

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

POTENCIACIÓN EN LOS NÚMEROS NATURALES

ELENA LADINO, ZAYRA MALAVER, ROBINSON ARIAS Y FERNANDO TORRES

BOGOTÁ, NOVIEMBRE DE 2021

En este documento, presentamos la unidad didáctica potenciación en los números naturales, fruto del trabajo del grupo 1 de la octava cohorte de la maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes. Diseñamos esta unidad didáctica para estudiantes de grado séptimo que se encuentren aprendiendo el tema de la potenciación de números naturales en educación básica secundaria. El propósito de esta unidad didáctica es potenciar los procesos de aprendizaje del tema mediante una secuencia de tareas que contribuye a superar las dificultades asociadas al tema como la dificultad asociada a la identificación de los términos de la potenciación, la dificultad para establecer relaciones entre diferentes representaciones de la potenciación y la dificultad para aplicar modelos de situaciones que involucran potenciación con números naturales.

La potenciación en los números naturales forma parte de la aritmética y es un tema que usualmente se enseña con ejercicios en los que es posible identificar los términos de esta operación matemática. Además, permite que el estudiante ejercite las operaciones básicas y practique con el algoritmo de la potenciación. Sin embargo, estos ejercicios, al carecer de contexto, limitan a los estudiantes en su comprensión del concepto de la operación y de la resolución de problemas ya que el estudiante memoriza reglas. Por esta razón, hemos propuesto esta unidad didáctica enfocada en la resolución de problemas. Con la implementación de la unidad didáctica, se potencian diferentes estrategias de solución de una situación problema como el uso de diagramas de árbol y tablas para encontrar la potencia.

El diseño de la unidad didáctica está enmarcado en la normatividad curricular colombiana. Tomamos como referentes los *Estándares básicos de competencias* (MEN, 2006) para los grados 6° y 7°. Hallamos la potenciación en el pensamiento numérico con el siguiente estándar: “Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación” (p. 84). También podemos encontrar la potenciación en el pensamiento espacial y sistemas geométricos con el estándar “resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos” (p. 84). En relación con los *Derechos Básicos de Aprendizaje* (MEN, 2016), encontramos la potenciación en grado séptimo: “comprende y resuelve problemas que involucran los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación) en contextos escolares y extraescolares” (p. 86). Al mismo tiempo, basamos el contenido de nuestra unidad didáctica en el marco conceptual de matemáticas de PISA (2012) en tres aspectos: las capacidades, los procesos y los contextos. Consideramos que la unidad didáctica se puede implementar en cualquier institución cuyo plan de estudios se rija a la normativa estatal en instituciones de cualquier nivel socioeconómico.

1. ARTICULACIÓN DE CONTENIDOS

En este apartado, presentamos el análisis conceptual de la unidad didáctica del tema de la potenciación en los números naturales. Tendremos presente tres conceptos pedagógicos: la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología.

1.1. Estructura conceptual

La estructura conceptual es un concepto pedagógico que permite identificar los conceptos y procedimientos de un contenido de las matemáticas y las relaciones entre ellos (Cañadas, 2018, p. 98).

La potenciación es una forma abreviada de multiplicar factores repetidos. La potenciación se encuentra ubicada en la estructura aritmética de las operaciones básicas. En la figura 1, podemos evidenciar las subestructuras en que se encuentra el tema de la potenciación.

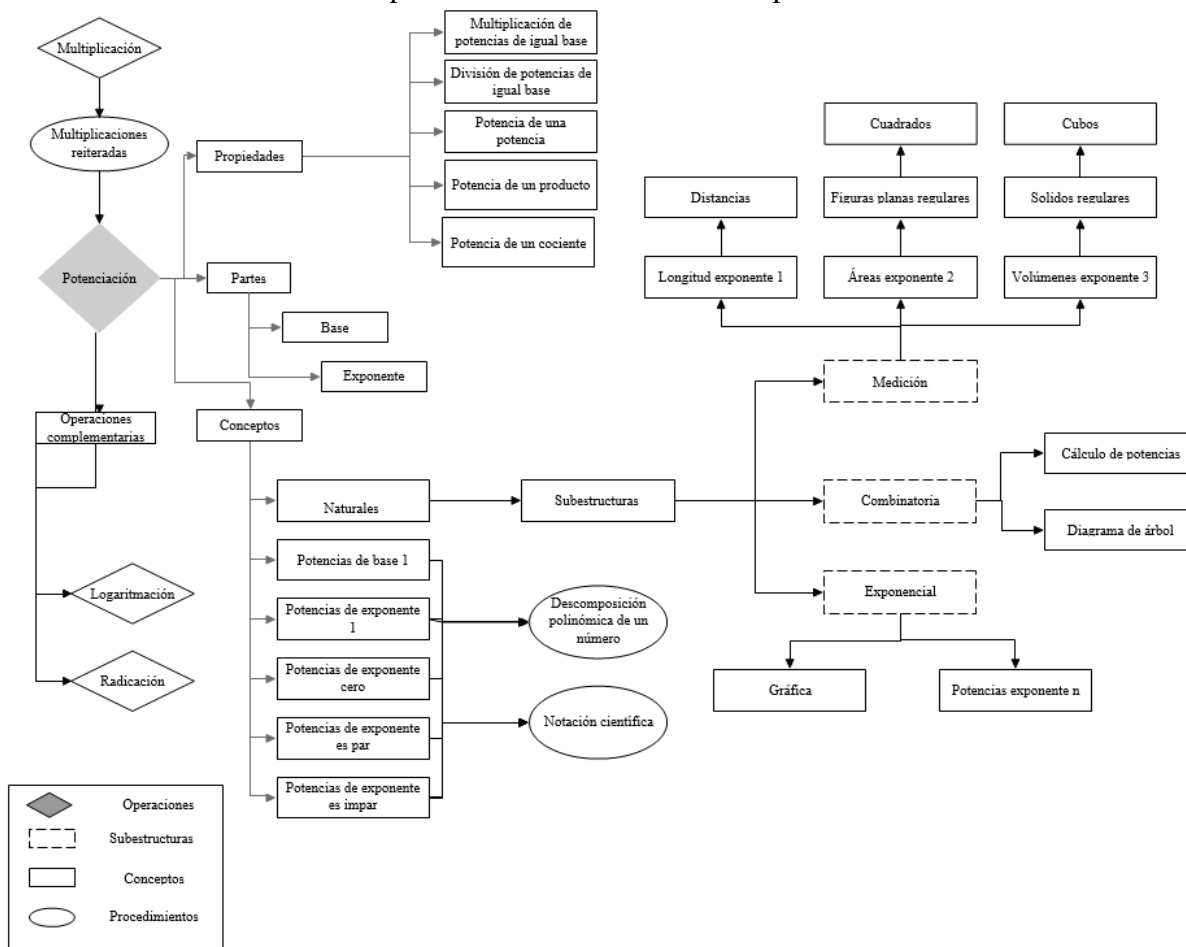


Figura 1. Mapa de la estructura conceptual de la potenciación

En el mapa mostramos las subestructuras que se encuentra relacionadas con la potenciación. La multiplicación forma parte de las operaciones básicas de las matemáticas. Esta operación multiplica un factor por otro factor y es esencial para resolver potencias dado que en la potenciación se multiplican factores. La potenciación es una forma abreviada de escribir una multiplicación en factores iguales. Los términos son la base (el factor que se repite), el exponente (número de veces que se repite el factor) y la potencia (resultado de la operación). Dentro de los conceptos, encontramos las propiedades de la potenciación que son útiles en diversas situaciones operativas como simplificar multiplicaciones en las que se repite el mismo número. Para este trabajo, consideramos tres subestructuras: medición, combinatoria y exponencial. La primera está relacionada con medir distancias en las que se evidencia la potenciación con exponente uno y hallar áreas de superficies en las que se usan las potencias de grado dos. Además, se utiliza para encontrar volúmenes. En estas situaciones se hace evidente los exponentes de grado tres. La subestructura combinatoria

tiene dos ramificaciones. La primera consiste en calcular potencias en una situación problema. La segunda implica encontrar la potenciación por medio de diagramas de árbol y tablas. La tercera subestructura (la exponencial) tiene dos ramificaciones. La primera está relacionada con situaciones que incluyen gráficos. La segunda está relacionada con situaciones problema que tienen exponentes mayores a tres. Para concluir, consideramos importante la potenciación como requisito para operaciones complementarias como la radicación y la logaritmación.

1.2. Sistemas de representación

Los sistemas de representación son un conjunto de signos y reglas que permiten designar un concepto (Cañadas, 2018, p. 72). Hablar de la potenciación mediante signos y símbolos permiten comprender el análisis de los diferentes procedimientos. A continuación, mostramos, en la figura 2, los sistemas de representación de la unidad didáctica.

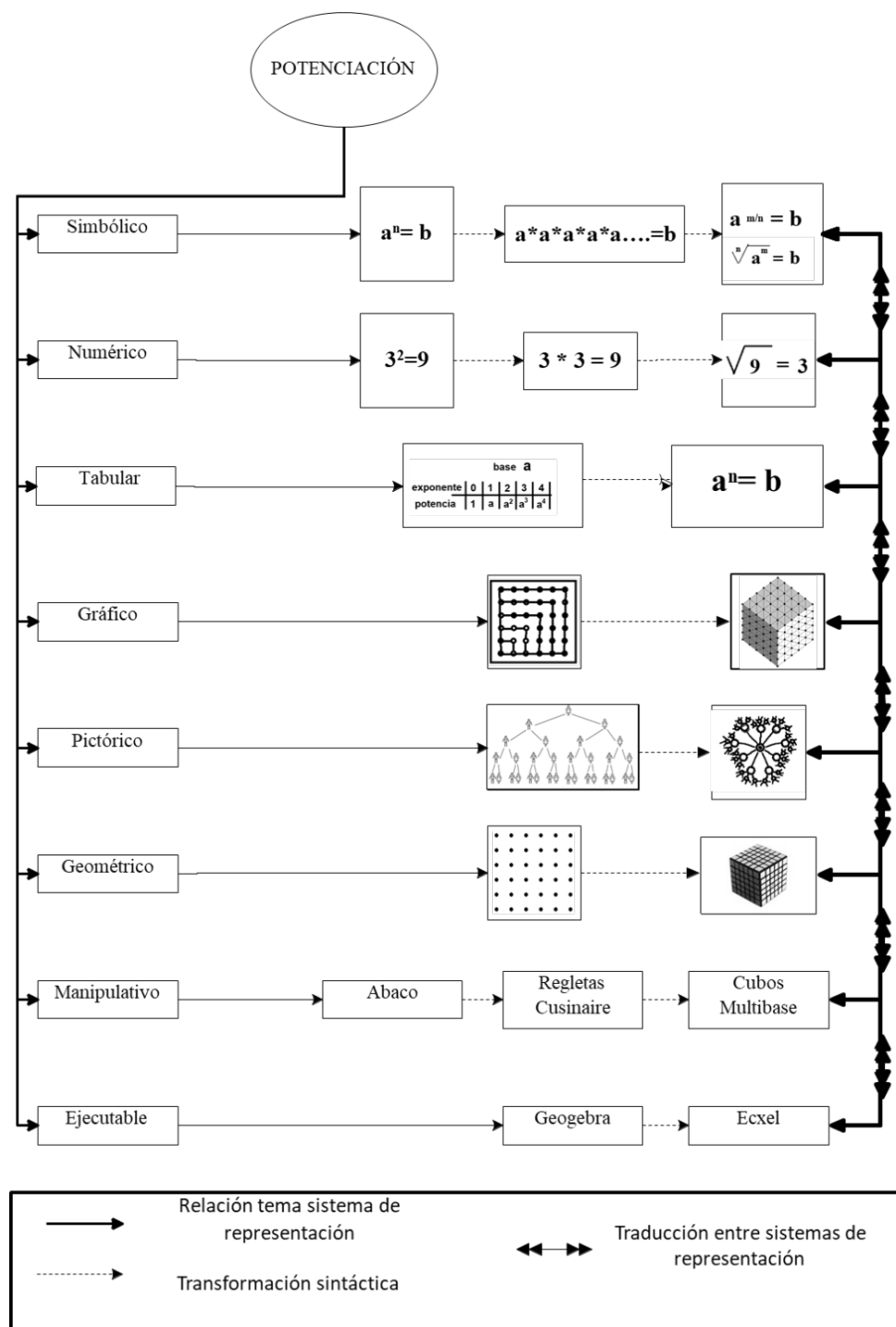


Figura 2. Sistemas de representación de la potenciación

Sistema de representación simbólico

El sistema de representación simbólico nos permite usar símbolos o letras para generalizar el tema. Por ejemplo, en la expresión a^n , a se llama base y n exponente. Si a es un número real arbitrario y n es un entero positivo, definimos a^n como el producto de n factores iguales a , es decir, $a^n = a * a * a * a \dots$

Sistema de representación numérico

En la potenciación, usamos el sistema de representación numérico cuando escribimos números o símbolos numéricos. Por ejemplo, al escribir 5^3 que significa que 5 se multiplica por sí mismo 3 veces. En este caso, 5 es la base y 3 es el exponente. Entonces $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

Sistema de representación geométrico

En la potenciación, relacionamos el sistema de representación geométrico con los arreglos rectangulares cuando hablamos de multiplicación en situaciones de áreas. Para el caso de los volúmenes, lo relacionamos con las potencias de grado 3. Por ejemplo, si vamos a calcular 2^3 , usamos los cubos multibase u 8 cubos pequeños para formar un cubo más grande de dos cubos por de arista.

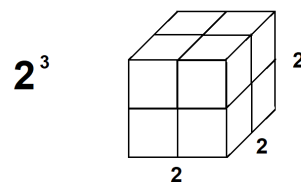


Figura 3. Ejemplo de representación geométrico y numérico

Sistema de representación pictórico

Con el sistema de representación pictórico, se pueden evidenciar los elementos de la potenciación dentro de un dibujo. Por ejemplo, en la figura 4, se observa que hay 5 edificios, cada edificio con 5 fachadas, cada fachada con 5 pisos y cada piso con cinco ventanas. Con esta información, se identifica que la base es 5, el exponente es 4 y la potencia es 625, si la pregunta a resolver es la cantidad de ventanas en el conjunto.

