

Conocimiento especializado de un profesor universitario sobre medidas de centralización y de dispersión, aplicando el modelo MTSK

Cristóbal Peñaherrera Chang

Verónica Segovia Montesdeoca

Diana Vasco Mora

(Universidad Técnica Estatal de Quevedo. Ecuador)

Nuria Climent Rodríguez (Universidad de Huelva. España)

Fecha de recepción: 08 de enero de 2021

Fecha de aceptación: 07 de junio de 2021

Resumen

En este trabajo presentamos el análisis del conocimiento de un profesor universitario de estadística, desde la perspectiva del modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK). Aplicando un diseño de estudio de caso, recogemos información de la observación de su práctica de aula y entrevistas. El análisis de los datos nos permitió identificar que su conocimiento especializado estuvo encaminado al dominio Matemático, no obstante, esto no le impidió relacionar en la práctica todos los conocimientos evidenciados en el análisis logrando así su aplicación dentro de un contexto real, siendo esto de gran utilidad en la enseñanza de la Estadística permitiéndole trascender del aula a la vida real.

Palabras clave

Profesor universitario, Medidas de centralización y dispersión, Estadística, MTSK.

Title

University teacher's specialized knowledge on measures of centralization and dispersion

Abstract

In this paper we present the analysis of the knowledge of an university professor of statistics, from the perspective of the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) model. Applying a case study design, we collect information from the observation of your classroom practice and interviews. The data analysis allowed us to identify that his specialized knowledge was aimed at the Mathematical domain, however this did not prevent him from relating in practice all the knowledge evidenced in the analysis, thus achieving its application within a real context, this being very useful in the teaching of Statistics allowing him to transcend the classroom to real life.

Keywords

University teacher, Measures of centralization and dispersion, Statistics, MTSK.

1. Introducción

El conocimiento sobre la estadística forma parte esencial en las instituciones de Educación Superior, ya que esta ha llegado a ser una herramienta imprescindible para poder sistematizar, analizar, comprender e interpretar datos de la realidad (Rodríguez, 2011). Además, el sistema de educación superior ecuatoriano se encuentra en una búsqueda constante de calidad y excelencia (LOES, 2010), enfocándose en la preparación profesional del docente universitario como principal actor que se



empodera y auto transforma para poder cumplir la misión de transferir y gestionar su conocimiento y tecnologías (Briones, 2018).

Por otra parte, es de gran importancia no solamente el conocimiento que posee el profesor sobre la estadística en cuestión, sino también el uso de dicho conocimiento al enseñarlo en las aulas (Juárez e Inzunza, 2014). Esto ha propiciado un interés creciente por la investigación sobre el conocimiento de los profesores respecto a la estadística (Gómez, 2016).

Las investigaciones acerca del conocimiento del profesor han ido evolucionando, desde las que se basaron en el modelo de Shulman (1986, 1987), hasta las más recientes apoyadas, entre otros, en el modelo de Ball, Thames y Phelps (2008). Aunque esta línea de investigación sobre el conocimiento del profesor ha sido fructífera, son escasas las investigaciones en torno al conocimiento del profesor de Estadística (Leiria, González y Pinto, 2015).

Este trabajo busca comprender el conocimiento que pone en juego un profesor universitario cuando enseña las medidas de centralización y de dispersión, a través del modelo de análisis del conocimiento del profesor, *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge -MTSK-* (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013), se escogió este modelo por lo que su estructura (subdominios) permite integrar los conocimientos de diferentes naturalezas desde una perspectiva de “especialización”. Hemos elegido este contenido de estadística descriptiva por ser de gran importancia como elemento básico en el análisis de datos, y a su vez, posee cierto nivel de complejidad en su entendimiento y comprensión.

Con base en lo expuesto anteriormente, se ha planteado una pregunta de investigación: ¿Qué conocimiento especializado moviliza un profesor universitario cuando enseña las medidas de centralización y de dispersión? A la que se espera responder con el siguiente objetivo: Caracterizar el conocimiento especializado de un profesor universitario sobre las medidas de centralización y de dispersión.

2. Marco Teórico

El trabajo de Shulman (1986, 1987) ha sido considerado determinante, para describir el conocimiento que poseen los docentes para sociabilizar un determinado tema hacia los estudiantes de una manera sencilla y comprensible. En especial destaca la diferenciación de un conocimiento didáctico ligado intrínsecamente a la disciplina que se enseña (denominado *Pedagogical Content Knowledge*).

En esta investigación tomaremos como referente el modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge -MTSK-* (Carrillo *et al.*, 2013). Este modelo analítico-descriptivo propone una interpretación integral del conocimiento especializado del profesor, considerando las diversas naturalezas, tanto del dominio matemático como del didáctico específico, destacando las diferentes facetas en que el profesor conoce el contenido matemático, relacionado con la enseñanza (Carrillo, Contreras, Climent, Escudero, Flores y Montes, 2016). Por otro lado, describiremos trabajos previos (como sustento teórico), que a su vez nos sirven para discutir nuestros resultados.

2.1. Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)

El MTSK mantiene la diferenciación realizada por Shulman (1986) de los dominios del conocimiento del profesor: el dominio del Conocimiento Matemático (MK), comprendido como un conocimiento amplio y profundo de las matemáticas; el dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), caracterizado como un conocimiento para la enseñanza y aprendizaje del contenido matemático propio del profesor; y el tercer dominio de las Creencias. Tomaremos como referencia a los dos primeros, que están conformados por tres subdominios cada uno (Ver Figura 1), los cuales pasamos a detallar; y ejemplificar los encontrados en el análisis, con base en las reflexiones tomadas de Escudero-Ávila, Carrillo, Flores-Medrano, Climent, Contreras y Montes (2015); Carrillo *et al.*, (2018); de Vasco y Climent (2018), Carrillo y Martín (2019).

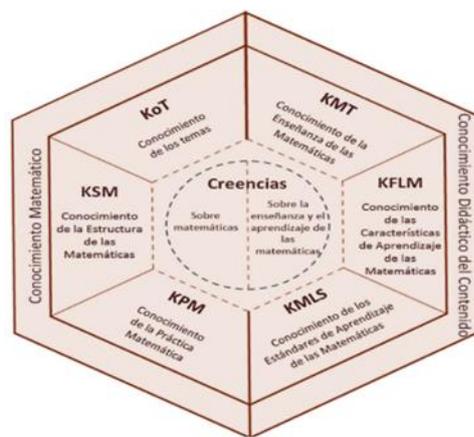


Figura 1. Modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge, MTSK. Tomado de Carrillo *et al* (2016), Carrillo y Martín (2019).

El *Conocimiento de los temas (KoT)* describe lo que debe saber el profesor sobre los contenidos matemáticos a enseñar. Se subdivide en cuatro categorías: *Procedimientos* comprende el conocimiento sobre los algoritmos convencionales y alternativos. Por ejemplo, para las medidas de centralización, se trata del conocimiento sobre los algoritmos para su cálculo. *Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos* integra el conocimiento para describir o caracterizar un concepto. Por ejemplo, conocer que la suma de las desviaciones de un conjunto de números respecto de su media aritmética será cero. *Registros de Representación* recoge el conocimiento sobre las distintas formas que se puede representar un tema, así como la notación y el lenguaje adecuado asociado a dichas representaciones. Por ejemplo, el conocimiento del profesor sobre las simbologías estadísticas de la media (\bar{x}), mediana (Md) y moda (Mo). *Fenomenología y Aplicaciones*, se refiere al conocimiento de fenómenos, situaciones y usos concernientes a un tema matemático. De este modo, comprende las aplicaciones de un contenido matemático en otras disciplinas.

