



# 7° SEMINARIO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL CÁLCULO

Pre-cálculo y pensamiento  
de computacional en  
proyectos de modelación  
con tecnologías

# Pre-cálculo y pensamiento de computacional en proyectos de modelación con tecnologías



Jhony Alexander Villa-Ochoa

Universidad de Antioquia

Red Colombiana de modelación en Educación Matemática

<https://recomem.com/>

Con:

Jaime Andrés Carmona-Mesa

Alexander Castrillón-Yepes

Daniel Andrés Quiroz-Vallejo

Danyal Farsani

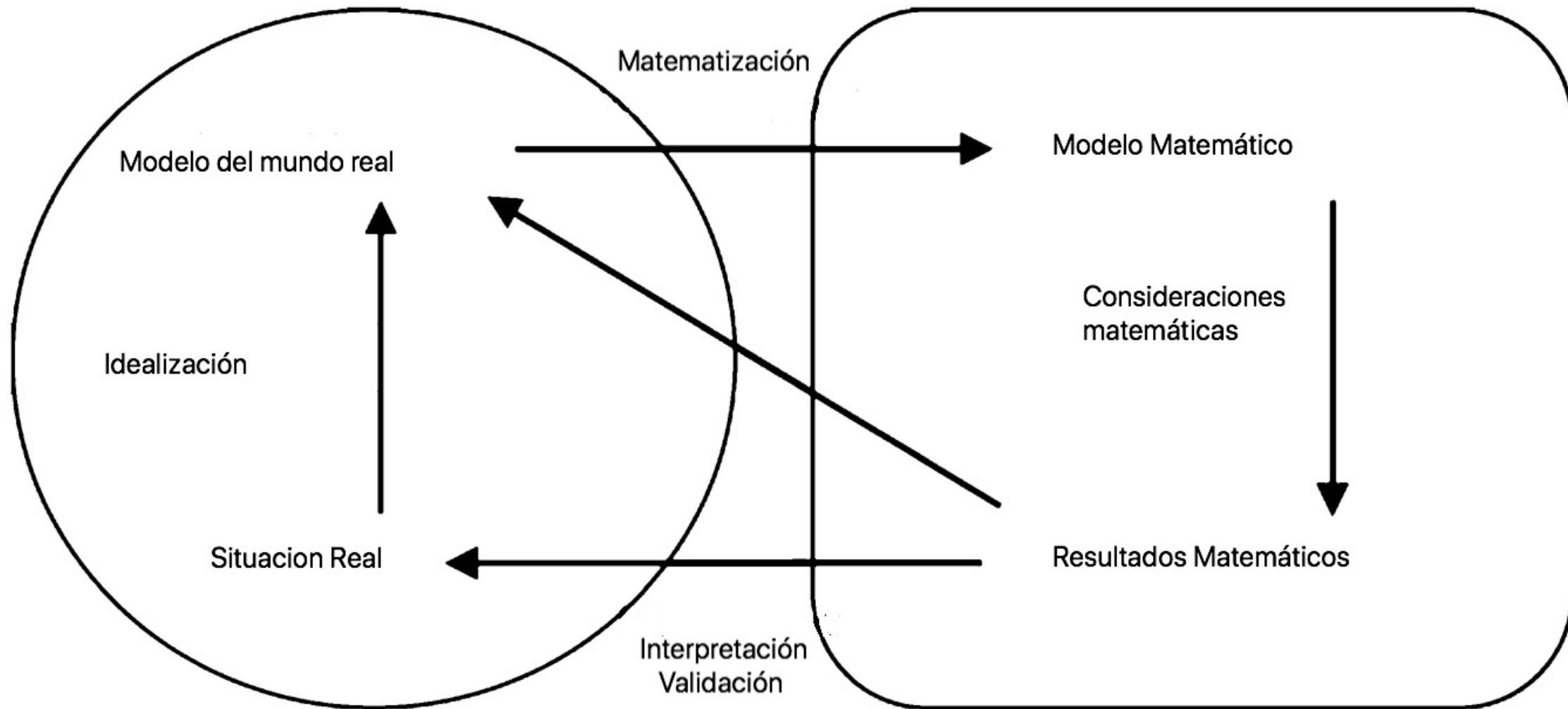


# Contenido

- **Introducción:** Modelación en Educación Matemática.
- **Aspectos teórico/conceptuales:** tipos de tareas de modelación matemática en el aula y pensamiento computacional.
- **Resultados del análisis de un caso.**
- **Consideraciones finales.**