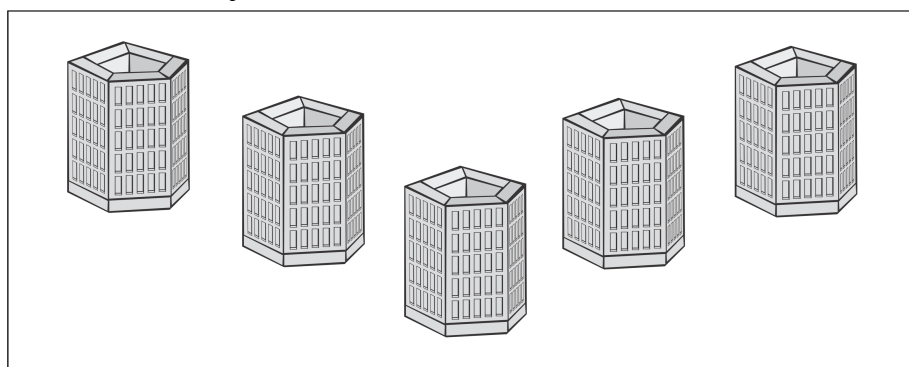


Figura 4. Ejemplo sistema de representación pictórico

Sistema de representación gráfico

El sistema de representación gráfico se puede observar cuando utilizamos esquemas para representar una potenciación. Por ejemplo, la cantidad de ramas finales en un diagrama de árbol permite determinar el resultado de una potenciación, mientras que las ramificaciones en cada sección del diagrama de árbol permiten determinar el exponente de la potenciación.

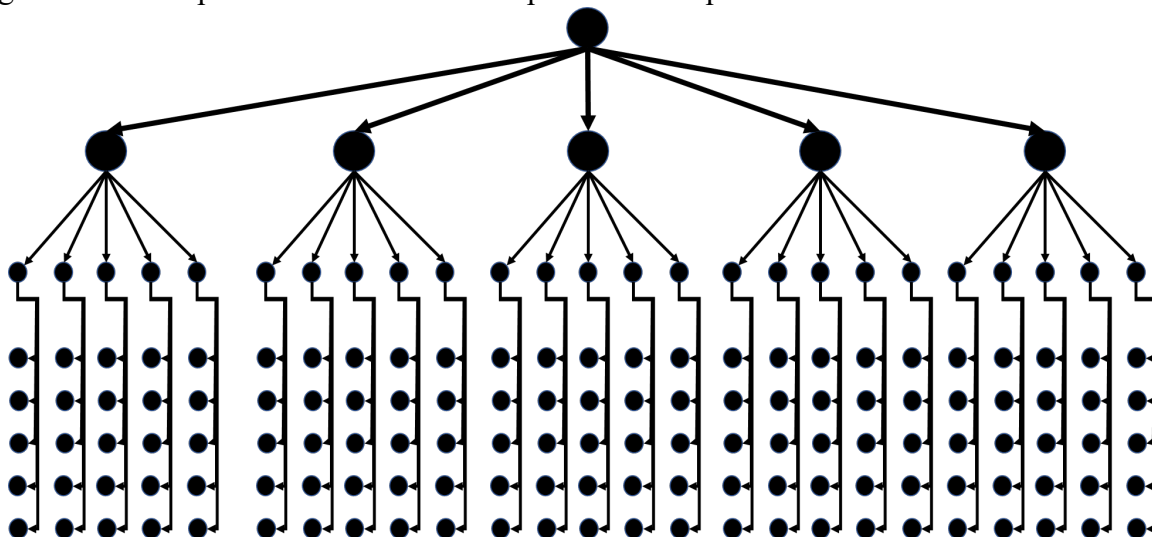


Figura 5. Ejemplo Sistema de representación gráfico diagrama de árbol

Sistema de representación manipulativo

El sistema de representación manipulativo es aquel con el que los estudiantes pueden interactuar de forma física con la finalidad de llegar a nuevas conclusiones. Consideramos, para nuestra unidad didáctica, la utilización de los bloques multibase. Se pueden usar en clase como una estrategia que permite el aprendizaje de la potenciación. En la figura 6, podemos identificar el concepto de potenciación por medio de áreas y volúmenes.

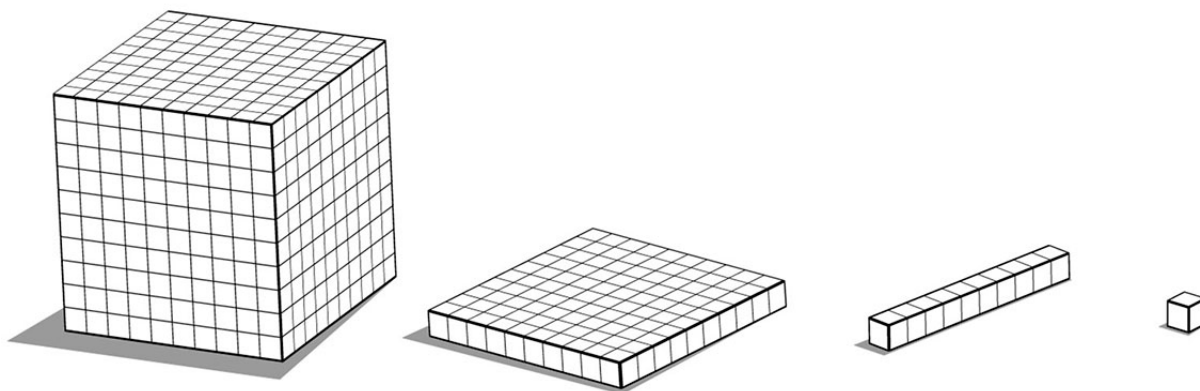


Figura 6. Sistema de representación manipulativo cubos multibase

Sistema de representación ejecutable

En nuestra unidad didáctica, utilizamos las herramientas suministradas en la página <https://www.coolmath4kids.com/manipulatives/base-ten-blocks>, como sistema de representación ejecutable. Consiste en un simulador de cubos multibase.

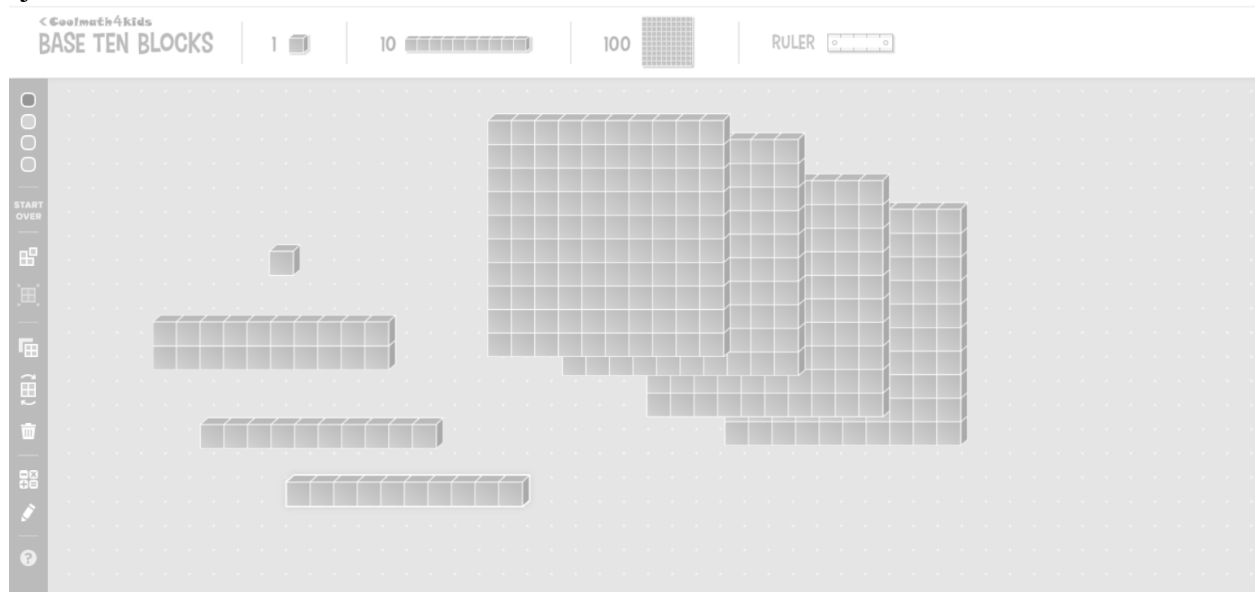


Figura 7. Ejemplo Sistema de representación ejecutable

1.3. Fenomenología

La fenomenología es la identificación de fenómenos que le dan sentido al tema de estudio. Un fenómeno se encuentra asociado a la estructura conceptual del tema. Como se puede observar en la figura 8, el fenómeno crecimiento poblacional forma parte del conjunto de fenómenos exponencial que corresponde al tema potenciación.

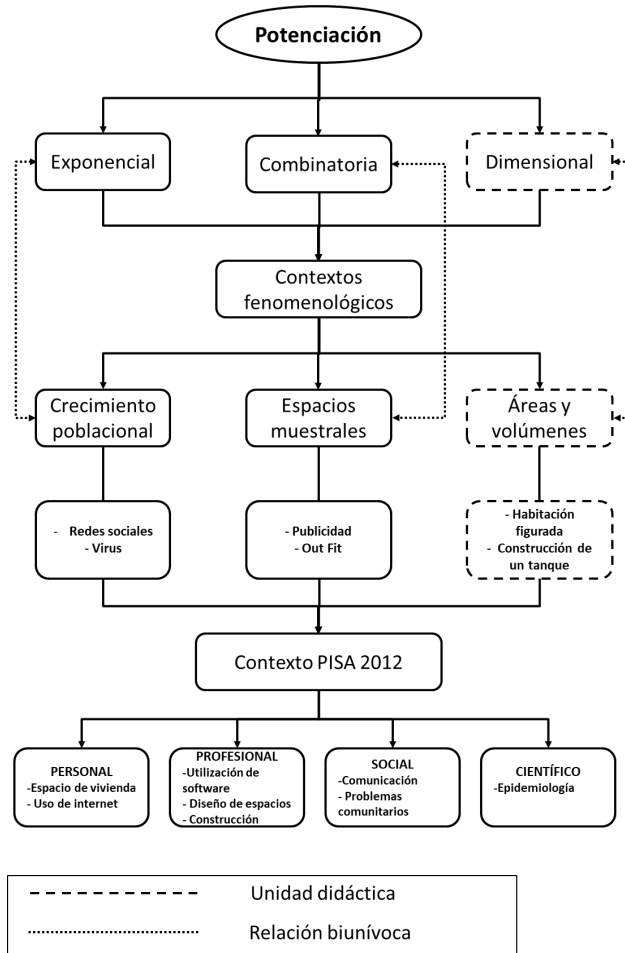


Figura 8. Mapa conceptual de la fenomenología de la potenciación

En la figura 8, observamos que el tema potenciación se divide en tres subestructuras: exponencial, combinatoria y dimensional. Luego, el mapa se divide en los contextos fenomenológicos de crecimiento poblacional, espacios muestrales y áreas y volúmenes dentro del contexto PISA (2012). A continuación, realizamos explicación de los contextos fenomenológicos de nuestra unidad didáctica.

Áreas y volúmenes

El contexto fenomenológico áreas y volúmenes es la medición de magnitudes en dos y tres dimensiones. El área de un terreno se obtiene mediante la multiplicación entre la base y la altura. Cuando se halla el área de un terreno de forma cuadrangular, el resultado de la multiplicación es una dimensión cuadrada, es decir, las unidades cuadradas del terreno (figura 9).

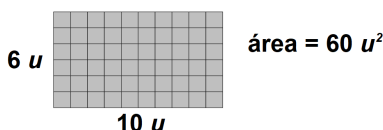


Figura 9. Área de un polígono

El volumen de un cubo o de prismas rectangulares se obtienen multiplicando el área de la base por la altura total de la figura. El resultado es una dimensión cúbica o unidades cubicas del sólido (figura 10).

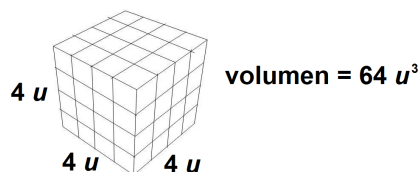


Figura 10. Volumen de un prisma

El contexto fenomenológico áreas y volúmenes se encuentra dentro de los contextos PISA (2012) personal y social en la medición de espacios de vivienda y de construcción.

Espacios muestrales

El contexto fenomenológico espacios muestrales es la identificación de las cantidades posibles dentro de una situación dada. Por ejemplo, Susana tiene una falda azul, una negra y una de cuadros. También tiene un suéter blanco, uno rojo y uno amarillo. Además, tiene tres pares de tenis de diferente color. ¿Cuántas combinaciones diferentes puede hacer para vestirse? La cantidad de diferentes formas de combinar prendas de vestir al tener un grupo determinado de prendas es un fenómeno que se encuentra dentro de los contextos PISA (2012) personal, social y comunicativo.

Crecimiento poblacional

El contexto fenomenológico crecimiento poblacional es la identificación de crecimiento de una población que sigue un patrón preestablecido y consiste en encontrar la población “P” establecida por medio de la potenciación en el tiempo “t” y una cantidad inicial de individuos “n” (figura 11).

$$P = n^t$$

Figura 11. Formula crecimiento poblacional

2. ANÁLISIS COGNITIVO

A continuación, presentamos los aspectos relacionados con el análisis cognitivo de la unidad didáctica. Presentamos las expectativas de nivel superior que abordamos. Luego, describimos la caracterización de los objetivos a partir de las tareas que permiten evidenciar los posibles procedimientos que utiliza un estudiante en el momento de resolverlas. Por último, presentamos las limitaciones de aprendizaje.

2.1. Expectativas de aprendizaje

Presentamos las expectativas de aprendizaje de nivel superior, objetivos y las expectativas de aprendizaje de tipo afectivo a las que pretende contribuir nuestra unidad didáctica. Tuvimos como referente la relación entre los procesos matemáticos y las capacidades matemáticas fundamentales dentro del marco PISA (2012).

Expectativas de aprendizaje de nivel superior

En el momento de resolver las tareas de aprendizaje, el estudiante puede activar los procesos matemáticos. El estudiante activa el proceso matemático de interpretar, cuando lee, decodifica, traduce texto, símbolos, imágenes y diagramas. Para nuestro caso, esto implica identificar la base, el exponente o la potencia para poder plantear una posible solución a una tarea. El estudiante activa el proceso matemático de emplear cuando articula el planteamiento de la tarea con la utilización de métodos, herramientas, definiciones, o algoritmos para su solución, es decir, el estudiante utiliza la estrategia que considere adecuada para dar solución a la pregunta del elemento de la potenciación que se debe hallar. Por último, el estudiante activa el proceso matemático de interpretar y evaluar cuando puede dar explicación o justificación del por qué del procedimiento, estrategia o herramienta para solucionar la tarea. Además, el estudiante utiliza el resultado para compararlo con otros métodos o soluciones y de esa manera elabora un argumento que contradiga o refuerce la solución obtenida a la tarea propuesta.

