



Instructions for authors, subscriptions and further details:

<http://redimat.hipatiapress.com>

## **Representaciones sobre el Concepto de Función en Estudiantes de Primer Nivel de Ingeniería**

Jhon Herminson Arias-Rueda<sup>1</sup>, César Augusto Arias-Rueda<sup>2</sup>, María Judith Arias Rueda<sup>3</sup>

1) Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador

2) Unidad Educativa Jean-Jacques Rousseau, Ecuador

3) Universidad del Zulia, Venezuela

Date of publication: October 24<sup>th</sup>, 2020

Edition period: October 2020-February 2021

---

**To cite this article:** Arias-Rueda, J., Arias-Rueda, C. and Arias-Rueda, M. (2020). Representaciones sobre el concepto de función en estudiantes de primer nivel de ingeniería. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 9(3), 298-322. doi: [10.17583/redimat.2020.4549](https://doi.org/10.17583/redimat.2020.4549)

**To link this article:** <http://dx.doi.org/10.17583/redimat.2020.4549>

---

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

The terms and conditions of use are related to the Open Journal System and to [Creative Commons Attribution License](#) (CCAL).

# Representaciones sobre el Concepto de Función en Estudiantes de Primer Nivel de Ingeniería

Jhon H. Arias-Rueda  
Universidad  
Politécnica Salesiana

César A. Arias-Rueda  
Unidad Educativa J-J.  
Rousseau

María J. Arias-Rueda  
Universidad del Zulia

(Received: 01 August 2019; Accepted: 09 July 2020; Published: 24 October 2020)

## Resumen

---

Este artículo pretende divulgar los resultados de una investigación cuyo objetivo fue determinar las representaciones que tienen los estudiantes sobre el concepto de función. Para ello, se utilizaron los aportes teóricos de las representaciones mentales de Johnson-Laird. La metodología de la investigación estuvo enmarcada bajo un diseño no-experimental con un enfoque cuantitativo-descriptivo desarrollado en tres fases: formativa, evaluativa de recolección de información e interpretativa. El estudio se aplicó sobre una muestra de 84 estudiantes que representaban el 80% de la población que cursaba el primer nivel de ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana del Ecuador. Los resultados de la investigación mostraron que las representaciones mentales asociadas al concepto de función matemática están presentes en un alto porcentaje de estudiantes, siendo la representación proposicional la más utilizada, aun cuando un porcentaje significativo la usa con errores. Como conclusión pudo interpretarse que existen falencias en los procesos de enseñanza-aprendizaje ya que muy pocos estudiantes lograron construir modelos mentales de manera eficiente.

---

**Palabras clave:** Representaciones mentales, función matemática, modelos mentales, proposiciones, imágenes mentales

# **Representations on the Concept of Function in First Level Engineering Students**

Jhon H. Arias-Rueda  
*Universidad  
Politécnica Salesiana*

César A. Arias-Rueda  
*Unidad Educativa J-J.  
Rousseau*

Maria J. Arias-Rueda  
*Universidad del Zulia*

*(Recibido: 01 Agosto 2019; Aceptado: 09 Julio 2020; Publicado: 24 Octubre 2020)*

## **Abstract**

---

This article aims to disseminate the results of an investigation whose objective was to determine the representations that students have about the concept of function. For this, the theoretical contributions of the Johnson-Laird mental representations were used. The research methodology was framed under a non-experimental design with a quantitative-descriptive approach developed in three phases: formative, evaluative information collection and interpretive. The study was applied on a sample of 84 students representing 80% of the population that was in the first level of engineering at the Universidad Politécnica Salesiana of Ecuador. The results of the investigation showed that the mental representations associated with the concept of mathematical function are present in a high percentage of students, the propositional representation being the most used, even when a significant percentage uses it with errors. In conclusion it could be interpreted that there are flaws in the teaching-learning processes since very few students managed to build mental models efficiently..

---

**Keywords:** Mental representations, mathematical function, mental models, propositions, mental images

**E**ste artículo responde a evidentes inquietudes de diferentes trabajos de investigación, que hacen referencia a los tipos de representaciones mentales de los estudiantes a la hora de enfrentarse a problemas de diferentes áreas del conocimiento (Andrade, Lopes-Fujita, & Dal'Evedove, 2018; Aznar, Distéfano, & Moler, 2018; Camargo & Hernández, 2016; Greca & Moreira, 1996). Específicamente, el estudio estuvo enmarcado dentro de la psicología cognitiva de la teoría de los modelos mentales de Johnson-Laird (1995). De esta manera se ha planteado como objetivo de la investigación, determinar las representaciones mentales que tienen los estudiantes de primer nivel de ingeniería sobre el concepto de función, luego de que participaran en un proceso de formación conceptual que les permitió adquirir conocimientos básicos en torno al tema.

Por un lado, se analizan las representaciones mentales, considerándose una analogía entre nuestro cerebro y un ordenador, en el sentido de que nuestra mente, al igual que una computadora, puede construir símbolos y manipularlos en diferentes procesos cognitivos (modelos mentales) (Greca & Moreira, 1996), ya que posee una función simbólica que consiste en la capacidad que tiene la mente de representar una cosa o idea por medio de símbolos (Camargo & Hernández, 2016); y por otra parte, se ha considerado como objeto matemático el concepto de función tomando en cuenta que las funciones tienen gran aplicabilidad dentro y fuera de la matemática, siendo de suma importancia para el desarrollo de una comunidad, ya que permite construir modelos matemáticos perdurables en el tiempo (Armas, Pino-fan, & Rivilla, 2016).

Una función matemática permite hacer predicciones creíbles de futuros eventos sobre un ambiente determinado, logrando influir en decisiones que pueden ser fundamentales para un bien común, siendo ésta una de las razones por la cual el estudio de las funciones ocupa un lugar importante en la instrucción propuesta en el currículum de matemática de la educación secundaria, donde se introducen los conceptos básicos de las matemáticas (Fabra & Deulofeu, 2000) y consecuentemente se ha considerado como objeto matemático de estudio para esta investigación.

## Referentes Teóricos

### Tipos de Representaciones

Las representaciones mentales son internas, es una manera de *re-presentar* mentalmente el mundo exterior, es decir, volverlo a presentar en nuestras mentes (Moreira, Greca, & Palmero, 2002). Desde el punto de vista de la Psicología Cognitiva, se pueden identificar dos tipos de representaciones, las proposicionales y las analógicas (o imágenes). Sin embargo, en el ambiente de la psicología cognitiva existe un debate, donde algunos autores aseguran que las imágenes pueden llevarse siempre a una representación proposicional, mientras otros defienden que las imágenes tienen identidad propia y en consecuencia una forma representacional independiente (Moreira, 1996). No obstante, pese a esta discrepancia, se presenta otra representación alternativa, definida por Johnson-Laird (1995) como los modelos mentales. Tomemos algunas líneas para distinguir estos tres tipos de representaciones a la luz de la teoría del mencionado autor.

