

Análisis de los procesos de resolución de una tarea auténtica y una no auténtica: El caso de Rubí

David Nexticapan Cortes

Estela Juárez-Ruiz

(Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México)

Fecha de recepción: 26 de julio de 2020

Fecha de aceptación: 20 de marzo de 2021

Resumen

El presente trabajo tiene por objetivo describir los procesos de resolución de una tarea no auténtica y una auténtica por una estudiante de 16 años de segundo año de nivel medio superior a través de una entrevista clínica. Se realizó un análisis cualitativo tipológico basado en procesos relacionados a las cuatro fases del método de Polya. Mediante el juicio de expertos se modificó la tarea no auténtica cumpliendo con la taxonomía de Palm y Nyström. Los resultados del análisis indicaron que la estudiante no tuvo éxito en la resolución de la tarea no auténtica porque ésta no cumplía el aspecto de información y datos. Sin embargo, cuando resolvió la tarea auténtica comprendió mejor el problema, fue capaz de configurar un plan, lo ejecutó llevando a cabo un razonamiento inductivo con el uso de variables y relacionó sus resultados en otros contextos.

Palabras clave

Autenticidad, tarea, resolución de problemas, método de Polya.

Title

Analysis of the resolution processes of an authentic and a non-authentic task: Rubi's case.

Abstract

The purpose of this work is to describe the resolution processes of a non-authentic task and authentic task by 16 years old second-year student of high school through a clinical interview. A qualitative typological analysis was performed using processes related to the four phases of Polya. Through expert judgment the non-authentic task was modified complying with the Palm and Nyström taxonomy. The results of the analysis indicated that the student didn't succeed in solving the non-authentic task because it didn't meet the information/data aspect. However, when she solved the authentic task, she had a better understanding of the problem, was able to configure a plan, executed it, carried out inductive reasoning with the use of variables, and related her results in other contexts.

Keywords

Authenticity, task, problem-solving, Polya's method.

1. Introducción

Actualmente, la enseñanza se encuentra dirigida de manera estricta por el profesor donde se prioriza la acumulación de conocimientos y no el logro de aprendizajes profundos. Todo ello produce conocimientos fragmentados con limitada aplicabilidad, relevancia, pertinencia y vigencia en la vida cotidiana de los estudiantes (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2017).



Si bien es cierto, la mayoría de los docentes que ven su tarea como la transmisión de un conocimiento acabado y abstracto tienden a adoptar un estilo expositivo, su enseñanza está impregnada de definiciones y procedimientos algorítmicos. Solo al final y en contados casos, aparece un problema contextualizado como aplicación de lo que supuestamente se ha aprendido en clase (Romero, 2013).

Por lo anterior, es importante hacer una cuidadosa selección de problemas contextuales que permitan una amplia variedad de estrategias de solución, preferiblemente estrategias de solución que en sí mismas reflejen una posible ruta de aprendizaje. Se trata de que los estudiantes, quienes al principio no poseen herramientas matemáticas suficientes, las reinventen a partir de abordar problemas provenientes de contextos y situaciones realistas (Gravemeijer y Terwel, 2000).

Como bien mencionan los autores Bressan, Gallego, Pérez y Zolkower (2016), los contextos realistas cumplen un papel esencial en el aprendizaje matemático de los alumnos, ya que son puntos de partida en el proceso de enseñanza y aprendizaje para producir matemática y dominios de aplicación de la misma. Los problemas bien elegidos, resultan de interés para los alumnos y, además, ante problemas abiertos, admiten estrategias variadas y/o varias soluciones, dando lugar a valiosas discusiones matemáticas entre los alumnos. Kilpatrick, Gómez y Rico (1998) llegaron a la conclusión de que el profesor debe dar a sus alumnos problemas más reales para que ellos se sientan comprometidos de alguna forma.

Así que, como docentes debemos presentar una problemática que genere una tendencia en los estudiantes a preguntarse ¿cuál es la incógnita del problema?, ¿de qué me puedo apoyar?, ¿mis procesos son correctos?, ¿puedo obtener el resultado de una manera diferente?, etc. para que ante la necesidad de responder estas preguntas realicen procesos de resolución relacionados a las fases del método de Polya y que el investigador indague acerca de ellos haciendo preguntas también de este tipo, sin dirigir sus procesos de resolución para llegar a la respuesta.

De esta manera, se plantea la necesidad de explorar los procesos de resolución que ejecuta un estudiante en una tarea no auténtica y una auténtica a través de una entrevista clínica, logrando captar estos procesos claramente por medio de preguntas vinculadas a las cuatro fases del método de Polya.

El interés de esta investigación se justifica en que el planteamiento de problemas con un aumento en la autenticidad, incluso cuando se logra únicamente mediante una modificación del texto de la tarea, generan en los estudiantes, según el estudio de Palm (2006), un aumento en la tendencia a usar sus conocimientos del mundo real de manera efectiva en la resolución de problemas verbales.

El objetivo general de este trabajo consiste en describir los procesos de resolución de un problema no auténtico y uno auténtico que realiza una estudiante de nivel medio superior. La pregunta de investigación que se ha planteado es: ¿Cómo resuelve una estudiante de nivel medio superior una tarea no auténtica y una auténtica?

De esta forma, en este trabajo se propone plantear a una estudiante una tarea, la cual consiste en la resolución de una situación problema con dos preguntas. Inicialmente la tarea será no auténtica en el sentido de Palm y Nyström (2009) y después auténtica, para observar sus procesos cognitivos de resolución mediante una entrevista clínica.

2. Marco Teórico

El sustento teórico de esta investigación lo conforman la teoría de tareas auténticas establecida por Palm (2006), Palm y Nyström (2009) y el método de las cuatro fases de Polya (1965) para la resolución de problemas.

En la revisión que los autores de este trabajo hicieron de los trabajos de George Polya para tratar de ubicar su definición de problema, encontraron que “es un fin que se desea alcanzar” (Polya, 1965, p. 153). Por su parte, Lester (1983, citado en Pozo, 1994) lo define como una tarea en la cual un individuo o grupo que se confronta con ésta quiere o tiene necesidad de hallar una solución, en la cual no existe un procedimiento inmediato y accesible que garantice en modo completo las soluciones.

En Margolinas (2013) se define tarea como todo aquello que el profesor utiliza para realizar demostraciones matemáticas, para el seguimiento del aprendizaje del estudiante o para solicitar que los estudiantes hagan algo. En ese sentido, el término tarea abarca, por ejemplo, la realización de ejercicios rutinarios o repetitivos, la construcción de objetivos o ejemplos que refuercen las definiciones, o la resolución de problemas.

Resolver un problema según Polya (1962) significa “encontrar una salida a una dificultad, una forma de sortear un obstáculo, alcanzar un objetivo que no era alcanzable de inmediato” (p. ix). Por otra parte, Chamoso, Vicente, Manchado y Múñez (2015) señalaron que resolver un problema de matemáticas es una tarea cognitivamente compleja ya que requiere tener en cuenta diversos procesos para comprender la situación en la que el problema está inmerso y proyectar esa comprensión en la estructura matemática adecuada que permita elegir, al que intenta resolverlo, entre todos los procedimientos que conoce, aquellos que son los apropiados para responder la pregunta del problema.