Las capacidades matemáticas fundamentales que deseamos potenciar con nuestra unidad didáctica son las siguientes: (a) comunicación, cuando el estudiante identifica los elementos de la potenciación base, exponente y potencia; (b) matematización, si el estudiante identifica y utiliza una estrategia que considere conveniente para dar solución a la pregunta que involucre algún término de la potenciación; (c) razonamiento y argumentación, cuando el estudiante activa un camino de aprendizaje diseñado para la potenciación en los números naturales; (d) diseño de estrategias, al realizar procedimientos efectivos que involucren la potenciación en números naturales; (e) utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico, cuando el estudiante comprende y utiliza los términos técnicos de la potenciación; y (f) utilización de herramientas matemáticas, cuando el estudiante utiliza herramientas matemáticas para dar solución a las tareas que involucran la potenciación en los números naturales.

Objetivos de la unidad didáctica

Los objetivos que presentamos a continuación están diseñados para que los estudiantes, al terminar las tareas de aprendizaje del primer objetivo, sepan identificar la base y el exponente dentro de un problema y adquieran la capacidad de solucionar problemas que la pregunta involucre hallar el valor de la potencia. Al terminar las tareas de aprendizaje del segundo objetivo, esperamos que los estudiantes aprendan a identificar los elementos de la potenciación suministrados por el enunciado del problema y adquieran la capacidad de solucionar tareas en las que involucre como pregunta hallar la base o el exponente sin utilizar las operaciones de logaritmación o radicación. El diseño de los objetivos se encuentra bajo las expectativas de nivel superior que se mencionaron anteriormente.

Objetivo 1

Identifica los términos de la potenciación con números naturales en situaciones problema de diferentes contextos.

Objetivo 2

resuelve situaciones de crecimiento exponencial en las que se requiera encontrar el valor de la base y el exponente.

Expectativas de aprendizaje de tipo afectivo

Para nuestra unidad didáctica trabajaremos con tres expectativas de tipo afectivo en las que relacionamos los aspectos cognitivos con la parte motivacional de los estudiantes durante el desarrollo de las actividades de la unidad didáctica (tabla 1).

Tabla 1

Listado de expectativas afectivas de la unidad didáctica potenciación en números naturales

EA	Descripción
1.	Desarrollar una actitud positiva y participativa para la comprensión de la aplicación de la potenciación en diferentes contextos cotidianos
2.	Adquirir confianza para abordar los problemas que involucren potenciación en los números naturales en diferentes contextos.
3.	Generar el hábito de diseñar un plan de trabajo para solucionar situaciones en contextos de crecimiento poblacional que involucren la potenciación con números naturales.

Nota. EA: expectativa afectiva.

En la tabla 1, presentamos las tres expectativas de tipo afectivo relacionadas con la unidad didáctica. Esperamos que los estudiantes logren evidenciar una participación positiva en las actividades propuestas que involucren la aplicación de la potenciación en diferentes contextos. Además, buscamos que los estudiantes adquieran el hábito de planear todas sus actividades y que adquieran confianza para enfrentarse a situaciones problema que involucren la potenciación con los números naturales.

2.2 . Limitaciones de aprendizaje

En las limitaciones de aprendizaje, consideramos dos aspectos: los errores y las dificultades. Según González y Gómez (2018), un error es “la manifestación visible de una dificultad” (p. 141) y una dificultad es “una circunstancia que impide o entorpece la consecución de los objetivos de aprendizaje” (p. 139). En nuestra unidad didáctica evidenciamos 69 errores asociados a 5 dificultades de aprendizaje. Presentamos el listado completo en el anexo 01¹. En la tabla 2, presentamos los errores más significativos y las dificultades que consideramos en el diseño e implementación de la unidad didáctica.

¹ Los anexos se pueden descargar en <http://funes.uniandes.edu.co/23722>.

Tabla 2

Ejemplos de dificultades y errores para el tema potenciación de números naturales

E	Descripción
D1 dificultad asociada a la identificación de los términos de la potenciación	
E1	Confunde el factor que determina la base con el exponente
E2	Confunde el factor que determina el exponente con la base
E22	Identifica el exponente de una potenciación como la cantidad de elementos en las que se divide cada una de las ramas en un diagrama de árbol
D2 dificultades para establecer relaciones entre diferentes representaciones de la potenciación	
E9	Relaciona la palabra cubo con números diferentes a tres
E32	Utiliza el exponente de la potenciación identificada para elaborar un diagrama de árbol
E53	Confunde la posición de la base y la potencia dentro de un diagrama de árbol
E69	Omite información relevante sobre estrategias usadas para dar solución a la tarea
D3 dificultades para aplicar modelos de situaciones que involucran potenciación de números naturales	
E12	Cuenta únicamente los cubos observables del dibujo realizado
E20	Multiplica las cantidades de los subconjuntos identificados
E41	Halla el valor de la base al dividir la potencia por el exponente
E43	Halla el valor de la potencia al sumar la base la cantidad de veces que indique el exponente
D4 dificultad asociada a la aplicación del algoritmo de la potenciación	
E3	Ubica el valor del exponente en el lugar a en el algoritmo de la potenciación
E4	Ubica el valor de la base en el lugar n en el algoritmo de la potenciación
E5	Multiplica el valor de la base a con el valor del exponente n
E7	Multiplica por sí mismo el valor de la base a menos veces de lo que indica el exponente n

Tabla 2

Ejemplos de dificultades y errores para el tema potenciación de números naturales

D5 dificultad relacionada en la argumentación y validación de resultados	
E46	Confunde los términos y procedimientos en el momento de explicar los pasos realizados al solucionar el problema
E66	Calcula el valor de la base al tomar la potencia y multiplicándola con el exponente

Nota E: error, D: dificultad.

Identificamos cinco dificultades en las que podemos agrupar el listado de errores. La primera está asociada con la identificación de los términos de la potenciación, al tener en cuenta que el estudiante puede identificar cada uno de los términos de la potenciación como insumo principal para el desarrollo de las tareas por el método que él decida. La segunda dificultad se enfoca en establecer relaciones entre diferentes representaciones de la potenciación. La tercera dificultad consiste en la aplicación de modelos en situaciones que involucran potenciación de números naturales, ya que el estudiante debe aplicar algún método previsto para el desarrollo de las tareas. Posteriormente, identificamos la dificultad asociada a la aplicación del algoritmo de la potenciación. Es importante que el estudiante identifique los términos de la potenciación para poder aplicar correctamente el algoritmo de la potenciación en la solución de las tareas. Finalmente, consideramos como dificultad que el estudiante no argumente como resolvió la tarea o que no compruebe la solución encontrada.

2.3. Criterios de logro

Diseñamos unos criterios de logro para la unidad didáctica. Un criterio de logro representa un procedimiento que el estudiante realiza en cada uno de los pasos para la solución de una tarea. Es importante enfatizar que las tareas de la unidad didáctica pretenden que los estudiantes activen unos criterios de logro en un orden previsto para dar solución a la tarea correspondiente. Por ejemplo, para hallar el valor de una potencia se podría activar el siguiente criterio de logro: “Calculo el valor de la potencia con el algoritmo o fórmula de potenciación”. Un estudiante que haya alcanzado el segundo objetivo podría utilizar la siguiente secuencia de criterios de logro: “Identifico la base, exponente y potencia dentro de un contexto exponencial”, “Reconozco que la pregunta de la tarea por solucionar es la base”, “Decido el método que voy a utilizar para dar solución a la tarea”, “Utilizo el exponente y la potencia para elaborar un diagrama de árbol”, “Identifico que el valor de la base en la pregunta es la cantidad en que se divide cada rama de un diagrama de árbol”, “Expreso la base en las unidades que solicita la tarea” y “Justifico las estrategias utilizadas para la resolución de la tarea” (ver anexo 02).

2.4. Grafo de criterios de logro de los objetivos de aprendizaje

En este apartado, presentamos los grafos de criterios de logro para los dos objetivos de nuestra unidad didáctica. Un grafo de criterios de logro es un mapa que muestra un orden de pasos (criterios de logro) que el estudiante puede activar para resolver cada una de las tareas propuestas en la unidad didáctica. El grafo es una herramienta muy efectiva para identificar los posibles métodos o

estrategias para resolver tareas. Llamamos caminos de aprendizaje a estas estrategias. En los grafos, se etiqueta cada uno de los criterios de logro con el número del objetivo seguido de una numeración consecutiva con el fin de diferenciarlos. En la figura 12, presentamos el grafo de criterios de logro para el primer objetivo.

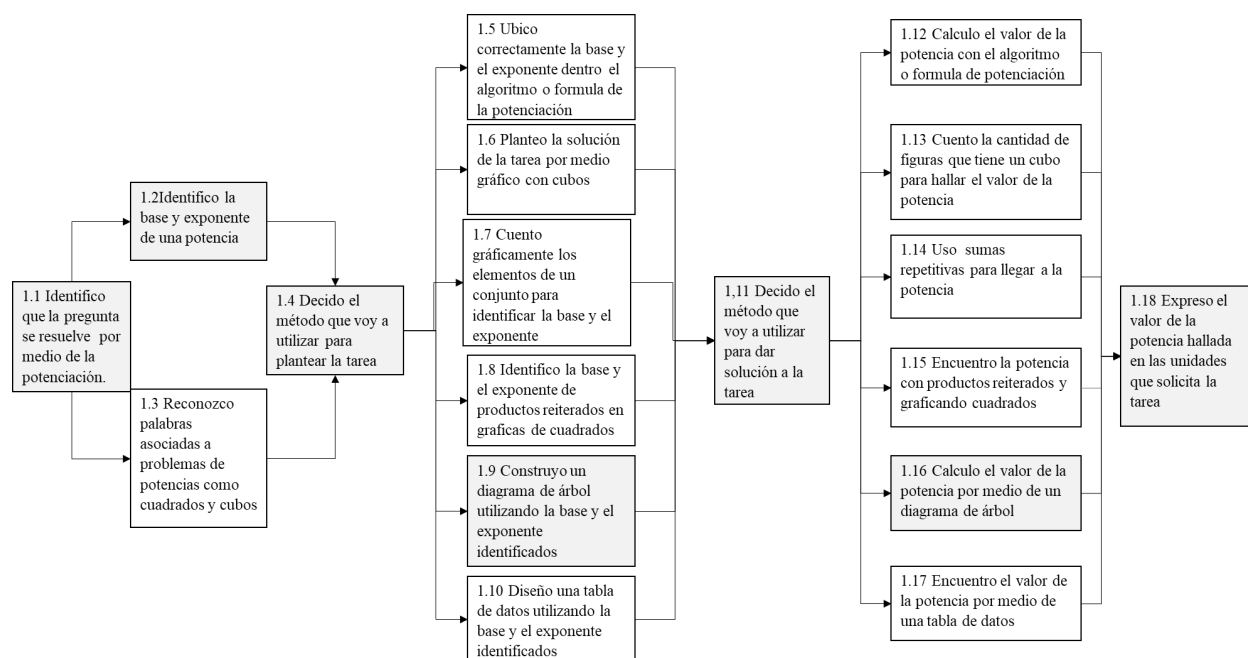


Figura 12. Grafo de los criterios de logro del primer objetivo

Al momento de realizar una tarea correspondiente al primer objetivo, el estudiante deberá seguir una de las posibles estrategias para llegar a la solución. Todas las posibles estrategias fueron consideradas para el diseño del grafo de criterios de logro. Adicionalmente, en el grafo resaltamos en color gris un ejemplo de una posible estrategia que un estudiante puede utilizar para el desarrollo de una tarea. Para el desarrollo de las tareas del primer objetivo se cuenta con 7 etapas. Inicialmente el estudiante debe identificar la pregunta. Luego, el estudiante debe reconocer la base y el exponente suministrados por el enunciado de la tarea. A continuación, el estudiante decide el método por el cual plantea la tarea. Luego, debe plantear la tarea por el método que escogió. Posteriormente, el estudiante decide el método por el cual va a solucionar la tarea. Después, debe solucionar la tarea por el método escogido. Finalmente, el estudiante debe contextualizar el resultado obtenido dependiendo de los requerimientos del planteamiento de la tarea. El ejemplo presentado es el que se encuentra sombreado de un posible camino de aprendizaje por el sistema de representación diagrama de árbol. En esa estrategia de solución, se activan los criterios de logro 1.1, 1.2, 1.4, 1.9, 1.11, 1.16 y 1.18.

En la figura 13, presentamos el grafo de criterios de logro para el segundo objetivo de nuestra unidad didáctica.

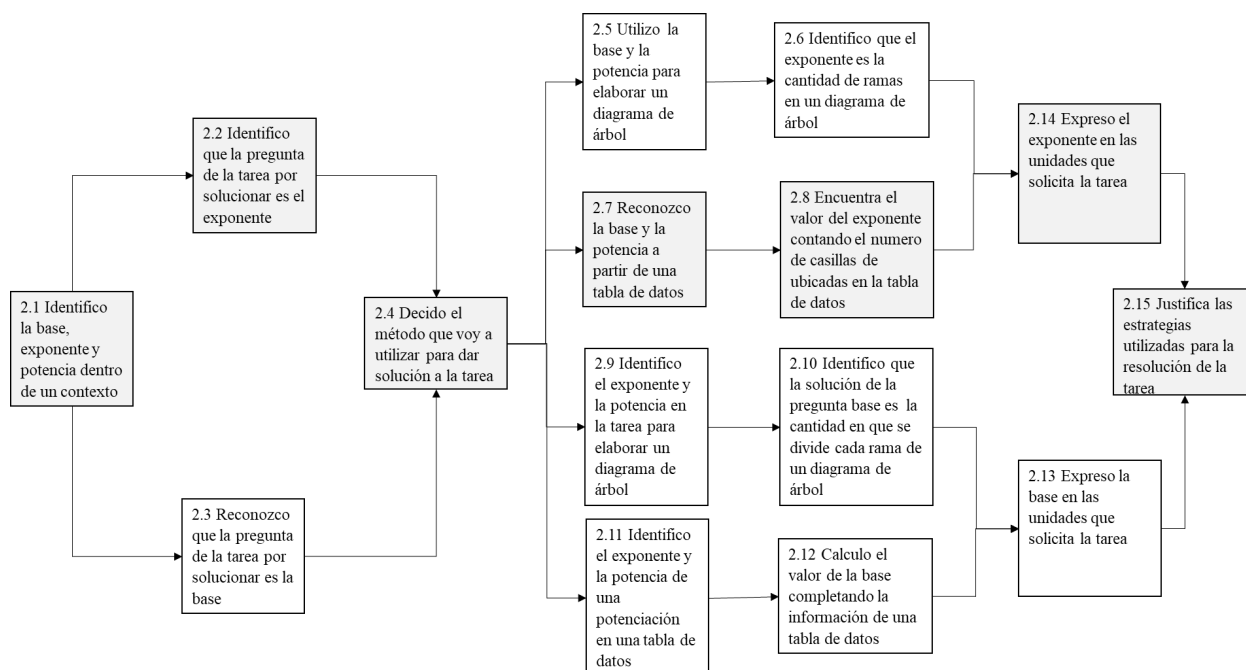


Figura 13. Grafo de criterios de logro del segundo objetivo

Las tareas de aprendizaje del segundo objetivo se enfocan en hallar la potencia o la base utilizando diagramas de árbol o tablas. Explicaremos con un ejemplo una posible estrategia para la solución de una tarea del segundo objetivo. En la figura 13, resaltamos en color gris las etapas de desarrollo de la tarea. Inicialmente, el estudiante debe identificar los términos que se le suministran en el enunciado de la tarea. A continuación, el estudiante debe identificar cuál es el término que le están solicitando hallar. Luego, el estudiante decide el método a utilizar basado en la información obtenida en las dos etapas anteriores. En consecuencia, el estudiante plantea la situación a resolver. En la quinta etapa, el estudiante halla el término solicitado. Después contextualiza el resultado en términos del planteamiento de la tarea y, finalmente, el estudiante debe justificar las acciones realizadas para la solución de la tarea. El ejemplo sombreado representa el camino de aprendizaje en el que se utiliza la tabla de datos. En esa estrategia de solución, se activan los criterios de logro 2.1, 2.2, 2.4, 2.7, 2.8, 2.14 y 2.15.

