Dificultades que presentan los estudiantes para profesor de matemáticas en la comprensión del lenguaje matemático utilizado en las demostraciones geométricas euclidianas

Paola Alejandra Córdoba Villamil[*]
Yadid Katherine Quintana Castro[**]

RESUMEN

El lenguaje que es usado en las demostraciones geométricas presentadas por Euclides en su texto *Los elementos;* particularmente las traducciones entre códigos en dicho lenguaje, serán la base de este artículo. Se expone un análisis referente a las dificultades que presentan los estudiantes para profesor de matemáticas en la comprensión del lenguaje matemático utilizado en las demostraciones geométricas de Euclides. También es descrita la demostración geométrica y una clasificación establecida por Harley & Sowder (citado por Molfino, 2006), para profundizar brevemente acerca de la demostración y la relación con la traducción de lenguaje matemático, permitiendo inferir que los estudiantes no usan una secuencia lógica interconectada que genere una interpretación de la proposición (1, 5) de los elementos de Euclides.

Palabras clave: argumentación, lenguaje matemático, lenguaje cotidiano, demostraciones euclidianas, geometría euclidiana.

[*] Universidad Distrital. Dirección electrónica: pao_acv@hotmail.com
[**] Universidad Distrital. Dirección electrónica: yadiquincas29@hotmail.com

PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Un aspecto de vital importancia en la formación académica de los estudiantes para profesor de matemáticas es la comprensión de las demostraciones euclidianas, además del uso de las mismas en distintas situaciones problémicas. Es así que a la luz de los autores que serán mencionados en el marco teórico, se ha planteado como pregunta orientadora: ¿Qué dificultades presentan los estudiantes para profesor de matemáticas en la comprensión del lenguaje matemático utilizado en las demostraciones geométricas euclidianas?

Para hacer un abordaje al anterior cuestionamiento, se realizará, en primer lugar, una descripción referente al lenguaje matemático y su relación con el lenguaje cotidiano, siendo fundamental tratar la traducción en el lenguaje matemático, que permite llevar a cabo la comprensión del lenguaje matemático usado por Euclides en sus demostraciones geométricas. De esta forma, se proseguirá con la delimitación de la población, análisis de los resultados obtenidos por una entrevista y una prueba, terminando con las conclusiones generadas por este trabajo investigativo.

MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

Al hacer uso del término lenguaje cotidiano, se tomará la definición propuesta por Huerta & Radillo (s. f.): "es aquel utilizado en la vida diaria del individuo", siendo este el lenguaje natural que se usa a diario sin tecnicismos.

En el estudio de las matemáticas, se ha desarrollado un lenguaje particular, distinto al cotidiano, para transmitir el pensamiento del conocimiento y el pensamiento matemático, libre de cualquier influencia, y está excesivamente formalizado (Huerta & Radillo, s. f.).

En cuanto a las demostraciones geométricas de Euclides, se presentan, de acuerdo con Huerta & Radillo (s. f.), las siguientes dificultades:

1. Dificultades en cuanto a términos del español especializado con condiciones que deberían representarse con más de dos expresiones simbólicas.
2. Dificultades en cuanto a términos del español especializado, que son diferentes en el lenguaje cotidiano.
3. Dificultades en los sintagmas del español especializado que tienen significados muy precisos, con mayor exigencia de exactitud que en el lenguaje cotidiano.
4. Dificultades de sintaxis en la notación simbólica y/o representación gráfica.
5. Dificultades en la traducción entre códigos.

El razonamiento es entendido como una construcción de hipótesis a partir de ideas ya fundamentadas y en ocasiones no axiomáticamente demostradas. Rusell (1999) lo define como aquello que: "*(…) utilizamos para pensar acerca de las propiedades de estos objetos matemáticos y para desarrollar generalizaciones que se puedan aplicar a clases completas de objetos-números, operaciones, objetos geométricos o conjuntos de datos*". Harley & Sowder (citado por Molfino, 2006) identifican dos tipos de razonamiento de acuerdo con la veracidad de las ideas planteadas que describiremos a continuación:

1. Argumentación
2. Demostraciones
   2.1 Externas: puede ser autoritaria, rituales, simbólicas.
   2.2 Empíricas: puede ser perceptiva e inductiva
   2.3 Demostración analítica: Puede ser a partir de transformaciones y axiomas.

METODOLOGÍA

En este caso la manera de aproximarse al problema de investigación planteado fue emplear técnicas de tipo cualitativo (Martínez, 2006). Entre las herramientas que hacen parte de este tipo de investigación se hizo uso principalmente de instrumento de recolección de datos, una prueba en la que se presentará la proposición (1, 5) de los Elementos de Euclides: "En triángulos isósceles los ángulos en la base son iguales, y si los lados iguales se alargan, los ángulos situados bajo la base serán iguales entre sí".

Será aplicada a dos estudiantes para profesor de matemáticas de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) de la Universidad Distrital que se encuentren en el curso Problemas Aritméticos II en el periodo 2012-1.

Otro instrumento de recolección de datos que se va a usar será la observación directa.

ANÁLISIS DE DATOS

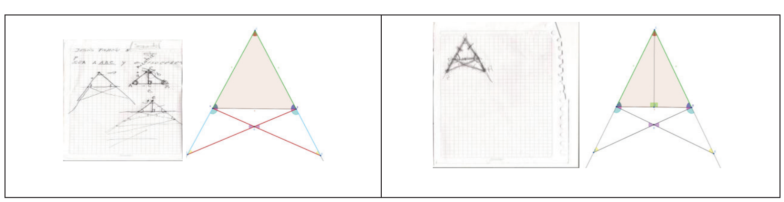

Figura 1.1 Solución dada de izquierda a derecha, por el estudiante 1 y 2.

