 m^2

¿Cuál es el área que se debe pintar del edificio?

¿Qué cantidad de sellador y pintura se van a requerir para pintar la fachada del edificio?

Una vez rediseñada la tarea del libro de texto como se ha descrito, se realizó el análisis bajo los mismos aspectos de autenticidad utilizados en la tarea del libro. Dicho análisis se describe a continuación.

Evento. Es una situación que se puede dar fuera de la escuela, ya que cualquier persona que requiera pintar una estructura podría hacer uso de cálculos de área para saber la cantidad de material que necesitaría pintar. Por lo tanto, la situación que se describe en la tarea la caracteriza como auténtica.

Pregunta. La pregunta es acorde con la situación real, ya que cuando se planea pintar alguna superficie, se calcula el área para posteriormente comprar la pintura necesaria. Es algo que los involucrados con el problema se plantearían en la vida real.

Información/Datos. Es común que se pueda encontrar esta situación en una escuela donde los recursos se encuentran limitados y se requiere hacer un uso óptimo de ellos para no gastar de más. La información presentada en el problema estuvo basada en el tipo de edificios que se ubican en la escuela de los estudiantes.



Experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea de libro de texto y una tarea auténtica de trigonometría

G. I. Téllez Vega, G. D. Nolasco Negrete, J. A. Juárez López, E. Juárez-Ruiz

Uso del lenguaje. La tarea está descrita con una terminología y estructura que permite a los estudiantes comprender y seguir el proceso de resolución. No hay términos difíciles que impidan a los estudiantes comprender el problema.

Propósito en el contexto figurado. El propósito de la tarea es que los estudiantes contribuyan a mejorar la imagen de su escuela y poner a prueba los conocimientos matemáticos que han adquirido. Esto queda claro al proponerles la tarea.

Con base en este análisis y en la cantidad de aspectos y sub-aspectos que cumple la tarea se concluyó que se trata de una tarea auténtica según Palm y Nyström (2009).

3.4. Procedimiento

El procedimiento para la realización de la investigación constó de tres etapas. En la primera, se seleccionó y analizó la tarea presentada en el libro de texto “Geometría y Trigonometría” de Toalá (2018) mediante los aspectos destacados por Palm y Nyström (2009), verificando su no autenticidad. Posteriormente, en una segunda etapa, se diseñó la tarea auténtica relacionada con el mismo contenido matemático de la tarea presentada en el libro de texto. Finalmente, en la tercera etapa, se realizó una intervención y una serie de entrevistas para la recolección de los datos.

La intervención se realizó en tres momentos diferentes. En el primer momento, que tuvo lugar dentro del aula, inicialmente se les dio una breve descripción acerca de las razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras, para recuperar saberes previos, ya que los estudiantes poseían conocimientos de estos temas. Esta tarea tuvo una duración de 20 minutos. Al finalizar el repaso, se les entregó en forma escrita el primer instrumento de recolección de datos con la tarea no auténtica extraída del libro de texto, la cual trabajaron en forma colaborativa organizados en pequeños grupos de tres o cuatro personas. Esta labor la trabajaron durante 30 minutos.

En el segundo momento de la intervención, se les presentó el segundo instrumento de recolección de datos con la tarea auténtica, la cual fue desarrollada fuera del aula en equipos colaborativos de cinco personas (Figuras 5 y 6). Esta labor se realizó en 60 minutos.

Antes de que comenzaran a responder la tarea auténtica, se les dio una breve explicación sobre el uso de los instrumentos de medición para que pudieran utilizarlos al resolver dicha tarea. Por ejemplo, en el caso del telémetro, se les dijo cómo encender y apagar el láser, los indicadores de la pantalla, y lo que significaban los botones del frente. También se les hizo notar acerca de la importancia de no acercar la vista al láser. Del funcionamiento del medidor de ángulos, se les mencionó cómo se marca la medida de acuerdo con la abertura del instrumento. Incluso se insertaron unos cinchos al telémetro para que pudieran introducir el medidor de ángulos y al combinar los dos aparatos, tuvieran ambas medidas al mismo tiempo: de la distancia y del ángulo.

Para que practicasen sobre el uso de los aparatos, sobre el muro del edificio a medir se marcaron dos alturas, de 1 m y 2 m, para que comprendieran cómo medir la altura.