3. ESQUEMA GENERAL DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

En la tabla 3, presentamos la estructura general de la unidad didáctica. Proponemos las actividades que se realizarán, el número de la sesión, el tiempo estimado para el desarrollo de cada sesión y los participantes de cada una de las actividades. Recomendamos que el tiempo sea de 55 minutos para las sesiones 4, 6 y 7, y de 110 minutos las sesiones 1, 2, 3, 5 y 8.

Tabla 3

Esquema general de la unidad didáctica potenciación en los números naturales

Actividad	Sesión	Tiempo de implementación	Participantes
Presentación del tema	1	55 minutos	Docente y estudiantes
Desarrollo tarea diagnóstica	1	55 minutos	Docente y estudiantes
Evaluación tarea diagnóstica		n/a	Docente
Adopción de medidas a partir de los resultados		n/a	Docente
Refuerzo de conceptos previos	2	55 minutos	Docente y estudiantes
Presentación de los objetivos, criterios de logro, y diligenciamiento del diario del estudiante	2	55 minutos	Docente y estudiantes
Implementación del primer objetivo	3	110 minutos	Docente y estudiantes
Valoración criterios de logro de tareas del primer objetivo		n/a	Docente
Retroalimentación actividad del primer objetivo	4	55 minutos	Docente y estudiantes
Implementación del segundo objetivo	5	110 minutos	Docente y estudiantes
Valoración criterios de logro de tareas del segundo objetivo		n/a	Docente
Retroalimentación actividad del segundo objetivo	6	55 minutos	Docente y estudiantes
Examen final	7	55 minutos	Docente y estudiantes
Valoración del examen final		n/a	Docente
Socialización resultados y retroalimentación final	8	110 minutos	Docente y estudiantes

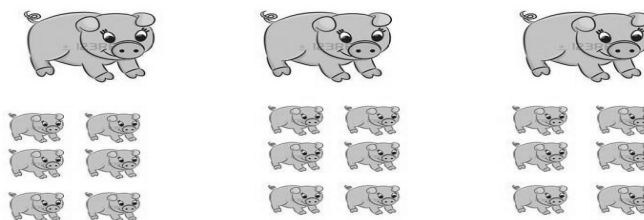
4. TAREA DIAGNÓSTICA

La tarea diagnóstica tiene dos propósitos: el primero es valorar los conocimientos previos de los estudiantes en el tema de la potenciación y el segundo es facilitar información suficiente y relevante sobre el tema. La tarea diagnóstica también nos sirve como punto de partida para analizar los factores y variables relacionados con el contexto y las competencias que poseen los estudiantes para generar ajustes en la planeación. Presentamos los conocimientos previos de la unidad didáctica en el anexo 03.

La tarea diagnóstica está compuesta por diez numerales y se divide en dos partes. La primera parte de la tarea corresponde a los numerales del uno al cinco. En esta parte, se espera que los estudiantes utilicen la multiplicación y arreglos rectangulares para responder a las preguntas. La multiplicación es fundamental para comenzar con el tema porque una potencia es una forma abreviada de escribir un producto. La segunda parte de la tarea aborda cinco situaciones problema relacionadas con métodos para calcular potencias por medio de la multiplicación. Además, se espera que los estudiantes puedan identificar los elementos de la potenciación, base, exponente y potencia. El diseño de la tarea diagnóstica contiene preguntas abiertas que nos permiten ver los procesos y conocimientos previos de los estudiantes en relación con el tema. Los estudiantes deben resolver la actividad diagnóstica de forma individual. A continuación, presentamos la tarea diagnóstica previa a la implementación de las tareas de aprendizaje de la unidad didáctica.

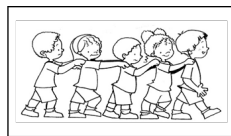
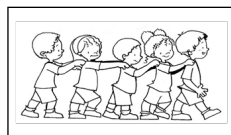
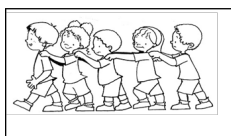
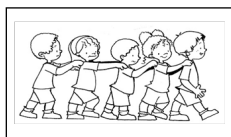
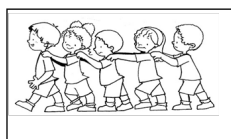
Numeral 1

Tres cerditas de una granja tuvieron 6 cerditos cada una como se muestra en la figura. Si tenemos 6 cerditas ¿cuántos cerditos nacerán?

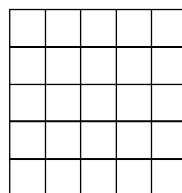


Numeral 2

Observa las imágenes presentadas y completa los espacios de la frase y la operación para determinar el total de personas que hay en las filas.



_____ filas de _____ personas



_____ x _____ = _____

_____ personas

Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-SA-NC](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)

Numeral 3

En la sala de un cine hay 16 filas de butacas. Si en cada fila hay 18 butacas, ¿cuántas personas pueden estar sentadas en la sala? Escriba con detalle cómo resolvió la situación.

Numeral 4.

En una calle se están instalando dos semáforos. El primer semáforo se pondrá en verde cada 3 minutos y el otro cada 5 minutos. Si se conectan los dos semáforos en el mismo instante, ¿cuánto tiempo pasará para que los semáforos se pongan en verde de nuevo?

Numeral 5

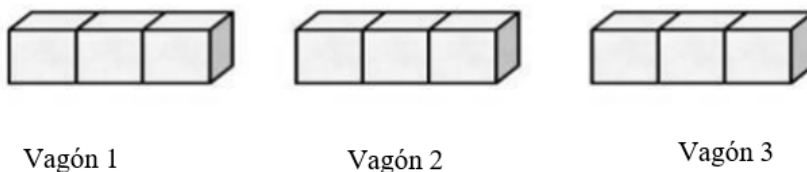
María está preparando su fiesta de cumpleaños, en la que repartirá caramelos a todos sus amigos. Para ello, empacará en cada bolsa 5 caramelos de fresa, 4 caramelos de limón y 3 caramelos de menta. María ha decidido que regalará 10 bolsas de caramelos. ¿Cuántos caramelos regalará en total?

Numeral 6

Marcos es pastelero y hoy le han hecho un encargo de tartas para una fiesta. Le han dicho que en la fiesta habrá 4 mesas y que en cada una de las mesas quieren colocar 2 tartas. ¿Cuántas tartas tendrá que hacer Marcos?

Numeral 7

Tres cubos forman un vagón y tres vagones forman un tren, como se observa en la figura.



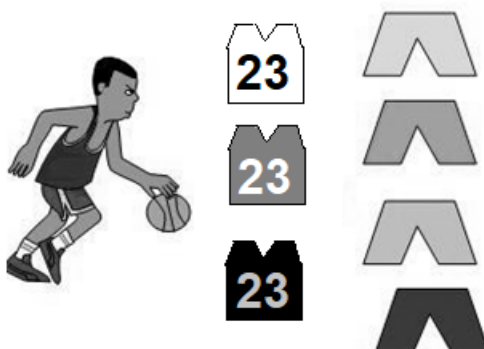
¿Cuántos cubos hay en 10 trenes?

Numeral 8

Expresa como potencia la siguiente situación. Magnolia tiene cinco cajas grandes. Cada caja grande contiene cinco cajas medianas y, a la vez, cada caja mediana contiene cinco cajas más pequeñas. ¿Cuántas cajas tiene Magnolia?

Numeral 9

Un equipo de baloncesto dispone de tres camisetas y cuatro bermudas diferentes para vestir su uniforme. Como se observa en la siguiente imagen.



¿De cuántas formas diferentes los deportistas pueden salir a la cancha vestidos?

Numeral 10

¿Cómo se puede escribir el producto $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$ en forma de potencia?

En el numeral uno de la tarea diagnóstica, se pretende que los estudiantes logren relacionar la multiplicación como una suma reiterada. Ellos deben encontrar la cantidad de cerditos con la ayuda de la imagen. En el numeral dos, se espera que los estudiantes hallen los factores de la multiplicación y los relacionen con filas y columnas en arreglos rectangulares. En el numeral tres, esperamos que los estudiantes realicen un esquema de la situación e identifiquen las variables que corresponden a cada factor. En el numeral cuatro, los estudiantes deben hallar el mínimo común múltiplo y relacionarlo con el tiempo en común para que los semáforos se vuelvan a sincronizar. Los numerales cinco, seis, siete y ocho nos permiten evidenciar que el estudiante puede dar solución a las situaciones por medio del uso de la multiplicación reiterada. En cuanto a los numerales nueve y

diez, se puede evidenciar que los estudiantes generan esquemas y realizan procedimientos para dar solución a la pregunta. En la tabla 4, presentamos el listado de errores relacionados con los conocimientos previos para la unidad didáctica.

Tabla 4

Listado de errores asociados a los conocimientos previos del tema la potenciación en los números naturales

E	Descripción
1	Presenta dificultad para hallar un producto por medio de la suma reiterada
2	Ignora cómo resolver situaciones que requieren del uso de la multiplicación reiterada con números naturales
3	Desconoce el algoritmo de la multiplicación
4	Desconoce la multiplicación como cantidades en filas y columnas
5	Ignora el mínimo común múltiplo para resolver problemas cotidianos
6	Desconoce la propiedad distributiva de la multiplicación
7	desconoce la propiedad conmutativa de la multiplicación en situaciones cotidianas
8	Desconoce el algoritmo de la potenciación para resolver situación problema
9	Omite métodos para calcular la potenciación
10	Desconoce el uso de la potenciación en una situación dada

Nota. E: Error

En la tabla 4, incluimos errores frecuentes en que pueden incurrir los estudiantes cuando solucionan las situaciones propuestas de la tarea diagnóstica. Estos errores fueron tomados de experiencias propias y de consideraciones de colegas del área matemáticas que han enseñado el tema de potenciación en básica secundaria.

Luego de la implementación de la tarea diagnóstica, el docente debe identificar en qué errores incurrieron los estudiantes y realizar la sesión de retroalimentación. Durante el proceso de retroalimentación, el docente debe realizar actividades de refuerzo de conceptos para suplir las deficiencias halladas en la tarea diagnóstica. Se espera que el estudiante tenga las herramientas necesarias para enfrentar las tareas de aprendizaje. Por ejemplo, una posible actividad de retroalimentación consiste en realizar una actividad explicativa enfocada a las falencias halladas. Para cerrar la retroalimentación, se puede acceder a la página <https://bit.ly/3ddRfhS> y trabajar en clase con las actividades propuestas conjuntamente entre docente y estudiantes.

5. TAREAS DE APRENDIZAJE

Una tarea de aprendizaje es una tarea que el profesor propone a los estudiantes con el propósito de contribuir a que logren las expectativas que ha establecido y supere las limitaciones de aprendizaje

previstas (Gómez, Mora, y Velasco, 2018, p. 202). Para abordar los dos objetivos de nuestra unidad didáctica, diseñamos cuatro tareas de aprendizaje. Las dos tareas para el primer objetivo se titulan construir un cubo y la hidra. Las tareas para el segundo objetivo llevan como nombre la ronda final del concurso y el ajedrez. A continuación, presentamos las tareas de aprendizaje de la unidad didáctica. Para cada tarea, mostramos la descripción, el grafo de criterios de logro para la tarea, los posibles errores en los que incurren los estudiantes y las ayudas para superarlos, la actuación del profesor, las sugerencias metodológicas y los criterios de evaluación.

5.1. Tarea 1.1 Construir un cubo

Con la T1.1, esperamos que los estudiantes identifiquen los términos de la potenciación (la base, el exponente y la potencia). Para solucionar la tarea, usamos los cubos multibase de manera que, al calcular el volumen de un cubo, el estudiante vea los cubos que lo forman. Los estudiantes encuentran el volumen por medio del conteo de los cubos pequeños que tienen cada fila del cubo grande o por medio de la fórmula $arista^3 = volumen$. Con el uso del material, se espera que los estudiantes identifiquen el concepto de la potenciación y trabajen con la subestructura de área y volumen.

Meta

La meta de la tarea es identificar los términos de la potenciación (base, exponente y potencia), expresar la potencia en término de las variables y presentarla en una situación dada. Esperamos que esta tarea contribuya al objetivo cuando los estudiantes construyan un cubo grande con cubos más pequeños. De esta manera, los estudiantes podrán identificar las partes del algoritmo de la potenciación con ayuda del material manipulativo. Además, los estudiantes reforzarán el concepto de volumen y lo asociarán con el exponente 3.

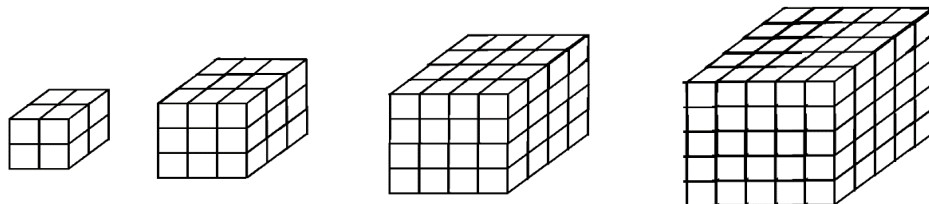
Requisitos

El estudiante usa la multiplicación con productos reiterados y clasifica figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales e identifica diferentes unidades de medida: longitud, superficie y capacidad. Los requisitos están relacionados con los conocimientos previos uno a cuatro que se trabajaron en la actividad diagnóstica.