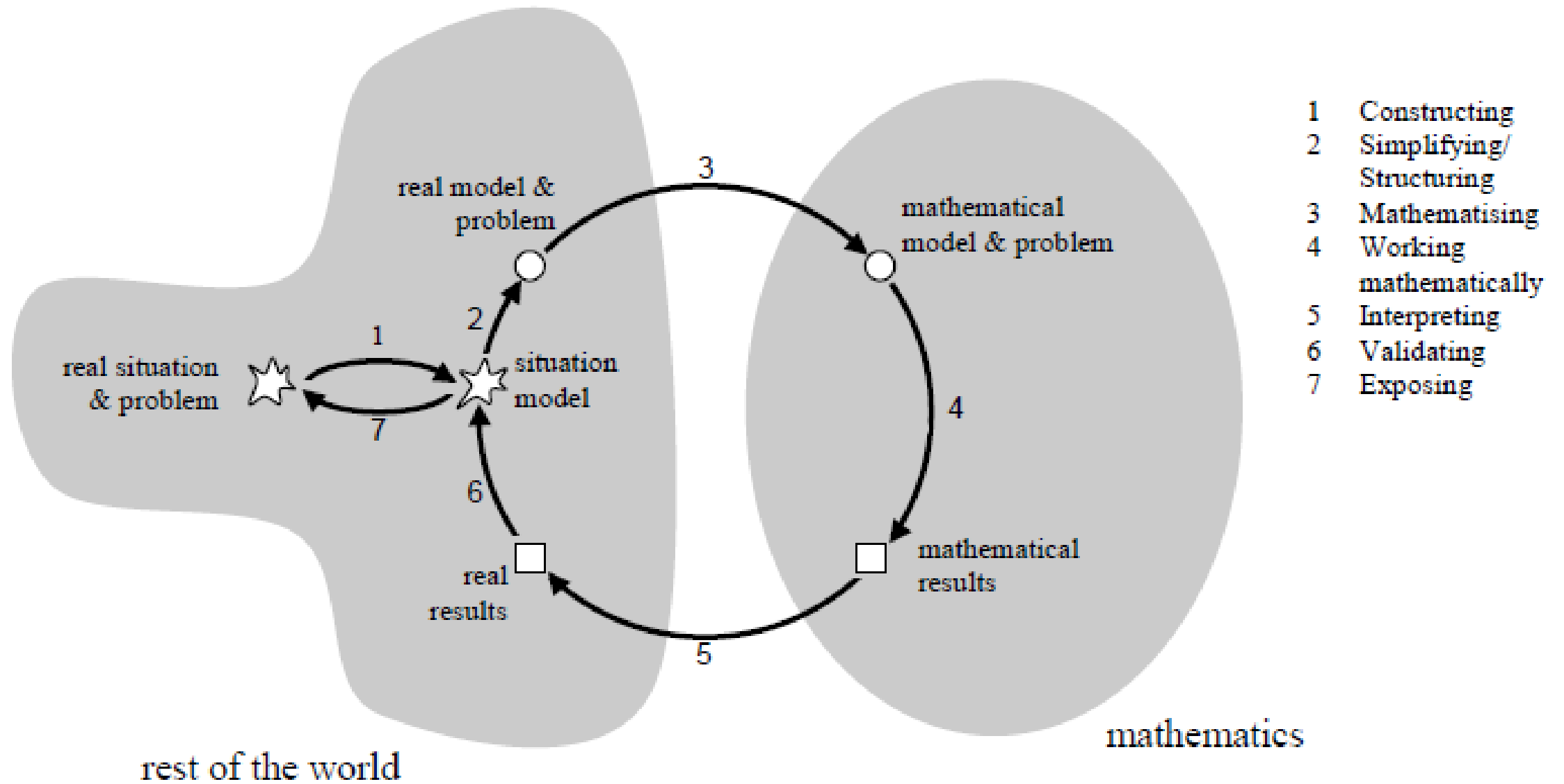
# Introducción: Modelación en Educación Matemática



**Mathematical Modelling and Applications in Education, Fig. 1**

Modelling process from Kaiser-Meißner (1986) and Blum (1996)

(2014)



Blum y Leiss (2007)

Jhony Alexander Villa-Ochoa  
 jhony.villa@udea.edu.co

# ¿Por qué la modelación en clase de matemáticas?

1. Fomentar entre los estudiantes **actitudes creativas, de resolución de problemas y competencias**
2. Promover y mejorar un **potencial crítico** en los estudiantes para el uso (y mal uso) de las matemáticas en contextos extra-matemáticos
3. Preparar a los estudiantes para que puedan **aplicar y usar modelos** en otras **asignaturas, así como en contextos particulares, como ciudadanos y en el presente o en el futuro de sus profesiones.**