Figura 5. Estudiantes realizando mediciones durante la tarea auténtica.



Figura 6. Estudiantes realizando cálculos en la tarea auténtica.

Finalmente, en el tercer momento de la intervención, se realizó una entrevista a seis estudiantes acerca de la experiencia vivida y de sus respuestas al desarrollar las dos tareas. Para que las respuestas no se vieran contaminadas por comentarios de los demás integrantes, la entrevista se hizo de manera individual.

A continuación, se muestra el cuestionario de la entrevista.

1. ¿Qué diferencias notas entre realizar la tarea del libro de texto y hacer la actividad fuera del aula?
2. ¿Qué dificultad tuviste al realizar la tarea en el aula?
3. Y estando fuera del aula ¿Qué obstáculos encontraste de lo que se te pedía en la actividad?
4. ¿Cómo te sentiste dentro del aula al realizar la actividad?
5. ¿Qué experimentaste al estar fuera del aula resolviendo la tarea de matemáticas?
6. ¿Qué actividad te gustó más? Y ¿por qué?

4. Resultados

Con respecto al desempeño de los estudiantes en las tareas se puede decir que se notaron ciertas manifestaciones distintas dentro y fuera del aula. En la tarea que resolvieron dentro del aula el desempeño de los jóvenes fue algo ya esperado por nosotros como docentes. Se unieron en equipos, leían el texto y se preguntaban entre ellos qué fórmula usar y cómo hacer las operaciones para atender la tarea. Las dudas que les surgieron estuvieron relacionadas con la figura, la ubicación del triángulo rectángulo y la aprobación acerca de las funciones trigonométricas a usar. Fuera del aula se notó interés y atención por los instrumentos de medición que iban a utilizar y volvían a preguntar si una instrucción no les quedaba clara. En la ejecución del problema se vio la participación activa de los integrantes y que compartían sus puntos de vista acerca de cómo resolver la situación, ya que notaron que la figura superior era irregular y que había que descontar las ventanas.

Con el fin de analizar las experiencias que vivieron los estudiantes al realizar las dos tareas, se presentan a continuación algunos fragmentos de los diálogos de las entrevistas entre los estudiantes y el profesor entrevistador. Para facilitar la lectura se denotará con E1, ..., E6 a los estudiantes entrevistados, mientras que al profesor entrevistador se le denotará con la letra P.

Se presenta a continuación un fragmento de la entrevista al estudiante E1.

P: ¿Qué dificultad tuviste al realizar la tarea en el aula?
E1: Eh, que al principio no me acordaba de cómo hacer eh... las operaciones o lo que tenía que hacer.
P: Y estando fuera del aula ¿Qué obstáculos encontraste de lo que se te pedía en la actividad?
E1: Pues que no sabía bien cómo utilizar los instrumentos que ocupé.
P: ¿Cómo te sentiste dentro del aula al realizar la actividad?
E1: Pues que cuando la acabé me sentí menos presionado.
P: Bien, ah. ¿Qué experimentaste al estar fuera del aula resolviendo la tarea de matemáticas?
E1: Pues que aprendí a utilizar los instrumentos que ayudan a, que facilitan el trabajo.

En esta entrevista el estudiante hizo notar que en ambas tareas hay dificultades, en la primera, la memorización de fórmulas y métodos, mientras que, en la tarea auténtica, el manejo de instrumentos, y que a pesar de ser una dificultad le agradó aprender a utilizar las herramientas.

En el caso del estudiante E2, respondió lo siguiente:

P: Bien. ¿Qué experimentaste al estar fuera del aula resolviendo la tarea de matemáticas?
E2: Pues el experimentar, pues fue encontrar tipos de mediciones que no conocía yo, el medidor de láser que medía las distancias y no estar con un flexómetro, el medidor de ángulos eh pues son cosas así que las cuales pues pudieron ser más fáciles y más útiles que estar con una regla o una escuadra y ya.
P: ¿Qué actividad te gustó más? Y ¿Por qué?
E2: Me gustó la actividad de afuera ya que se me hace un poco más interesante, aunque pudo ser un reto del saber o el encontrar los tipos o la medición que era.

P: Y ya, por último, ¿Con qué actividad te gustaría ser evaluado?

E2: La actividad que me gustaría con la que me gustaría ser evaluado sería con la actividad de afuera.