Formulación

El docente entrega a los estudiantes la tarea impresa y los cubos multibase. Luego, explica el manejo de los cubos y la pregunta a resolver. A continuación, presentamos la formulación de la tarea.

Dos amigos están jugando con cubos. Ellos los organizan para formar un cubo más grande como se muestra en la imagen. Los amigos deciden contar cubo por cubo para saber cuántos de estos se necesitan para formar el cubo más grande.



¿Cuántos cubos pequeños se necesitan para construir el cubo más grande? ¿Cuál sería la forma más fácil para contar los cubos en cada construcción? Explica y comparte con tus compañeros tu idea.

Conceptos y procedimientos

Los conceptos que forman parte de la tarea son los elementos de la potenciación (base, exponente y potencia), el concepto de cubo, el concepto de volumen y el conteo. Los procedimientos que se esperan que utilicen los estudiantes al desarrollar la tarea son el algoritmo de la potenciación, el dibujo de cubos, el conteo de elementos y el dibujo de cuadrados.

Sistemas de representación

Con esta tarea, los estudiantes trabajan en el sistema de representación numérico en el conteo de cubos y cuadrados; en el simbólico, cuando usan el algoritmo de la potenciación; en el manipulable, al duplicar la situación con los cubos multibase; y, en el gráfico, al dibujar los cubos necesarios para solucionar la tarea.

Contexto PISA

Ubicamos la tarea dentro del contexto personal debido a que la tarea se encuentra en un entorno de casa y el estudiante debe interactuar con un compañero de clase para el desarrollo y solución de la tarea.

Materiales y recursos

El recurso es la guía impresa con la tarea y los materiales son los cubos multibase para el acercamiento y conceptualización de los elementos de la potenciación. También se requieren hojas y lápices.

Agrupamiento e interacción

Planeamos la actividad para trabajar en grupos cooperativos de cuatro estudiantes con diferentes roles: el secretario es el encargado de registrar por escrito las estrategias y procedimientos utilizados; el vocero es quien dirige el grupo y comunica las ideas; el relojero lleva el tiempo que se usa para resolver la tarea; y el encargado de material es quien recibe los recursos y la guía del estudiante. La interacción de los estudiantes se trabajará en cuatro momentos. En un primer momento, los estudiantes trabajan con el material concreto con el cual construyen diferentes figuras. Luego, los estudiantes leen el problema. Después, los integrantes del grupo deben generar estrategias de

solución. Durante este proceso, el docente pasa por los grupos y hace preguntas que permitan orientar a los estudiantes cuando presenten dudas.

Temporalidad

La actividad tiene una duración de 55 minutos que se distribuye de la siguiente manera: 10 minutos para hacer una activación y reconocimiento del material, 30 minutos para desarrollar la tarea y justificarla, y 15 minutos para hacer la retroalimentación, la evaluación y el cierre.

Errores y ayudas

Los errores más comunes en los que los estudiantes pueden incurrir durante el desarrollo de la tarea consisten en dividir las aristas como lo indica el exponente; por ejemplo, cuenta los cubos resultantes del dibujo del cubo de arista base (E12). Para este error, el docente debe activar la ayuda A12 y sugerir que hay cubos que en la figura no se pueden observar pero que están presentes. El estudiante también puede aplicar inadecuadamente el algoritmo de la potenciación; por ejemplo, ubica el valor del exponente n en el algoritmo de la potenciación (E4). El docente puede proporcionar la ayuda A4 y presentar un ejemplo rutinario de ubicación de a y n en la potenciación a partir de la información obtenida de una situación dada. El listado completo de errores se encuentra en el anexo 01 y el listado de ayudas en el anexo 04.

Grafo de criterios de logro

En la figura 14, presentamos el grafo de los criterios de logro de la tarea. Para esta tarea, tenemos previstas cuatro estrategias de solución. En la primera estrategia de solución, se utiliza el algoritmo de la potenciación y se activan los criterios de logro 1.1, 1.3, 1.4, 1.5, 1.11, 1.12 y 1.18. En la segunda estrategia de solución, se utiliza la gráfica de cubos y los estudiantes pueden activar los criterios de logro 1.1, 1.3, 1.4, 1.6, 1.11, 1.13 y 1.18. En la tercera estrategia de solución, se pueden activar los criterios de logro 1.1, 1.3, 1.4, 1.7, 1.11, 1.14 y 1.18 que se relacionan con el conteo de conjuntos. En la cuarta estrategia de solución, con los criterios de logro 1.1, 1.3, 1.4, 1.8, 1.11, 1.15 y 1.18, se utiliza el dibujo de cuadrados.

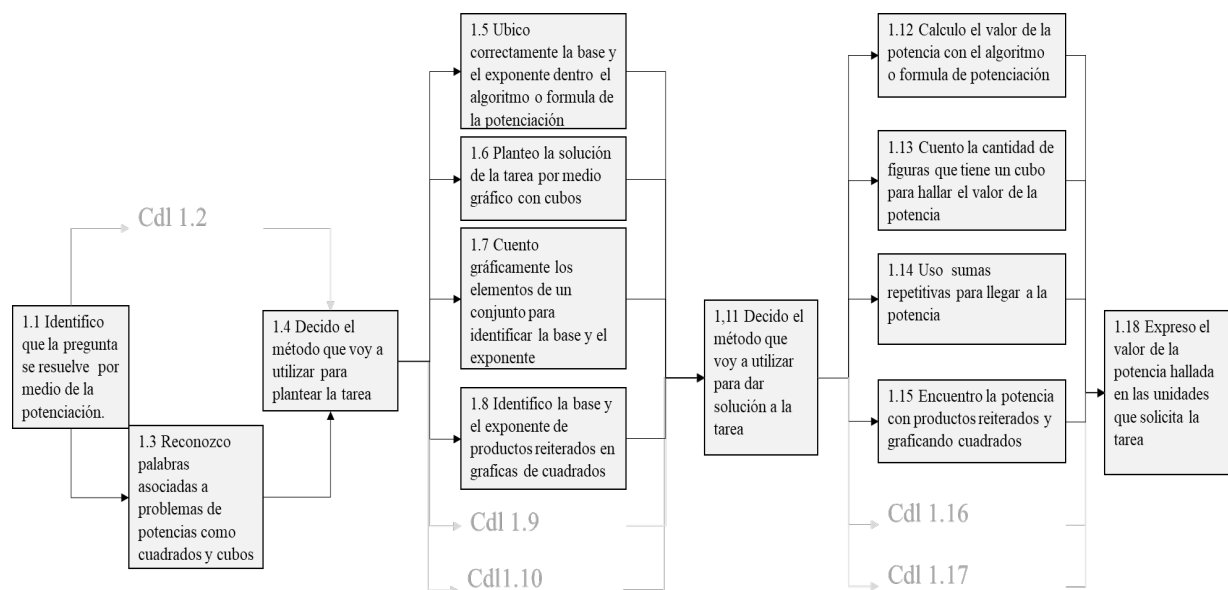


Figura 14. Grafo de criterio de logro de la tarea 1.1

Actuación del profesor

El docente debe asegurarse que todos los estudiantes tengan las guías, las hojas y los cubos multi-base. El profesor debe estar pendiente de que todos los estudiantes lean la tarea e identifiquen los elementos de la potenciación (base y exponente). Luego, el docente debe verificar que los estudiantes identifiquen que la pregunta está relacionada con el elemento potencia y la relacionen con el contexto. También, el profesor debe estar pendiente de las posibles preguntas que surjan por parte de los estudiantes para activar las ayudas. Por último, el docente debe moderar las conclusiones de la actividad, realizar la retroalimentación y hacer sugerencias para futuras actividades.

Sugerencias metodológicas

Para la conformación de grupos de trabajo en esta tarea, se recomienda que sean los estudiantes quienes decidan los grupos a conformar, con el fin que se sientan cómodos durante el desarrollo de la actividad. Si se genera la misma pregunta dos o más veces por diferentes grupos, sugerimos realizar un alto de la actividad y aclarar a todos los estudiantes la inquietud. Si existe la posibilidad de trabajar en una sala de sistemas o si se cuenta con un dispositivo con acceso a internet por grupo, se recomienda trabajar esta actividad con la página <https://bit.ly/2ZPcV0G>.

Evaluación

Para la evaluación de la tarea, es necesario que el profesor esté atento a la actuación de los estudiantes, a las preguntas que formulan y las posibles dudas o bloqueos que tengan al interior de los grupos de trabajo. El profesor también debe revisar el material desarrollado por los estudiantes y verificar que se haya cumplido la meta de la tarea de construir un cubo. Se debe visualizar el proceso que los estudiantes desarrollaron y plasmaron en las hojas al momento de ejecutar la tarea y realizar los cálculos para verificar las respuestas de los estudiantes. El docente debe tener en

cuenta, como indicadores del cumplimiento de la meta, que los estudiantes identifiquen los elementos de la potenciación (la base, el exponente y la potencia) correctamente dentro de la estrategia que hayan escogido para la solución de la tarea y que los estudiantes relacionen directamente el exponente 3 con la palabra volumen y la palabra cubo.

5.2. Tarea 1.2 La hidra

El propósito de la tarea La hidra es que los estudiantes identifiquen los elementos de la potenciación (la base, el exponente y la potencia). Para solucionar la tarea, utilizamos palitos de paleta de manera que, al realizar la actividad de compartirlos entre los estudiantes, ellos observen el patrón de crecimiento en la cantidad de palitos compartidos en cada momento. De esta manera, los estudiantes pueden comprender el comportamiento de un diagrama de árbol, el uso del algoritmo de la potenciación y la construcción de una tabla de valores. También, se espera que los estudiantes analicen la situación problema, identifiquen la pregunta y asocien, en el gráfico, la hidra con la base, los días con el exponente y las cabezas con el resultado de la potencia.

Meta

Con el desarrollo de esta tarea, se espera que los estudiantes identifiquen los términos de la potenciación mediante el uso de los sistemas de representación pictórico y numérico. Esperamos que los estudiantes adquieran la capacidad de resolver problemas que involucren la potencia. La tarea contribuye a superar la dificultad asociada a la identificación de los términos de la potenciación.

Requisitos

La tarea requiere que el estudiante resuelva situaciones que implican el uso de la multiplicación reiterada. También, requiere que los estudiantes conozcan y usen el diagrama de árbol como estrategia para resolver situaciones matemáticas. Estas estrategias le permitirán al estudiante encontrar el número de cabezas de la hidra o la potencia sin usar el algoritmo de la potenciación.

Formulación

Sugerimos que el docente realice una breve explicación de la tarea impresa que se le entrega a los estudiantes y explique cómo se utilizan los palitos de paleta de acuerdo con las instrucciones dadas en la formulación de la actividad. A continuación, presentamos la formulación de la tarea la hidra.

La Hidra de Lerna es un personaje de la mitología griega que aparece dentro de una de las doce tareas de Hércules. Se pensaba que la hidra era invencible porque cada vez que se le cortaba una cabeza al siguiente día le nacían dos cabezas en su lugar, como se observa en la siguiente imagen.



El estudiante A entrega un palito al estudiante B (momento 0), luego el estudiante B devuelve el doble que recibió al estudiante A (momento 1), así mismo, el estudiante A entrega el doble de lo recibido por el estudiante B (momento 2). El anterior procedimiento se repite hasta llegar a 7 momentos. Toma apuntes de lo ocurrido.

Utiliza los apuntes hechos con tu compañero y contesta la siguiente pregunta. Si un héroe intenta vencer la Hidra desde el momento en que tenía una sola cabeza, ¿cuántas cabezas tendrá la hidra en el décimo día? Con tu compañero, realiza un diagrama de árbol, tabla o dibujo para establecer cuántas cabezas tendrá la hidra en el décimo día si se cortan a diario.

Tomado de, <https://www.smartick.es/blog/matematicas/algebra/problemas-con-potencias/>

Con esta tarea pretendemos, que los estudiantes identifiquen los elementos de la situación que varían y los relacionen con los términos de la potenciación. Los días están relacionados con el exponente, las dos cabezas del día uno están relacionadas con la base y la cantidad de cabezas en cada día están relacionadas con la potencia.

Conceptos y procedimientos

Los conceptos que forman parte de la tarea son los elementos de la potenciación (base, exponente y potencia) y el concepto de conteo. Los procedimientos que se esperan que los estudiantes utilicen al desarrollar la tarea son el algoritmo de la potenciación, el dibujo de elementos, el conteo de elementos, diagrama de árbol y la elaboración de una tabla de datos.

Sistemas de representación

Con la T1.2, los estudiantes trabajan en el sistema de representación simbólico ($a^n = b$) al momento de aplicar el algoritmo de la potenciación. El sistema de representación pictórico permite ordenar de manera visual la situación de la tarea. El sistema de representación simbólico permite a los estudiantes identificar las variables y el sistema de representación numérico les permite establecer valores para operar y obtener una respuesta inmediata. Se espera que los estudiantes elaboren un esquema de la situación planteada, identifiquen los elementos y los ubiquen en el lugar correspondiente para identificar los términos de la potenciación implícitos en el problema.

Contexto PISA

Podemos ubicar la tarea la hidra en el contexto social según el marco PISA. La hidra era un ser que afectaba a toda una comunidad. El héroe que mencionamos en la tarea realiza una actividad social al liberar a la población cuando elimina a la hidra.

Materiales y recursos

Los materiales necesarios para el desarrollo de la tarea son hojas de papel, regla, lápiz y borrador. Además, el profesor determina si envía la copia de la tarea de manera virtual o la entrega impresa al estudiante. El recurso que se utilizará en esta tarea son los palitos de paleta para que los estudiantes hallen la potencia y lo asocien con el número de cabezas de acuerdo con el día.

Agrupamiento e interacción

Los estudiantes trabajan por parejas para intercambiar los palitos de paleta y construir el diagrama de árbol. El profesor debe estar pendiente de las actuaciones de los estudiantes y realizar orientaciones en el momento que los estudiantes lo requieran. Por último, los estudiantes resuelven y justifican la tarea.

Temporalidad

Esta tarea está diseñada para ser implementada en 55 minutos: 10 minutos para dar indicaciones y orientaciones de la solución de la tarea y analizar su pregunta a solucionar, 5 minutos de organización de estudiantes, 20 minutos para que realicen procedimientos y procesos matemáticos y lleguen a la solución, 5 minutos para preparar la exposición, 5 minutos de exposición y 10 minutos de retroalimentación, conclusiones y cierre.