Las *representaciones proposicionales* se entienden como las representaciones individuales y abstractas que hace el sujeto del mundo que lo rodea, utilizando un lenguaje verbal (Moreira, 1996), o bien podría ser el propio lenguaje de la mente conocido como el *mentales* (Fodor, 1984). De tal manera que, ante una situación determinada, la mente captará (en su propio lenguaje) los conceptos que están ante esa situación y podría traducirlo a un lenguaje verbal. Por ejemplo, la situación *mi casa está limpia*, que puede ser expresada verbalmente en diferentes idiomas como: *my house is clean* o bien *ma maison est propre*, la mente (en su idioma) la representa de manera que permita entender la relación entre dos conceptos, casa – limpieza.

Por otro lado, para Johnson Laird *las representaciones analógicas* vienen dadas por las imágenes que forma el sujeto en su mente al percibir por medio de un sentido algún objeto del mundo externo. Estas imágenes son representaciones mentales concretas de un objeto, situación o fenómeno a los cuales se acude para recuperar o mantener los detalles de las mismas que han resultado más relevantes para el sujeto que las construye. A pesar de que la imagen visual es la representación analógica prototípica, también pueden ser auditivas, olfativas o táctiles (Moreira et al., 2002). Por ejemplo, en la situación “el edificio tiene varios pisos”, el sujeto puede hacer una imagen

en su mente, de un edificio en particular, identificando los aspectos más relevantes y significativos (altura, color diseño, ubicación, entre otros) que la situación le haya dejado.

El tercer tipo de representación propuesto por Johnson Laird, los *modelos mentales*, sintetiza de manera más eficientemente el proceso cognitivo de un individuo, son representaciones por medio de imágenes, pero a diferencia de las analógicas, éstas son más generales y pueden ser vistas desde cualquier ángulo. Un modelo mental es un análogo estructural del mundo; su estructura, y no su aspecto, corresponde a la estructura de la situación que representa (Moreira et al., 2002). Son bloques cognitivos que se van reconstruyendo una y otra vez, de manera que se hacen esenciales para definir la forma de cómo resolver problemas y entender el mundo (Andrade et al., 2018).

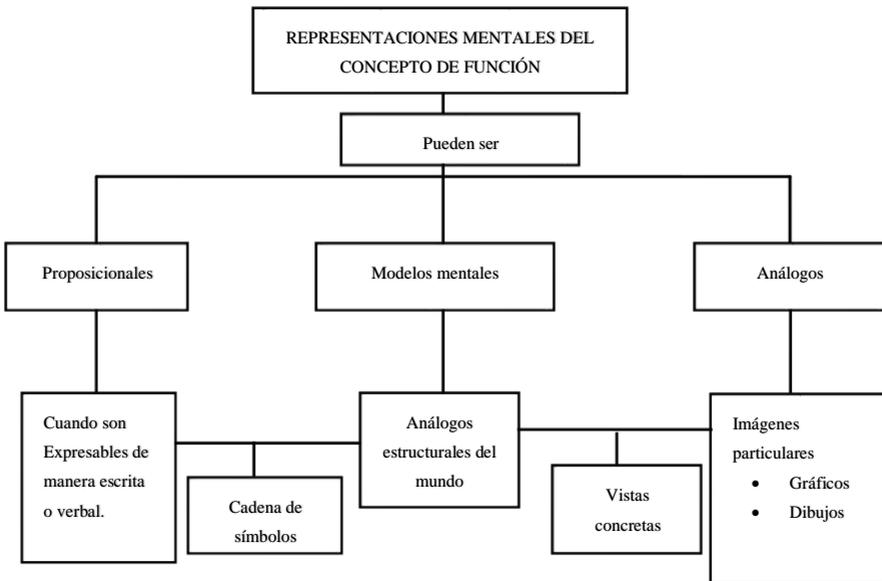


Figura 1. Representaciones mentales según Johnson Laird (Adaptado de *Representaciones mentales sobre el concepto de función. Arias-Rueda -2018-*)

Por ejemplo, la aseveración mencionada anteriormente “el edificio tiene varios pisos” puede referirse a cualquier edificio que tenga varios pisos, sin importar los detalles. Es decir, los modelos mentales son modelos generales

que forma el sujeto en su mente referente a alguna situación, y según Johnson-Laird, son lo que usan las personas para razonar. Además, los modelos mentales deben ser funcionales para quien los construye (Greca & Moreira, 1998), aunque en un sentido estricto no sean acordes con la realidad, ya que su construcción siempre estará limitada por los conocimientos previos de determinada situación.

De acuerdo a Johnson-Laird (1995) los modelos mentales y las imágenes son las representaciones más importantes ya que son indispensables para la cognición humana, y no están obligadas a operar proposicionalmente, aunque en un nivel muy básico el cerebro pueda procesar tales imágenes y modelos en un código proposicional, el lenguaje de la mente, el mentales (Arias-Rueda, 2018).

En resumen, desde la perspectiva de Johnson-Laird, las representaciones proposicionales son cadenas de símbolos que se corresponden con el lenguaje natural, los modelos mentales son análogos estructurales y las imágenes son modelos vistos desde un determinado punto de vista. La Figura 1 muestra un resumen de lo anterior cuando se enfoca al concepto de función.

### **Dificultades en la Adquisición del Concepto de Función**

El concepto de función es un eje transversal en el estudio de las matemáticas (Bueno & Pérez, 2018), gracias a las funciones se pueden realizar modelos matemáticos para describir situaciones de nuestro entorno (Costa & Río, 2019) ya que la idea fundamental de la función es la relación entre magnitudes variables (Sierra, González, & López, 1998). Por ello, ha llamado la atención de muchos autores (Arias-Rueda, 2018; Armas et al., 2016; Búa, Fernández, & Salinas, 2015; Costa & Río, 2019; Fabra & Deulofeu, 2000; Pino-Fan, Guzmán, Font, & Duval, 2017; Vargas, Reyes, & Cristóbal, 2017) que se han dedicado a estudiar la influencia de este concepto en otros campos dentro y fuera de la matemática, así como también a proponer estrategias didácticas que faciliten el aprendizaje y apropiación del concepto por parte de los estudiantes de manera natural. Por ejemplo, la formación de un ingeniero debe inducirle a considerar todas las representaciones técnicas y científicas como modelos matemáticos (Bueno & Pérez, 2018), pero para ello debió adquirir este hábito durante su proceso de formación (Mendoza-Higuera & Cordero, 2018).