Aquí el alumno describe la tarea fuera del aula como un reto. Algo que le interesó fue encontrar la manera de medir para sacar los datos que le pedía el problema, ya que notó que no había un único método.

Por su parte, el estudiante E3 respondió lo siguiente:

P: ¿Qué dificultad tuviste al realizar la actividad, la tarea que es dentro del aula?

E3: Pues fue de que pues ya no nos acordábamos bien de las actividades que pues que íbamos a realizar en ese momento y no nos acordábamos igual como es este... qué era lo que íbamos a hacer qué íbamos a llevar a cabo en ese momento.

P: Y estando fuera del aula ¿Qué obstáculos encontraste de lo que se te pedía en la actividad?

E3: Cuando íbamos a medir para la altura y ya se olvidó lo de la ventana jejeje.

P: ¿Cómo te sentiste dentro del aula al realizar la actividad?

E3: Como pues fuimos como que más presionados.

P: ¿Qué experimentaste?, ¿cómo fue tu experiencia estando fuera del aula resolviendo la tarea de matemáticas?

E3: Pues aprendimos a utilizar esos materiales que pues... no habíamos visto.

P: Bueno y en conclusión... ¿Cuál te gustó más la de dentro del aula o fuera del aula? Y ¿Por qué?

E3: La de fuera del aula porque pues aprendimos a utilizar los materiales.

La dificultad que se le presenta a este estudiante, como a varios, es que dentro del aula sentían presión por tener que recordar de memoria formulas y procedimientos. Mientras que en la tarea fuera del aula, les fue novedoso aprender a utilizar instrumentos de medición, pero además hubo obstáculos físicos (la ventana) que tuvieron que considerar para encontrar la altura del edificio.

Siguiendo con el estudiante E4, se presenta a continuación parte de la entrevista.

P: De las tareas que hiciste, la del libro de texto o sea la que está dentro del aula y fuera ¿Qué diferencias notas entre realizar la tarea del libro de texto y hacer la actividad fuera del aula?

E4: Ah pues que afuera del aula podíamos medir físicamente y adentro no, la teníamos que calcular

P: ¿Qué dificultad tuviste al realizar la tarea del aula?

E4: El distanciómetro, medir la altura.

P: ¿Cómo te sentiste dentro del aula al realizar la actividad?

E4: Nervioso, porque no teníamos las medidas, las teníamos que adivinar.

P: ¿Qué experimentaste al estar afuera del aula resolviendo la tarea de matemáticas?

E4: Ah pues ahí ya se sintió mejor, porque ya podíamos calcular ahora si las medidas y ya se... bueno sí poquita porque nos estaban viendo, me sentí nervioso.

P: ¿Qué actividad te gustó más y por qué?

E4: La de afuera.



Experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea de libro de texto y una tarea auténtica de trigonometría

G. I. Téllez Vega, G. D. Nolasco Negrete, J. A. Juárez López, E. Juárez-Ruiz

P: La de afuera, ¿por qué?

E4: Porque aprendimos a usar el... ¿cómo se llama?

P: El distanciómetro.

E4: El distanciómetro y el otro, el medidor de ángulos.

P: Y ¿con cuál actividad te gustaría ser evaluado? Con la que son dentro o las de...

E4: Con la de afuera, aprendí más.

En esta entrevista, el estudiante hace notar que la tarea fuera del aula sale de lo monótono y lo motivó a aprender más. Además, su afirmación acerca de que en el libro tienen que “adivinar” las medidas hace pensar que la tarea pueda parecerle fantasiosa, contrario a la tarea auténtica donde las medidas son tomadas por ellos.

Para el estudiante E5, se muestra el siguiente dialogo.

P: ¿Qué dificultad tuviste al realizar la tarea del aula?

E5: Que no nos acordábamos cómo se hacía.

P: Y estando fuera del aula ¿Qué obstáculos encontraste de lo que se te pedía en la actividad?

E5: Aprender a usar el... ¿telémetro?, eso.

P: ¿Qué experimentaste al estar afuera del aula resolviendo la tarea de matemáticas?

E5: Era más real, eran las medidas más exactas, más real y así podíamos comprobar mejor.

Este estudiante corrobora lo descrito en la entrevista con E4, pues muestra interés por la tarea auténtica ya que interactúan con datos reales, medidas que presencian y sustentan con la utilización de las herramientas de medición.

Finalmente, se muestran las respuestas del estudiante E6.