Errores y ayudas

Los estudiantes pueden incurrir en algunos errores cuando abordan la tarea. Por ejemplo, ellos pueden multiplicar la base con el exponente (E5). En este caso, el docente debe activar la ayuda A5 y sugerir que revisen los apuntes de las clases anteriores para la forma de operar la potenciación. Los estudiantes también pueden confundir las variables de base y exponente para completar la tabla de datos (E43). El docente puede proporcionar la ayuda A43 y presentar un ejemplo para hallar la potencia con los datos base. El listado completo de errores se encuentra en el anexo 01 y el listado completo de ayudas en el anexo 04.

Grafo de criterios de logro

En la figura 15, presentamos el grafo de criterios de logro de la T1.2. Tenemos previstas cuatro estrategias de solución. En la primera estrategia de solución, con los criterios de logro 1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.12 y 1.18, los estudiantes utilizan el algoritmo de la potenciación. En la segunda estrategia de solución, se activan los criterios de logro 1.1, 1.2, 1.4, 1.9, 1.11, 1.16, 1.18. En esta estrategia, el estudiante utiliza gráficas de elementos. En la tercera estrategia, se activan los criterios de logro 1.1, 1.2, 1.4, 1.9, 1.11, 1.16, 1.18, para elaborar un diagrama de árbol. En la cuarta estrategia de solución, con los criterios de logro 1.1, 1.2, 1.4, 1.10, 1.17, 1.18, los estudiantes pueden utilizar una tabla de datos para resolver la tarea.

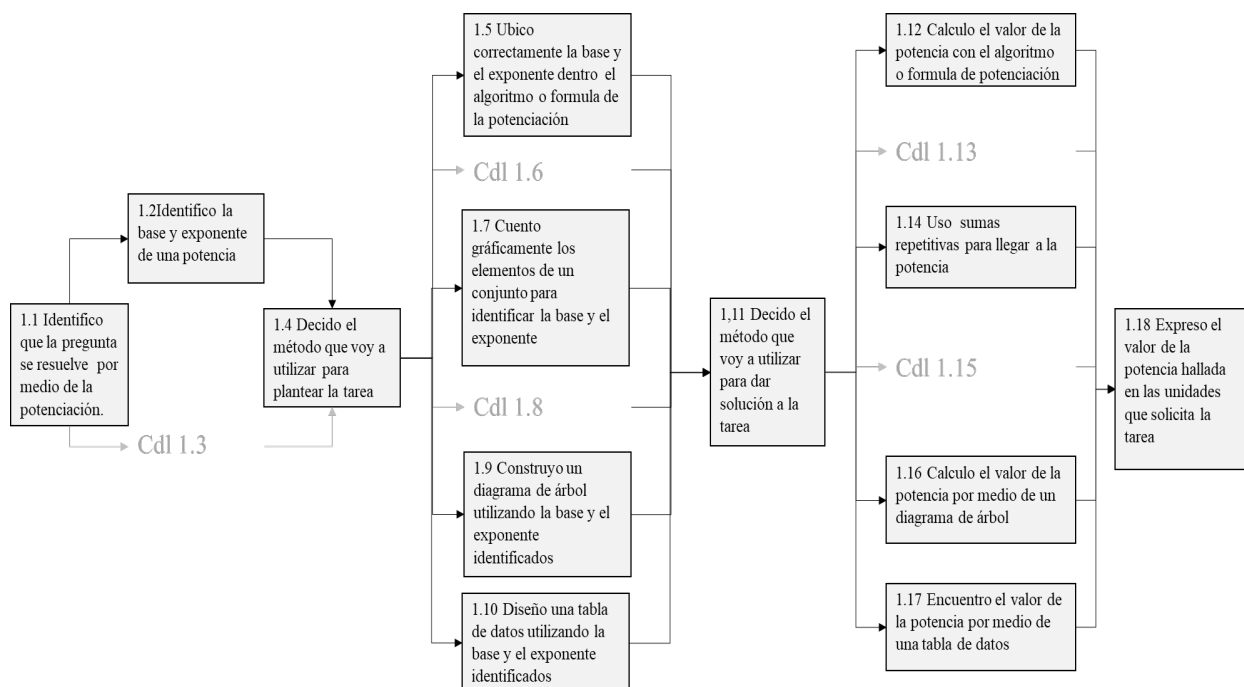


Figura 15. Grafo de criterios de logro de la tarea 1.2

Actuación del profesor

El docente debe asegurarse que todos los estudiantes tengan las guías, las hojas y los palitos de paleta. El profesor debe estar pendiente de que todos los estudiantes realicen la lectura de la tarea e identifiquen los elementos de la potenciación base y exponente. Luego, el docente debe verificar que los estudiantes identifiquen la potencia y la relacionen con el contexto. También, el profesor debe estar pendiente de las posibles preguntas que surjan por parte de los estudiantes para activar las ayudas diseñadas. Por último, el docente conduce las conclusiones de la actividad y realiza la retroalimentación y sugerencias para futuras actividades.

Sugerencias metodológicas

Es importante tener en cuenta que en esta tarea se debe hacer énfasis en los diagramas de árbol de manera que el estudiante tenga claro que parten de una cabeza de la hidra y, a esta, le nacen dos cabezas y, a cada una de esas dos cabezas, le nacen dos más. La anterior situación, además de ser vivencial o manipulativa con los palitos de paleta, también se pueda graficar con un diagrama de árbol. Para hacer esta representación, es necesario tener en cuenta el número de cabezas, los días en que ocurre la situación, y cómo estas variables se relacionan con la base, el exponente y la potencia.

Si se genera la misma pregunta dos o más veces por diferentes parejas, sugerimos realizar un alto en la actividad y aclarar al grupo grande la pregunta. En caso de que no se cuente con los palitos de paleta para el desarrollo de la actividad, se puede cambiar a otros elementos de bajo costo, como, por ejemplo, tapas de gaseosa o bolitas de papel reciclado. También se podría utilizar una hoja y se simulan los palitos de paleta con líneas, como la presentamos en la figura 16.

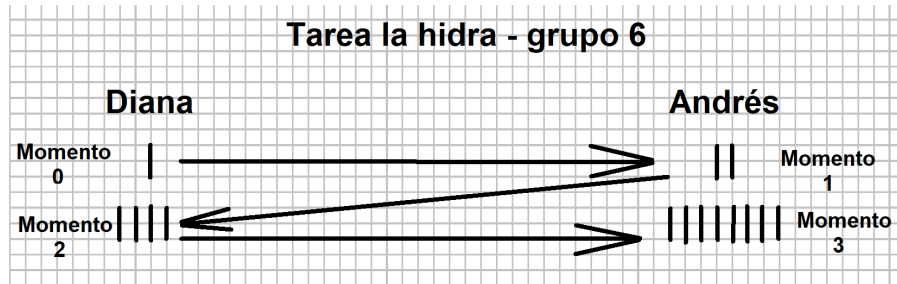


Figura 16. Propuesta de trabajo estudiantes T1.2

Evaluación

Para la evaluación de la T1.2, es necesario que el profesor esté atento a la actuación de los estudiantes, a las preguntas que formulan y las posibles dudas o bloqueos que tengan al interior de las parejas de trabajo. También debe revisar el material desarrollado por los estudiantes y verificar que se haya cumplido la meta de la tarea. El debe visualizar el proceso que los estudiantes desarrollaron y plasmaron en las hojas al momento de ejecutar la tarea y realizar cálculos para verificar las respuestas de los estudiantes. Para esta tarea, se evalúa que los estudiantes puedan relacionar los términos de la potenciación con las ramificaciones de árbol, las variables del problema, las cabezas de la hidra y el número de días en los que ocurre el proceso.

5.3. Tarea 2.1 Ronda final del concurso

Esperamos que, en este punto, los estudiantes ya conozcan los términos de la potenciación, manejen del algoritmo y utilicen el diagrama de árbol. Por consiguiente, esperamos que aprendan a usar otra estrategia de solución en la que construyan tablas para dar solución a la tarea. En esta tarea, haremos énfasis en el uso de tablas. Se pide a los estudiantes completar una tabla que contiene las variables de base, exponente y potencia.

Meta

La meta de la tarea consiste en identificar la base y exponente en una tabla de datos que les permita dar solución a la tarea. Con esta tarea, esperamos que los estudiantes usen otra estrategia de solución por medio del sistema de representación tabular. Este sistema de representación permite que los estudiantes comprendan el significado de los términos de la potenciación desde otra perspectiva.

Requisitos

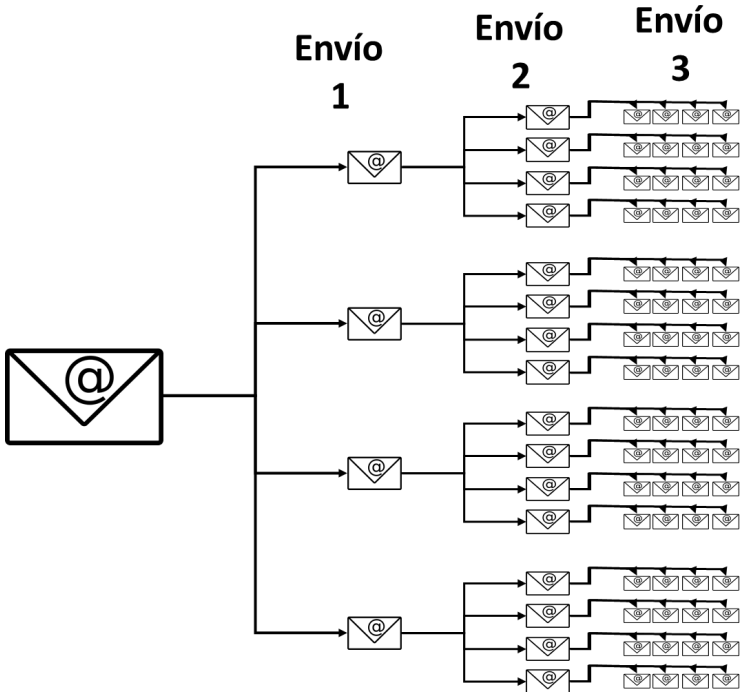
El estudiante identifica los términos de la potenciación, manejo del algoritmo y reconoce que la situación se resuelve con la potenciación.

Formulación

La formulación comienza con una breve explicación de la situación considerada para esta tarea. A continuación, presentamos la T2.1.

La ronda final del concurso de bandas de rock se realizará en un gran estadio. La banda Complejos Cuadrados regalará 10000 entradas por las redes sociales. El líder de la banda enviará

un e-mail a sus 4 mejores amigos roqueros. Luego, cada uno de los amigos debe enviar a cuatro nuevos amigos un e-mail de regalo de boletas, y así sucesivamente. El siguiente diagrama de árbol muestra los correos enviados a partir de uno de los amigos roqueros de acuerdo con la condición mencionada.



¿Cuántos envíos son necesarios para cubrir las 10000 entradas que regalan? Puedes utilizar la siguiente tabla.

	Base	Exponente	Potencia
4^1	4		
4^2			
4^3			
4^3			

Conceptos y procedimientos

Los conceptos que forman parte de la tarea son los elementos de la potenciación (base, exponente y potencia). Los procedimientos que esperamos que los estudiantes utilicen al desarrollar la tarea son construcción de una tabla de datos en las que tengan en cuenta las variables que se relacionan con los términos de la potenciación.

Sistemas de representación

Con esta tarea, los estudiantes trabajan en el sistema de representación tabular al diseñar y construir una tabla de datos. Además, el sistema de representación simbólico está presente al utilizar la respuesta obtenida y confirmar su veracidad con el algoritmo de la potenciación.

Contexto PISA

Ubicamos la tarea dentro del contexto social debido a que la tarea se encuentra en un nivel de organización de un evento. La entrega de boletas se realiza por medio de correos electrónicos a cuatro amigos cercanos.

Materias y recursos

El recurso es la guía impresa con la tarea y la tabla con las variables base potencia y exponente, y los materiales son hojas y lápices para el desarrollo de la actividad.

Agrupamiento e interacción

El agrupamiento de los estudiantes para resolver esta tarea es similar al agrupamiento propuesto para la tarea construir un cubo. Se conforman grupos cooperativos de 4 personas en los que se asignan los roles de secretario, vocero, relojero y encargado de material. La interacción de los estudiantes se trabajará en cuatro momentos. En un primer momento, los estudiantes leen el problema. Después, los integrantes del grupo deben generar estrategias de solución. Durante este proceso, el docente pasa por los grupos y hace preguntas que permitan orientar a los estudiantes cuando presenten dudas. Por último, el vocero realiza una breve sustentación acerca de cómo el grupo solucionó la tarea.

Temporalidad

La actividad tiene una duración de 55 minutos que se distribuye así: 10 minutos para hacer una activación y reconocimiento del material, 30 minutos para desarrollar la tarea y justificarla, y 15 minutos para hacer retroalimentación, evaluación y cierre.

Errores y ayudas

Los estudiantes pueden incurrir en el error de ubicar los elementos de la potenciación en lugares inadecuados al momento de elaborar tablas de datos; por ejemplo, ellos pueden confundir la ubicación de la base y la potencia dentro de una tabla de datos (E38). El docente debe activar la ayuda A38 y explicar por medio de un ejemplo cómo identificar la base y exponente en una tabla de datos. El docente puede proporcionar la ayuda A33 al estudiante con un ejemplo previo de los apuntes en los que se evidencie que la potencia identificada no corresponde a la cantidad de ramas del diagrama de árbol presentado en la formulación de la tarea. El listado de errores se encuentra en el anexo 01 y el listado de ayudas en el anexo 04.

Grafo de criterios de logro

En la figura 17, presentamos el grafo de criterios de logro en el que se encuentran las diferentes estrategias para la solución de la T2.1. El estudiante puede construir una tabla de datos para hallar el valor de la potencia y para contextualizar la respuesta. De esta forma, activará los criterios de

logro 2.1, 2.2, 2.4, 2.7, 2.8, 2.14, 2.15. Otra posible estrategia de solución consiste en utilizar el diagrama de árbol y activar los criterios de logro 2.1, 2.2, 2.4, 2.5, 2.6, 2.14, 2.15. Con esta estrategia se espera que los estudiantes identifiquen el exponente y lo contextualicen en la respuesta.