**Niss (1989; citado por Lingefjärd, 2006)**

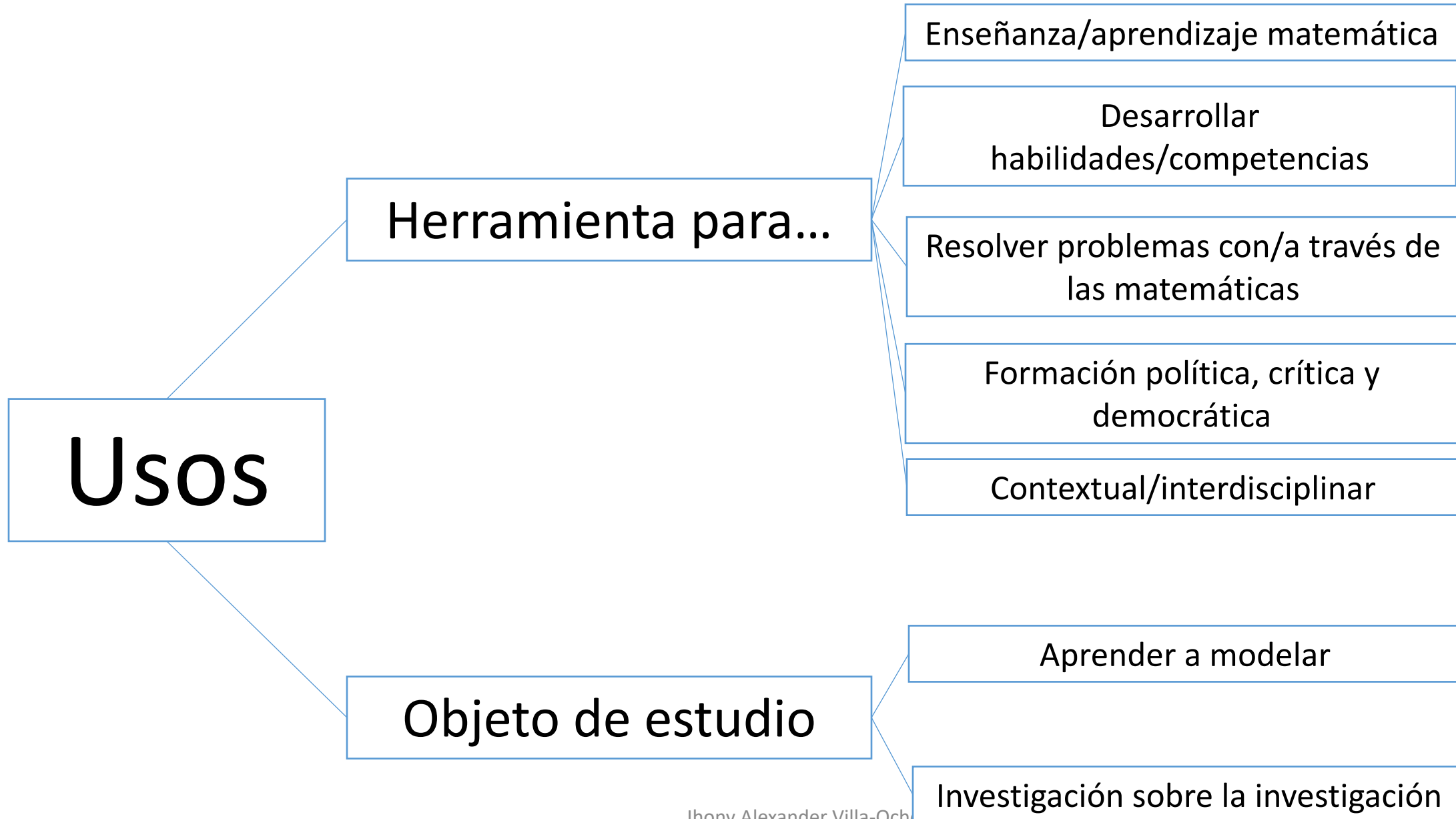


# ¿Por qué la modelación en clase de matemáticas?

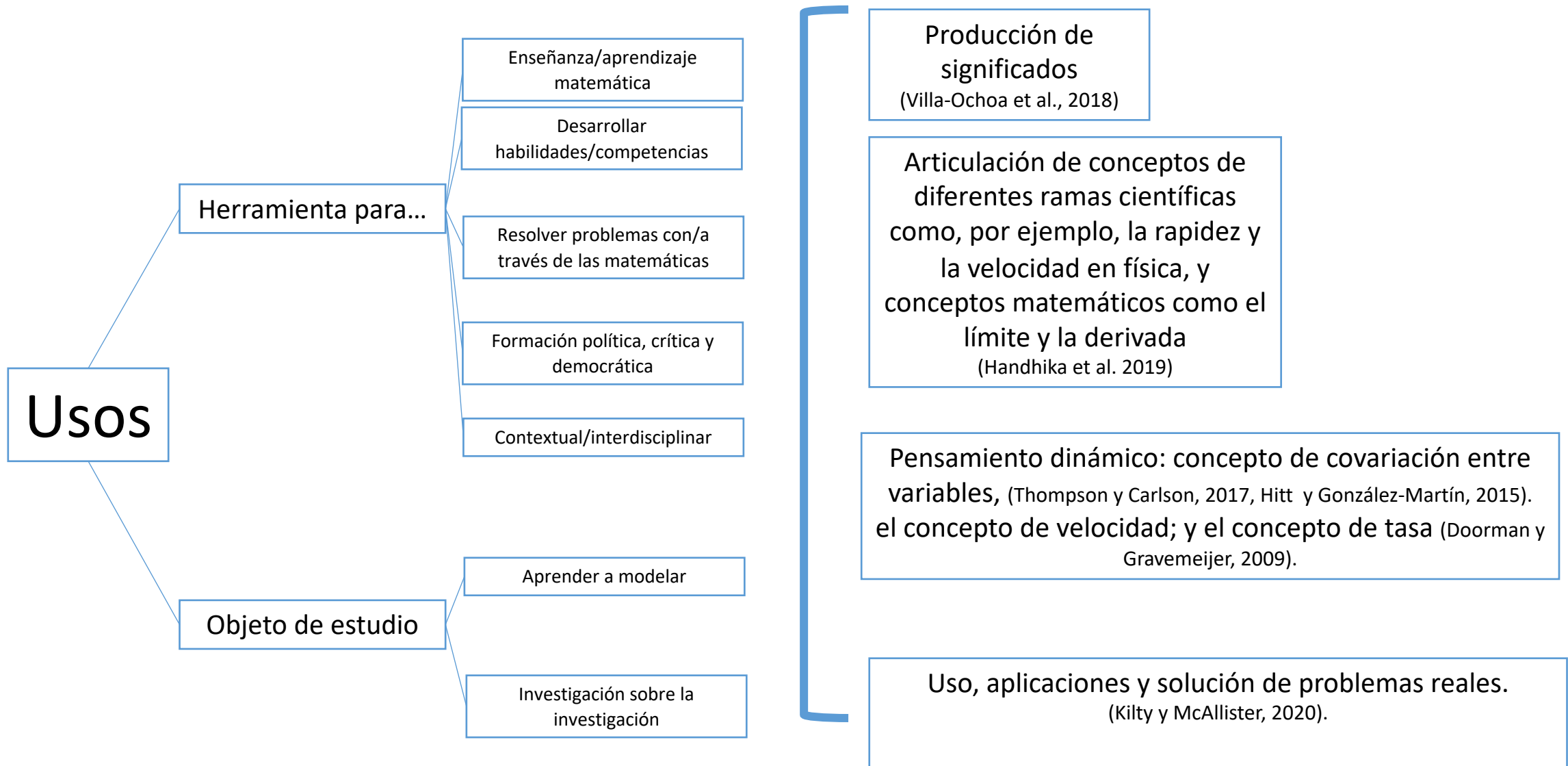
4. Establecer una **imagen** representativa y equilibrada de las matemáticas, su características y su papel en el mundo.
5. Ayudar a los estudiantes a **adquirir y comprender conceptos, nociones, métodos, resultados y temas matemáticos**, ya sea para darles un cuerpo más completo o para motivarlos a estudiar ciertas disciplinas matemáticas.