Una de las principales dificultades que se presentan en el estudio de las funciones es que los estudiantes no desarrollan habilidades algebraicas que les permitan manipular entes abstractos para darles significados asociados a su realidad y comprender realmente el concepto, pues existe una fragmentación y descontextualización en el tema de las funciones (Bueno & Pérez, 2018) que les impide adquirir dichas habilidades. Es por ello, que en las aulas de clase se debe incentivar el estudio de este tema por medio de modelizaciones, siendo ésta una habilidad adquirida que permitirá al estudiante enfrentarse a situaciones nuevas y problemáticas (Búa et al., 2015) como es el caso de un ingeniero quien constantemente se enfrenta a situaciones de este tipo.

De tal manera que, presentar conceptos matemáticos vinculados a la realidad social del estudiante y establecer conexiones entre su entorno social y el pensamiento algebraico promoviendo las discusiones entre estudiantes, maestros y comunidad desde los primeros niveles educativos, puede resultar de gran utilidad a la hora de aprender el concepto de función (Armas et al., 2016). Se trata de incluir e identificar conceptos matemáticos, no sólo en las clases de matemáticas sino en el estilo de vida del estudiante (Espinosa & Jiménez, 2019), de manera que al resultarles significativos (Moreira, 1997, 2017; Pecharromán, 2014) pueda apropiarse de ellos sin mayores dificultades a la vez que desarrolle destrezas importantes, tales como el razonamiento, el pensamiento lógico, el pensamiento crítico, la argumentación fundamentada y la resolución de problemas; que pueda aplicar en todos los entornos (Aragón & Marín, 2010; Arias, 2017; Bucarey & Urzúa, 2013), siempre tomando en cuenta la importancia de no caer en extremos con respecto al lenguaje, es decir, identificar el momento en el cual el aprendiz estará preparado para entender un lenguaje más formal y actuar en consecuencia.

### **Las Representaciones del Concepto de Función**

Los sistemas de representación matemática están formados por una compilación de símbolos gráficos, alfabéticos o numéricos, y unas condiciones sobre las relaciones permitidas de dichos símbolos (Sierra et al., 1998). Específicamente, las funciones son un objeto matemático que tienen la labor de organizar e interpretar un contexto determinado (Pecharromán, 2014), una situación particular, sin embargo, no es la idea que en la actualidad se transmite al momento de impartir este tema en las aulas de

clase, ya que aún es posible encontrar que la educación se ha reducido a una mera reproducción memorística de algoritmos y notaciones matemáticas (Espinosa & Jiménez, 2019) y en particular el estudio de las funciones se ha limitado para los estudiantes a realizar un conjunto de cálculos específicos para conseguir un representación gráfica de una expresión algebraica (Fabra & Deulofeu, 2000).

Haciendo una revisión bibliográfica de los estudios realizado sobre el aprendizaje de las funciones, se pueden concretar varias ideas; por un lado, cuando el estudiante se enfrenta ante un problema relacionado con funciones, él debe emplear sus recursos matemáticos (herramientas) para establecer un posible procedimiento a partir de la información proporcionada (Hernández-Morales, Castañeda-Alonso, & González-Polo, 2019) y para ello debe construir algún tipo de representación (Sierra et al., 1998): proposicional, análogo o en el mejor de los casos un modelo mental.

Por otro lado, se pueden identificar los principales indicadores que dan referencia al tipo de representación que ha aplicado el estudiante al momento de resolver un problema, entre ellos podemos identificar algunos: comprensión de la simbología matemática, interpretación del lenguaje cotidiano, construcción de gráficos y/o uso de dibujos, síntesis de procesos cognitivos y generalizaciones (Arias-Rueda, 2018). Como complemento de esta idea Sierra et al., (1998) señalan que algunas representaciones de funciones son la descripción verbal, las tablas, los gráficos y las expresiones algebraicas.

Tabla 1.

*Dimensiones y reactivos de la variable de investigación*

Dimensiones	Reactivos
Representaciones proposicionales	Comprensión de la simbología matemática Interpretación del lenguaje cotidiano Construcción de gráficos para comprender problemas
Imágenes o análogos	Uso de dibujos para comprender problemas Síntesis eficiente del proceso cognitivo
Modelos mentales	Generalización

Basados en lo expuesto anteriormente, se ha diseñado una metodología para determinar cuáles son las representaciones que tienen los estudiantes de un primer nivel de ingeniería sobre el concepto de función, considerando las tres dimensiones discutidas (representaciones proposicionales, imágenes o análogos y modelos mentales) y cuyos reactivos se han asignado según la teoría expuesta (tabla 1).

### **Metodología**

Esta investigación tiene un enfoque cuantitativo. Desarrollada bajo un diseño no-experimental, que permitió observar el fenómeno tal como se dio en su contexto para después analizarlo. Por otra parte, dado a que los datos para el análisis se tomaron únicamente en la fase de recolección de información puede considerarse como una investigación transversal de tipo descriptiva (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014) cuya intención fue dar un primer acercamiento a otros científicos sobre cuáles son las representaciones que tienen los estudiantes sobre el concepto de función.

Para lograr nuestro propósito, se aplicó el estudio sobre una muestra no-probabilística de 84 estudiantes que representaban el 80% de la población cursante de un primer nivel de ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana del Ecuador con la asignatura Cálculo de una variable y cuyas edades estaban comprendidas entre 18 y 20 años, el 77,38% era de sexo masculino (65) y el 22,62% femenino (19). A tal fin, se catalogaron las representaciones sobre el concepto de función adaptándolas a la clasificación propuesta por Johnson-Laird (1995) en su teoría sobre representaciones mentales:

- Proposiciones reflejadas por los estudiantes sobre el concepto de función.
- Imágenes que los estudiantes asociaban al concepto de función.
- Modelos mentales que constrúan los estudiantes en torno al concepto de función.

El desarrollo de la investigación se dividió en tres fases: formativa, evaluativa de recolección de información e interpretativa.

## **Fases de la Investigación**

### **Fase formativa**

En esta fase de la investigación se contempló una secuencia didáctica que explicaba y orientaba sobre el concepto de función. Este momento estuvo a cargo de uno de los investigadores, quien propuso un conjunto de actividades que explicaban conceptos básicos de las funciones matemáticas y las diferentes representaciones que se hacían del mismo.