El *Conocimiento de la estructura de la matemática (KSM)* hace referencia a las distintas relaciones interconceptuales que se puedan establecer entre los contenidos matemáticos, como un sistema de conexiones asociadas a un aumento de complejidad o de simplificación, así como conexiones transversales o auxiliares, que le permitan al profesor la comprensión de temas avanzados desde una perspectiva más básica y viceversa. Este subdominio se divide en cuatro categorías. *Conexiones de Complejización*, *Conexiones de Simplificación*, *Conexiones Auxiliares* y las *Conexiones Transversales*.



El *Conocimiento de la práctica matemática (KPM)* abarca las formas de cómo proceder para llegar a resultados matemáticos, lo que incluye saber demostrar, justificar, definir, ejemplificar y dominar el papel de los contraejemplos. Por ejemplo, que el profesor conozca cómo puede demostrar la validez de la propiedad de los extremos en la mediana.

El *Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM)* se enfoca en el conocimiento del profesor sobre las características correspondientes al contenido matemático como objeto central del aprendizaje. Incluye cuatro categorías. *Teorías de aprendizaje*, que engloba al conocimiento de posibles teorías (formales o personales) sobre cómo se aprende el contenido matemático. *Fortalezas y Debilidades* hacen alusión al conocimiento del profesor sobre las dificultades o potencialidades que pudiera poseer el alumnado con relación a un tema concreto. Por ejemplo, no considerar las frecuencias en el cálculo de la mediana. *Formas de Interacción de los Alumnos con el Contenido Matemático* enfatiza qué conoce el profesor acerca de los procesos y estrategias habituales y no habituales de los alumnos, así como el conocimiento del lenguaje cotidiano al involucrarse en un tema matemático. Por último, *Intereses y Expectativas* que tienen los estudiantes con relación a un determinado contenido.

El *Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)* se enfoca en los conocimientos teóricos sobre la enseñanza de las matemáticas, así como en el de *estrategias, tareas, técnicas y ejemplos* que pueden llevarse a cabo para enseñar un contenido. Incluye el conocimiento de recursos o materiales didácticos específicos para la enseñanza. Este conocimiento va por encima de solo reconocer estos recursos y su implementación, englobando una evaluación crítica de cómo se pueden usar para mejorar la enseñanza. Por ejemplo, que el profesor sepa que con el programa Excel se puede analizar las medidas de centralización y de dispersión.

El *Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)* involucra lo que concibe el profesor sobre todo lo que el alumno debe, o es capaz de lograr, en un determinado nivel académico. Incluye tres categorías: el *Nivel de Desarrollo Conceptual o Procedimental Esperado* de un contenido matemático específico en un determinado momento escolar; el conocimiento de los contenidos matemáticos que se enseñarán en un nivel específico, planteados en los currículos (denominada *Expectativas de aprendizaje*); y propuestas de *Secuenciación con Temas Anteriores y Posteriores*.

2.2. Antecedentes del Conocimiento del Profesor en relación con la enseñanza de la Estadística

En la revisión de literatura realizada por Alvarado (2013) y Biza, Giraldo, Hochmuth, Khakbaz y Rasmussen (2016), se muestran los principales ejes temáticos que se han ido abordando en relación con el nivel universitario en los diversos congresos de Investigación en Educación Matemática; y de la búsqueda bibliográfica realizada, se muestra escasez en investigaciones acerca del conocimiento del profesor universitario en matemáticas, mucho menos en estadística. Por ende, incluiremos trabajos previos encontrados sobre el conocimiento de estudiantes, futuros profesores y de profesores en ejercicio de Primaria, Secundaria y Bachillerato, centrándonos específicamente en Estadística y Matemáticas. Mostraremos a continuación los resultados de algunas de estas investigaciones.

A manera de síntesis mencionaremos algunos trabajos realizados aplicando el modelo MTSK, en diferentes niveles educativos, uno de los trabajos es de Hernández y Flores (2015), que, al analizar el conocimiento especializado en la formación de 52 futuros docentes de educación primaria, en varios

temas específicos como Tema números y sistemas de numeración, problemas aditivos, figuras y cuerpos geométricos, etc. Lo que ha mostrado que existe un nivel de dificultad para la enseñanza, así como la dificultad sobre el mismo tema para el aprendizaje por parte de alumnos de sexto de grado de educación primaria, mostrando la relación que existe entre el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) con el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) en la caracterización del conocimiento especializado del profesor. En la investigación de Muñoz-Catalán, Contreras, Carrillo, Rojas, Montes y Climent (2015), analizaron el conocimiento especializado que un profesor debería poseer para proporcionar la interpretación de un problema para estudiantes de sexto de primaria (se analizó la respuesta dada de un estudiante ante dicho problema), tomando constancia del conocimiento del profesor debe ser profundo en cuanto la conceptualización del tema a tratar, como en este caso al concepto de fracción, la división como medida, el concepto de fracción impropia, etc., el profesor de matemáticas también necesita conocer el potencial de los modelos discretos y continuos para problematizar la división de fracciones, el uso de recursos que faciliten la asimilación de los conceptos, etc., otro aspecto que nos proporciona este modelo es de profundizar en lo que el profesor de matemáticas conoce, que le posibilita dicho conocimiento y qué necesita, de esta manera nos brindan un sustento sobre el cual se puede trabajar en un diseño para una propuesta de formación no solo inicial sino para una formación continua, basándonos en las necesidades que están presentes. En Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar y Carrillo (2014) consideran el conocimiento del profesor acerca de la lógica proposicional y de la sintaxis de la propia matemática, Comprendiendo el conocimiento sobre cómo se desarrollan las matemáticas necesario por proveer al profesor de estructuras lógicas de pensamiento.

De los trabajos que se ha encontrado en Estadística, uno de los aportes significativos contemplados en Batanero (2002), hace referencia a la concepción en la formación de los profesores para la enseñanza de la estadística y la probabilidad enfocados no solo en aspectos técnicos del conocimiento, sino también en el conocimiento profesional del profesor, lo que debe incluir el saber organizar e implementar proyectos, comprender los experimentos, representaciones gráficas, los datos, de forma que no solo sea de ayuda a la enseñanza, sino más como una parte fundamental del conocimiento en estadística.

Algunos trabajos se han centrado en la tarea de ejemplificación por parte del profesor (Zazkis y Leikin, 2008). Un tipo de ejemplo es el que propone el profesor para ilustrar un contenido, se pueden considerar cualidades como la de transparencia (que los ejemplos no tienen ni más ni menos significado que la idea a representar) (Figueiredo, 2010) y variación. Esta última cualidad da una perspectiva de evidenciar características alterables (Mason, 2008). La utilización conjunta de estas cualidades, como criterios de selección de ejemplos para la enseñanza, permite al profesor ayudar a los alumnos a distinguir los aspectos que sobresalen, admitiendo afirmar la generalización o abstracción del concepto (Zaslavsky, 2010).