P: Entonces, de las tareas que tú realizaste, ¿Qué diferencias notas entre realizar la tarea del libro de texto y hacer la actividad fuera del aula?

E6: Pues que a lo mejor en el libro de texto te explica más o menos cómo lo tienes que ir haciendo y te sientes un poco presionado porque estas entre el grupo y eso pues te sientes muy pues en un lugar más cerrado y ya cuando haces actividades fuera del aula te sientes más libre, no sé, tienes más pensamientos ya que te sientes a gusto dentro de lo que estés.

P: ¿Qué dificultad tuviste al realizar la tarea del aula?

E6: Pues a lo mejor al principio entender los teoremas ya que no sabíamos mucho del tema y teníamos que otra vez investigar y saber y conocer más del tema.

P: Y estando fuera del aula ¿Qué obstáculos encontraste de lo que se te pedía en la actividad?

E6: Obstáculos, pues la medida de la pared que teníamos que medir, calcular la cantidad de pintura es un obstáculo, igual que no podamos exactamente con las herramientas que usamos para medir yo creo que esos fueron los más importantes obstáculos que tuvimos.

P: ¿Cómo te sentiste dentro del aula al realizar la actividad?

E6: Pues me sentía un poco a lo mejor un poco presionado, pero a la vez un poco más fiable ya que con mis compañeros volvíamos a proceder con la actividad y a terminarla.
 P: ¿Qué experimentaste al estar fuera del aula resolviendo la tarea de matemáticas?
 E6: Yo creo que más, no sé, menos presionado ya que estábamos en un entorno social y a parte no había, como iban preguntando y eso pues te sentías un poco más simple y tenías más pensamientos.
 P: Y como conclusión, ¿cuál te gustó más y por qué?
 E6: Pues sería la actividad de afuera ya que te trae más problemas y es un poco más favorable ya que aprendes a utilizar diferentes dispositivos y aparte encuentras una nueva forma de medir las cosas.

En esta última parte de la entrevista, el estudiante E6 manifiesta gusto al interactuar fuera del aula con sus compañeros, menciona que se sentía libre de expresar sus pensamientos. Identifica también que hay dificultades en ambas tareas, pero que en la tarea auténtica le gustó aprender a utilizar los instrumentos y a encontrar la forma de resolver el problema.

4.1. Análisis de los resultados

Una vez analizadas las entrevistas, se pudo notar una mayor inclinación por la que se realizó fuera del aula con los instrumentos de medición. Se agruparon las respuestas de los alumnos en categorías para compararlas y hacer notar sus experiencias, como se puede observar en la Tabla 3.

Categoría	Respuestas de los alumnos (as)
Dificultades dentro del aula	<p>“...no me acordaba de cómo hacer eh... las operaciones o lo que tenía que hacer” (E1)</p> <p>“...casi no sabíamos o casi no encontrábamos las, como eran los tipos ni las, los números de unas fórmulas y sí” (E2)</p> <p>“...nos acordábamos igual como es este... qué era lo que íbamos a hacer que íbamos a llevar a cabo en ese momento” (E3)</p> <p>“Que no nos acordábamos cómo se hacía” (E5)</p> <p>“...entender los teoremas ya que no sabíamos mucho del tema y teníamos que otra vez investigar...” (E6)</p>
Dificultades fuera del aula	<p>“...que no sabía bien cómo utilizar los instrumentos que ocupé” (E1)</p> <p>“Que ahí no me decía lo, el tipo de distancia, no me decía cuánto tenía yo que medir...” (E2)</p> <p>“Aprender a usar el... ¿telémetro?, eso” (E5)</p> <p>“...que no podamos exactamente con las herramientas que usamos para medir...” (E6)</p>



Experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea de libro de texto y una tarea auténtica de trigonometría