Niss (1989; citado por Lingefjärd, 2006)

# Modelación en la actualidad



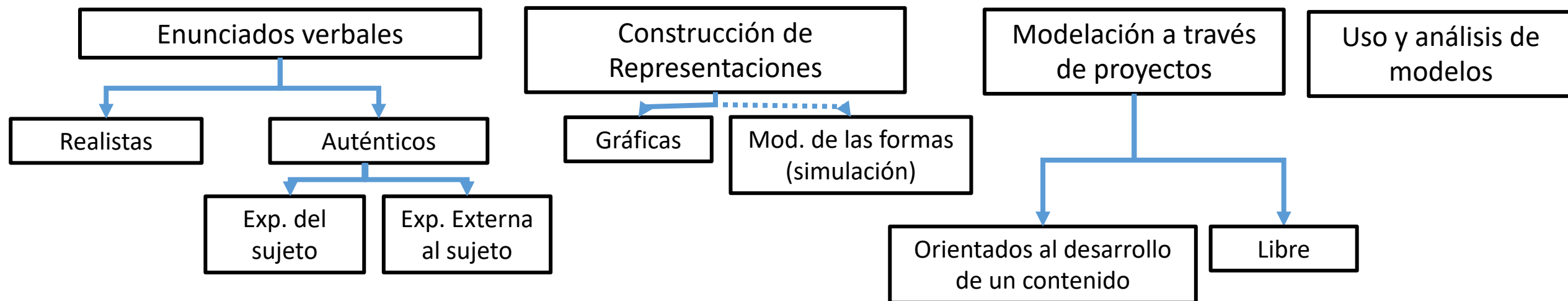
# Modelación en el estudio de conceptos de precálculo



# Aspectos Teóricos/conceptuales

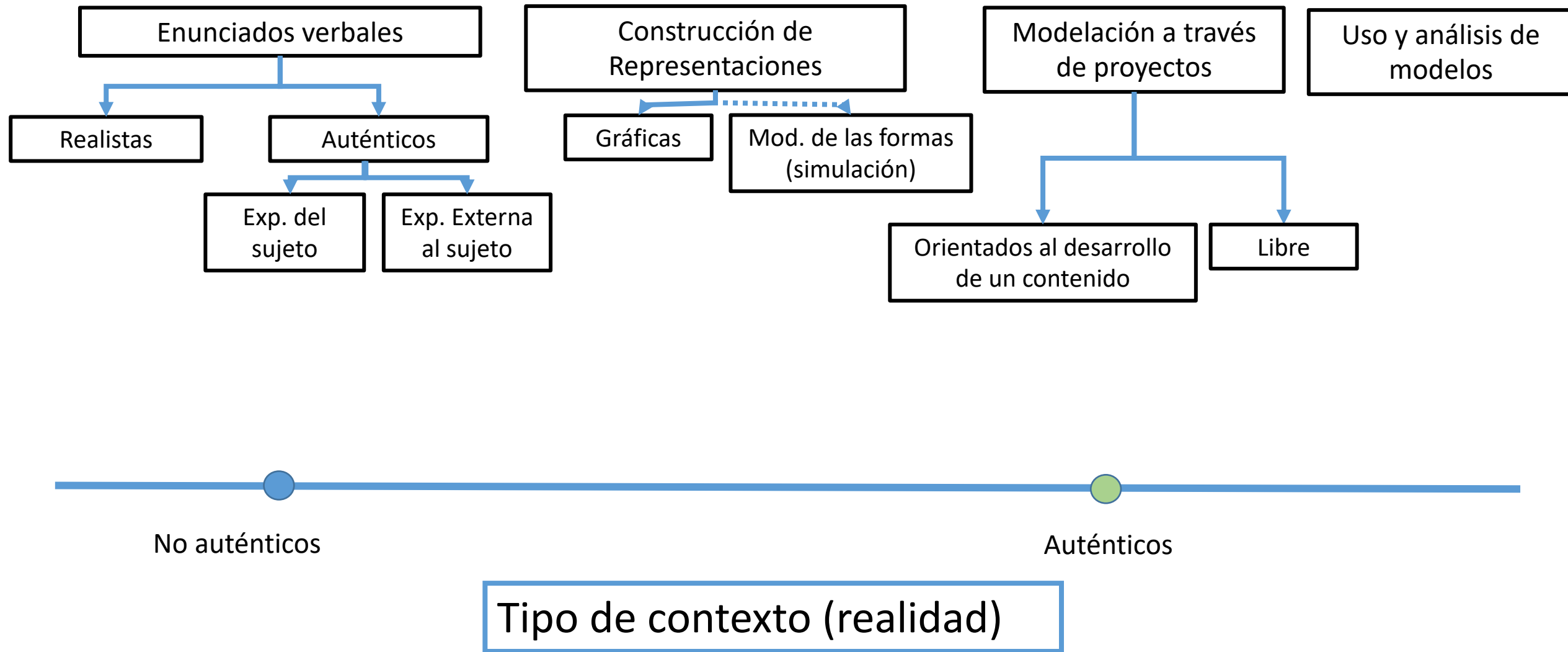


# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula

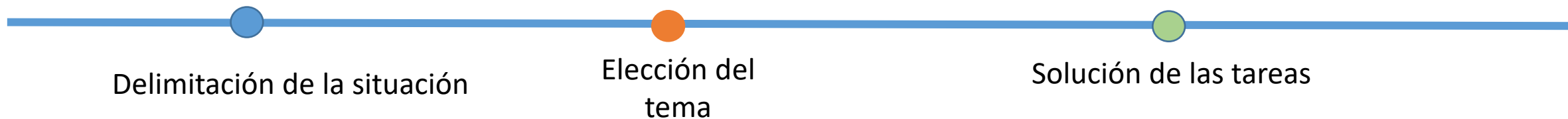
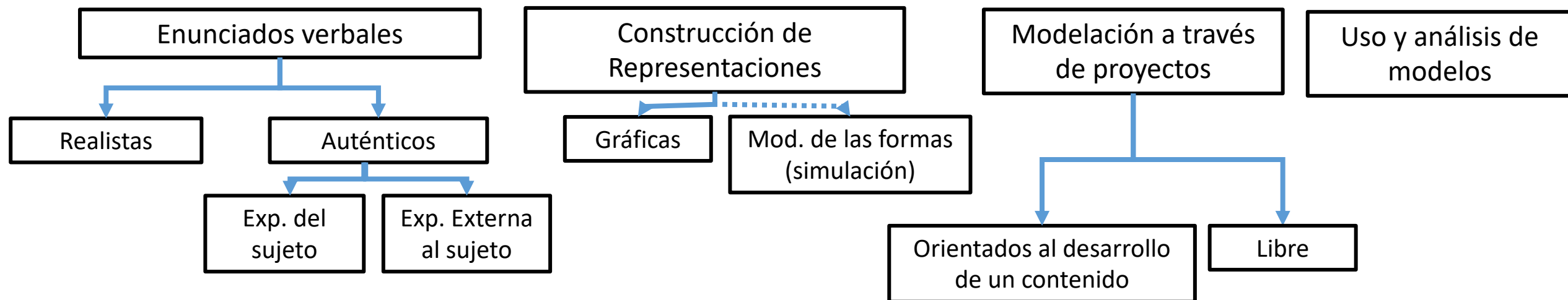


Villa-Ochoa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, 18(36), 219–251.

# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula

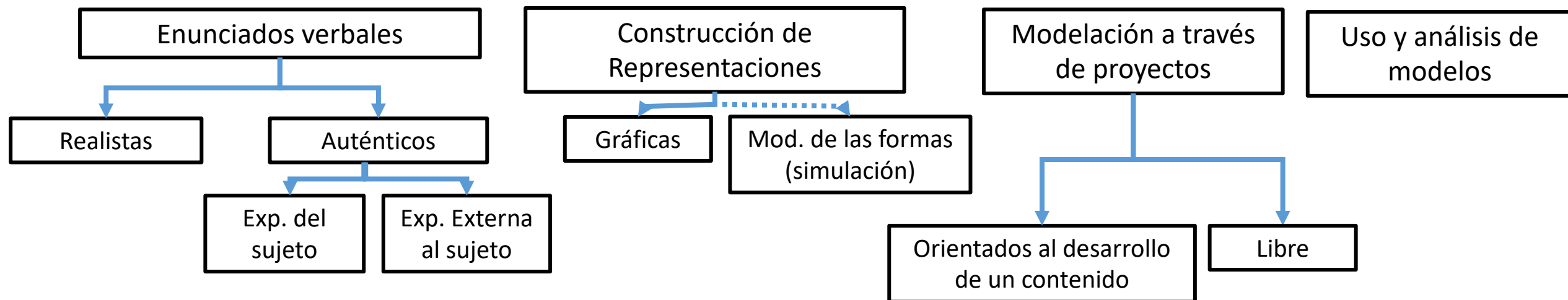


# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula



Participación del estudiante

# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula



Desarrollo Habilidades (¿Competencias?)  
¿Prod. de representaciones?

Uso/aplicaciones  
de la matemática

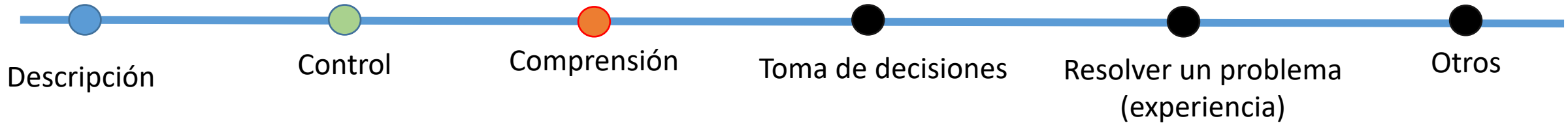
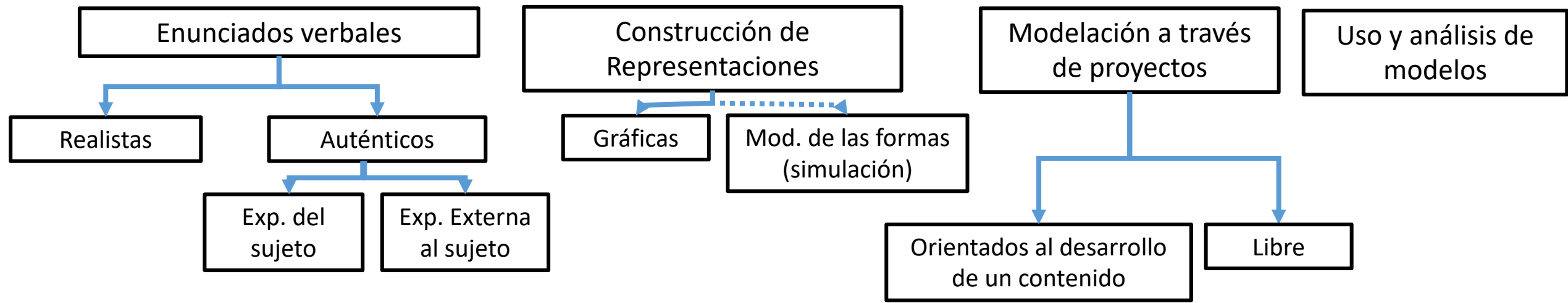
Aprendizaje de un  
contenido específico

Usos sociales,  
participación en la  
sociedad,  
“Comprensión del  
mundo”

**Aportes / propósitos**

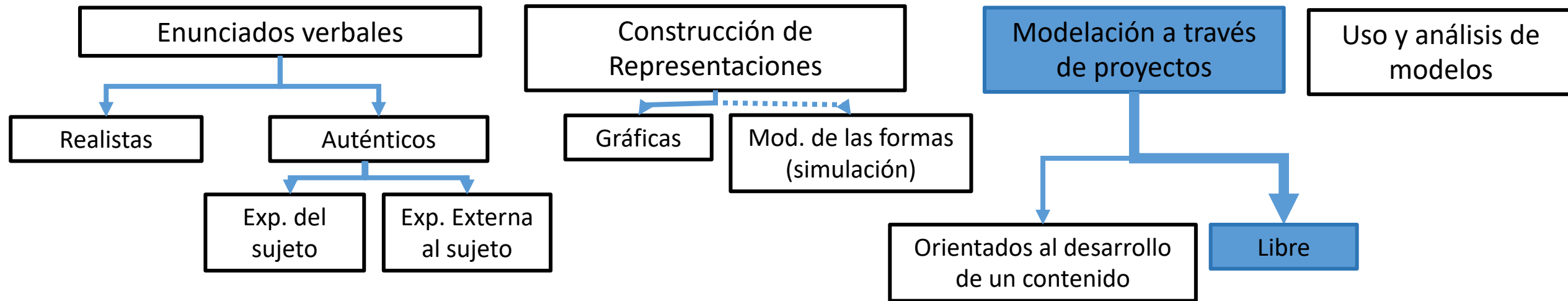


# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula



Alcances de la matemática en la situación

# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula



La importancia de los proyectos de modelación radica en las experiencias de primera mano que se ofrece a los estudiantes para planear y resolver problemas a través de modelos y las matemáticas. Aporta al desarrollo de habilidades y capacidades y puede incluirse con estrategia de evaluación formativa. (Sánchez-Cardona et al., 2021)