2.1. Autenticidad de las tareas

La teoría de tareas auténticas de Palm (2006) alude a la correspondencia entre problemas verbales y situaciones del mundo real. Esta correspondencia se basa en la representación simplificada (simulación) de esas situaciones. Palm (2006) propuso los siguientes aspectos de las situaciones de la vida real que se consideran importantes en su simulación: el evento, la pregunta, información y datos, la presentación, las estrategias de solución, las circunstancias, los requisitos de solución y el propósito en el contexto figurativo, algunas de ellas con diversos sub-aspectos.

Posteriormente, Palm y Nyström (2009) definieron una tarea auténtica como aquella que representa alguna situación de la vida real, de manera que aspectos importantes de esa situación se simulan en un grado razonable. En su trabajo propusieron sólo cinco aspectos como los más importantes que debe cumplir una tarea para que se considere auténtica. Las definiciones de estos aspectos se presentan a continuación:

Evento. Este aspecto se refiere a una simulación de una situación de la vida real y es un requisito previo que este haya tenido lugar en la vida real o tenga alta probabilidad de ocurrir.

Pregunta. Este aspecto se refiere a la concordancia entre la tarea asignada en la escuela, y en una situación correspondiente fuera de la escuela. La pregunta en la tarea escolar es una que en realidad podría plantearse en el evento de la vida real descrito.



Propósito en el contexto de la tarea. Debe ser claro para los estudiantes en la situación escolar como lo sería en la situación de la vida real correspondiente.

Uso del lenguaje. Este aspecto se refiere a la terminología, la estructura de la oración y la cantidad de texto utilizado en la presentación de la situación de la tarea. En una simulación de este aspecto, con un grado razonable de fidelidad, la tarea escolar no incluye, por ejemplo, términos difíciles que impidan a los estudiantes la resolución de las tareas.

Información/datos. Este aspecto se refiere a los valores, modelos y condiciones en las que se puede basar la solución a una tarea. El aspecto se divide en los siguientes sub-aspectos:

- *Existencia de información/datos.* Este sub-aspecto se refiere a la adecuación en la existencia entre la información disponible en la tarea de la escuela y la información disponible en la situación simulada.
- *Realismo de la información/datos.* Este sub-aspecto se refiere a que el realismo de los valores dados en las tareas escolares es un aspecto de importancia en simulaciones de situaciones de la vida real.
- *Especificidad de la información/datos.* Este sub-aspecto se refiere a la adecuación en la especificidad de la información disponible en la situación escolar y la situación simulada. Por ejemplo, la diferencia entre compartir una rebanada de pan y compartir un pastel puede hacer que los estudiantes razonen diferentemente (Taylor, 1989, citado en Palm y Nyström, 2009).

2.2. Método heurístico de las cuatro fases de Polya

Polya (1965) explicó que lo natural ante la resolución de un problema es que primero se deba familiarizar con el problema como un todo; esto estimula la memoria. Ya visualizado se tiene claro qué se tiene que resolver, y, una vez que suceda este proceso, se comprende el problema; aquí ya se aíslan las partes y se comienza a resolver por partes el problema.

Una revisión más detallada de los cuatro pasos de Polya (1965) implicados en la resolución es la siguiente:

Primera Fase: Comprender el problema

Es la fase del cuestionamiento y de la identificación de datos e incógnitas. Entender el problema, es “ver claramente lo que se pide” (Polya, 1965, p. 28). Para las autoras Boscán y Klever (2012) sin duda la primera fase del método es la que cobra mayor importancia, porque si no se tiene claridad y no se entiende la situación, muy difícilmente se puede tener éxito en la solución.

Segunda Fase: Concepción de un plan

Polya (1965) señaló que se tiene la idea de un plan cuando se sabe a grandes rasgos, los cálculos, razonamientos y construcciones que habrán de efectuarse para determinar la incógnita del problema. Esta idea va tomando forma después de varios intentos aparentemente infructuosos y de un periodo de duda, para finalmente obtener esa “idea brillante”. En esta fase, el maestro debe conducir al alumno a través de sugerencias y preguntas hacia esa idea brillante, pero sin imponérselo (Boscán y Klever, 2012).

Tercera Fase: Ejecución del plan

Según Polya (1965) “Poner en pie un plan, concebir la idea de la solución, ello no tiene nada de sencillo. Es mucho más fácil llevar al cabo el plan. Para ello lo que se requiere sobre todo es paciencia” (p. 33).

En esta fase los estudiantes aplican los cálculos, razonamientos y construcciones pertinentes estipulados en el plan, donde el docente es un guía que está al pendiente de los alumnos para direccionar su trabajo con interrogantes como: ¿puede ver claramente que el paso realizado es correcto?, ¿acompañó cada operación matemática de una explicación contando lo que hizo y para qué lo hizo?, ¿ante alguna dificultad volvió al principio, reordenó ideas y probó de nuevo? (Boscán y Klever, 2012).

Cuarta Fase: Visión retrospectiva

Una vez, resuelto el problema, se hace énfasis a los estudiantes de que el problema no se termina cuando se llega a una respuesta. Los estudiantes deben realizar un análisis y reflexionar en todo el proceso resolutivo, y para ello, el docente guía esta etapa formulando preguntas como: ¿los resultados están acorde con lo que se pedía?, ¿la solución es lógicamente posible?, ¿se puede comprobar la solución?, ¿hay algún otro modo de resolver el problema? (Boscán y Klever, 2012). Reconsiderar la solución, reexaminar el resultado y el camino que condujo a ella, podría, consolidar el conocimiento y desarrollar las aptitudes de los estudiantes para resolver problemas (Polya, 1965).

Es así como la resolución de problemas aproxima la matemática a las situaciones reales vinculadas a los diferentes contextos presentes en los estudiantes, y pone de manifiesto el tipo de control intelectual que el estudiante puede realizar sobre cada situación. Por ello, la resolución de problemas constituye no sólo una buena estrategia metodológica, sino que supone una forma de acercamiento más real al trabajo en esta disciplina (Díaz y Poblete, 2001).

3. Método

El tipo de investigación utilizado para este trabajo es cualitativo que según los autores Hernández, Fernández y Baptista (2018) se utiliza para la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación. Se trató de un estudio de caso. La informante se seleccionó a través de un muestreo de participantes voluntarios que Cohen, Manion y Morrison (2012) definen como aquellos que aceptan la invitación a participar. La estudiante tenía 16 años y cursaba segundo año de nivel medio superior en el ciclo escolar 2019-2020, en una escuela privada ubicada en la Ciudad de Puebla, México. Tenía conocimientos previos en el área de aritmética y álgebra, un desempeño promedio en matemáticas y un gusto por la resolución de problemas.

3.1. Instrumento de recolección de datos

Para la recolección de datos se llevó a cabo una entrevista clínica a la estudiante. Esta se realizó en dos partes en dos días diferentes separados por un lapso de tres días, la primera tuvo una duración de 27 minutos donde la informante resolvió el problema no auténtico y la segunda de 23 minutos donde resolvió el problema auténtico. La entrevista clínica consistió en que mientras la estudiante resolvía cada uno de los problemas, el entrevistador le hacía preguntas de la guía y preguntas acordes a lo que observaba, por ejemplo, titubeos, silencios, dudas, ademanes, expresiones faciales, etc.



La guía de preguntas utilizada para cada una de las dos partes de la entrevista se basó en las cuatro fases del método de Polya (1965), las cuales se describen en la Tabla 1.