Eudave (2007) argumenta que los profesores universitarios deben tener un conocimiento de la estadística para su enseñanza, sobre todo en la aplicabilidad en el contexto profesional, demostrándolo con estudiantes de tres licenciaturas (medicina, mercadotecnia y asesoría psicopedagógica). Al analizar contenidos como el manejo de datos, lectura de datos o diseño de investigación, se pudo demostrar que no influyen las diferentes carreras profesionales en el contenido teórico dictado por parte del profesor; sin embargo, en la parte práctica de la misma tienden a tomar un sentido diferente en la interpretación de los resultados según su contexto. Del mismo modo Burrill y Biehler (2011) en su trabajo se direccionan hacia el enfoque que deben tener los profesores de estadística, debido a que la formación está orientada hacia la disciplina científica de las matemáticas, lo que infiere en la enseñanza de la



estadística, limitando el accionar como los múltiples puntos de vista, mezcla de la deducción y la experimentación, énfasis en el lenguaje y la habilidad de conjeturar, retocar, buscar patrones, adivinar y visualizar.

Por otro lado, en el trabajo realizado por Sanoja y Ortiz (2013), se analiza el conocimiento del contenido estadístico de 48 maestros de dos escuelas, reflejando errores y dificultades en la visualización de los datos (conceptos y organización) y medidas de centralización. En esta misma línea, Gea, Arteaga y Cañadas (2017) con 65 futuros profesores de secundaria y bachillerato, encontraron dificultades en distinguir la media con el valor de la variable, al intentar comprender su aportación dentro de algunas representaciones estadísticas sobre la distribución. Además, pusieron de relieve la confusión entre la moda y la media. Así mismo, Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos (1994) en su trabajo resaltaron las dificultades y errores que limitan a los alumnos a la comprensión de los principales conceptos estadísticos para una asimilación adecuada de los contenidos que a su vez fomentan lo procedimental. Del trabajo de Azcárate y Cardeñoso (2011) tomamos en consideración la evaluación que se realizó con un grupo de profesores de secundaria para analizar las posibles fortalezas y debilidades que se pueden evidenciar con respecto a las actividades y que pueden influir en el aprendizaje de los alumnos. El análisis realizado en educación secundaria por Cardeñoso, Azcárate y Serradó (2005) integraron los procesos de enseñanza y aprendizaje del conocimiento probabilístico, así como el análisis de los obstáculos que se pueden presentar en el conocimiento del tratamiento del Azar dentro de los libros de texto. Los mismos autores agregan que son insuficientes los libros de texto y los materiales curriculares implementados como apoyo en la presentación de los conceptos, así mismo, las aplicaciones tienden a ser obsoletas en juegos de azar, así como encuentras que las definiciones de los conceptos estas incompletas o incorrectas.

Estrada y Batanero (2008) se centraron en las actitudes de los futuros profesores de primaria y docentes en servicio, así como su relación con el conocimiento estadístico, encontrando resultados preliminares usando un cuestionario abierto, enfatizando aspectos de interés como las concepciones erróneas. En el trabajo de Jacobbe (2008) se realizó un estudio de caso con profesores de primaria con respecto al desconocimiento de temas esenciales de estadística, del que se encontró que los profesores no tenían claro los conceptos de la media y mediana, siendo esto un aspecto importante a considerar para la mejora de la enseñanza.

García y Cuadros (2013) implementan el software GeoGebra como una estrategia de trabajo, no solo como una herramienta para facilitar el cálculo de la estadística a los estudiantes, sino como una táctica para la enseñanza que permite a los profesores reforzar los conocimientos y la comprensión de los conceptos de estadística descriptiva, regresión y correlación. Así mismo, Krishnan e Idris (2012) promueven la implementación de recursos tecnológicos, para de esta manera potenciar el conocimiento de los docentes para la enseñanza de la estadística, con el uso de la calculadora gráfica, ya que es imprescindible en la formación de los estudiantes. También Henriques y Ponte (2014) se enfocan en la integración de la tecnología en la educación estadística, para reforzar el desarrollo de la comprensión de actividades educativas orientadas en la utilidad de la tecnología. Adicionalmente, Coll y Blasco (2010) manifestaron que otro de los recursos didácticos virtuales que deben conocer es el programa Excel, que beneficia el proceso de aprendizaje, permitiendo movilizar gran cantidad de datos con los que se puede trabajar, para minimizar los cálculos y el tiempo que se requieren para obtener diversas medidas, por lo que da lugar a que se enfoquen en el diseño e interpretación de resultados. El énfasis de estos autores se contrasta con Pratt, Davies y Connor (2011) quienes añaden que todos estos recursos informáticos permiten a que los profesores de estadística se puedan involucrar con mayor profundidad en los

conceptos y en actividades que requieran una mayor demanda de habilidades cognitivas, brindando así oportunidades de involucrar a los estudiantes en un ciclo completo de la investigación estadística.

3. Metodología

La metodología fue de carácter cualitativa y estuvo posicionada en el paradigma hermenéutico o interpretativo, ya que se buscó comprender, describir e interpretar una realidad particular y no establecer generalizaciones al respecto (Bisquerra, *et al.*, 2016).

El diseño de la investigación se enmarcó en un estudio de caso (Stake, 2003), que permitió profundizar en el conocimiento que se pone en juego en relación con la enseñanza dentro de su contexto, a través de la observación de la práctica y entrevista a un profesor.

En este estudio, se analizó a un profesor de Ingeniería Agropecuaria de una Universidad de Ecuador, al que llamamos Tom (nombre ficticio), que imparte Estadística a estudiantes de segundo año. Él tiene 8 años de experiencia en nivel universitario e imparte esta asignatura desde hace 6 años, siendo ingeniero agropecuario con estudios posteriores de Maestría en producción animal.

La programación académica está previamente elaborada, iniciando con introducción a la estadística, distribuciones de frecuencias, y continuando con el tema analizado de Medidas de Centralización y Dispersión. Otros temas de la programación son probabilidades, muestreo aleatorio simple y estratificado, regresión y correlación, prueba de hipótesis, prueba de T y Chi cuadrado.

Para obtener los datos que nos permitieron conocer la realidad que se pretendió indagar, se implementaron instrumentos y técnicas de recogida de información, para este trabajo se empleó las observaciones de aula y la entrevista semiestructurada. Para las observaciones de aula que magnifican la comprensión del investigador, se manejaron a través de grabaciones de vídeo de las clases de Tom que estaban contempladas en el programa de estudio de la asignatura de Estadística, como se lo ha mencionado anteriormente sobre las medidas de centralización y de dispersión, durante el período lectivo 2018-2019 que inicia en el mes de mayo, y se grabaron 3 sesiones consecutivas. Adicionalmente, se implementó la entrevista semiestructurada para la recopilación de datos con la finalidad de adquirir una mayor cantidad de información que admita complementar la obtenida en las observaciones de aula (Ballester, 2001). La entrevista semiestructurada ayudó a profundizar en la comprensión del conocimiento especializado del profesor, y a su vez, validar algunas de las interpretaciones que resultaron al analizar ese conocimiento, debido a que este instrumento da la libertad de introducir o adicionar preguntas, es decir no todas las preguntas estaban predeterminadas (Massot, Dorio y Sabariego, 2004).