Se ejercitaron situaciones que implicaban cambios de notación, de manera que los estudiantes pudieran trasladar una función escrita en lenguaje matemático a una situación cotidiana y viceversa. También se presentaron situaciones que promovieran la identificación de patrones para que los estudiantes fueran capaces de aplicar un método inductivo que les permitiera llegar a un proceso de generalización. Finalmente, se profundizó en la realización e interpretación de gráficas y/o dibujos asociados a las funciones, siguiendo los lineamientos de Sierra et al. (1998).

### **Fase evaluativa de recolección de información**

Luego de la fase formativa en la cual los estudiantes fueron tratados con la secuencia didáctica, se procedió a la fase evaluativa que permitió la recolección de información. Para ello, se utilizó un cuestionario con seis situaciones referidas al concepto de función y posteriormente se realizó una entrevista semi-estructurada con cada participante.

Estos instrumentos fueron validados con juicios independientes de cinco expertos en investigación y docencia que aportaron correcciones relacionadas con la redacción, tiempo de ejecución, nivel de complejidad y pertinencia de las preguntas propuestas en el cuestionario y en la entrevista. Con esto valoraron si realmente los reactivos utilizados permitían identificar las representaciones de los estudiantes sobre el concepto de función. Una vez realizadas las correcciones sugeridas por los expertos se validaron los instrumentos definitivamente (tabla 2).

Tabla 2.  
*Validación de los instrumentos*

Crterios	Experto 1	Experto 2	Experto 3	Experto 4	Experto 5
Redacción	Adecuada	Adecuada	Adecuada	Adecuada	Adecuada
Tiempo de ejecución	Adecuado	Adecuado	Adecuado	Adecuado	Adecuado
Nivel de complejidad	Adecuado	Adecuado	Adecuado	Adecuado	Adecuado
Pertinencia	Adecuada	Adecuada	Adecuada	Adecuada	Adecuada

El propósito de los instrumentos fue clasificar las diferentes representaciones que habían adquirido los estudiantes sobre el concepto de función luego de pasar por la fase formativa. A continuación, se muestra la descripción de estos.

### *El cuestionario*

Este instrumento constó de seis situaciones relacionadas al concepto de función. Cada una pretendió medir las propiedades que dan indicio de la presencia de alguno de los tres tipos de representaciones a la luz de la teoría expuesta. A continuación, se describe cada situación justificando su propósito con la teoría que fundamenta este estudio.

*Situación 1. A partir de una situación cotidiana responder las preguntas propuestas, utilizando cualquier representación.*

Con esta primera situación se buscó recoger información sobre los tres tipos representaciones (proposicionales, imágenes y modelos mentales). Esta situación mostró un problema cotidiano que puede ser resuelto por el estudiante haciendo uso de las funciones y para el cual puede aplicar cualquier tipo de representación. No obstante, el principal objetivo que se buscó lograr con esta situación fue medir la capacidad que tienen los alumnos para traducir de un lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático, así como el logro de una generalización, considerando los aportes de Johnson-Laird (1995) y Moreira (1996) quienes consideran que los tipos de representaciones

abstractas que hacen los estudiantes del mundo, son una expresión cotidiana convertida en una representación más abstracta y proposicional.

*Situación 2. A partir de una expresión matemática describir cualquier situación cotidiana que pueda asociarse a dicha expresión.*

Este problema tuvo como finalidad indagar sobre las representaciones proposicionales de los alumnos y la comprensión de la simbología matemática al momento de hacer una representación de este tipo. Además, el estudiante fue libre de representar la situación no solo proposicionalmente sino también por medio de gráficos, dibujos o diagramas, siendo éstos las representaciones análogas definidas por Johnson-Laird (1995),

*Situación 3. Dado un conjunto de gráficas explicar detalladamente cuáles representan una función y cuáles no.*

En esta situación se buscó que el alumno interpretara los gráficos que se le proporcionaron, con la finalidad de analizar si tenía una idea clara del significado gráfico de las funciones y de la simbología. Además, se prestó al alumno la posibilidad de responder al problema utilizando una representación proposicional o haciendo analogías que le podrían llevar a un modelo mental (Johnson Lair, 1995; Moreira, 1996).

*Situación 4. Dada una función, construir cualquier representación que se le ocurra para identificarla.*

En este problema se presenta una función con la finalidad de analizar el tipo de representación que tienen los alumnos desde el punto de vista gráfico o proposicional, bien sea mediante una tabla, un diagrama, un gráfico sobre el plano cartesiano, una analogía con la vida cotidiana o cualquier otro tipo de representación que pueda tener el estudiante. Además, se puede analizar la comprensión y aplicación de la simbología matemática empleada. Es decir, esta situación permitirá medir en qué medida el estudiante utiliza las representaciones análogas o proposicionales propuestas por Johnson Laird (1995).

*Situación 5. Dados un conjunto de ejemplos de relaciones matemáticas identificar cuál de ellas representa una función.*

Esta situación tiene como finalidad recoger información sobre los modelos mentales que tiene el alumno sobre el concepto de función desde el punto de vista proposicional. Se presentaron tres relaciones expresadas como conjuntos de pares ordenados para que el estudiante identificara si son o no funciones. De esta manera se pudo analizar hasta qué punto los alumnos pueden hacer analogías de un modelo mental que posean. Esta situación también permitió identificar la comprensión de la simbología matemática.

*Situación 6. Dados algunos elementos de una función, generalizar la regla de correspondencia que los identifica.*

En esta última situación, se buscó que el estudiante llegara a una generalización a partir de un conjunto de elementos de una función. Para ello, el alumno tuvo la libertad de aplicar la representación que quisiera. En esta situación era posible conseguir las tres representaciones propuestas por Johnson-Laird (1995), ya que puede llegar a la generalización usando algunos gráficos, escribiendo algunas proposiciones, escribiendo la forma general sin procedimiento o alguna combinación de éstos.

### ***Entrevista semi-estructurada***

Este instrumento (tabla 3), constó de 17 preguntas elaboradas a partir de las situaciones presentadas en el cuestionario que fueron sustentadas con la teoría expuesta anteriormente. Cada situación, permitió la posibilidad de presentar preguntas al estudiante de acuerdo con su respuesta en el cuestionario.