Fase	Pregunta
Comprender el problema	¿Cuál es la incógnita del problema? ¿Cuáles son los datos? ¿Hay información insuficiente, redundante o contradictoria?
Concebir un plan	¿Podría plantear el problema en forma diferente? ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Conoce algún método que le pueda ser útil?
Ejecución del plan	¿Puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?
Visión retrospectiva	¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede emplear usted emplear el método en algún otro problema?

Tabla 1. Guía de preguntas para la entrevista clínica.

Con base en el programa de segundo año de bachillerato aprobado por la SEP (2017), se seleccionó un problema de relación lineal entre dos variables del libro de texto utilizado en la escuela donde la informante estudiaba. En la Figura 1 se muestra el texto del problema.

Un almacén informa que a partir de la siguiente semana aumentará 10% el precio de una computadora portátil, al tiempo que anuncia una rebaja de 10% en todos los artículos para esos días.

1. ¿Me conviene comprar el equipo antes de que aumente de precio, o cuando aplique la rebaja?
2. ¿Cómo podría predecir cuál será el nuevo precio para cualquier computadora, bajo estas condiciones?

Figura 1. Problema aplicado durante la entrevista clínica.

Este problema fue sometido a juicio de expertos para validar su autenticidad con base en los cinco aspectos propuestos por Palm y Nyström (2009) descritos anteriormente. La retroalimentación de estos indicó que esta tarea no era auténtica al no cumplir el aspecto de información y datos, pero que al asignarle un precio específico a la computadora portátil ya lo cumpliría y tendría más sentido en la vida real.

Los expertos consideraron que el único aspecto que debía corregirse en el problema planteado en la Figura 1, era el de información y datos pues el problema carecía de un precio fijo para la computadora portátil, con lo cual indicaron, el problema se volvería auténtico. Los investigadores de este trabajo decidieron que la estudiante trabajara el problema auténtico en la segunda parte de la entrevista y que ella fijara el precio para la computadora, pues esto era lo único que faltaba para la autenticidad del problema.

3.2. Análisis de datos

Para analizar los datos de la entrevista clínica se utilizó la metodología de análisis tipológico propuesta por Hatch (2002), la cual consiste en las siguientes fases: identificar las tipologías a analizar, leer los datos marcando las entradas relacionadas con sus tipologías, leer las entradas por tipología registrando las ideas principales, buscar patrones, relaciones o temas dentro de las tipologías, codificar las entradas de acuerdo con los patrones identificados, decidir si los patrones son compatibles con los datos, buscar relaciones entre los patrones identificados, escribir los patrones como generalizaciones y seleccionar extractos de datos que admitan las generalizaciones.

Para aplicar esta metodología, se establecieron las siguientes tipologías o categorías basadas en las cuatro fases del método de Polya (1965):

- Incógnita del problema
- Información y datos del problema
- Plan de resolución
- Planteamiento del problema de forma diferente
- Proceso de resolución
- Verificación del resultado
- Transferencia del problema o proceso de resolución a otros contextos

En todo el proceso de resolución de los problemas realizado por la estudiante, estas categorías emergieron naturalmente del análisis de la entrevista, dejándola libremente realizar sus procesos de resolución para llegar a una respuesta.

A continuación, se leyó la transcripción de la entrevista varias veces y se establecieron los fragmentos de la entrevista correspondientes a cada una de las tipologías, los cuales se resaltaron utilizando diferentes colores. Se crearon documentos para cada tipología con sus respectivos fragmentos y se realizó un resumen de cada una de ellas identificando las ideas principales de estos fragmentos. Posteriormente, en cada categoría se buscaron patrones y relaciones presentes en los datos como similitudes, diferencias, frecuencias, secuencias, correspondencias y causalidades. Se procedió a la búsqueda de relaciones y patrones que pudieran existir entre las categorías. Finalmente, se realizó una síntesis de las relaciones encontradas entre las diferentes categorías y se seleccionaron los fragmentos de entrevista que respaldaran las generalizaciones.

4. Resultados

En esta sección se da cuenta de los procesos llevados a cabo por la estudiante al resolver cada una de las dos tareas propuestas. Estos procesos se describen en dos subsecciones: procesos llevados a cabo en la tarea no auténtica y procesos llevados a cabo en la tarea auténtica. En lo sucesivo se identificará con la letra (R) a la informante Rubí y con (E) al entrevistador.

4.1. Procesos llevados a cabo en la tarea no auténtica

En la tarea no auténtica la estudiante llevó a cabo todos los procesos descritos en las categorías con excepción del último. La mayoría de ellos los realizó erróneamente o de manera incompleta. Por ejemplo, en el proceso identificado con la categoría *incógnita del problema* la estudiante indicó que ésta



era buscar el precio de una computadora portátil cuando lo correcto era determinar el momento conveniente para comprarla. A continuación, se presentan con más detalle todos estos procesos.

Inicialmente la estudiante leyó el enunciado verbalmente y la primera pregunta del problema, guardando silencio por 28 segundos, después dio una respuesta escrita a esta pregunta como se muestra en la Figura 2. Se observa la categoría *proceso de resolución* aunque la informante no exhibe este de forma escrita u oral.

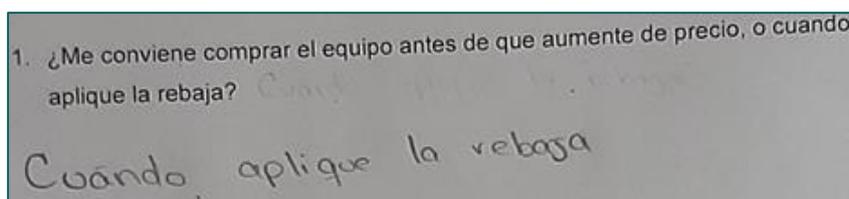


Figura 2. Respuesta inicial de la informante a la pregunta uno.

Para corroborar este proceso, se le interrogó:

E: ¿Por qué crees eso?
R: Porque (silencio por 3 segundos) puede que tenga más probabilidad de (silencio de 5 segundos) de que su precio disminuya más de lo que ya tiene aplicado el porcentaje.
Se comprueba que Rubí realiza un proceso de resolución mental que da como consecuencia una respuesta intuitiva.
En relación con el proceso *incógnita del problema*, la estudiante en la entrevista respondió:
E: ¿Cuál es la incógnita del problema?
R: El precio que va a tener la computadora dependiendo de los porcentajes (silencio por 10 segundos) bueno, saber cuál es el precio real para poder aplicar los porcentajes que va a aumentar o disminuir.

En el proceso identificado con la categoría *incógnita del problema*, la estudiante lo ha realizado erróneamente al indicar que la incógnita es buscar el precio de una computadora portátil para después aplicarle los porcentajes, dato que el problema no lo proporciona, lo que implica, que tiene dificultades de comprensión del problema, tal como se muestra en la entrevista realizada al efecto.

Posteriormente, se le interrogó acerca de la información que proporcionaba el problema:

E: ¿Crees que es suficiente la información proporcionada por el problema o hay información extraña?
R: Hay información extraña.
E: ¿Cuál es esa información extraña?
R: Hay como una contradicción sobre que aumenta un 10% y disminuye 10%.
E: ¿Crees que hizo falta algún dato en el problema?
R: Sí.
E: ¿Cuál dato?
R: Por ejemplo, podría ser el precio de la computadora.