El análisis de conocimiento especializado del profesor se efectuó considerando los subdominios y categorías del modelo MTSK (Carrillo, *et al.* 2018). Para el análisis se transcribió la información recogida tanto en las videograbaciones como en la entrevista. El análisis de los datos se realizó atendiendo a un análisis de contenido (Bardin, 1996) buscando evidencias en las acciones y declaraciones (extrayendo unidades de información) del profesor, que aludieran al conocimiento que sustenta su práctica (categorías y subcategorías del MTSK).



4. Resultados

Las sesiones de clase analizadas de un profesor universitario sobre Medidas de Centralización y Dispersión fueron divididas para su interpretación en cinco episodios, que recogen partes diferenciadas de su presentación del contenido: (1) la obtención de los datos extraídos del campo, (2) enseñanza teórica formal en el aula, (3) ejercicios que fortalecen dicha teoría, (4) implementación de recursos didácticos que faciliten el proceso, y (5) conocer que dicho contenido estudiado es de importancia para posteriores asignaturas y dentro de la formación profesional. Cada una de las evidencias obtenidas del análisis realizado están organizadas por transcripciones que se encontraron dentro de cada episodio. A continuación, se identifican los episodios sobre el conocimiento de estadística y se describe brevemente cada uno de ellos.

En el episodio 1, se evidencia el conocimiento del profesor sobre la aplicación de las medidas de centralización y dispersión en el área agrícola, extrayendo datos reales tomados en el campo por los propios estudiantes, lo que les permite observar los diversos factores que se pueden presentar al momento de obtener estos datos, facilitándoles la comprensión de la relación que existe entre la práctica y la teoría, situando así el contenido en contextos profesionales.

A continuación, detallamos los indicios encontrados en este primer análisis del fragmento extraído:

Transcripción 1

T: Por medio de la estadística, vamos a obtener las medidas de centralización (media, mediana y moda) y de dispersión (coeficiente de variación, varianza y desviación estándar), [...] Con la ayuda de estas medidas, podemos determinar la producción de forraje verde por planta y la tasa de crecimiento, entre otras variables, en lo que respecta a su aplicación en la parte agrícola y pecuaria.

Se identificó un indicio del conocimiento de los temas (KoT), y a través de la entrevista este se convirtió en una evidencia, al momento de cuestionar a Tom ¿por qué usa datos reales en sus clases?

Transcripción 2

T: No es lo mismo lo que está haciendo en el aula con lo que se hace en el campo, esto es un reflejo de que siempre deben estar relacionadas la parte práctica y la teórica, siendo estas necesarias para la vida profesional.

En ambos fragmentos, se identificó su conocimiento sobre fenomenología y aplicaciones (KoT) de un contenido estadístico en el campo agropecuario.

En el episodio 2, se registra el conocimiento del profesor asociado al uso de las medidas de centralización y dispersión dentro del aula de clases, sobre los distintos registros de representación y acerca de los procedimientos efectuados para el cálculo de estas medidas, lo que permite la expresión con términos matemáticos precisos y diferenciar los distintos casos en el cálculo de la mediana, varianza y coeficiente de variación en concreto; por otro lado, sobre aquellas posibles dificultades que se pueden presentar en sus alumnos y las formas de abordarlas.

Se muestra a continuación el fragmento extraído para el análisis del segundo episodio:

Transcripción 3

*T: Entonces a la media o al promedio lo vamos a simbolizar (\bar{x}), a la mediana (Me) y a la moda (Mo), la varianza de una muestra estará representada por (S^2), la desviación estándar (S) y el coeficiente de variación ($CV\%$) el cual es expresado en porcentaje. [...] Para obtener la mediana, se utilizan dos fórmulas, cuando existen datos impares $\frac{(n+1)}{2}$ y para los datos pares $\frac{n}{2} + \frac{(n+2)}{2}$. [...] Para sacar la varianza, vamos a describir la fórmula que es igual a la sumatoria de X sub- i elevado al cuadrado menos la sumatoria de X elevado al cuadrado sobre n , todo esto dividido para n menos 1. $S^2 = \frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n-1}$. [...] Ahora vamos al coeficiente de variación, esta sería la fórmula expresada en porcentaje, esto es igual a la desviación estándar sobre la media... $CV\% = \frac{S}{\bar{x}} * 100$.*

Se pudo detectar el conocimiento movilizado por el profesor sobre los siguientes registros de representación (KoT): el registro simbólico (para las medidas de centralización y dispersión), y el registro aritmético (fórmulas para datos pares e impares, como para la varianza y coeficiente de variación) que están presentes en este contenido. Además, también se registra su conocimiento sobre los procedimientos (¿Cómo se hace? y ¿Cuándo puede hacerse?) empleados al momento de hallar las medidas de centralización y de dispersión, que se ve reflejada al momento en que Tom explica en la pizarra qué fórmula puede aplicarse dependiendo del número total de datos u observaciones que posee (estos pueden ser pares o impares).

El siguiente fragmento extraído de la entrevista nos aportó posibles evidencias sobre el conocimiento que movilizó Tom con respecto a las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), en concreto sobre aquellas posibles dificultades de los alumnos que están presentes cuando imparte dicho contenido; y de su conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), comprendiendo de qué manera puede solucionar dichas falencias que se le presentan en el aula de clases, al preguntarle ¿cuáles eran las dificultades que presenciaba de sus alumnos sobre la temática y qué hacía para poder ayudarles?, como se observa a continuación:

Transcripción 4

T: Más que todo se les complica en las medidas de dispersión, concretamente en la varianza, al momento que el estudiante debe conocer el origen de los datos para poderlos aplicar en la ecuación. [...]. Hacer talleres prácticos, porque no es lo mismo dar una clase en el aula que en el campo, ya que son muy distintas. A veces uno improvisa, da números que no están acordes a lo que se da en el campo, es por eso por lo que nosotros trabajamos en el campo, tomando las muestras y en función de eso vemos cómo se da, cómo se comportan las plantas, los animales y ellos ven esa variabilidad que existe entre una planta y otra.

Así es como Tom expuso que conoce los principales errores que tienen sus estudiantes al momento de encontrar dónde se originan los valores que reemplacen las incógnitas de una ecuación,



centrándose en su conocimiento de fortalezas y dificultades (KFLM). Además, brinda evidencia sobre el conocimiento acerca de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT), que ejerce un apoyo para enfrentar estas posibles dificultades. Para esto Tom ha optado por realizar clases en el campo y actividades para reforzar los contenidos, y que los estudiantes tengan un mayor empoderamiento de lo que se está transmitiendo con procedimientos y herramientas que serán útiles en su vida profesional. Si bien esta estrategia de enseñanza del contenido no está intrínsecamente relacionada con dicho contenido estadístico, con lo que podría no ser considerada KMT, creemos que el profesor es consciente de que el hecho de usar datos de campo, recogidos por los alumnos, da sentido para ellos al estudio estadístico y lo que en él ocurre (*en función de eso vemos cómo se da, cómo se comportan las plantas [...] y ellos ven esa variabilidad que existe entre una planta y otra*). No se trata pues de una cuestión de motivación o de estrategias generales sino de realizar un estudio estadístico real, que además tenga sentido en el futuro contexto profesional de los estudiantes.