La entrevista fue elaborada con el objeto de extraer del estudiante cualquier otra información que no haya podido suministrar en el cuestionario por causas como; tiempo, nervios, falta de claridad en el momento, falta de conocimiento para escribir su respuesta o cualquier otra razón que le haya impedido proporcionar alguna información por escrito. La importancia de este instrumento radica en que permitió al estudiante defender y argumentar las respuestas dadas en el cuestionario, las cuales en primera instancia y lejos de él podrían parecer escasas de sentido e incoherentes.

Tabla 3.

*Entrevista semiestructurada*

Cuestionario	Preguntas en la entrevista
1) A partir de una situación cotidiana responder las preguntas propuestas, utilizando cualquier representación	<p>1. ¿Por qué usaste esa representación para contar las cerámicas?</p> <p>2. ¿Se te ocurre otra representación ahora, la podrías escribir?</p> <p>En caso de encontrar una fórmula general se preguntará:</p> <p>3. ¿Cómo llegaste a tu respuesta?</p> <p>4. ¿Puedes verificar si es correcta la fórmula que hallaste?</p> <p>En caso de no encontrar la fórmula general se preguntará:</p> <p>5. En este momento se te ocurre una forma, bien sea verbal o escrita, para encontrar el patrón de formación.</p>
2) A partir de una expresión matemática describir cualquier situación cotidiana que pueda asociarse a dicha expresión.	<p>6. ¿Por qué elegiste esa situación?</p> <p>7. ¿Se te ocurre alguna otra situación que se pueda describir con esa fórmula?</p> <p>Si no escribió alguna situación se le preguntará:</p> <p>8. ¿Se te ocurre alguna situación en este momento?</p>
3) Dado un conjunto de gráficas explicar detalladamente cuáles representan una función y cuáles no.	<p>9. ¿Qué te lleva a pensar que esa gráfica representa (o no) una función?</p> <p>10. ¿Cómo identificas gráficamente si una relación es o no una función?</p>
4) Dada una función, construir cualquier representación que se le ocurra para identificarla.	<p>11. ¿Por qué seleccionaste esa representación? ¿se te ocurre otra ahora?</p> <p>Si no escribió otra distinta a la que se le pedía se pregunta:</p> <p>12. ¿En este momento se te ocurre alguna representación?</p>
5) Dados un conjunto de ejemplos de relaciones matemáticas identificar cuál de ellos representa una función	<p>13. ¿Por qué afirmas (o niegas) que esa relación es una función?</p>

Tabla 3.

*Entrevista semiestructurada (.../...)*

Cuestionario	Preguntas en la entrevista
6) Dados algunos elementos de una función, generalizar la regla de correspondencia que los identifica.	14. ¿Podrías describir con palabras el comportamiento de esa relación? Si encuentra la expresión general se preguntará: 15. ¿Cómo obtuviste esa regla de correspondencia? 16. ¿Puedes verificar si se cumple esa regla? Si no encuentra la expresión general se preguntará: 17. ¿Se te ocurre cómo generalizar la regla de correspondencia?

***Fase interpretativa***

Para llevar a cabo esta fase de la investigación fue necesario diseñar matrices de información por alumno (tabla 4), con la finalidad de organizar todos los datos recabados en el cuestionario y en la entrevista, siguiendo en ambos casos los lineamientos señalados antes en la descripción de estos instrumentos.

Tabla 4.

*Modelo de una matriz de información por alumno*

Dimensiones	Representaciones proposicionales	Imágenes o análogos	Modelos mentales
Reactivos	Comprensión de la simbología matemática	Interpretación del lenguaje cotidiano	Construcción de gráficos para comprender problemas
Situaciones	Uso de dibujos para comprender problemas	Síntesis eficiente del proceso cognitivo	Generalización
Situación 1			
Situación 2			
Situación 3			
Situación 4			
Situación 5			
Situación 6			

El instrumento consistió en una matriz que permitió clasificar las representaciones del concepto de función presente en cada estudiante. La matriz fue diseñada con el cruce entre las situaciones propuestas y los reactivos correspondientes a cada dimensión presentados antes en la tabla 1.

Tabla 5.

*Baremo para la asignación de los indicadores*

Tipo de representación	Reactivo	Indicador
Representaciones proposicionales	Comprensión de la simbología matemática	0: no comprende la simbología 1: comprende con errores los símbolos matemáticos. 2: comprende los símbolos matemáticos.
	Interpretación del lenguaje cotidiano	0: no interpreta. 1: interpreta con errores. 2: interpreta correctamente.
Imágenes o análogos	Construcción de gráficos para comprender problemas	0: No usa gráficos 1: Usa gráficos con errores. 2: Usa gráficos correctamente
	Uso de dibujos para comprender problemas	0: No usa dibujos. 1: Usa dibujos con errores. 2: usa dibujos correctamente.
Modelos mentales	Síntesis eficiente del proceso cognitivo	0: No sintetiza su proceso cognitivo 1: Sintetiza su proceso cognitivo con errores 2: Hace una síntesis correcta de su proceso cognitivo
	Generalización	0: no generaliza. 1: generaliza con errores 2: generaliza correctamente.

Para el llenado de la matriz de información, de cada alumno (tabla 4), se le asignó a cada reactivo un número entero entre cero (0) y dos (2), atribuidos a las situaciones de acuerdo con la presencia o no del reactivo correspondiente. La tabla 5 muestra el baremo utilizado en la asignación de valores para los reactivos, el cual se construyó considerando los indicadores que daban indicios del grado de presencia de cada uno.

Para concluir con el momento de interpretación e iniciar el análisis de los resultados, se elaboró una matriz por cada reactivo, es decir seis matrices, considerándose las situaciones donde se presentaba cada reactivo y la presencia o no de cada indicador en cada uno de los estudiantes que conformaron la muestra, para finalmente tener un promedio porcentual de la presencia de cada indicador, la tabla 6 muestra la forma que tuvo cada matriz.

Tabla 6.

*Modelo de la matriz utilizada por cada reactivo*

Reactivo																
Situaciones	Alumnos														Valores %	
	1	2	3	4	5	6	7	...	80	81	82	83	84	0	1	2
Situación 1																
Situación 2																
Situación 3																
Situación 4																
Situación 5																
Situación 6																
														Promedio porcentual		

De esta manera, se pudo determinar la frecuencia porcentual de los indicadores por reactivo, permitiendo desarrollar el proceso de transformación de las situaciones a las representaciones, según las indicaciones de Johnson-Laird (1995): revisar las respuestas, hacer preguntas durante la entrevista y comparar las respuestas con los tipos de representación propuestos, siendo este proceso el que se llevó a cabo para el llenado de las matrices antes mencionadas.