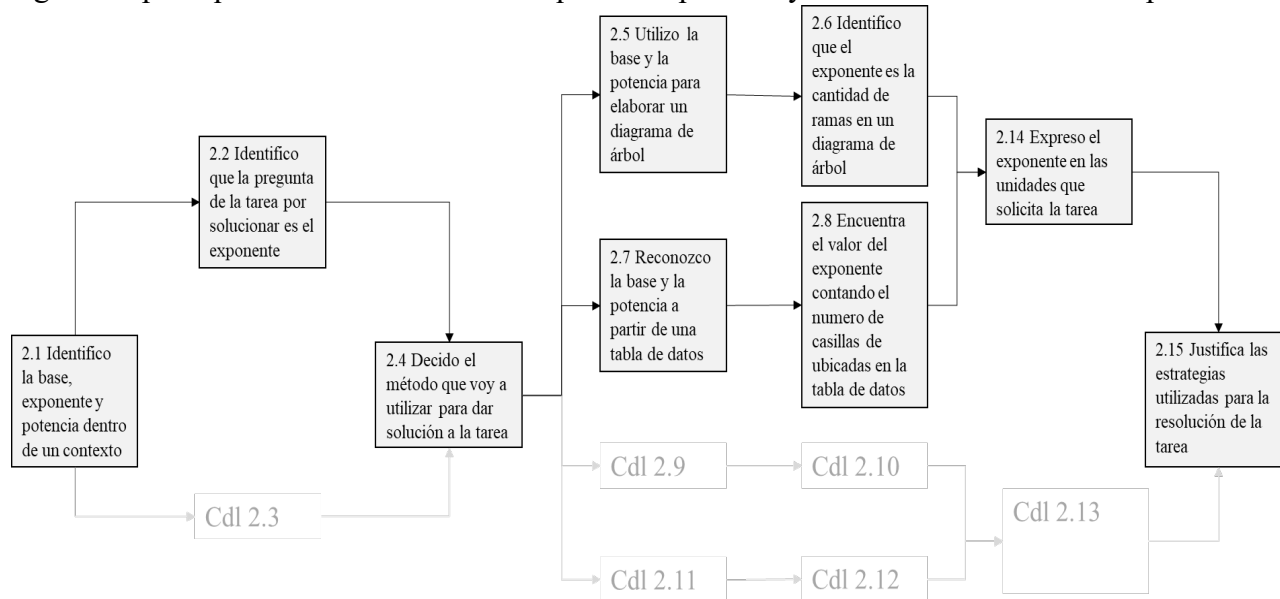


Figura 17. Grafo criterios de logro de la T2.1

Actuación del profesor

El docente debe ser un facilitador de las guías de trabajo y los elementos para el desarrollo de la tarea. Sugerimos que siga los siguientes pasos: (a) verificar que todos los estudiantes tengan las guías de trabajo y los materiales necesarios y suficientes para el desarrollo de la actividad; (b) realizar seguimiento en la lectura de la tarea y la identificación de los elementos base y potencia; (c) verificar que los estudiantes identifiquen que la pregunta está relacionada con el elemento de la potenciación exponente y lo relacionen con el contexto; (d) estar atento a las posibles preguntas que surjan por parte de los estudiantes para activar las ayudas diseñadas; y (e) moderar las conclusiones de la actividad, realizar la retroalimentación y hacer sugerencias para futuras actividades.

Sugerencias metodológicas

Sugerimos a los docentes que, en el momento de la asignación de grupos, sean los estudiantes quienes decidan los grupos a conformar, con la condición de que no se conformen grupos con dos o más integrantes que hayan trabajado en las tareas anteriores, con el fin de que el estudiante pueda interactuar con los demás miembros del salón. De esta manera, los estudiantes podrán tener un mejor panorama de otras dinámicas de trabajo con sus compañeros y fortalecer el criterio de selección de equipos de trabajo para futuras actividades. Sugerimos que, si se genera la misma pregunta dos o más veces por diferentes grupos, el profesor realice un alto de la actividad y aclare al grupo grande los interrogantes que se presentan. Sugerimos a los docentes recordar a los estudiantes la meta de la tarea de manera que ellos tengan claro que la tarea se debe resolver haciendo uso de una tabla de datos en la que es importante diferenciar el exponente, la base y la potencia. Así

mismo, sugerimos hacer énfasis en la pregunta a solucionar para que al finalizar la tarea los estudiantes enfoquen sus respuestas a lo solicitado en la tarea.

Evaluación

El profesor debe estar atento a la actuación de los estudiantes, a las preguntas que formulan, y a las posibles dudas o bloqueos que tengan al interior de los grupos de trabajo. También debe revisar el material desarrollado por los estudiantes; verificar que se haya cumplido la meta de la tarea; visualizar el proceso que los estudiantes desarrollaron y plasmaron en las hojas al momento de ejecutar la tarea; y realizar cálculos para verificar las respuestas de los estudiantes. El profesor debe tener como indicadores de meta que los estudiantes identifiquen los elementos de la potenciación en el texto de la tarea y el diagrama de árbol en la información inicial y solucionen la tarea por medio de una tabla de datos y contextualicen la respuesta según lo solicitado en la pregunta.

5.4. Tarea 2.2 El ajedrez

Con esta tarea, esperamos que los estudiantes manejen todas las estrategias vistas en las anteriores tareas: uso del algoritmo y manejo de diagramas de árbol y tablas para dar respuesta al cuestionamiento y justificar los procedimientos. El énfasis de esta tarea es que los estudiantes justifiquen los procedimientos de manera que se pueda observar que tienen claro la función de la base, del exponente en una situación problema exponencial.

Meta

La meta para la T2.2 consiste en identificar los elementos de la potenciación dentro de un contexto y solucionar la pregunta relacionada con la base sin utilizar la radicación al usar un diagrama de árbol o una tabla de datos. También, los estudiantes deben justificar ante el grupo de compañeros la solución y el desarrollo de la tarea. De esta manera, la tarea complementa lo aprendido en la T2.1 y en consecuencia al segundo objetivo.

Requisitos

La tarea requiere que el estudiante use la multiplicación con productos reiterados e identifique los datos proporcionados por el problema. Los requisitos están relacionados con los conocimientos adquiridos al desarrollar las T1.1, T1.2 y T2.1: la identificación de la base, el exponente y la potencia y su relación al construir un diagrama de árbol o tabla de datos.

Formulación

La formulación comienza con una breve explicación de la tarea impresa que se entrega a los estudiantes. A continuación, presentamos la T2.2.

Carlos y David son amigos que jugaron 5 partidas de ajedrez, de las cuales David ganó 3. Luego tuvieron la siguiente conversación:

Carlos: David ¿qué quieres de premio por haberme ganado?

David: Como me gustan las frutas, yo quiero naranjas.

Carlos: No hay problema ¿Cuántas naranjas quieres?

David: Como estuvimos jugando ajedrez, si me resuelves el siguiente reto, no me deberías nada.

Carlos: Y ¿si no lo resuelvo?

David: Me pagas la cantidad de naranjas de la respuesta.

Carlos: Me parece justo, hazme la pregunta.

David: Vas a utilizar la potenciación y el tablero de ajedrez. Cada casilla será el valor del exponente. En la casilla 7 el resultado debe ser menor a 6000 y en la casilla 8 debe ser mayor a 6000. ¿Cuál es la cantidad de naranjas que se deben poner en la primera casilla para que se cumpla esta condición? Te doy una pista, es la base de una potenciación.

(tomado de https://secst.cl/colegio-online/docs/01062020_1101am_5ed53484b01cc.pdf)

1	2	3	4	5	6	7	8
?						<6000	>6000

Conceptos y procedimientos

Al abordar la T2.2, el estudiante debe tener claro el manejo de diagrama de árbol y el concepto tabla de datos. Los conceptos que forman parte de la tarea son los elementos de la potenciación (potencia y exponente) y la pregunta que se relaciona con la base. Los procedimientos que se esperan que utilicen los estudiantes al desarrollar la tarea son la construcción de diagrama de árbol y la construcción de una tabla de datos.

Sistemas de representación

Con esta tarea, se espera que los estudiantes usen todos los sistemas de representación vistos y trabajados en las anteriores tareas; en particular, el sistema de representación tabular y el sistema de representación pictórico. Se espera que los estudiantes, a partir de los procedimientos, justifiquen la respuesta y presenten explicaciones y argumentos en el contexto del problema, además que comprendan la relación entre el contexto de la tarea y el sistema de representación que usaron para dar respuesta.

Contexto PISA

Ubicamos la tarea dentro del contexto personal (PISA, 2012) debido a que la tarea se relaciona con la interacción de un juego común para los estudiantes.

Materias y recursos

El recurso es la guía impresa con la tarea con la representación pictórica del ajedrez que permite contextualizar la situación y los materiales son hojas y lápices.

Agrupamiento e interacción

Los estudiantes trabajan en parejas para intercambiar ideas durante el desarrollo de la actividad. En un primer momento, los estudiantes realizan la lectura de la tarea. Luego, llegan a acuerdos para el diseño y puesta en marcha de la estrategia de solución. El profesor pasa por los puestos para resolver las preguntas y aclarar las dudas que generen los estudiantes durante el desarrollo de la tarea. Por último, uno de los integrantes realiza una breve sustentación acerca de cómo el grupo solucionó la tarea.

Temporalidad

La actividad tiene una duración de 55 minutos que se distribuye así: 10 minutos activar y reconocer el material, 30 minutos para desarrollar la tarea y justificarla, y 15 minutos para hacer la retroalimentación, la evaluación y el cierre.

Errores y ayudas

Los estudiantes pueden incurrir en errores durante el desarrollo de la tarea como hallar el valor de la base en una tabla de datos. Por ejemplo, el estudiante puede hallar el valor de la base al dividir la potencia por el exponente (E41). El docente puede intervenir y activar la ayuda A4: le presenta al estudiante un ejemplo para hallar la base con los datos potencia y exponente. El estudiante también puede incurrir en el error de hallar el valor de la base en un diagrama de árbol; por ejemplo, responde a la pregunta al relacionar la base con el conteo de todos los elementos del diagrama de árbol (E35). En este caso, el docente puede implementar la ayuda A35 en la que le presenta al estudiante un ejemplo previo de los apuntes que evidencie que la base identificada no corresponde a la cantidad de elementos del diagrama de árbol. El listado de errores se encuentra en el anexo 01 y el listado de ayudas en el anexo 04

Grafo de criterios de logro

En la figura 18, presentamos el grafo de criterios de logro en el que se encuentran las diferentes estrategias para la solución de la T2.2. Para esta tarea, tenemos previstas dos estrategias de solución. En la primera, se activan los criterios de logro 2.1, 2.3, 2.4, 2.9, 2.10, 2.13 y 2.15: se utiliza el diagrama de árbol para hallar el valor de la base que solicita la tarea. La segunda estrategia de solución de la tarea consiste diligenciar una tabla de datos en la que identifica las variables relacionadas con los elementos de la potenciación y contextualiza la respuesta. En esta estrategia, se activan los criterios de logro 2.1, 2.3, 2.4, 2.11, 2.12, 2.13 y 2.15.

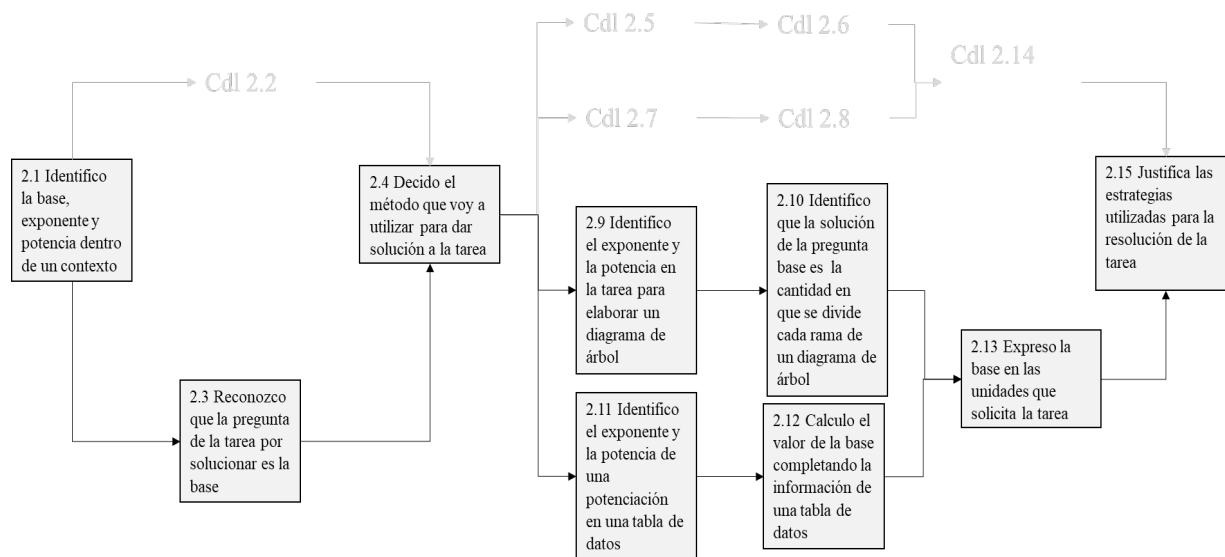


Figura 18. Grafo criterios de logro T2.2.

Actuación del profesor

La actuación del profesor es similar a la presentada en la tarea Ronda final del concurso. El docente debe asegurarse que todos los estudiantes tengan las guías de trabajo y elementos para el desarrollo de la tarea. El profesor debe pasar por las parejas de trabajo y verificar que realicen la lectura de la tarea y que identifiquen los elementos exponente y potencia. Luego, el docente debe asegurarse que los estudiantes identifiquen que la pregunta está relacionada con el elemento de la potenciación base y lo relacionen con el contexto. También, el docente debe estar atento en todo momento a las posibles preguntas que los estudiantes planteen para activar las ayudas. Por último, el docente debe moderar las conclusiones de la actividad, realizar la retroalimentación y proponer sugerencias para futuras actividades.

Sugerencias metodológicas

Sugerimos para la implementación de esta tarea que se usen tableros de ajedrez o una plataforma virtual en la que los estudiantes hagan la simulación con piedritas, bolitas de papel o fichas en lugar de naranjas, para las primeras posiciones del tablero. Con esta ayuda, los estudiantes pueden pasar de lo concreto, a lo pictórico y finalmente a lo abstracto. Sugerimos dividir los grupos para que unos trabajen con el algoritmo, otro grupo resuelva la tarea con diagramas de árbol y otro grupo con tablas. Al finalizar la clase, los grupos exponen el trabajo realizado y justifican los procedimientos.