En el episodio 3, podemos observar el conocimiento del profesor sobre los ejemplos utilizados como una forma de abordar un contenido específico para que sus alumnos puedan asimilar las diferentes características relevantes de un objeto matemático para poder definirlo, lo que permite mejorar la comprensión al momento de expresar con términos matemáticos, las formas de calcular y diferenciar los tipos de moda.

En el fragmento extraído a continuación se puede comprender que Tom realizó en la pizarra una secuencia de ejemplos a sus estudiantes para ir explicando y definiendo cada tipo de moda (amodal, unimodal, bimodal y multimodal), y cuándo los datos agrupados pertenecen o no a un rango determinado:

Transcripción 5

T: Amodal, se lo identifica cuando no existe moda, en otras palabras, cuando ningún valor se repite (escribe en la pizarra) 1 3 7 0 2. En el caso de Unimodal, se determina porque un único valor se repite con mayor frecuencia (escribe en la pizarra) 1 3 7 1 3 0 1 3 1. Este ejemplo es claro, por lo que se puede apreciar que dos valores se repiten, pero solo uno posee una mayor frecuencia" [...] "Significa que los datos van a estar lo más homogéneamente posible entre el 27,74 y el 16,16. Por consiguiente los valores ajenos a este rango va a significar que están fuera de lo normal. Por lo que los valores de 27,74 y el 16,16 van a ser el rango, lo que demuestra es que los datos internos estarán agrupados o ajustados.

Se encontró que Tom moviliza conocimiento acerca de ejemplos (KMT), que le han permitido definir los diferentes tipos de moda, de manera que sus estudiantes puedan comprender, esto les permitirá inferir al momento de determinar o identificar una cualidad propia de cada una de ellas. A esto se le suma su conocimiento sobre las definiciones, propiedades y fundamentos (KoT), en dos situaciones visibles en los extractos: al realizar su explicación sobre la moda, y da a conocer que tiene diversos tipos según la cantidad de valores repetidos que pueden presentarse en la observación; y al momento de explicar con un ejercicio cuando se trabaja con datos agrupados, si estos son homogéneos estarán dentro del rango y caso contrario estarán fuera de lo normal.

En el episodio 4, se manifiesta la relevancia que tiene el conocimiento del profesor sobre los recursos didácticos implementados, para poder realizar los cálculos pertinentes asociados a las medidas de centralización y dispersión, no sólo como una forma de agilizar los procesos sino como una manera de poder incluir, recursos tecnológicos (programas o paquetes estadísticos), con la finalidad de

reconocerlos y valorar críticamente la función que estos cumplen, tanto en la enseñanza, como para la vida profesional futura de sus estudiantes.

En el fragmento extraído se vuelve a hacer referencia al conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), al momento en que Tom en una de sus clases hace la explicación del uso de la calculadora como herramienta dentro de la estadística, así como se observa a continuación:

Transcripción 6

T: Vamos a configurar la calculadora para poder trabajar, empezando por presionar el botón MODE, escoger SD o STAT en el lado superior izquierdo, indistintamente del tipo de calculadora para comenzar a trabajar en estadística. Para saber si a lo mejor hay un dato ingresado, me voy a SHIFT presiono el dígito 1, entonces me salen tres opciones: la primera Σx^2 con el número 1, Σx con el número 2 y me sale n con el número 3, damos clic en el número 3 y presionar el signo igual (=), en este caso sale cero, lo que significa que no tenemos ningún dato ingresado, y para salir se presiona la tecla A/C....

El profesor se enfoca en la implementación de la calculadora, lo que le permite realizar los procesos estadísticos de una manera más sencilla y rápida para manipular con precisión los diferentes comandos que les facilita Tom, de esta manera se evidenció su conocimiento acerca de los recursos materiales y virtuales.

Tras el conocimiento movilizado anteriormente, el profesor conoce los avances tecnológicos que se pueden implementar que permitan que un determinado contenido sea comprensible para el alumno, se lo profundizó con un fragmento de la entrevista que se realizó, al momento de preguntarle sobre la importancia del uso de la calculadora, qué otro recurso utiliza y si aplica algún software en sus clases:

Transcripción 7

T: La tecnología está muy avanzada y la Estadística es una herramienta fundamental para hacer todo tipo de cálculo, por lo que se ve la diferencia en hacerlos a mano, en calculadora y con ayuda de los paquetes estadísticos como Solver, Excel, etc., ya que existe una exigencia de las universidades ecuatorianas para utilizar TICs en todas las unidades de aprendizaje.

En el episodio 5, se evidencia el conocimiento de Tom sobre cómo se encuentran relacionados los contenidos de estadística incluidos en el plan de estudios de la carrera, lo que le permite tener una visión más amplia y asociar los contenidos vistos con los que se trabajarán posteriormente.

En el siguiente fragmento extraído podemos apreciar el propósito con el que Tom gestiona sus clases especialmente en la implementación de la parte práctica y el contenido específico que brinda a sus estudiantes:



Conocimiento especializado de un profesor universitario sobre medidas de centralización y de dispersión

C. Peñaherrera Chang, V. Segovia Montesdeoca, D. Vasco Mora, N. Climent Rodríguez

Transcripción 8

T: Todo lo que les he dado es una base de lo que es la estadística, siendo esta una herramienta que les servirá para las siguientes unidades de aprendizaje como es el Diseño Experimental, por lo que ésta requiere de un acercamiento al campo agropecuario (producciones agrícolas, pecuarias, forestales y alimentos) a través de investigaciones, como lo hemos estado trabajando, porque si sólo se trabajara con datos ficticios dados en el aula sería más difícil posteriormente.

Tom registra conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) sobre secuenciación con temas anteriores y posteriores, es por eso, que en sus clases brinda las pautas necesarias para que, en las próximas asignaturas los estudiantes tengan un mejor y fácil desenvolvimiento, y posean los conocimientos previos necesarios para dicho nivel superior.

A continuación, se pretende relacionar el conocimiento especializado de Tom (Figura 2). Con lo que podemos decir que, el conocimiento de Tom se hizo evidente a partir de que él conoce y gestiona el plan de estudios de estadística, mostrando el manejo del contenido estadístico, donde hace referencia a todas las categorías del conocimiento de los temas.