## Análisis de los Resultados

Una vez recopilada toda la información, se construyó un diagrama circular por cada reactivo (seis en total), donde se presentó el promedio porcentual de cada indicador. Con ello, se pudo analizar los resultados del estudio de acuerdo con las tres dimensiones consideradas (representaciones proposicionales, imágenes o análogos y modelos mentales). A continuación, se muestra un análisis detallado por cada dimensión:

### Representaciones Proposicionales

En la Figura 2 se refleja la frecuencia porcentual de cada uno de los indicadores de la dimensión *representaciones proposicionales*.

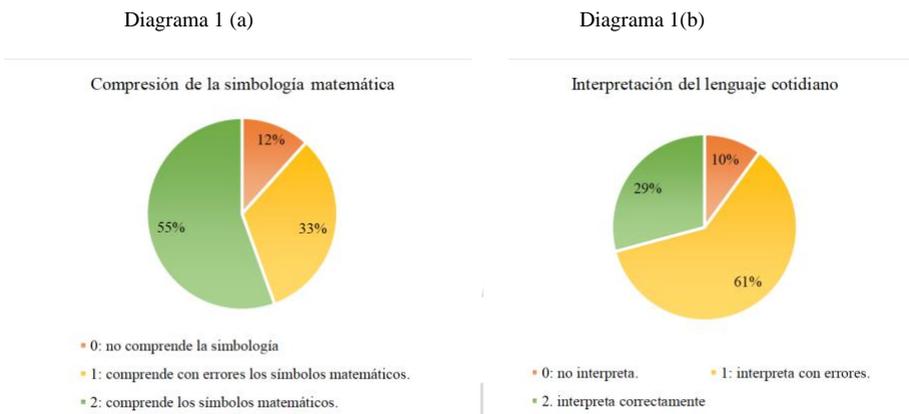


Figura 2. Resultados de las representaciones proposicionales.

En el diagrama 1 (a), se observa que los estudiantes (objeto de esta investigación) hacen uso de las representaciones proposicionales, específicamente a través del reactivo *comprensión de la simbología matemática* que ha sido verificado por el 55% de los encuestados, lo que permite deducir que existe en su mayoría el uso de este tipo de representación proposicional, entendiéndose como la comprensión de los símbolos matemáticos y la capacidad de verbalizar la simbología matemática de las funciones. Siendo este resultado coherente con lo manifestado por algunos

autores (Johnson-Laird, 1995; Moreira, 1996). Por otra parte, el 33% de los de los estudiantes utiliza este tipo de representación, pero manifestando errores en la comprensión de la simbología; también hay un 12% donde se evidenció que no se comprende la simbología matemática de las funciones. Este resultado encuentra respaldo en las ideas de Moreira (1996) cuando afirma que las representaciones proposicionales son representaciones mentales individuales que el sujeto realiza y verbaliza, es decir, dota de una interpretación verbal a la simbología matemática, aunque estos estudiantes no siempre lo hicieron correctamente.

En el diagrama 1(b) se muestra la frecuencia con la que fue verificado el reactivo *interpretación del lenguaje cotidiano* pudiéndose notar que solo en un 29% de la muestra se comprueba que utiliza las representaciones proposicionales y las interpreta correctamente, contrariamente un 61% de la muestra realiza representaciones proposicionales, pero cometiendo errores en la interpretación; y finalmente se observa que solo un 10% no interpreta el lenguaje cotidiano. Estos resultados de interpretar o no con errores son congruentes con lo manifestado por Espinosa y Jiménez (2019), Fabra y Deulofeu (2000) y Pecharromán (2014), quienes afirman que el estudio y representación de las funciones para los estudiantes se limita la utilización de algoritmos matemáticos y cálculos específicos con los cuales se puede graficar una función.

### **Imágenes o Análogos**

La Figura 3 muestra la frecuencia porcentual de los indicadores que orientan a la presencia de los reactivos *construcción de gráficos para comprender problemas* y *uso de dibujos para comprender problemas*, mismos que ha sido utilizados para analizar la dimensión *imágenes o análogos*.

En el diagrama 2 (a) se observa cómo fue valorado por la muestra el reactivo *construcción de gráficos para comprender problemas*, evidenciando que solo un 24% hace un uso correcto de los gráficos para comprender el problema; el 44% usa los gráficos para comprender, pero cometiendo errores que pueden llevar a una mala comprensión de la situación planteada. Por otra parte, 32% no utiliza representaciones con imágenes. Estos resultados permiten corroborar que 68% de la muestra seleccionada utiliza las representaciones analógicas, siendo este resultado consecuente con los postulados de Johnson Laird (1995) cuando manifiesta que los individuos

recurren a realizar imágenes ya que éstas ayudan comprender y recordar detalles que han sido relevantes para él; desde este punto de vista, estos resultados también coinciden con Moreira (2002), quien expresa que los individuos realizan imágenes en su mente para identificar elementos notables o significativos de alguna situación.

Diagrama 2 (a)



Diagrama 2(b)



Figura 3. Resultados de las imágenes o análogos

De igual manera, en el diagrama 2(b) se muestran los resultados estadísticos de la dimensión *uso de dibujos para resolver problemas*, en este diagrama es fácil identificar que el 25% de los estudiantes a quienes se aplicó los instrumentos utilizan de forma adecuada los dibujos, lo que permite dar respuesta a las situaciones planteadas, asimismo existe un 38% de las personas que también hace uso de los dibujos con la intención de razonar y resolver los problemas, sin embargo en el proceso se van generando errores lo que puede ocasionar algunas incongruencias, finalmente está la presencia del 37% de la muestra que manifestó no utilizar dibujos para resolver problemas matemáticos. Estos resultados permiten la verificación del uso de las representaciones análogas para resolver un problema en un 63% de la muestra; cabe destacar que este resultado corrobora los aportes teóricos de Greca & Moreira (1998) y Johnson-Laird (1995), quienes aseguran que las personas utilizan las representaciones análogas (dibujos) porque éstas les ayudan a razonar y a deducir las respuestas de un problema, este razonamientos siempre está limitado por las experiencias y otros saberes asociados al problema.

## Modelos Mentales

En la Figura 4 se puede apreciar la frecuencia porcentual de los indicadores de la tercera dimensión, *modelos mentales*.