G. I. Téllez Vega, G. D. Nolasco Negrete, J. A. Juárez López, E. Juárez-Ruiz

<p>Aspectos positivos fuera del aula</p>	<p>“Pues que aprendí a utilizar los instrumentos que ayudan a, que facilitan el trabajo” (E1)</p> <p>“...pues fue encontrar tipos de mediciones que no conocía yo, el medidor de láser que medía las distancias y no estar con un flexómetro...” (E2)</p> <p>“Pues aprendimos a utilizar esos materiales...” (E3)</p> <p>“...aprendimos a usar el... ¿cómo se llama?... El distanciómetro y el otro, el medidor de ángulos” (E4)</p> <p>“Aprender a usar el... ¿telémetro?, eso” (E5)</p> <p>“Era más real, eran las medidas más exactas, más real y así podíamos comprobar mejor” (E5)</p>
<p>Sentimientos dentro del aula</p>	<p>“...cuando la acabé me sentí menos presionado” (E1)</p> <p>“Pues me sentí am... nervioso...” (E2)</p> <p>“...fuimos como que más presionados” (E3)</p> <p>“Nervioso, porque no teníamos las medidas...” (E4)</p> <p>“...me sentía un poco a lo mejor un poco presionado...” (E6)</p>
<p>Sentimientos fuera del aula</p>	<p>“Ah pues ahí ya se sintió mejor, porque ya podíamos calcular ahora si las medidas...” (E4)</p> <p>“...como estaban ustedes, nos ponían como nerviosos... me siento más libre, más relajada pero como más nerviosa al saber que están ustedes dos en la actividad” (E5)</p> <p>“...eso pues te sentías un poco más simple y tenías más pensamientos” (E6)</p>
<p>Gusto por la tarea dentro del aula</p>	<p>“Yo digo que la actividad del aula es como más fácil...” (E5)</p>
<p>Gusto por la tarea fuera del aula</p>	<p>“Porque se me hizo un poco más divertida” (E1)</p> <p>“...se me hace un poco más interesante, aunque pudo ser un reto del saber o el encontrar los tipos o la medición que era” (E2)</p> <p>“...fuera del aula porque pues aprendimos a utilizar los materiales” (E3)</p> <p>“...Con la de afuera, aprendí más.” (E4)</p> <p>“...me siento más libre, más relajada...” (E5)</p> <p>“...ya que aprendes a utilizar diferentes dispositivos y aparte encuentras una nueva forma de medir las cosas” (E6)</p>

Tabla 3. Categorías de las respuestas.

En los fragmentos de las entrevistas incluidos en la Tabla 3, se puede observar que los alumnos tuvieron conflicto para resolver la tarea dentro del aula porque no recordaban las fórmulas o pasos a seguir, esto provocó que se sintieran presionados y nerviosos al realizarla.

Por otro lado, cuando se les presentó la segunda tarea, tuvieron dificultades para manipular los instrumentos de medición, sin embargo, se sintieron atraídos por cómo utilizarlos y mostraron interés para aprender a manipular el telémetro y el medidor de ángulos para resolver la tarea. Además, en el exterior se sintieron más relajados, libres y les agradó trabajar en un entorno social donde podían intercambiar ideas. Sintieron que lo que hacían era más real. Estos resultados están en consonancia con los obtenidos por Aubusson et al. (2014), quienes examinaron las preferencias por situaciones auténticas de un grupo de maestros, obteniendo que prefieren lecciones con gran autenticidad, ya que involucran a los estudiantes a trabajar en grupos colaborativos y utilizan una gran variedad de recursos, así como el impacto que estas tareas tienen en el aprendizaje y disfrute de los estudiantes.

5. Conclusión y comentarios finales

Se realizó una investigación de corte cualitativo para analizar las experiencias de un grupo de estudiantes al realizar una tarea no auténtica de su libro de texto y una tarea diseñada como auténtica, desde la perspectiva de la teoría de situaciones auténticas de Palm (2009). Los estudiantes realizaron inicialmente una tarea no auténtica, del tema de razones trigonométricas de un triángulo rectángulo y teorema de Pitágoras, y después una tarea auténtica de los mismos temas, en la que tuvieron que realizar varias mediciones con dos instrumentos de medición fuera del aula. Los resultados demuestran que la segunda tarea tuvo un mayor interés por parte de los estudiantes, pues al contar con elementos reales provocó en ellos una mayor inclinación. La interacción que realizaron en esta tarea y el intercambio de ideas fue un punto importante para que ellos se enfrentaran a la tarea y encontraran una manera de resolverla.

Este tipo de trabajo facilitó el intercambio de conocimientos e hizo que los educandos se situaran en contextos reales. De esta manera, este tipo de tareas tuvo un impacto positivo en el aprendizaje y en el disfrute del estudiante.