En el proceso identificado con la categoría *información y datos del problema*, para Rubí resultó contradictorio el hecho de que el precio de una computadora aumente un 10% y disminuya un 10%. Además, se da cuenta de que, si tuviera como dato el precio de la computadora, el problema estaría mejor planteado y sería más fácil de resolver.

Se puede observar que la estudiante empíricamente percibe que el problema carece de especificidad de los datos, aspecto considerado por Palm y Nyström (2009) como uno de los cinco aspectos fundamentales para la autenticidad de una tarea. En efecto, Rubí percibe que se requiere el precio de la computadora para poder resolver mejor el problema.

A continuación, se presenta una descripción de los procesos llevados a cabo por la estudiante en la Fase 2 del método heurístico de Polya, donde se consideraron las categorías: plan de resolución y planteamiento del problema de forma diferente.

Se solicitó a la informante que replanteara el problema de forma diferente, como se muestra en el siguiente fragmento de entrevista.

E: ¿Podrías replantear el problema con tus propias palabras?

R: Sí

E: ¿En qué consiste?

R: Se supone que en una tienda (silencio por 5 segundos) se dice que en una semana aproximada que sus precios van a aumentar justo en ese mismo momento una computadora portátil va a aumentar también un 10% y pues en una de las preguntas nos pide cómo sabríamos el precio de la computadora ya aplicado con los porcentajes y si qué es más conveniente, comprarla antes de que aumente o cuando se apliquen las rebajas.

En el proceso identificado con la categoría *planteamiento del problema de forma diferente*, Rubí tuvo dificultad para establecerlo con sus propias palabras mencionando en su planteamiento únicamente el aumento del 10%.

A continuación, se le interrogó a la estudiante acerca de la concepción de un plan para resolver el problema.

E: ¿Qué piensas hacer?

R: Sacar el porcentaje, bueno el precio de la computadora con una regla de tres, pero no se puede.

E: ¿Por qué no se puede hacer?

R: Porque no tenemos el precio de la computadora de cuánto vale.

En el proceso identificado con la categoría *plan de resolución*, la estudiante lo concibió al querer calcular el 10% del precio de la computadora mediante una regla de tres, pero se dio cuenta que no podía hacerlo porque el problema no le proporcionaba dicho precio, por lo que procedió a concebir un plan de resolución para responder a la segunda pregunta, tal como se muestra a continuación:

E: ¿Entonces que se te ocurre hacer?

R: Pues sería que al precio de la computadora le quiten el 10% y ya ese sería el precio total.

...

E: ¿Qué idea tienes para resolver a esta pregunta?



R: Pues sería utilizar una información que nos proporcionó y pues resolver como en una ecuación.

Por un lado, Rubí concibe aplicar una regla de tres para dar solución a la primera pregunta y plantearse una ecuación para responder a la segunda. Esto da paso a la descripción de los procesos que llevó a cabo la estudiante en la Fase 3 del método heurístico de Polya, donde se consideró la categoría proceso de resolución.

E: ¿Qué estás intentando hacer?

R: Este... (silencio por 5 segundos) una regla de tres, pero no se puede.

E: ¿Por qué no se puede hacer?

R: Porque no tenemos el precio de la computadora.

En la categoría *proceso de resolución* para la primera pregunta, la estudiante toma su tiempo para ejecutar su plan hasta que se da cuenta de que sus intentos no la conducen a una respuesta porque el problema no le proporcionó el precio de la computadora para que pudiera calcular los porcentajes.

Al no tener éxito en la primera pregunta y dejando su respuesta intuitiva como la solución correcta por “falta de información”, procede a responder la segunda pregunta y se le interroga sobre lo que estaba haciendo:

E: ¿Entonces qué procedimiento u operaciones realizaste para llegar a la respuesta?

R: Pues yo hice una ecuación y después despejé algún valor para encontrar el resultado.

E: ¿Me podrías explicar paso a paso tu estrategia de solución y por qué lo hiciste?

R: Pues utilicé a x como variable porque es una variable incógnita por el precio, al cual es igual a (silencio por 3 segundos) su precio total que es el 100% menos el porcentaje que disminuirá, y a eso despejamos el valor de la incógnita y nos daría como resultado un 90 que sería el nuevo precio de la computadora.

Al tratarse de una computadora portátil cualquiera, Rubí trata de representar con la variable x el precio de la computadora y plantea una ecuación errónea igualando precio con porcentajes (ver Figura 3) y al parecer sólo considera el 10% de descuento sin tomar en cuenta el 10% de aumento.

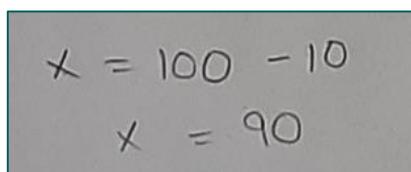

$$x = 100 - 10$$
$$x = 90$$

Figura 3. Ecuación planteada por la informante para responder la segunda pregunta del problema.

De esta manera, en el *proceso de resolución* para la segunda pregunta, la estudiante explica su razonamiento evidenciando la confusión entre el precio y los porcentajes, además, en la ecuación que plantea la variable x ya está despejada. Para ella, despejar la variable x consiste en hacer la resta de 100 con 90. Finalmente, concluye con esa ecuación que el precio para cualquier computadora portátil bajo las condiciones del problema es de 90.

Por último, se procede con la descripción de los procesos que lleva a cabo la estudiante relacionados con la Fase 4 del método heurístico de Polya, que en nuestra categorización está compuesta por: verificación del resultado y transferencia del problema o proceso de resolución a otros contextos. Por ello se le interrogó a la estudiante por qué sus respuestas cumplían las condiciones del problema, como se muestra a continuación:

E: ¿Me puedes decir por qué tu respuesta cumple las condiciones del problema?
R: Pues porque está aplicando el valor desconocido y el valor que el problema está diciendo de la rebaja de la computadora.
E: ¿El procedimiento empleado en este problema sirve para resolver problemas similares?
R: Diría que tal vez siempre y cuando tengamos un poco más de datos.
E: ¿Cómo qué datos?
R: Si hubiéramos sabido el precio de la computadora podría haber sido más fácil aplicar una regla de tres, pero no teníamos ese dato.

En el proceso identificado con la categoría *verificación de resultados*, Rubí justifica erróneamente que su respuesta dada en la Figura 3 satisface las condiciones del problema porque está explícito un valor desconocido que representa el precio de la computadora y además porque tiene la rebaja aplicada del 10%, pero se mantiene al margen de considerar en su respuesta el aumento de porcentaje.

El proceso identificado con la categoría *transferencia del problema o proceso de resolución a otros contextos*, Rubí no pudo llevarlo a cabo por las dificultades que presentó en todo el proceso.

Para la estudiante, el hecho de no haber contado con un precio fijo desde el principio le causó confusión para llevar a cabo correctamente la tarea. Como se puede observar, el plan de Rubí para resolver esta tarea era correcto, pero la falta de autenticidad fue un impedimento para que pudiera ejecutarlo y así poder llegar a la respuesta correcta. En concordancia con los resultados de las autoras Boscán y Klever (2012) quienes afirmaron que si no se tiene claridad de la situación, muy difícilmente se puede tener éxito en la solución de la tarea.