Diagrama 3 (a)

Diagrama 3 (b)

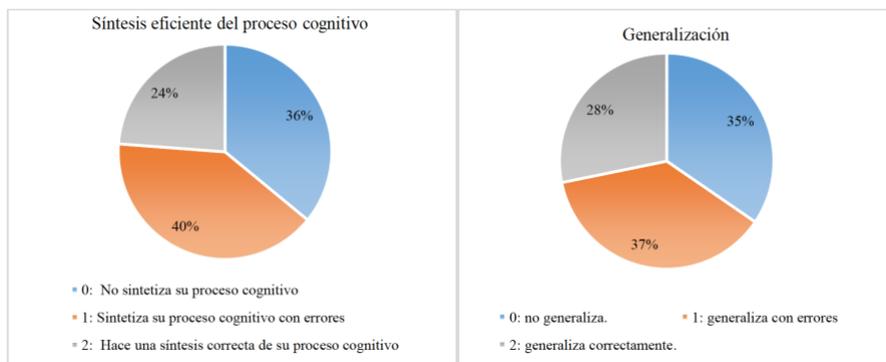


Figura 4. Resultados de los modelos mentales

El diagrama 3(a) evidencia de manera porcentual las frecuencias obtenidas de la dimensión *síntesis eficiente del proceso cognitivo*, mostrando que el 24% de los estudiantes sintetizan eficientemente su proceso cognitivo, mientras un 40% de ellos sintetiza el proceso con errores; estos resultados verifican que la muestra poblacional objeto de esta investigación utiliza los modelos mentales propuestos por Johnson-Laird (1995), donde el individuo se vale de imágenes analógicas que permiten hacer la síntesis de los procesos cognitivos que se desarrollan en la búsqueda de la solución de un problema. Esto es coherente con Moreira et al. (2002), quienes manifiesta que estas representaciones realizadas por el individuo son reconstrucciones recurrentes que le permite resolver problemas y entenderlos con conciencia plena. Por el contrario, el 36% de la muestra manifestó no sintetizar su proceso cognitivo, es decir, que el alumno no logró exponer de forma breve, escrita u oral, la idea fundamental relacionada con la situación problema.

El diagrama 3 (b) se cuantifica la dimensión *generalización* teniendo un valor porcentual del 28% de personas que generalizan sus procesos

correctamente, sumado a esto está un 37% que durante la generalización de los procesos comete errores, sumando estos resultados se evidencia que un 65% de la población realiza generalizaciones de los procesos realizados mediante modelos mentales. Estos resultados coinciden con los planteamientos teóricos de Andrade et al. (2018), Greca y Moreira (1998), y Johnson-Laird (1995) quienes establecen que los modelos mentales son representaciones de carácter general, donde el individuo generaliza los procesos deductivos que ha validado. Contrariamente se puede apreciar que un 35 % de los estudiantes no generalizó sus resultados.

Finalmente se puede evidenciar que los estudiantes pueden llegar a generar una serie de representaciones mentales que les conlleve a expresar situaciones cotidianas mediante la modelación de funciones matemática. Esto se evidencia en el proceso de razonamiento que refleja un estudiante de la muestra en su solución al cuestionario aplicado y quien deja ver algunas de las representaciones mentales (simbología matemática-proposicional, imágenes-analogías, función matemática- modelo mental) que previamente ideó y luego plasmó sobre el papel, también es evidente el progreso que el estudiante logra a medida que avanza en las respuestas o soluciones que se le piden, hasta alcanzar la sintetización y generalización mediante el uso de una función matemática. La Figura 5 puede constatar estos resultados.

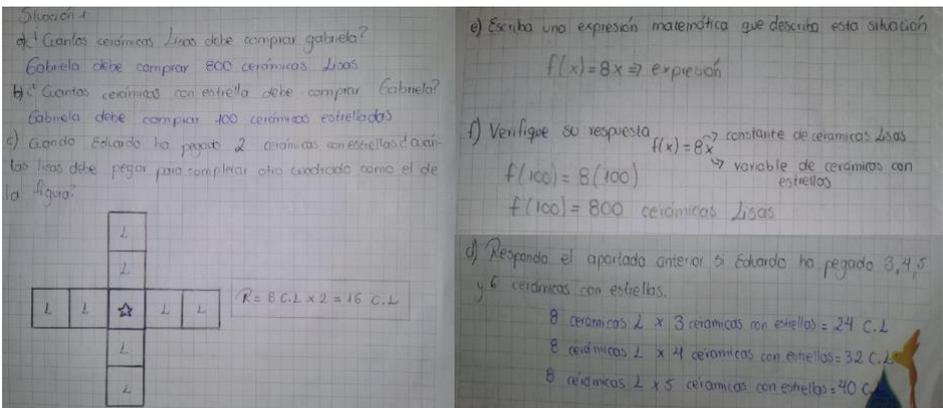


Figura 5. Generalización mediante el uso de una función matemática

## Conclusiones

Finalmente, se pudo concluir con esta investigación que las representaciones mentales asociadas al concepto de función matemática están presentes en un alto porcentaje de estudiantes, lo cual permite afirmar que los 84 jóvenes que participaron en esta investigación tienen sus propias representaciones mentales sobre el concepto de función, sin embargo, la representación que más es utilizada por los estudiantes es la proposicional, aun cuando muchos la usan con errores.

Se pudo verificar que las tres dimensiones están presentes, cabe destacar que estas dimensiones se corresponden con los planteamientos teóricos de cada una de las formas de representación y que a su vez éstas se van haciendo más complejas, es decir, los modelos mentales implican procesos cognitivos superiores a las representaciones analógicas y a su vez éstas implican en muchos casos procesos cognitivos más complejos que las presentaciones proposicionales; esto permite constatar que los estudiantes hacen uso de las representaciones mentales para desarrollar estrategias de solución y generalización a situaciones que implican funciones. Sin embargo, se puede inferir que desde los procesos de enseñanza y aprendizaje existan falencias, ya que en cada una de las dimensiones que se cuantificaron siempre se halló un porcentaje significativo de estudiantes que hicieron uso de algún tipo de representación mental y que sobre ésta cometieron errores. Estos errores, se pueden interpretar como vacíos conceptuales presentes en los estudiantes al trabajar con las funciones matemáticas, debilidades que deben ser atendidas por los docentes del área; es decir, a pesar de que es evidente que las representaciones mentales coadyuvan a los estudiantes a mejorar, a razonar, sintetizar y generalizar sus procesos cognitivos asociados a las funciones, también es cierto que éstos se ven sesgados por el alto porcentaje de representaciones con errores, lo que indudablemente es una debilidad en los procesos de enseñanza, ya que solo un pequeño porcentaje es capaz de hacer sus propios modelos mentales de forma eficiente.