Evaluación

El docente debe estar pendiente de las acciones de los estudiantes. También, el profesor debe estar en constante acompañamiento con respecto a la entrega del material, el desarrollo de la actividad por parte de los estudiantes y el cumplimiento de la meta de la tarea. El profesor debe estar atento a que los estudiantes logren identificar los elementos de la potenciación, diseñar una tabla de datos

o un diagrama de árbol, hallar el valor de la base por la estrategia escogida por el grupo y contextualizar la respuesta. También debe evidenciar el proceso que los estudiantes utilizaron para la solución de la tarea. Por último, él debe realizar cálculos para verificar las respuestas de los estudiantes.

6. EXAMEN FINAL

Para evaluar la implementación de las tareas de aprendizaje de la unidad didáctica, proponemos el examen final. El examen final permite al profesor evaluar a los estudiantes en relación con el contenido del tema de la potenciación en los números naturales de nuestra unidad didáctica. Además, permite evaluar la implementación de las tareas de aprendizaje y el alcance de los objetivos. En este apartado, también presentamos la rúbrica de evaluación bajo los niveles de desempeño estipulados por el MEN. Los resultados de los exámenes finales realizados por los estudiantes proporcionan al docente una amplia información acerca de conocimientos y habilidades adquiridas o no adquiridas, como la identificación de los términos de la potenciación, el manejo del algoritmo, el uso de sistemas de representación que involucren la potenciación y la solución de problemas con la potenciación en los naturales. El examen final se debe implementar de manera individual.

Diseño del examen final

El examen final que proponemos consta de siete preguntas. Las tres primeras preguntas están enfocadas a identificar los elementos de la potenciación (la base, el exponente y la potencia) y el uso del algoritmo de la potenciación. También, estas preguntas están enfocadas en recolectar información acerca del uso del algoritmo de la potenciación como multiplicación reiterada en diferentes contextos e identificar la pregunta a solucionar relacionada con la potencia. Las preguntas 4, 5 y 6 están enfocadas a que se puedan resolver con los sistemas de representación de diagrama de árbol y tabular. Estas tres preguntas están relacionadas con hallar la base o el exponente. Con el punto 7, esperamos que los estudiantes no solo usen los sistemas de representación sino también los gráficos, el algoritmo, utilicen estrategias para resolver situaciones de crecimiento exponencial y argumenten o propongan soluciones.

Examen final

A continuación, presentamos la formulación del examen final para nuestra unidad didáctica.

Responde las siguientes preguntas. No olvides escribir los procedimientos realizados.

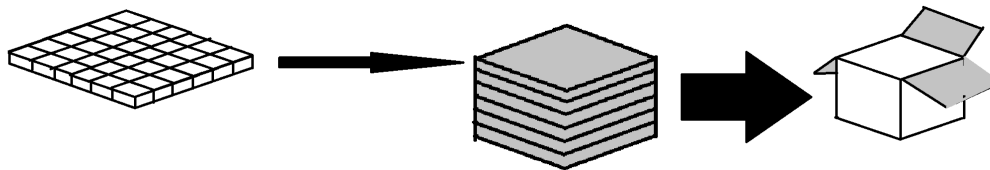
1) Urbanizaciones

En una ciudad se han construido 9 urbanizaciones. Cada urbanización tiene 9 bloques. En cada bloque, hay 9 pisos y, en cada piso, hay 9 apartamentos. ¿Cuántos apartamentos hay en todas las urbanizaciones?

Juan, un niño de séptimo grado, dice que el total es 6561 pisos, pero Andrés, otro estudiante del curso, le dice que está equivocado. ¿Quién tiene la razón y por qué?

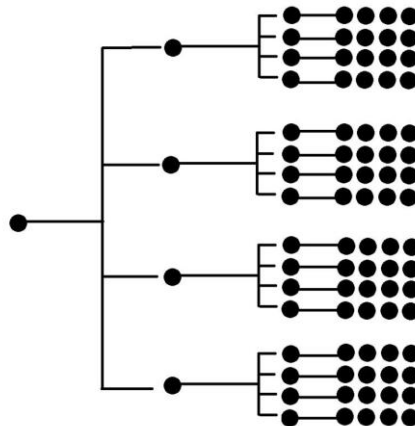
2) Fábrica de chocolates

En una fábrica de dulces, se empacan chocolates en cajas. Cada caja contiene 6 paquetes y cada paquete tiene 6 filas con 6 unidades cada una, como se muestra en la figura ¿Cuántos chocolates hay en cada paquete? ¿Cuántos chocolates hay en 6 cajas?



3) La Junta

La presidenta de la junta de acción comunal del conjunto Las acacias debe dar a conocer una decisión a todos los vecinos. Como no dispone de fondos para papel, propone la siguiente estrategia para difundirla. La presidenta comunica el acuerdo a cuatro miembros de la junta y les pide, a cada uno de ellos, que lo comuniquen a cuatro vecinos. Cada persona que recibe el mensaje debe informar a cuatro personas más y así sucesivamente. La comunicación se realiza cada hora. El siguiente diagrama de árbol es la respuesta que Santiago, un estudiante de séptimo grado, presenta como estrategia para dar solución a la pregunta.



- ¿La respuesta de Santiago es correcta? Justifica tu respuesta.
- Construye una tabla de datos que represente la situación y escribe la operación que permita solucionar la pregunta.
- ¿Cuántos vecinos estarán enterados después de 5 horas?

4) Modelo de propagación de un virus

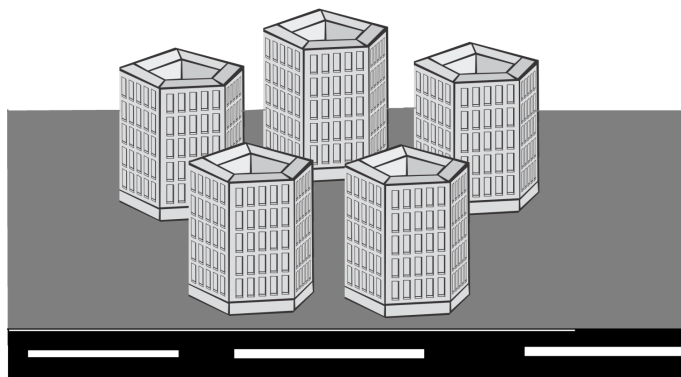
Algunos matemáticos lograron crear un modelo de propagación de cierto virus y llegaron a la conclusión de que una persona infectada puede infectar otras cuatro personas diariamente. Escribe el modelo creado por los científicos. Si se supone que la primera persona se contagia el lunes, ¿en qué día de la semana se habrán contagiado más de 5000 personas?

5) Cadenas en redes sociales

Los analistas de Google realizaron un estudio sobre las cadenas y llegaron a la conclusión de que cada cadena se comparte en promedio cada cinco minutos a tres personas. ¿Cuánto tiempo llegarían a un millón de usuarios?

6) Ventanas

Estos edificios tienen el mismo número de ventanas en cada una de sus fachadas o frentes. ¿Cuántas ventanas hay en todo el conjunto residencial? Determina una expresión que permita calcular la cantidad de ventanas que tienen los cinco edificios en sus fachadas.



7) Análisis de datos

Juan, un científico, ha estado observando el comportamiento de una investigación y anota los resultados por horas en una tabla. Lastimosamente por descuido se le regó el café sobre la tabla. Ayúdale a Juan a completar la tabla.

Tiempo (horas)	0	1	2	5	8	10	12	15
Cantidad	1	3	9	243	6561	131223	531441	131223

Rúbrica de evaluación

La rúbrica de evaluación es una herramienta que se utiliza para el proceso evaluativo de los estudiantes y como carta de navegación del docente en el momento de emitir un concepto evaluativo para un estudiante. A continuación, presentamos la rúbrica del examen final.

Tabla 5
Rubrica de evaluación examen final

Nivel de logro	Indicadores
Superior (4.5 - 5.0)	El estudiante identifica las preguntas que corresponden al tema de potenciación, reconoce los términos de la potenciación dentro del texto y/o imagen presentada, utiliza sistemas de representación para dar solución a la tarea y contextualiza la respuesta en los términos solicitados por la pregunta. El estudiante no requiere de ayudas para la solución del examen. Responde correctamente siete preguntas. Presenta el examen completo dentro de los tiempos determinados.
Alto (3.8 - 4.4)	El estudiante incurre en errores relacionados con la identificación de la pregunta a solucionar. Solicita ayuda del docente para la comprensión de las preguntas. Resuelve correctamente seis preguntas. Presenta el examen completo dentro de los tiempos determinados.
Básico (3.0- 3,7)	El estudiante incurre en los errores relacionados con la identificación de la pregunta a solucionar y con el diseño y planteamiento de la estrategia escogida para la solución de la pregunta. Solicita ayuda del docente constantemente para la solución de varias preguntas. Resuelve correctamente 3 o 4 preguntas. Presenta la tarea completa dentro de los tiempos determinados.
Bajo (1.0- 2.9)	El estudiante incurre constantemente en errores de identificación de la pregunta a resolver, el diseño, el planteamiento y la solución de la pregunta. A pesar de la ayuda otorgada por el docente, el estudiante persiste en bloqueos para responder las preguntas. Resuelve menos de 3 preguntas correctamente. Presenta el examen incompleto.

7. CONCLUSIONES

La unidad didáctica que presentamos en este documento es el resultado del análisis realizado desde el referente teórico conocido como ciclo de análisis didáctico (Gómez, 2018). En este análisis, incluimos los aspectos que pueden influir en el proceso de enseñanza y aprendizaje del tema de potenciación en los naturales. A continuación, presentamos el proceso realizado por el grupo para obtener la cartilla final de la unidad didáctica para estudiantes de grado séptimo.

En primer lugar, concretamos el tema potenciación en los naturales para grado séptimo. La elección del tema estuvo sujeta a la revisión de documentos como los Estándares Básicos de Competencias, PISA 2012, los Derechos Básicos de Competencias MEN (2006), los Derechos Básicos de Aprendizaje MEN (2016) y el plan de área del Colegio San José de Castilla I.E.D para el año

2021. Luego, realizamos el análisis de contenido. Este análisis consistió en establecer la estructura conceptual del tema, los fenómenos que lo rodean, los sistemas de representación en los que se encuentra nuestro tema y delimitar los conceptos y procedimientos relacionados con el tema. Después, realizamos el análisis cognitivo que consistió en redactar las expectativas de aprendizaje u objetivos de la unidad didáctica, las expectativas afectivas y las limitaciones de aprendizaje. Con la información anterior, diseñamos dos tareas de aprendizaje para cada uno de los objetivos con las que esperamos que los estudiantes alcancen el propósito de la unidad didáctica. Durante el diseño de las tareas de aprendizaje, nos esforzamos por ofrecer a los estudiantes tareas dentro de un contexto cercano. Por último, se diseñó un examen final que consta de siete ejercicios que evidencian los progresos cognitivos de los estudiantes al finalizar el desarrollo de la unidad didáctica.

Después de realizar las actividades y los análisis mencionados en apartados anteriores, presentamos la primera versión de la unidad didáctica. Aplicamos esta versión en el Colegio Sa José de Castilla I.E.D. y los resultados se sistematizaron en un software llamado sistema ACE. Este software sirve para evidenciar las debilidades y fortalezas de la primera versión de la unidad didáctica. El sistema ACE se alimenta, entre otros, con los resultados obtenidos en los diarios del estudiante y el diario del profesor (que se encuentran en los anexos 05 y 06, respectivamente) y con los resultados de las tareas de aprendizaje y el examen final realizados por los estudiantes. Con los resultados obtenidos del sistema ACE, establecimos en qué medida cada estudiante alcanzó las metas de las tareas de aprendizaje y los objetivos propuestos para la unidad didáctica. Con la información obtenida, realizamos una nueva versión de la unidad didáctica. Posteriormente hicimos cambios en la estructura de las tareas de aprendizaje, ya que no motivaban a los estudiantes a desarrollar estas tareas por tener una redacción confusa. Identificamos nuevos errores en los que incurrieron los estudiantes y, a partir de esos errores, propusimos nuevas ayudas, modificamos los grafos de criterios de logro y dimos un nuevo enfoque a la redacción y diagramación del examen final con la finalidad que fuera más cercano al estudiante.

En este documento, presentamos la versión definitiva de nuestra unidad didáctica. Para futuras aplicaciones de la unidad didáctica, se generaron alternativas para que el colega pueda aplicarla con elementos de fácil adquisición y de bajo costo que mencionamos en los apartados de sugerencias metodológicas. El diseño de nuestra unidad didáctica no se limita en abordar situaciones de potenciación que se resuelven únicamente desde el sistema de representación numérico, sino que se brinda la oportunidad de explorar otras estrategias de solución desde lo pictórico, lo gráfico o lo tabular. Las tareas 1.1 y 1.2 permitieron abordar el primer objetivo cuando se trabajó en la identificación de los términos de la potenciación, el manejo del algoritmo de la potenciación y la resolución de problemas. Las tareas 2.1 y 2.2 permitieron abordar el segundo objetivo cuando se utilizaron estrategias que involucraban el uso de sistemas de representación. Esto permitió que los estudiantes no solo usaran el algoritmo, sino otras formas de resolver situaciones que involucren la potenciación en los naturales.

Durante el diseño final de nuestra unidad didáctica, encontramos dos posibles limitaciones para su implementación. Primero, los estudiantes no tienen los conocimientos previos que se requieren para la implementación de la unidad didáctica. Es importante que en el momento que se desee implementar esta unidad didáctica el docente haya indagado acerca del proceso académico de los estudiantes en el grado 6 y de esta forma tener garantizado que la mayoría de los estudiantes

del curso tengan los conocimientos previos. Segundo, el tiempo de implementación de la unidad didáctica es extenso. El docente debe realizar la planeación de la implementación de la unidad didáctica y garantizar que todas las sesiones se puedan llevar a cabo.

8. REFERENCIAS

- Cañadas, María C.; Gómez, Pedro; Pinzón, Andrés (2018). Análisis de contenido. En Gómez, Pedro (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 53-112). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Gómez, P. (Ed.). (2018). *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares*. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Ministerio de educación cultura y deporte. (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias*.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Autor.
- OECD Programme for International Assessment 2012. (2013). *PISA 2012 Released Mathematics Items* (págs. 8-51). Disponible en <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf>
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. En MEN, *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas* (pág. 84). Bogotá: Min educación.
- MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. En MEN, *Derechos Básicos de Aprendizaje* (pág. 30). Bogotá: Min educación.
- González, M., & Gómez, P. (2018). Análisis cognitivo. En M. G. González, *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (págs. 113-196). Bogotá: Universidad de los Andes: Uniandes
- Gómez, P., F, M. M., & Velazco, C. (2018). Análisis de instrucción. En P. M. Gómez, *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (págs. 197-268). Bogotá: Universidad de los Andes: Uniandes.