4.2. Procesos llevados a cabo en la tarea auténtica

En la tarea auténtica, Rubí llevó a cabo todos los procesos descritos en las categorías. Algunos los hizo correctamente y en otros mejoró substancialmente sus procesos. Por ejemplo, en el proceso identificado con la categoría *identificación de incógnita del problema*, la estudiante afirmó correctamente que ésta era determinar el momento conveniente para comprarla. En esta subsección, se presentan con más detalle estos procesos llevados a cabo por la estudiante en el segundo momento de la entrevista clínica.

El entrevistador bajo las sugerencias y retroalimentaciones de los expertos para volver esta tarea auténtica le propuso a Rubí durante la entrevista que fijara un precio a la computadora portátil. A continuación, se presenta una descripción de los procesos llevados a cabo por la estudiante en la Fase 1 del método heurístico de Polya, donde se consideraron las siguientes categorías: incógnita del problema e información y datos del problema.

E: Entonces, ¿por qué no fijas el precio de la computadora portátil? ¿Por qué no proporcionas tú uno? [R hace una expresión como tratando de imaginar cuánto podría valer una computadora portátil].



R: *Mmm... (silencio por 5 segundos) ¿Podría utilizarlo, aunque no fuera un precio real, pero simulando que sí lo es?*
E: *¿Por ejemplo?*
R: *Mmm... como ¿mil quinientos? ¿mil?*
E: *Ok, pues puedes usarlo. Ahora, ¿crees que con ese precio fijo comprendes mejor el enunciado del problema?*
R: *Mmm... diría que sí, para saber qué es lo que conviene más, si comprarlo cuando aumenta el precio o antes que se aplique la rebaja.*
E: *Ok, entonces ya que hay un precio fijo ¿cuál es la incógnita del problema?*
R: *El... (silencio por 3 segundos) el valor del porcentaje que se aplica.*

En el proceso identificado con la categoría *incógnita del problema*, la estudiante lo ha realizado correctamente pues al contar con un precio fijo proporcionado por ella (simulado como así lo llama), ya no considera como incógnita de la primera pregunta el precio de la computadora sino el valor del porcentaje que se le aplicará. Sin embargo, su expresión “diría que sí, para saber qué es lo que conviene más, si comprarlo cuando aumenta el precio o antes que se aplique la rebaja” sigue siendo incorrecta. La expresión correcta que atendería a la primera pregunta del problema sería, “diría que sí, para saber qué es lo que conviene más, si comprarlo antes de que aumente el precio o después de que se aplique la rebaja”.

Para finalizar con la Fase 1 del método de Polya, se le interrogó acerca de la información proporcionada por el problema.

E: *Ok, ahora ¿es suficiente la información para resolver el problema?*
R: *Sí.*
E: *¿Por qué?*
R: *Porque ya podría ser, conociendo un valor, ya se podría realizar el problema así matemáticamente.*
E: *Sale, eh... ahora ¿Ya no hay información extraña, información que confunda, que no se entienda, o información de más?*
R: *Pues me sigue confundiendo [R hace un gesto de desánimo y muestra una cara confundida].*
E: *¿En dónde sigue confundiendo?*
R: *Pues que dice que va a aumentar el 10%, pero también hay una rebaja del 10%.*

En este proceso de *información y datos del problema*, en Rubí siguió prevaleciendo en el antes y después de la autenticidad de la tarea, la confusión del aumento del 10% y el descuento del 10%. No se percata que las cantidades base a las que se les aplicarán el aumento y el descuento son diferentes.

Para comenzar con la descripción de los procesos de que llevó a cabo la estudiante en la Fase 2 del método heurístico de Polya, donde se consideraron las categorías: plan de resolución y planteamiento del problema de forma diferente, se le pidió a la estudiante que replanteara el problema con sus propias palabras para analizar si lo comprendía mejor ya con un precio fijo:

E: *Te voy a pedir que me platiques con tus propias palabras en qué consiste el problema, ya con un precio fijo.*
R: *[R aparta la vista de E dirigiendo la vista al techo] Que... ya apli... ya poniendo el precio podría decir que por ejemplo que (titubeos) que una computadora vale por ejemplo \$1,200 pero se anuncia que va a aumentar un 10% pero ehh... también se anuncia que también va a*

haber una rebaja del 10% en todos los artículos, entonces podríamos encontrar eh... por ejemplo que valga \$1,200 podemos eh calcular su aumento de porcentaje que es el 10% y aumentárselo a la cantidad y también otro para disminuirlo.

De esta manera, en el proceso *planteamiento del problema de forma diferente*, se puede observar que hay un cambio en la comprensión de la tarea ahora que ya es auténtica, porque cuando Rubí no tenía un precio fijo de la computadora portátil pensaba que la incógnita era encontrar ese precio para después aplicarle los porcentajes correspondientes, y cuando ya fijó un precio (simulado) pudo explicar el problema con sus propias palabras y ya tiene una idea del proceso matemático a realizar, lo cual establece una conexión con el plan que tenía.

A continuación, se muestra el interrogatorio acerca del plan de la estudiante para responder a la primera pregunta.

E: Ok, entonces ¿ya con ese precio fijo tienes alguna idea para resolver el problema?
R: Sí [R muestra una seguridad de lo que va a hacer].
E: ¿Y qué vas a hacer ahora?
R: No sé cómo decirlo, pero... (silencio por 3 segundos) mi idea es que... cuando ya tengamos el 10% eh... bueno no (risas) si pues sería como... (silencio por 5 segundos) como... (silencio por 3 segundos) que ese es el precio de la computadora con su aumento.
E: Ok, y ¿cuándo disminuye qué piensas hacer?
R: Pues como... dice que en todos los artículos va a disminuir un... (cambio de idea) hay una rebaja de un 10% y como ya conocemos el precio de esa computadora eh... (silencio por 3 segundos) con todo y aumento solo le quitaríamos ese 10%.

En el proceso de la concepción de un *plan de resolución* para la primera pregunta, Rubí tiene claro que el plan para dar solución a la primera pregunta es hacer una regla de tres como lo había planteado cuando la tarea era no auténtica, por lo que tuvo en mente sumar el 10% de \$1,200 al precio original de la computadora y finalmente restar el 10% al total. Como se puede observar, su plan es concebido correctamente.

Se le interrogó acerca del plan que tenía para dar solución a la segunda pregunta, como se muestra a continuación:

E: Ok, y ¿para responder a la segunda pregunta? (silencio por 20 segundos).
R: Mmm... (silencio por 3 segundos) pues diría que se podría hacer lo mismo una regla de tres para... para... saber el 10%.
E: ¿Cómo en la pregunta anterior?
R: Aja... pues podría aplicar la regla de tres con la variable "x" que sería cualquier precio y "y" sería el precio de "x" (Silencio por 3 segundos) pues sería como que transformar la regla de tres en una fórmula real (silencio por 3 segundos) utilizando los valores... las variables "x" y "y" como incógnitas o como valores desconocidos.
E: Ok, ¿cómo se te ocurrió la idea de incluir dos incógnitas? O ¿por qué incluiste dos incógnitas?
R: Porque son dos valores no conocidos, que de uno resulta otro.

En el proceso de la concepción de un *plan de resolución* para la segunda pregunta, Rubí relaciona el plan de la primera pregunta para responder la segunda, es decir, lleva a cabo un razonamiento



inductivo el cual va de lo particular (un precio fijo) a lo general (un precio cualquiera), por lo que decide representar con la variable x el precio de la computadora y con la variable y el 10% del precio de la computadora.