# Pensamiento computacional

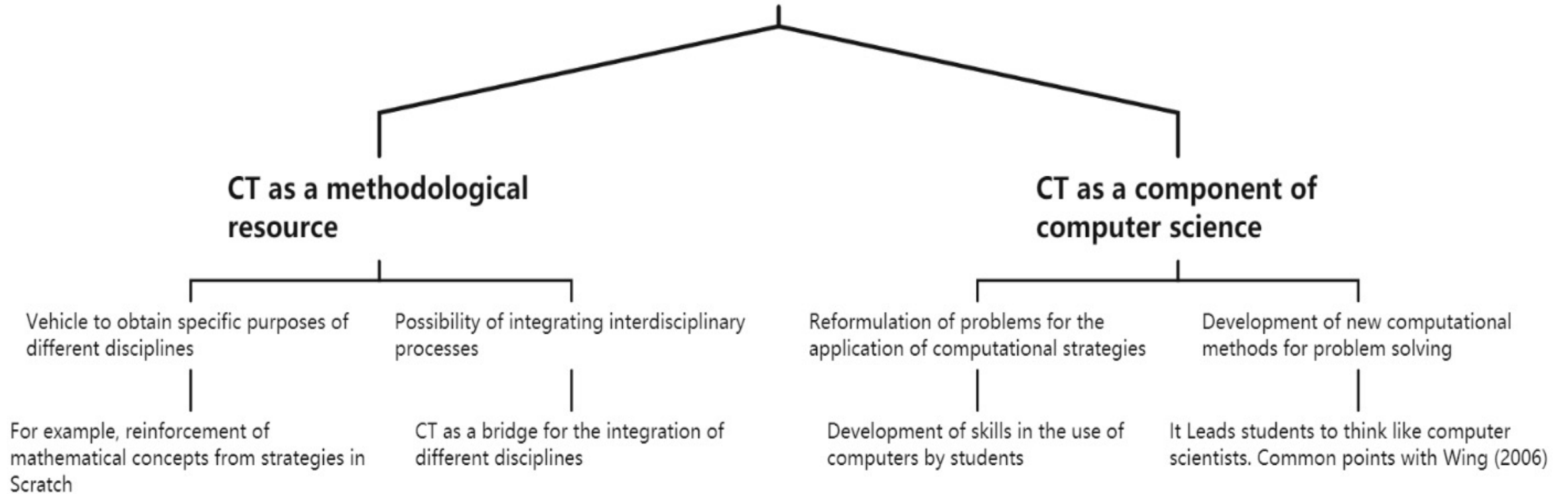
**No existe una comprensión homogénea del PC ni de sus alcances y formas de integración en la cotidianidad escolar:**

- estudio de algoritmos,**
- habilidades para solucionar problemas,**
- pensar como los profesionales de la computación.**

(Quiroz-Vallejo, Carmona-Mesa, Castrillón-Yepes, y Villa-Ochoa, 2021).

- **Recurso** con potencial para solucionar problemas de maneras creativas (Carmona-Mesa et al. 2020; 2021)
- **Proceso** de pensamiento donde las soluciones se representan en una forma que puede ser llevada a cabo eficazmente por un agente procesador de información (Wing, 2011).
- **utilidad:** actividades promueven en los estudiantes estrategias para comprender, interpretar y transformar su realidad. Si bien estas actividades tienden a desarrollarse mediante la creación de algoritmos computacionales o aspectos relacionados con las ciencias de la computación (Cansu y Cansu, 2019)

# CT conceptualizations and strategies



(Quiroz-Vallejo et al., 2021).

Shute et al. (2017)

Una base conceptual necesaria para resolver problemas de forma eficaz y eficiente (es decir, algorítmicamente, con o sin ayuda de ordenadores) con soluciones reutilizables en diferentes contextos (p. 151).

# modelo de competencias que puede utilizarse en la evaluación del PC

- Descomposición.
- Abstracción (incluye: recogida y análisis de datos, reconocimiento de patrones, modelación).
- Algoritmos (incluye: Diseño de algoritmos, Paralelismo, Eficiencia, Automatización).
- Depuración, Generalización e Iteración.