Continuando con las ideas expuestas anteriormente, es importante recordar que aunque los jóvenes que participaron en esta investigación recibieron una formación y capacitación asociada al concepto de función previa al estudio, es bien sabido que los saberes, los contextos y la formación en matemática de los estudiantes siempre van a matizar las representaciones mentales, por tanto es posible decir que buena parte de los resultados no solo

se corresponden con la formación previa sino con la suma de todos los procesos de enseñanza y aprendizaje asociados a las matemáticas que han tenido los estudiantes durante su proceso de formación.

### Bibliografía

- Andrade, T., Lopes-Fujita, M. S., & Dal'Evedove, P. R. (2018). Representações mentais e a deficiência visual: Uma abordagem dos modelos mentais de Johnson Laird. *Páginas A&b: Arquivos e Bibliotecas, Especial*, 71–85.  
<https://doi.org/10.21747/21836671/pag2018a6>
- Aragón, P. A., & Marín, C. (2010). El pensamiento fisicomatemático como un objeto de estudio de la didáctica de la física. En *Congreso Iberoamericano de Educación METAS 2021* (pp. 1–6). Argentina.
- Arias-Rueda, J. H. (2018). *Representaciones Mentales sobre el concepto de Función* (1era ed.). Editorial Académica Española.
- Arias, M. (2017). *Desarrollo de competencias a través de experiencias integradoras. Una experiencia entre Física e Inglés* (1era edición). Editorial Académica Española.
- Armas, T. R. A. De, Pino-fan, L. R., & Rivilla, A. M. (2016). Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una función. *Educación Matemática*, 28(3), 111–144.
- Aznar, M., Distéfano, M., & Moler, E. (2018). Análisis ontosemiótico de tareas para favorecer conversiones de representaciones gráficas a simbólicas. En L.A. Serna, D. Páges (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 265-272). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Búa, J., Fernández, T., & Salinas, M. (2015). Una modelización matemática como medio de detección de obstáculos y dificultades de los alumnos sobre el concepto de función: alargamiento de un muelle sometido a un peso. *Educación Matemática*, 27(1), 91–122.
- Bucarey, A., & Urzúa, S. (2013). El retorno económico de la educación media técnico profesional en Chile. *Estudios Públicos*, 129, 1–48.
- Bueno, S., & Pérez, O. L. (2018). Prácticas actuales de la idoneidad epistémica y cognitiva del concepto función real de una variable real en carreras de ingeniería. *Educación Matemática*, 30(2), 202–231.

<https://doi.org/10.24844/EM3002.08>

- Camargo, C. de B., & Hernández, A. (2016). Función simbólica y representaciones mentales. Un enfoque desde el lenguaje. *Revista Internacional de Apoyo a la Inclusión*, 2(4), 189–200.
- Costa, V. A., & Río, L. S. del. (2019). Aportes de la Geometría Dinámica al estudio de la noción de función a partir de un problema geométrico: Un análisis praxeológico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(63), 67–87. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a04>
- Espinosa, A. J., & Jiménez, I. E. R. (2019). Lengua Materna y Comunicación en la Construcción del Pensamiento Matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(63), 248–268. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a12>
- Fabra, M., & Deulofeu, J. (2000). Construcción de gráficos de funciones: “continuidad y prototipos.” *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 3(2), 207–230.
- Fodor, J. A. (1984). *El lenguaje del pensamiento*. Alianza Editorial.
- Greca, I., & Moreira, M. (1996). Un estudio piloto sobre representaciones mentales, imágenes, proposiciones y modelos mentales respecto al concepto de campo electromagnético en alumnos de física general, estudiantes de postgrado y físicos profesionales. *Investigações em Ensino de Ciências*, 1(1), 95–108.
- Greca, I., & Moreira, M. (1998). Modelos mentales, modelos conceptuales y modelización. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 15(2), 107-120.
- Hernández-Morales, J., Castañeda-Alonso, A., & González-Polo, R. (2019). La solución de un problema matemático no convencional por estudiantes universitarios. *Revista Científica*, 35(2), 201-215. <https://doi.org/10.14483/23448350.14863>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. del P. (2014). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill Education.
- Johnson-Laird, P. (1995). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge University Press.
- Mendoza-Higuera, E. J., & Cordero, F. (2018). El uso del conocimiento matemático en las comunidades de ingenieros. Del objeto a la funcionalidad matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(62), 1219–1243. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a23>

- Moreira, M. A. (1996). Modelos mentais. *Investigações em Ensino de Ciências*, 1(3), 193-232.
- Moreira, M. A. (1997). Aprendizaje significativo: Un concepto subyacente. En M.A. Moreira, M.C. Caballero, y M.L. Rodríguez (Eds.), *Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo* (pp. 19–44). Burgos, España.
- Moreira, M. A. (2017). Aprendizaje significativo como un referente para la organización de la enseñanza. *Archivos de Ciencias de La Educación*, 11(12), 0–16.
- Moreira, M. A., Greca, I. M., & Palmero, M. L. R. (2002). Modelos mentales y modelos conceptuales en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, 2(3), 84–96.
- Pecharromán, C. (2014). El aprendizaje y la comprensión de los objetos matemáticos desde una perspectiva ontológica. *Educación Matemática*, 26(2), 111–134.
- Pino-Fan, L. R., Guzmán, I., Font, V., & Duval, R. (2017). Analysis of the Underlying Cognitive Activity in the Resolution of a Task on Derivability of the Absolute-Value Function: Two Theoretical Perspectives. *PNA*, 11(2), 97–124.
- Sierra, M., González, M. T., & López, C. (1998). Funciones: traducción entre representaciones. *Aula*, 10, 89–104.
- Vargas, V., Reyes, A., & Cristóbal, C. (2017). Ciclos de entendimiento de los conceptos de función y variación. *Educación Matemática*, 28(2), 59–83. <https://doi.org/10.24844/em2802.03>

**Jhon H. Arias-Rueda** es docente e investigador en el área de las Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana del Ecuador.

**César A. Arias-Rueda** es docente de Matemática en la Unidad Educativa Jean-Jacques Rousseau, Ecuador.

**María J. Arias-Rueda** es profesora titular del Departamento de Física en la Universidad de Zulia, Venezuela.

**Dirección de contacto:** La correspondencia directa sobre este artículo debe enviarse al autor. **Dirección Postal:** Universidad Politécnica Salesiana. Sede Quito. Campus Sur. **Email:** [ariasjhon@gmail.com](mailto:ariasjhon@gmail.com)