El *estudiante número 1* presenta las siguientes dificultades al momento de resolver la prueba:

C4. Dificultades de sintaxis en la notación simbólica y/o representación gráfica.

En relación la descripción dada para el triángulo isósceles se observa que existe confusión respecto a los ángulos del triángulo, pues establece como requisito que uno de ellos debe medir 90 grados. En esta parte se observan Después por sugerencia de otro estudiante agregó otra condición, que dos de los lados del triángulo deben ser iguales. Esto muestra una demostración de tipo externo.

C2. Dificultades en cuanto a términos del español especializado, que son diferentes en el lenguaje cotidiano.

Una dificultad constante radicó en hacer mal uso del lenguaje matemático, usando términos como "alargamiento" para hablar de prolongar rectas y "paralelas" sin demostrar o tan siquiera observar las rectas que cumplían tal característica; en principio se observó que el estudiante no pensaba en la finalidad de la proposición, aislando las demostraciones sin realizar una axiomática. En particular, el estudiante tomó como sinónimos palabras del lenguaje cotidiano con respecto al lenguaje matemático, lo que puede generar confusiones.

C1. Dificultades en cuanto a términos del español especializado con condiciones que deberían representarse con más de dos expresiones simbólicas.

d) No utilizar de manera escrita el lenguaje matemático al igual que no interconectar de manera axiomática las ideas para demostrar la veracidad de las afirmaciones. Esto expresa que los estudiantes no creen necesario demostrar ciertas propiedades, porque al parecer "ya están dadas" y por ello no es necesario plantearlas; esta es una dificultad que puede ser evitada por el uso adecuado de la demostración en la enseñanza.

En cuanto al *estudiante número 2* presenta las siguientes dificultades al momento de resolver la prueba:

C3. Dificultades en los sintagmas del español especializado que tienen significados muy precisos, con mayor exigencia de exactitud que en el lenguaje cotidiano.

Dentro del proceso de comprensión de la demostración geométrica, el estudiante hizo en repetidas ocasiones del término "Iguales", tomándolo como un término del lenguaje cotidiano, ya que en la geometría este sintagma tiene como significado congruencia, términos que jamás dio a conocer para hallar de la relación de igualdad geométrica. Al momento de demostrar, el estudiante llevaba a cabo demostración empírica, inductiva.

C4. Dificultades de sintaxis en la notación simbólica y/o representación gráfica.

En esta categoría, el estudiante no hace uso de la notación simbólica, ya que durante el proceso que desarrolla en la comprensión de la proposición presentada, hace uso de demostraciones externas dentro de las catalogadas como rituales, ya que hacía uso de la construcción como principal medio de representación, pero en sus demostraciones a partir de las mismas no había rigor. La demostración del estudiante puede estar dada a partir de demostraciones externas, ya que asume que lo presentado en la representación gráfica es verídico.

CONCLUSIONES

- Los estudiantes no usan una secuencia lógica interconectada que permita dar una interpretación cabal de la proposición 5 del libro 1, lo cual nos permite inferir que no ven la importancia de realizar una demostración específica de cada elemento que es tratado, solo observan "el razonamiento solo por la forma del mismo, sin reparar en su contenido o rigor" (Harley y Sowder; citado por Molfino, 2006) realizando una demostración externa ritual.
- La principal dificultad radicó en la forma en que se abordó la justificación de las proposiciones, ya que los estudiantes no tuvieron en cuenta elementos geométricos, porque al parecer ya estaban establecidos como válidos en la proposición, mostrando una dificultad en cuanto a términos del español especializado con condiciones que deberían representarse con más de dos expresiones simbólicas (Huerta & Radillo, s.f).
- Los estudiantes que sirvieron como objeto de estudio no están catalogados en la dificultad correspondiente a la C1, ya que en ningún momento hicieron uso de la simbología matemática; por lo tanto no usaron símbolos para cada una de las palabras que se mostraban en el desarrollo de la demostración euclidiana.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Castiblanco, A. & Armella, L. (2004) Incorporación de nuevas tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Enlace Editores Ltda.: Bogotá.

Codina, A. & Lupiañez J. L. El razonamiento matemático: Argumentación y Demostración. Recuperado de: http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CodinaA99-2672.PDF

Fonseca, O. (2003). Investigación cualitativa, como propuesta metodológica para el abordaje de investigaciones se terapia ocupacional en comunidad. Umbral científico: Bogotá. Recuperado de http://redalyc.uaemex.mx/pdf/304/30400207.pdf el 13 de Marzo de 2012.

Huerta, S. & Radillo, M. "... Obstáculos en el aprendizaje de la Geometría euclidiana, relacionados con la traducción entre códigos del lenguaje matemático". En R. Abrate & M. Pocholu (Ed.), Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática. Universidad Nacional de Villa María (pp. 263-280). Recuperado de: http://unvm.galeon.com/Introduccion.pdf.

MEN (2004) Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Ministerio de Educación Nacional: Bogotá.

Molfino, V. (2006). Lugares geométricos: ¿Cuál es su rol en la enseñanza de la geometría? México D. F. Recuperado de: http://www.fing.edu.uy/imerl/didactica_matematica/Documentos_2008/vmolfino_tesis%20may%2006.pdf

Russell, S. (1999) Razonamiento Matemático en los primeros grados. En: "Developing mathematical reasoning in Grades K-12, 1999 Yearbook" Reston, Virginia, USA. Traducción: Carlos Zuluaga. Grupo Colombia Aprendiendo.