Una vez que la estudiante concibió el plan de aplicar una regla de tres para responder la primera pregunta y mediante un razonamiento inductivo responder la segunda, se procede a la descripción de los procesos llevados a cabo por Rubí en la Fase 3 del método heurístico de Polya, donde la categoría es el proceso de resolución.

Rubí procedió a responder la primera pregunta ejecutando su plan, y se le interrogó acerca de los procedimientos que estaba haciendo y de los resultados que iba obteniendo, como se muestra a continuación:

E: ¿Qué estás haciendo?
R: Eh... sacando el 10% de ese precio.
E: ¿Cómo lo estás haciendo?
R: En regla de tres.
E: ¿Qué interpretación le das a ese 120?
R: 120 es el 10% que va a aumentar (silencio por tres segundos) la computadora portátil.
E: ¿Y qué vas a hacer con ese resultado?
R: Mmm... lo voy a (titubeos) a sumar a la cantidad real del precio de la computadora que en este caso sería \$1,200. [R empieza a hacer cuentas mentales en voz alta y utiliza sus dedos, después escribe sus resultados en la libreta, este proceso llevó 30 segundos].
E: ¿Qué te da como resultado?
R: \$1,320.
E: ¿Qué interpretación le das a ese resultado?
R: Que \$1,320 sería el precio total de la computadora portátil ya con el aumento del 10%.

En la Figura 4 se puede observar que la regla de tres que plantea la estudiante es correcta, además sus procedimientos para hallar el valor de \$1,320 también lo son. Finalmente, Rubí solicita hacer uso de la calculadora para verificar que sus resultados son correctos.

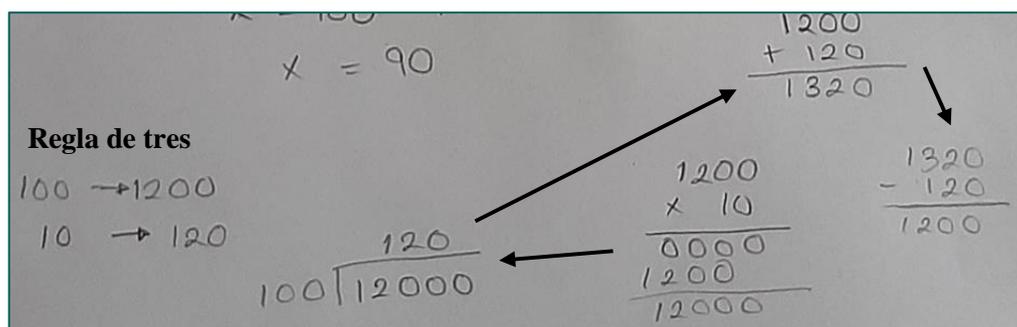


Figura 4. Procedimiento de la informante para dar respuesta a la primera pregunta de la tarea auténtica.

Por un momento la estudiante olvidó el 10% de descuento que tendrían los artículos en esa semana, por lo que el entrevistador le recordó sobre el descuento, como se presenta a continuación:

E: Ok, y ¿cuál es ese 10% que vas a quitar?

R: Sería el resultado que me dio ¿120?

E: ¿Cuánto da como resultado?

R: Pues me da el mismo resultado del precio de la computadora \$1,200.

Para este proceso, Rubí no vuelve a plantear una regla de tres para calcular el 10% de descuento de la computadora portátil ya con su nuevo precio de \$1,320, sino que toma el 10% calculado anteriormente y se lo resta a \$1,320 obteniendo como respuesta el precio inicial que consideró (ver Figura 4).

Es aquí donde se puede notar la confusión del aumento del 10% y el descuento del 10% que tuvo Rubí en la Fase 1, pues desde el inicio intuía que iba a regresar al precio inicial, pero por alguna cláusula del contrato didáctico se vio obligada de dar una respuesta esperada por el entrevistador lo que le provocó confusión en la comprensión de esta pregunta.

Posteriormente, se le pidió que concluyera su respuesta para la primera pregunta, como se muestra a continuación:

E: Entonces respondemos a la primera pregunta del problema, ¿qué darías como respuesta?

[R observa su cuaderno con sus operaciones]

R: Pues... (silencio por 3 segundos) diaria que no conviene com... bueno que... (silencio por 7 segundos) pues como es el mismo precio pues conviene comprarla pues ya sea antes o después de que aplique la rebaja o aumente su precio.

E: ¿Entonces no importa en qué momento se compra?

R: Mmm... (silencio por 3 segundos) tal vez sí, yo diría que antes de que aumente el precio.

En el *proceso de resolución* para la primera pregunta, Rubí no se percató desde el inicio de la entrevista que debía sacar un 10% al nuevo precio para restárselo, en consecuencia, regresó al precio inicial de la computadora, resultando para ella indistinto en qué momento se compraba, pero haciendo caso omiso de su análisis matemático concluye que tal vez convendría comprarla antes de que aumente de precio, modificando su respuesta inicial intuitiva.

Se le pidió a la estudiante que procediera a ejecutar su plan para la segunda pregunta y se le interrogó acerca de los procedimientos que estaba haciendo y de los resultados que iba obteniendo, como se muestra a continuación:

E: Ok, entonces intentamos hacer algo para responder a la segunda pregunta. [R plantea una nueva regla de tres en su hoja de trabajo utilizando dos variables x e y]

R: Entonces voy a multiplicar x por 10, dividirlo entre 100 y eso me va a dar como resultado la variable y .

E: Ok, en este planteamiento de regla de tres ¿qué representa la variable y ?

R: El precio de... (Cambio de idea) el 10% de x .

E: Ok, ¿y x entonces qué es?

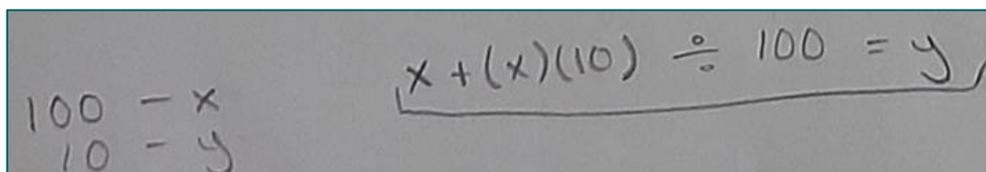
R: Cualquier precio. Y ya con esta fórmula se puede encontrar el... se puede encontrar el diez por ciento de cualquier precio de computadora o algo así.

E: Y ese 10% que acabas de encontrar con esta fórmula es ¿el 10% que va a aumentar o va a disminuir?

R: El 10% que va a aumentar.



Se observa que la estudiante al tratar de dar respuesta a la segunda pregunta identifica que al no tener un precio fijo para cualquier computadora debe ocupar variables llevando a cabo un proceso inductivo. La variable x según Rubí, representa cualquier precio de computadora y la variable y el 10% de x . Plantea su regla de tres de manera correcta y llega a una relación funcional que llama fórmula (ver Figura 5).



The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. On the left, there is a simple rule of three: $100 - x$ and $10 - y$. On the right, a formula is written and underlined: $x + (x)(10) \div 100 = y$.

Figura 5. Fórmula para dar respuesta a la segunda pregunta de la tarea auténtica.