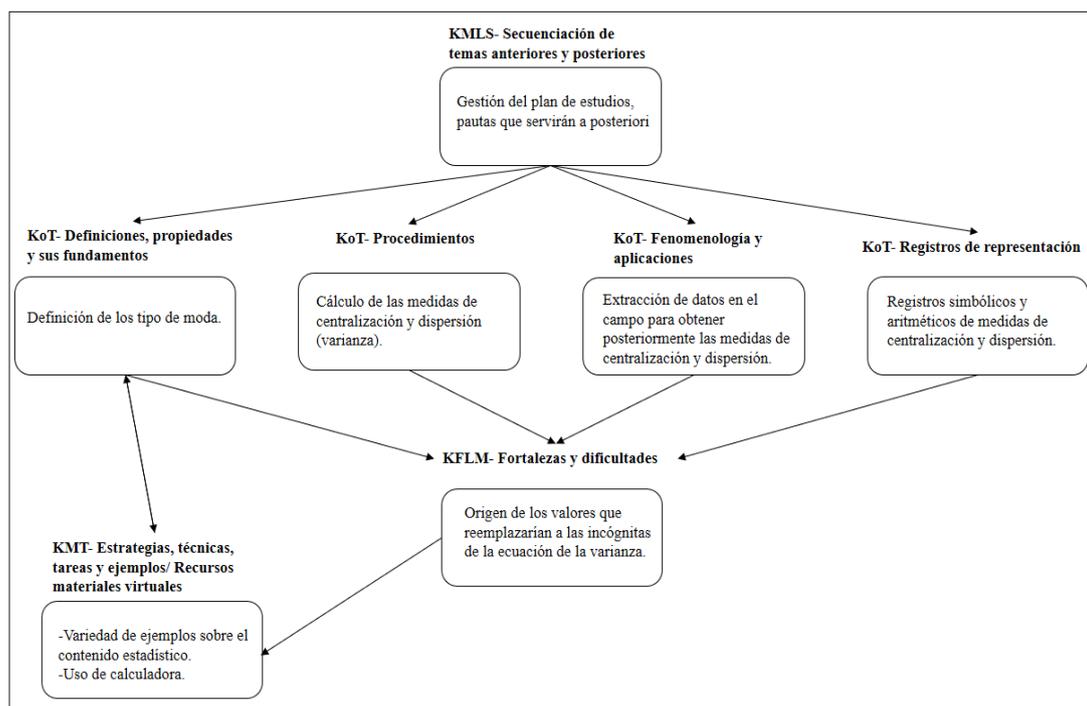


Figura 2. Conocimiento especializado de Tom. Elaborado por el Autor.

Su conocimiento sobre los procedimientos para el cálculo de las medidas de centralización y dispersión está relacionado con su conocimiento sobre las definiciones, propiedades y sus fundamentos, mismas que fueron expuestas por Tom en los episodios 2 y 3. Tom también moviliza conocimientos

sobre la fenomenología y aplicaciones en la toma de datos, y sobre los registros de representación que hemos destacado en el análisis como son: el simbólico y el aritmético.

A partir de los conocimientos anteriores podemos decir que, él está haciendo uso de sus conocimientos para detectar las dificultades en sus estudiantes (referente a su conocimiento sobre las características del aprendizaje de las matemáticas). Y a su vez, demostró su conocimiento al usar ejemplos para definir; e implementar recursos didácticos mismos que les permiten suplir las falencias anteriormente mencionadas y que puedan ser de utilidad en su vida profesional.

Tras el análisis realizado de los resultados, a continuación, se elaboró una tabla-síntesis de los subdominios del MTSK y en que episodios se hacen evidentes.

Subdominios del MTSK	Episodios
Conocimiento de los temas (KoT)	<p>En el episodio 1 se aprecia KoT con ayuda de dos transcripciones, se puede apreciar la evidencia sobre la fenomenología y aplicaciones del contenido estadístico en el campo agropecuario.</p> <p>En el episodio 2 se vuelve a apreciar KoT, pero esta vez se hizo evidente otras categorías de este subdominio que son los Registros de representación en el que se pudieron apreciar dos tipos de registros el simbólico y el aritmético; y la categoría de Procedimientos detallados anteriormente.</p> <p>En el episodio 3 se presentaron dos situaciones que pertenecen al KoT, la explicación sobre la moda y al momento de que explica un ejercicio para continuar con la explicación de la homogeneidad.</p>
Conocimiento de la estructura de la matemática (KSM)	No se evidenció en el análisis realizado de los resultados
Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	No se evidenció en el análisis realizado de los resultados
Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM)	En el episodio 2 también se puede apreciar sobre aquellas posibles dificultades de los alumnos en un tema específico (KFLM).
Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)	<p>En el episodio 2 que se conoce sobre las posibles dificultades se puede analizar cómo solucionar dichas dificultades que están presentes en el aula de clases, otorgándoles un sentido dentro del contexto profesional.</p> <p>En el episodio 3 el uso de ejemplos le facilitó la contextualización de un término específico, lo que les da un mayor sentido a los estudiantes.</p> <p>Volvemos a apreciar KMT en el episodio 4, en la transcripción 6 podemos observar la explicación que realiza</p>



Conocimiento especializado de un profesor universitario sobre medidas de centralización y de dispersión

C. Peñaherrera Chang, V. Segovia Montesdeoca, D. Vasco Mora, N. Climent Rodríguez

	el profesor sobre un recurso didáctico tecnológico imprescindible en la enseñanza de la estadística, profundizando de aquello al momento que se le entrevistó quedando evidenciado en la transcripción 7.
Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)	El episodio 5 nos muestra como Tom posee un profundo conocimiento sobre los contenidos de la carrera, asegurando un mayor control acerca de los contenidos vistos y por ver de los alumnos.

Tabla 1. Síntesis de los resultados desde la perspectiva de los Subdominios del MTSK.

5. Discusión de los resultados y conclusiones

Con la finalidad de dar respuesta al objetivo propuesto se pudo indagar el conocimiento especializado de un profesor universitario de Estadística durante la observación y análisis de sus clases.

En el análisis se registró principalmente KoT, mostrando conocimiento relacionado con los *procedimientos* realizados para obtener las medidas de centralización y de dispersión, manifestando el conocimiento de cómo y cuándo pueden hacerse; encontrándose íntimamente relacionado con su conocimiento sobre *definiciones, propiedades y sus fundamentos*, los cuales nos permiten profundizar en el contenido estadístico. Los resultados de Jacobbe (2008) al evaluar a profesores de primaria en ejercicio encontró en sus resultados que contaban con un deficiente conocimiento de una medida de centralización (la mediana) que se debe impartir en los niveles estipulados en los currículos.

El conocimiento del profesor le permitió valerse de diferentes *ejemplos* (KMT), que le ayudó a determinar características fundamentales que poseen los tipos de moda que se estudiaron para así poder definirlos (KoT). Los ejemplos puestos por el profesor recogen los criterios de transparencia por utilizar ejemplos que dan un único significado de la estructura de la definición (Figueiredo, 2010), y criterios de variación que permiten la alteración de los ejemplos sin cambiar su sentido (Mason, 2008), promoviendo así la generalización, donde sobresalen las características que se desean mostrar a los estudiantes (Zaslavsky, 2010).

A esto se le suma su conocimiento sobre el *registro de representación* simbólico (Ramírez *et al.*, 2013) (KoT), que engloba la identificación de las medidas de centralización y de dispersión; y los registros aritméticos (D'Amore, 2004) que se demuestran en los algoritmos que se utilizan para poder hallar estas medidas.