Por todo esto, se espera que el trabajo realizado sirva de inspiración para otros profesores que quieran cambiar el tipo de enseñanza que provoca presión y nerviosismo, por el tipo de tareas donde los alumnos se sienten relajados, libres de pensar y con interés por aprender cosas nuevas, aunque algunas características requieran mayores niveles de preparación de la lección.

Bibliografía

- Aubusson, P., Burke, P., Schuck, S., Kearney, M. y Frischknecht, B. (2014). Teachers choosing rich tasks: The moderating impact of technology on student learning, enjoyment, and preparation. *Educational Researcher*, 43(5), 219-229.
- Brändström, A. (2005). Differentiated tasks in mathematics textbooks: An analysis of the levels of difficulty (Tesis Doctoral). Luleå tekniska universitet. Suecia.
- Cerecedo, A. L. (2019). *Diseño de tareas matemáticas auténticas: El porcentaje en contextos financieros*. (Tesis de Maestría). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México.



Experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea de libro de texto y una tarea auténtica de trigonometría

G. I. Téllez Vega, G. D. Nolasco Negrete, J. A. Juárez López, E. Juárez-Ruiz

- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM*, 45(5), 765-777.
- Fan, L., Zhu, Y., y Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633-646.
- Glasnovic, G. D. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1003-1024.
- Gómez, D. R., y Roquet, J. V. (2009). *Metodología de la investigación*. España: Universitat Oberta de Catalunya.
- Medina, I. (2018). *Diseño de tareas matemáticas auténticas en secundaria a partir de la teoría de Palm y la investigación documental y de campo*. (Tesis de Maestría). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México.
- Mengual, E., Gorgorió, N., y Albarracín, L. (2017). Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: el caso de la medida. *REDIMAT*, 6(2), 136-163. doi: 10.17583/redimat.2017.2415
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: A proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42-47.
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37-58.
- Palm, T. (2009). Theory of Authentic Task Situations. En L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren y S. Mukhopadhyaya (Eds.), *Words and Worlds: Modelling Verbal Descriptions of Situations*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Palm, T. y Nyström, P. (2009). Gender aspects of sense making in word problem solving. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 59-76.
- Toalá, R. (2018). *Geometría y trigonometría*. México: Book Mart México.
- Torres, E. Z. (2019). *Diseño de tareas matemáticas para secundaria bajo la Teoría de las Situaciones con Tareas Auténticas*. (Tesis de Licenciatura). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México.
- Zárate, J. M. (2017). La importancia de la autenticidad de un problema de Matemáticas a nivel medio superior. Ibero Puebla [en línea] *Coloquio sobre Buenas Prácticas Docentes en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de las Ciencias Básicas*. Recuperado el 16 de agosto de 2019, de <https://repositorio.iberopuebla.mx/>

Gerardo Irwin Téllez Vega. Nació en la ciudad de Tlaxcala, México, el 21 de agosto de 1987. Es Licenciado en Ingeniería Industrial por la Facultad de Ingeniería de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Se ha desempeñado como docente de matemáticas en el Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Tlaxcala. Actualmente cursa la Maestría en Educación Matemática en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México.
Email: girwint21@gmail.com

Geovani Daniel Nolasco Negrete. Nació en la ciudad de Tlaxcala, México, el 17 de mayo de 1995. Es Ingeniero Mecatrónico por la Universidad Politécnica de Tlaxcala y estudiante de maestría en Educación Matemática en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Se desempeña como profesor de Preparatoria en los Colegios de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Tlaxcala.
Email: danielnegrethe24@gmail.com

Experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea de libro de texto y una tarea auténtica de trigonometría

G. I. Téllez Vega, G. D. Nolasco Negrete, J. A. Juárez López, E. de L. Juárez Ruiz

José Antonio Juárez López. Nació el 15 de agosto de 1969 en Puebla, Puebla, México. Es Licenciado en Educación Media en el Área de Matemáticas por la Escuela Normal Superior del Estado de Puebla. Maestro y Doctor en Ciencias, especialidad en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Ha publicado tres libros y varios artículos en revistas de la disciplina.
Email: jajul1969@gmail.com

Estela de Lourdes Juárez Ruiz. Doctora en Matemáticas, trabaja en la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Se dedica a realizar investigación en Educación Matemática. Sus proyectos actuales son sobre creatividad, habilidades espaciales, representaciones y resolución de problemas.
Email: estela.juarez@correo.buap.mx