De esta manera, en el *proceso de resolución* para la segunda pregunta, Rubí obtiene correctamente una expresión para determinar el precio de cualquier computadora portátil con su aumento del 10%, pero la interpretación que dio a la variable y como el 10% de x no coincide con su valor explícito en la fórmula, además de que no contempla el 10% de descuento.

Finalmente, se presenta la descripción de los procesos de resolución que lleva a cabo Rubí en la Fase 4 del método heurístico de Polya, donde las categorías son: verificación del resultado y transferencia del problema o procesos de resolución a otros contextos. Para lo cual se le interrogó acerca del por qué sus respuestas cumplían las condiciones del problema, como se muestra a continuación:

E: ¿Me puede decir porque tus respuestas cumplen las condiciones del problema?
R: En la primera porque... (silencio por 3 segundos) ya aplicando los precios, bueno ya aplicando el porcentaje a un número ya pude (titubeos) deducir cuál... cuándo es más conveniente comprar la computadora, y en el problema dos encontré una fórmula para conocer el precio ya con su porcentaje aumentado o disminuido.

En el proceso de *verificación de resultados*, Rubí justifica que sus dos respuestas están bien. La primera (ver Figura 4) porque aplicó correctamente los porcentajes de aumento y descuento a un precio fijo, y en la segunda (ver Figura 5) porque la fórmula encontrada sirve para resolver problemas similares con la simple sustitución de valores.

Como se puede observar en su respuesta “encontré una fórmula para conocer el precio ya con su porcentaje aumentado o disminuido”, Rubí considera que ha atendido simultáneamente los dos procesos de la segunda pregunta, el de aumento y el de descuento, resultado que es incorrecto pues no se percata que son procesos independientes y consecutivos, primero de aumento y luego de descuento.

Continuando con la entrevista, se le preguntó:

E: Ok, el procedimiento empleado en este problema ¿crees que sirva para resolver problemas similares?
R: Sí
E: ¿Por qué?
R: Porque sería solo manera de sustituir los valores... las variables x para encontrar su resultado que en este caso sería la variable y .

E: Entonces, si yo tuviera una computadora que vale por ejemplo quince mil pesos, ¿cómo le aplicarías la fórmula que acabas de obtener?

R: Sustituir... sustituiría el valor de x por quince mil, lo multiplicaría por diez, lo dividiría entre cien y la variable y sería el resultado que me dé de ese precio.

Como se observa en esta parte de la entrevista, Rubí considera que su modelo matemático del problema puede aplicarse a cualquier precio de la computadora, es decir, considera que ha obtenido una fórmula o expresión algebraica general. Dentro de su modelo inacabado, se resalta el proceso inductivo realizado en la tarea auténtica que no se presentó en la tarea no auténtica, resaltando la importancia que tienen las tareas auténticas para generar procesos cognitivos complejos de resolución de problemas.

Finalmente, se le pidió a la estudiante que relacionara este contexto de la computadora portátil con algún otro distinto:

E: Ok, ¿me podrías mencionar como un problema similar a este?

R: Sí

E: Por ejemplo ¿cuál?

R: Este... por ejemplo que en una palettería este... (silencio por 3 segundos) ciertas paletas cuestan tanto, por ejemplo utilizamos un precio que sería una paleta vale doce pesos y... pero se tiene (silencio por 5 segundos y R comienza a golpear la mesa con los dedos) que cada paleta tendría un descuento del cinco por ciento si se compra entre las doce y dos de la tarde, si se (silencio por 3 segundos) si se compra en esas horas se aplique ese porcentaje.

En el proceso de *transferencia del problema o procesos de resolución a otros contextos*, Rubí fue capaz de trasladar el contexto del problema a otro sin gran dificultad, pero nuevamente omitió el aumento de porcentaje y sólo se concentró en el descuento. Esta situación se puede explicar no por una falta de comprensión del plan a ejecutar, sino por la carga cognitiva intrínseca de trabajar mentalmente en los dos procesos: de aumento y disminución implicados en las preguntas. La carga cognitiva intrínseca se mide por el grado de interconexión entre elementos esenciales de información que deben considerarse en la memoria de trabajo al mismo tiempo (interactividad de elementos), y el nivel de experiencia del alumno en el dominio (Kalyuga, 2011).

5. Discusión y Conclusiones

La presente investigación tuvo como objetivo describir los procesos de resolución de un problema no auténtico y uno auténtico que realiza una estudiante de nivel medio superior del tema relación lineal entre dos variables, a través de una entrevista clínica. Los resultados obtenidos indican que cuando la tarea no era auténtica, sus procesos matemáticos de resolución fueron muy limitados e incorrectos. Por el contrario, cuando la tarea se volvió auténtica, sus procesos matemáticos de resolución mejoraron substancialmente, pues aún con errores pudo responder las dos preguntas y realizar un proceso de inducción para generar un modelo matemático en forma de relación funcional con variables x e y para responder a la segunda pregunta.

En la Tabla 2 se presenta una síntesis de los procesos llevados a cabo por Rubí tanto en la tarea no auténtica y su comparativo con la tarea auténtica, según las categorías de análisis establecidas y los resultados obtenidos durante la entrevista clínica.



Categorías	Procesos tarea no auténtica	Procesos tarea auténtica
Incógnita del problema	Lo realiza de manera errónea al considerar que la incógnita del problema era obtener el precio de la computadora portátil para después aplicarle el 10% de aumento y 10% de descuento.	Lo realiza correctamente al considerar que la incógnita del problema era determinar el momento conveniente para comprar la computadora portátil.
Información y datos del problema	Le resultó contradictorio el hecho de que el precio de una computadora aumente un 10% y disminuya un 10%.	Prevaleció la confusión con el aumento del 10% y descuento del 10% sobre el precio de la computadora portátil.
Plan de resolución	Concibió realizar una regla de tres para responder a la primera pregunta, pero se dio cuenta de que no podría hacerla porque el problema no le proporcionaba un precio fijo de la computadora portátil. Tuvo en mente plantearse una ecuación para responder a la segunda.	Tuvo claro que el plan para dar solución a la primera pregunta era hacer una regla de tres como lo había planteado cuando la tarea era no auténtica. Relacionó el plan de la primera pregunta para responder la segunda, es decir, lleva a cabo un razonamiento inductivo declarando la variable x como el precio de la computadora y con la variable y como el 10% del precio de la computadora.
Planteamiento del problema de forma diferente	Tuvo dificultad para establecerlo con sus propias palabras mencionando en su planteamiento únicamente el aumento del 10%.	Pudo explicar el problema con sus propias palabras estableciendo una conexión con el plan que tenía.
Proceso de resolución	En la primera pregunta, se dio cuenta de que su plan no la conducía a una respuesta porque el problema no le proporcionó el precio de la computadora para que pudiera calcular los porcentajes. En la segunda pregunta, planteó una ecuación errónea mezclando precios con porcentajes que la condujo a que el precio para cualquier computadora portátil bajo las condiciones del problema es de 90.	En la primera pregunta, no se percató desde el inicio de la entrevista que debía sacar el 10% al nuevo precio de la computadora para luego restárselo, por lo que su procedimiento la regresó al precio inicial. En la segunda pregunta, obtuvo correctamente una expresión para determinar el precio de cualquier computadora portátil con su aumento del 10%, pero no contempló el 10% de descuento.
Verificación del resultado	Justificó que sus respuestas satisfacen las condiciones del problema porque afirmó: “está explícito un valor desconocido que representa el precio de la computadora y además porque tiene la rebaja aplicada del 10%”.	Aunque el proceso de resolución fue incompleto, Rubí consideró que era correcto porque en la primera pregunta utilizó los porcentajes de aumento y descuento, mientras que en la segunda utilizó variables que representaron el precio y el aumento.