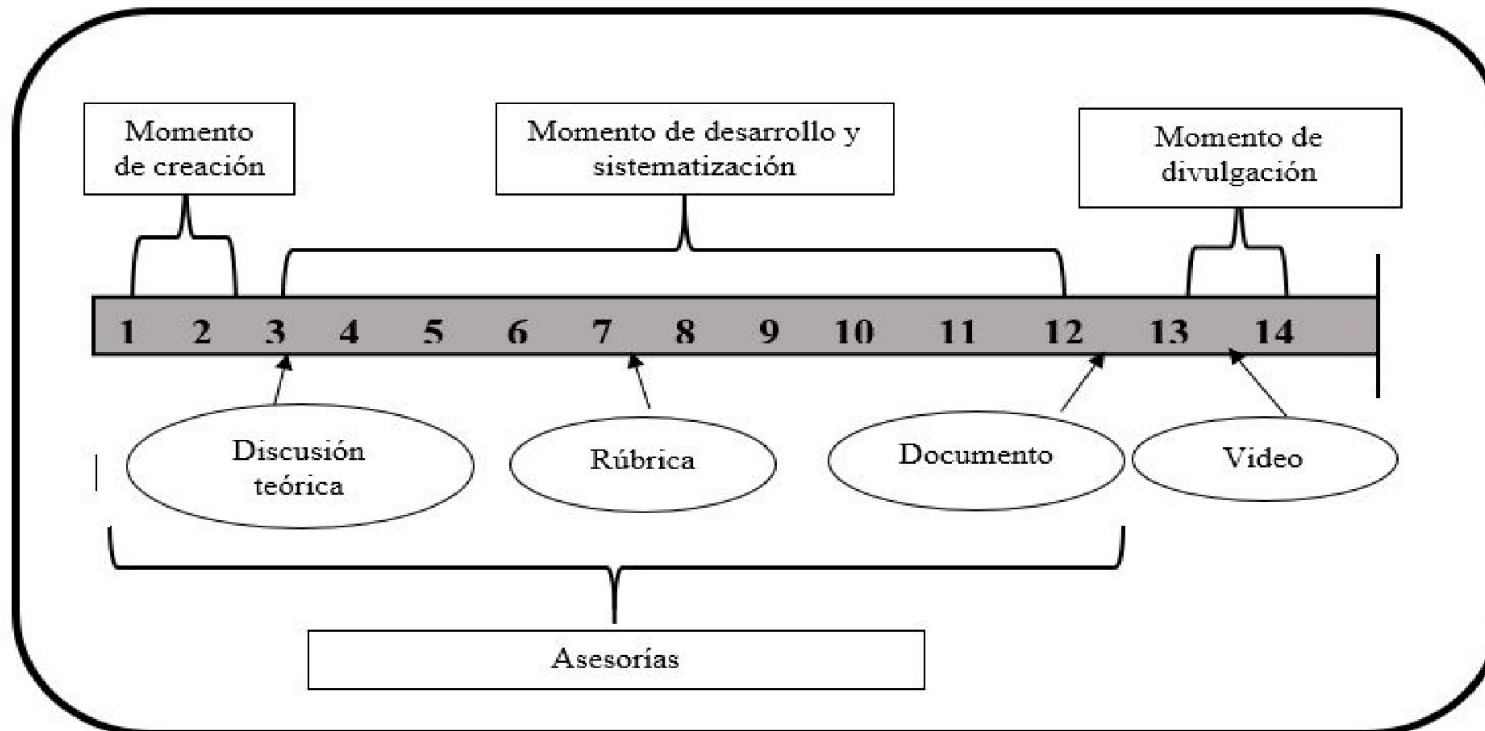


# Resultados del análisis de un caso



# Con-su-mismo móvil

- Proyecto de modelación desarrollado por tres futuras profesoras en de Matemáticas en un curso de modelación matemática.
- Informes, video, documento, presentaciones orales.



(Sánchez-Cardona et al. 2021)

# Descomposición

Diseccionar un problema/sistema complejo en partes manejables. Las partes divididas no son piezas al azar, sino elementos funcionales que colectivamente componen el sistema/problema completo (Shute et al. 2017, p. 153):

- (i) concepción de la idea del proyecto: propia experiencia
- (ii) diseño y desarrollo del plan: ámbito, tema, ejecutar el plan, Construcción y prueba de un producto.

Johana:

*“empezamos a buscar información sobre el consumo, y encontramos un estudio de la empresa Asomóvil que decía que la demanda de los usuarios era de 0,4 gigas al mes mientras que las empresas ofrecen planes de 1,8 gigas al mes. Eso nos pareció una brecha enorme, así que nos propusimos conocer más sobre la demanda real de los colombianos”* (video sesión 14).

# Descomposición

Disecionar un problema/sistema complejo en partes manejables. Las partes divididas no son piezas al azar, sino elementos funcionales que colectivamente componen el sistema/problema completo (Shute et al. 2017, p. 153):

- (i) concepción de la idea del proyecto: propia experiencia
- (ii) diseño y desarrollo del plan: ámbito, tema, ejecutar el plan, Construcción y prueba de un producto.
- (iii) comunicación de los resultados: los principales hallazgos y reflexiones derivadas del proyecto, una dramatización de un diálogo de usuarios potenciales, sus argumentos y contraargumentos a la hora de tomar decisiones de consumo y la presentación del simulador como respuesta a necesidades específicas de los usuarios

# Abstracción

a) Definición de variables, recogida de datos y análisis.

i) Aplicaciones más utilizadas por los colombianos, ii) Tiempo disponible para el uso de cada una de las aplicaciones, iii) Número de Gigabytes ofrecidos en el plan de datos, iv) Señal del operador y v) Número de minutos incluidos en el plan para llamadas.

(i) aplicaciones más utilizadas, (ii) consumo semanal por aplicación, (iii) consumo total en el mes.

# Abstracción

- a) Definición de variables, recogida de datos y análisis.
- b) Reconocimiento de patrones:
  - Uso de características/patrones encontrados por otros estudios (ejemplo, aplicaciones más utilizadas, empresas más influyentes, planes más requeridos)
  - Identificación de relaciones entre las variables. "*consumo de cada app por hora*".

# Abstracción

- a) Definición de variables, recogida de datos y análisis.
- b) Reconocimiento de patrones.
- c) Modelación.

$$C_t = 4(CAp_1 \times HAp_1 + CAp_2 \times HAp_2 + \dots + CAp_n \times HAp_n) \rightarrow \rightarrow (1)$$

Where:¶

$C_t$ : Total internet consumption in a month.¶

$CAp_i$ : Consumption of application  $i$  per week.¶

$HAp_i$ : Number of hours consumed by a user in a week in the application  $i$ ¶



# Representación y algoritmo

$$C_t = 4(CAp_1 \times HAp_1 + CAp_2 \times HAp_2 + \dots + CAp_n \times HAp_n) \rightarrow \rightarrow (1)$$

Where:¶

$C_t$ : Total internet consumption in a month.¶

$CAp_i$ : Consumption of application  $i$  per week.¶

$HAp_i$ : Number of hours consumed by a user in a week in the application  $i$ ¶



# SIMULADOR: APPS DE SU CON-SU-MISMO MÓVIL

Escribe en los espacios la cantidad de horas semanales que utilizas cada aplicación y/o función



APLICACIÓN	HORAS SEMANAL
Whatsapp	
Facebook	
Youtube	
Facebook Messenger	
Instagram	
Gmail	
Twitter	
Google Maps	
Outlook	
Uber	
Skype	
Snapchat	
Easy Taxi	
Yahoo	
Waze	
Google Chrome	
LinkedIn	
Spotify	

¿Haces llamadas frecuentes por Wpp, cuántos minutos a la semana?