Otro conocimiento movilizado por Tom es sobre *fenomenología y aplicaciones* (KoT), ya que para obtener las medidas de centralización y de dispersión, se realizó la toma de datos en el campo, con la finalidad de poder determinar el comportamiento agronómico de especies forrajeras para alimentación animal, mostrando así situaciones en el contexto de la vida real aplicadas en el ámbito agropecuario. Eudave (2007) coincide en que los profesores universitarios deben tener conocimiento estadístico para aplicarlo en el contexto profesional, como es en la interpretación de un conjunto de datos. Por ejemplo, en medicina utilizan las medidas de variabilidad, permitiendo identificar los rasgos de anormalidad, que indica algún tipo de desorden o enfermedad, donde la media nos indica lo normal de una población, la desviación estándar resalta la variación respecto a la media, y el rango limita esa variación. A esto se

suman Burrill y Biehler (2011) que en su investigación refutan del que hacer de los docentes de estadística haciendo énfasis en que la enseñanza de esta tiene un enfoque diferente, haciendo relevante el uso de los datos reales, para llamar así la atención y que se pueda apreciar la variación, lo que ayuda a desarrollar su crecimiento de los conceptos estadísticos. Así mismo Azcárate y Cardeñoso (2011) mediante el uso de escenarios, evidenciaron el fortalecido cambio del profesorado en la distribución del contenido y actividades, promoviendo un aumento del interés de la obtención de los datos a partir de una realidad cercana del estudiante para facilitar la interpretación de los datos.

Por otro lado, su conocimiento de los procedimientos (KoT) se encuentra ligado al KFLM, ya que conoce acerca de *las fortalezas y dificultades* presentes en sus estudiantes al momento de trabajar con el cálculo de la varianza. Cabe destacar que Tom ha adquirido ese conocimiento con su experiencia de enseñanza y que existen estudios contrastados, ya que en algunos casos de estudiantes para profesor como el de Gea *et al.* (2017) se evidencia un conocimiento de estas dificultades, mientras que, en otros, como el de Estrada y Batanero (2008), los estudiantes para profesor no dominan conceptos elementales en estadística que deberán impartirlo a sus futuros estudiantes, del análisis realizado se manifestó que un 45% de la muestra no contaban el efecto de los valores atípicos hacia la media, un 28% presentaron una mala interpretación de la probabilidad frecuencia, el 45% del total poseían incertidumbre entre la correlación y la causalidad, el 24% no aplicaban correctamente el algoritmo de la media.

En la investigación de Batanero *et al.* (1994) argumentan un amplio número de resultados de investigaciones de los problemas y dificultades, enfocándonos en los presentados en estudiantes universitarios, se encuentran rasgos muy similares a los expuestos anteriormente, uno de los aspectos mencionados es el significado que tienen algunos términos estadísticos como variación, dispersión, diversidad, fluctuación, que están abiertas a interpretaciones diferentes, lo que genera una incertidumbre en los estudiantes, cuando se hace énfasis a una diversidad relativa y no absoluta al promedio; esto mismo pasa en el estudio del cálculo de medidas de centralización y de dispersión, las dificultades se presentan tanto de forma procedimental así como de forma conceptual, por ejemplo para calcular la mediana, los percentiles y el rango de estos se los imparte mediante el uso de algoritmos diferentes para datos agrupados y no agrupados.

El conocimiento anterior (KFLM) también se encuentra relacionado con *las estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* (KMT), al conocer cuáles son las dificultades que los estudiantes tienen, respecto a un tema, le permite a Tom abordar el contenido de una manera diferente. A su vez, se resalta su conocimiento del uso de la calculadora como recurso para encontrar algunos valores de una forma más rápida y sistemática que a mano (KMT-*Recursos materiales y virtuales*), siendo este recurso de ayuda para facilitar la comprensión y cálculo de las medidas de centralización y de dispersión. Coincidimos con Krishnan e Idris (2012), que afirman que el uso de la calculadora es una herramienta tecnológica de importancia para facilitar los cálculos en diferentes ejes temáticos de la estadística, esencialmente cuando se trata de manejar un gran volumen de datos. En el trabajo de Pratt *et al.* (2011) fundamentan que en la educación estadística el usar la tecnología (TinkertPlots, Fathom, calculadora gráfica) como un recurso pedagógico implementado por los profesores permite transmitir e involucrar a los estudiantes en las investigaciones estadísticas.

Se evidenció su conocimiento de *secuenciación de temas anteriores y posteriores* (KMLS), siendo el propósito de Tom facilitar los ejes temáticos imprescindibles (Medidas de Centralización y de Dispersión) para una próxima asignatura, como es el Diseño Experimental, el cual necesita de los contenidos aprendidos en Estadística.



En el trabajo efectuado nos hemos podido percatar de que el conocimiento del profesor estuvo más enfocado en el dominio Matemático, creemos que esto tiene relación a la formación previa y a su experiencia, la cual está centrada en la parte práctica del campo agropecuario. Lo que nos lleva a cuestionarnos si puede deberse al propio diseño de la investigación y conllevaría a usar otros instrumentos de recogida de información: como casos simulados, cuestionarios, planificación del profesor.

Respecto al análisis realizado en esta investigación por medio del MTSK, nos permitió profundizar en el conocimiento que surge de la práctica de un profesor de estadística, teniendo en cuenta que el modelo utilizado es para un profesor de matemáticas. Creemos que fue aplicable, debido a que existen aspectos que comparten la matemática y la estadística (del Pinto y Estrella, 2012; Zapata-Cardona y González, 2017), a que el contenido de análisis es elemental, y fue un único tema.

Para finalizar, a partir de este estudio se podría analizar y profundizar en diferentes contenidos estadísticos más avanzados; que permitan identificar posibles aspectos que cuestionen el modelo MTSK, generando modificaciones para la estadística. Teniendo en cuenta que para el análisis del conocimiento del profesor de estadística existe el modelo denominado SKT (Conocimiento estadístico para la enseñanza) propuesto por Groth (2013, 2017), siendo este una adaptación del MKT. Por lo que nos lleva a la interrogante, ¿al comparar y analizar por medio del SKT nos permitirá contemplar aspectos del conocimiento del profesor que no están contenidos en el MTSK cuando se usa para un profesor enseñando estadística?

Bibliografía

- Alvarado, H. (2013). Didáctica de la Estadística en la educación superior. En Salcedo, A. (Ed.) *Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas*, 319-342. Programa de Cooperación Interfacultades. Universidad Central de Venezuela.
- Azcárate, P., & Cardeñoso, J. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Bolema*, 24(40), 789-810.
- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ballester, L. (2001). *Bases metodológicas de la investigación cualitativa*. Palma: Servei de Publicacions.
- Bardín, L. (1996). *Análisis de contenido*. Madrid: Ediciones Akal.
- Batanero, C. (2002). Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas. *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*, 1, 95-120.
- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P., & Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Bisquerra, R., Dorio, I., Gómez, J., Latorre, A., Martínez, F., Massot, I., Mateo, J., Sabariego, M., Sans, A., Torrado, M., Vilà, R. (2016). *Metodología de la Investigación Educativa* (Quinta ed.). Madrid, España: La Muralla, S.A.
- Biza, I., Giraldo, V., Hochmuth, R., Khakbaz, A., & Rasmussen, C. (2016). Research on teaching and learning mathematics at the tertiary level: State-of-the-art and looking ahead. En Kaiser, G. (Ed.) *Research on Teaching and Learning Mathematics at the Tertiary Level*, 1-32. Springer, Cham.
- Briones, V. (2018). Calidad en la Educación Superior. Caso Ecuador. *Atenas*, 1(41), 165-180.
- Burrill, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental Statistical Ideas in the School Curriculum and in Training Teachers. En Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (eds.), *Teaching Statistics in School*

- Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (Vol. 14). Dordrecht: Springer. doi: 10.1007/978-94-007-1131-0_10
- Cardenoso, J. M., Azcárate, P. y Serradó, A. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: Su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal* 4(2), 59-81.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., & Muñoz-Catalán, C. (2013). Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. En Ubuz, B., Haser, C. & Mariotti, M.A. (Eds.) *Proceedings of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*, 2985-2994.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253.
- Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Escudero, D., Flores, E., & Montes, M. (2016). *Un Marco Teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*. Huelva, España: Universidad de Huelva.
- Carrillo, J., & Martín, J. (2019). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas como fruto del cambio. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, 147-152.
- Coll, V., & Blasco, O. (2010). El uso de gráficos interactivos en Excel para facilitar la comprensión de conceptos básicos de Estadística. *Revista d'innovació educativa*, 5, 30-34.
- del Pinto, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64.
- D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno*, 35, 90-106.
- Escudero-Ávila, D. I., Carrillo, J., Flores-Medrano, E., Climent, N., Contreras, L. C., & Montes, M. (2015). El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas detectado en la Resolución del Problema de las cuerdas. *PNA*, 10(1), 53-77.
- Estrada, A. y Batanero, C. (2008). Explaining teachers' attitudes towards statistics. En Batanero, C., Burrill, G., Reading, C. & Rossman, A. (2008). (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education.
- Eudave, D. (2007). El aprendizaje de la estadística en estudiantes universitarios de profesiones no matemáticas. *Educación Matemática*, 19(2), 41-66.
- Figueiredo, C. A. (2010). *Los ejemplos en clase de matemáticas de secundaria como referente del conocimiento profesional*. Badajoz, España: (Tesis Doctoral), Universidad de Extremadura.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, Á., & Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En J. Carrillo, N. Climent, L.C. Contreras, M. Montes, D. Escudero-Ávila, & E. Flores-Medrano (Eds.), *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de Matemáticas*. Huelva, España: Universidad de Huelva Publicaciones.
- García, G., & Cuadros, P. (2013). Estrategias para mejorar la enseñanza de la Estadística con GeoGebra. En SEMUR, S. *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 6335-6342. Montevideo, Uruguay: SEMUR.
- Gea, M. M., Arteaga, P., & Cañadas, G. R. (2017). Interpretación de gráficos estadísticos por futuros profesores de Educación secundaria. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 12, 19-37.



- Gómez, E. (2016). Tres modelos de conocimiento del profesor para la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad. En *XXVI Simposio Internacional de Estadística*, 1-5. Bogotá, Colombia: Departamento de Estadística, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia.
- Groth, R. E. (2013). Characterizing Key Developmental Understandings and Pedagogically Ideas Within a Statistical Knowledge for Teaching Framework. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(2), 121-145.
- Groth, R. E. (2017). Developing Statistical Knowledge for Teaching during Design-Based Research. *Statistic Education Research Journal*, 16(2), 376-396.
- Henriques, A., & Ponte, J. P. (2014). Preparing teachers to teach statistics: Developing professional knowledge and practice. En Makar, K., de Sousa, B., & Gould, R. (eds.), *Sustainability in statistics education*, 1-6. Arizona: Vooberg: The Netherlands: International statistics institute.
- Hernández, F. & Lizarde, E. (2015). El conocimiento especializado del docente de matemáticas. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 6(11), 36-44.
- Jacobbe, T. (2008). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. En Batanero, C., Burrill, G., Reading, C. & Rossman, A. (2008). (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education.
- Juárez, J., & Inzunza, S. (2014). Comprensión y razonamiento de profesores de Matemáticas de bachillerato sobre conceptos estadísticos básicos. *Perfiles Educativos*, 36(146), 14-29.
- Krishnan, S., & Idris, N. (2012). Challenges in using the graphics calculator in teaching statistics in a matriculation program. En Gould, R. (ed.), *Proceedings of the IASE 2012 Roundtable, Cebu City, Philippines*. Cebu City, Philippines: International Association for Statistics Education.
- Leiria, A., González, M., & Pinto, J. (2015). Conocimiento del profesor sobre pensamiento estadístico. *PNA*, 10(1), 25-52.
- LOES. (2010). Ley Orgánica de la Educación Superior. Suplemento del Registro Oficial No 298. En *Ley Orgánica de la Educación Superior*. Quito, Ecuador.
- Mason, J. (2008). Making use of children's powers to produce algebraic thinking. En J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades (57-94)*. New York: Erlbaum.
- Massot, I., Dorio, I., & Sabariego, M. (2004). Estrategias de recogida y análisis de la información. En R. Bisquerra (Coord.), *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla, S. A.
- Muñoz-Catalán, M., Contreras, L., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. & Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La Gaceta de la RSME*, 12(3), 1801-1817.
- Pratt, D., Davies, N., & Connor, D. (2011). The Role of Technology in Teaching and Learning Statistics. En Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (Vol. 14). Dordrecht: Springer. doi: DOI 10.1007/978-94-007-1131-0_10
- Ramírez, O., Romero, C.F., & Okaç, A. (2013). Coordinación de registros semióticos y las transformaciones lineales en el plano. En A. Ramírez e Y. Morales (Eds.), *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe* (pp. 537-547). Santo Domingo: ICEMACYC.
- Rodríguez, N. (2011). Actitudes de los estudiantes universitarios hacia la Estadística. *Interdisciplinaria*, 28(2), 199-205.
- Sanoja, J., & Ortíz, J. (2013). Conocimiento de contenido estadístico de los maestros. En Contreras, J. M., Cañadas, G. R., Gea, M. M., & Arteaga, P. (eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 157-164. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. Obtenido de <http://www.jstor.org/stable/1175860>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Stake, R. (2003). Case Studies. En Denzin, N., & Lincoln, Y. (eds). *Strategies of Qualitative Inquiry*, Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Vasco, D., & Climent, N. (2018). El estudio del conocimiento especializado de dos profesores de Álgebra Lineal. *PNA*, 12(3), 129-146.
- Zapata-Cardona, L., & González, D. (2017). Imágenes de los profesores sobre la estadística y su enseñanza. *Educación Matemática*, 29(1), 61-89.
- Zaslavsky, O. (2010). The explanatory power of examples in mathematics. Challenges for teaching. En M. K. Stein, & L. Kucan (Eds.), *Instructional explanations in the disciplines*. New York, USA: Springer.
- Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 131-148.

Cristóbal Peñaherrera Chang. Técnico docente de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo. Nacido en Quevedo el 20 de febrero de 1993. Máster en Investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias experimentales, sociales y matemáticas.

Email: masterpuyioh@gmail.com

Verónica Segovia Montesdeoca. Ex alumna de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo. Nacida en Quevedo el 16 de julio de 1994. Máster en Investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias experimentales, sociales y matemáticas.

Email: vercys16@gmail.com

Diana Vasco Mora. Profesora Titular Agregada de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo. Doctora en la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas. Publicaciones sobre el conocimiento especializado del profesor universitario de Álgebra.

Email: dvasco@uteq.edu.ec

Nuria Climent Rodríguez. Titular de Universidad del área de Didáctica de la Matemática, Universidad de Huelva. Su investigación está centrada en el desarrollo y conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Tiene experiencia como formadora de profesores en relación con la enseñanza de la matemática en formación inicial y continua.

Email: climent@uhu.es