Transferencia del problema o proceso de resolución a otros contextos	No pudo llevarlo a cabo por las dificultades que presentó en todo el proceso.	Concluyó que la expresión algebraica obtenida para dar respuesta a la segunda pregunta se puede utilizar en otros problemas similares. Además, fue capaz de trasladar el contexto del problema a otro sin gran dificultad omitiendo el aumento de porcentaje.
---	---	---

Tabla 2. Comparación de los procesos de resolución de la tarea no auténtica y auténtica.

Uno de los principales hallazgos de la investigación fue que la autenticidad de la tarea jugó un papel fundamental para su comprensión, ya que la informante ante la tarea no auténtica proporcionó una respuesta intuitiva, después identificó erróneamente que la incógnita era encontrar el precio de la computadora portátil para poder aplicar los porcentajes, pero como mencionó en la entrevista, si hubiera contado con ese dato, el problema estaría mejor planteado y sería más fácil de resolver. Esta observación que hizo la informante coincidió con la retroalimentación de los expertos, pues al no tener un precio fijo para la computadora portátil, esta tarea no era auténtica al no cumplir con el aspecto de información y datos. Ante esta coincidencia, se le pidió a la informante que proporcionara un precio fijo y gracias a ello, hubo un cambio significativo en la comprensión del problema considerando como incógnita el valor del porcentaje que se le aplicará para determinar el momento conveniente para comprarla.

Una vez que la estudiante configuró su plan cuando la tarea no era auténtica, tuvo muchas dificultades para la primera pregunta pues su intención era hacer una regla de tres que no pudo ejecutar por la falta de un precio, pero cuando fijó ese precio le resultó sencillo ejecutarlo pues disponía de toda la información necesaria para llevarla a cabo.

Para la segunda pregunta, antes trató de plantearse una ecuación que ejecutó de manera errónea y después, en la tarea auténtica, llevó a cabo un razonamiento inductivo correcto en el cual relacionó el plan de la primera pregunta para responder la segunda. Este proceso realizado por Rubí coincide con la observación de las autoras Castro, Cañadas y Molina (2010) quienes afirman que el razonamiento inductivo es un proceso cognitivo que permite obtener reglas a partir de un comportamiento común observado en algunos casos particulares y concretos. De esta manera, otro de los principales hallazgos fue el razonamiento inductivo que realizó Rubí, porque partió de un caso particular a uno general involucrando variables. Esto las autoras Castro et al. (2010) lo consideran pertinente, ya que si los estudiantes trabajan el razonamiento inductivo a través de problemas en el aula van desarrollando progresivamente sus habilidades que con la resolución de este se potencian, ya que permite el descubrimiento y la adquisición de conocimiento para avanzar hacia la obtención de generalizaciones.

El modelo 3UV establece tres usos de la variable: como número general, como incógnita y como relación funcional (Ursini, Escareño, Montes y Trigueros, 2005). De estos usos, se puede interpretar que Rubí manejó adecuadamente dos de ellos, la variable como número general específicamente en el punto: “manipular el símbolo para simplificar o desarrollar expresiones algebraicas” (Juárez, 2011, p. 89) porque identificó el precio de la computadora con la variable x y el 10% del precio de la computadora por y . También como relación funcional, en el punto: “expresar una relación funcional de manera tabular, gráfica y/o analítica, a partir de los datos de un problema” (Juárez, 2011, p. 89) porque hizo explícita en una expresión la relación de las variables x e y , como puede observarse en la Figura 5.



Por otro lado, desde la perspectiva del docente como diseñador de experiencias de aprendizaje significativo al proponer problemas en el aula, es necesario que considere establecer una secuencia de problemas de lo particular a lo general, para promover los procesos inductivos de los estudiantes y se mejore en la comprensión de la modelación matemática como solución a estos.

Finalmente, los resultados de esta investigación sugieren que en el aula se trabaje bajo la resolución de problemas auténticos para una mejor comprensión del problema y así los estudiantes puedan concebir un plan de un amplio catálogo de estrategias sin encuadrarlos en metodologías o procedimientos algorítmicos para que puedan ejecutarlo sin dificultad permitiendo desarrollar su razonamiento inductivo. Asimismo, que las tareas se propongan en grados escalonados de dificultad, permitiendo que los estudiantes desarrollen esquemas conceptuales que les permitan no tener una carga cognitiva excesiva que les impida realizar sus procesos de resolución adecuadamente.

Bibliografía

- Boscán, M., & Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, 10(2), 7–19.
- Bressan, A., Gallego, M., Pérez, S., & Zolkower, B. (2016). Educación Matemática Realista Bases teóricas. *Educación*, 63, 1–11.
- Castro, E., Cañadas, M. C., & Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, 54, 55–67.
- Chamoso Sánchez, J., Vicente, S., Manchado, E., & Muñoz, D. (2015). Los problemas de matemáticas escolares de primaria, ¿son solo problemas para el aula? *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 12, 261–279.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2012). *Research methods in education*. New York: Routledge.
- Díaz, M. V., & Poblete, Á. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 45, 33–41.
- Gravemeijer, K., & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: A mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum Studies*, 32(6), 777–796.
- Hatch, J. (2002). *Doing qualitative research in education settings*. New York: State University of New York Press.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2018). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill.
- Juárez, J. (2011). Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 76, 83–103.
- Kalyuga, S. (2011). Cognitive load theory: How many types of load does it really need? *Educational Psychology Review*, 23(1), 1–19.
- Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). *Errores y dificultades de los estudiantes Resolución de problemas Evaluación Historia*. Bogotá: Iberoamericana.
- Margolinas, C. (2013). *Task design in mathematics education. Proceedings of ICMI study 22*. Oxford: ICMI.
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: a proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42–47.
- Palm, T., & Nyström, P. (2009). Gender aspects of sense making in word problem solving. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 59–76.
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery*. Canadá: John Wiley & Sons.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

- Pozo, J. I. (1994). Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender. En J. I. Pozo & M. del P. Pérez (Eds.) *La solución de problemas* (pp. 14–50). Madrid: Santillana.
- Romero, E. (2013). *La ejercitación en el aprendizaje de la matemática* (Tesis de licenciatura inédita). Universidad Galileo, Guatemala.
- Secretaría de Educación Pública. (2017). Planes de Estudio de Referencia del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. SEP [en línea]. Recuperado el 20 de junio de 2020, de <http://sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/12491/4/images/libro.pdf>
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D., & Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental: una propuesta alternativa*. México: Trillas.

David Nexticapan Cortes. Es Licenciado en Actuaría por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Actualmente estudiante de Maestría en Educación Matemática en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Su investigación se centra en la resolución de problemas matemáticos y problemas verbales auténticos.
E-mail: david.nexticapan@alumno.buap.mx

Estela Juárez Ruiz. Es Doctora en Matemáticas por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. En la actualidad, realiza investigación en educación matemática y creatividad. Sus proyectos recientes son en habilidades visuales espaciales y representaciones, resolución de problemas y problemas verbales auténticos.
E-mail: estela.juarez@correo.buap.com