¿Haces llamadas frecuentes por Messenger, cuántos minutos a la semana?

¿Haces videollamadas frecuentes por Wpp, cuántos minutos a la semana?

¿Haces videollamadas frecuentes por Messenger, cuántos minutos a la semana?

USO DE GB

# Algoritmo

Diseñar instrucciones lógicas y ordenadas para dar solución a un problema. Las instrucciones pueden ser llevadas a cabo por un humano o un ordenador" (Shute et al. ,2017, p. 153).

- coordinar los modelos previamente construidos con los datos a los que pudieron acceder.
- Identificación de “brechas” en la demanda y la oferta. Eficiencia

# Algoritmo

- Daniela: "inicialmente pensamos en utilizar las horas diarias de consumo por aplicación; sin embargo, vimos que de un día para otro no era posible generalizar, por lo que decidimos hacerlo por consumo semanal estimado".
- Alexandra: "nos dimos cuenta de que cuando hay videollamadas la señal cae, por lo que nos dimos cuenta de que el consumo de datos es mayor, por lo tanto, para hacer nuestro simulador más completo (ajustado a la realidad) decidimos incluir esas características".

# Generalización

"transferir las destrezas de la TC a una amplia gama de situaciones/dominios para resolver los problemas con eficacia y eficiencia" (p. 153). (Shute et al., 2017).

- Reconocimiento de las limitaciones.

# Generalización

## **Ampliación del modelo con nuevas variables**

Daniela:

"no teníamos las condiciones para tomar todas las aplicaciones que existen, pero es posible ampliar nuestro simulador para incluirlas"  
(Sesión de vídeo 14).

## **Extensión a otros problemas o contextos**

"... Nos preguntamos si el consumo que cree que hace podría variar si se considera el aumento de las zonas Wi-Fi públicas en la ciudad"



# Consideraciones finales

- Los proyectos de modelación ofrecen oportunidades para promover habilidades de pensamiento computacional (la descomposición, la abstracción, los algoritmos y la generalización. )
- La comunicación. ¿Una habilidad del PC?
- Uso de conceptos matemáticos: reconocimiento de variables, relaciones entre ellas y las representaron algebraicamente. Software y uso en contexto.
- Uso de conceptos matemáticos: la argumentación sobre "la lógica" del algoritmo y su funcionalidad, la apropiación de un lenguaje y técnicas para pasar del modelo matemático al simulador en Excel, la delimitación emergente de nuevas variables y los desarrollos para hacerlas operativas en el simulador.
- Modelación → [problema – contenido matemático – computación/tecnología]




# Referencias

- Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics—ICTMA 12* (pp. 222–231). Horwood. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Cansu, S. K., & Cansu, F. K. (2019). An Overview of Computational Thinking. *International Journal of Computer Science Education in Schools*, 3(1), <https://doi.org/10.21585/ijcses.v3i1.53>
- Carmona-Mesa, J. A., Krugel, J., & Villa-Ochoa, J. A. (2021). La formación de futuros profesores en tecnología. Aportes al debate actual sobre los Programas de Licenciatura en Colombia. En A. Richit & H. Oliveira (Eds.), *Formação de professores em contextos permeados pelas tecnologias digitais*. Brazil: Livraria da Física
- Carmona-Mesa, J. A., Cardona Zapata, M. E., & Castrillón-Yepes, A. (2020). Estudio de fenómenos físicos en la formación inicial de profesores de Matemáticas. Una experiencia con enfoque STEM. *Uni-Pluriversidad*, 20(1), 18–38. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.20.1.02>
- Doorman, M., & Gravemeijer, K. (2009). Emergent modelling: Discrete graphs to support the understanding of change and velocity. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 41, 199–211.
- Handhika, J., Istiantara, D.-T., & Astuti, S.-W. (2019). Using graphical presentation to reveals the student's conception of kinematics. *Journal of Physics: Conference Series*, 1321, 032064. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1321/3/03206>.
- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modeling process: The ACODESA (Collaborative learning, Scientific debate and Self-reflection) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201–219.

# Referencias

- Kilty, J. M., & McAllister, A. M. (2020). A Modeling-Based Approach to Calculus. *PRIMUS*, 30(3), 316–334. <https://doi.org/10.1080/10511970.2019.1588813>
- Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM*, 38(2),96-112
- Quiroz-Vallejo, D. A., Carmona-Mesa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Villa-Ochoa, J. A. (2021). Integración del Pensamiento Computacional en la educación primaria y secundaria en Latinoamérica: una revisión sistemática de literatura. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 21(68), 1–33. <https://doi.org/10.6018/red.485321>
- Sánchez-Cardona, J., Rendón-Mesa, P. A., & Villa-Ochoa, J. A. (2021). Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas. *Revista Meta: Avaliação*, 13(40), 543–570. <https://doi.org/10.22347/2175-2753v13i40.3243>
- Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education*. (pp. 421–456). National Council of Teachers of Mathematics
- Villa-Ochoa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, 18(36), 219–251.
- Wing, J. (2011). Computational thinking—What and why? The Link Magazine, June 23, 2015. Retrieved from <http://www.cs.cmu.edu/link/research-notebook-computational-thinking-what-and-why>
- Zampieri M. T., & Javaroni S. L. (2020). A Dialogue Between Computational Thinking And Interdisciplinarity Using Scratch Software. *Uni-Pluriversidad*, 20(1), 100-117. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.20.1.06>



Muchas gracias por su atención  
Jhony Alexander Villa-Ochoa  
[Jhony.villa@udea.edu.co](mailto:Jhony.villa@udea.edu.co)