

## Cómo

Tal como le enunciamos en párrafos anteriores, la introducción de la aproximación en el currículo exige establecer la conexión entre las matemáticas y las ciencias experimentales en donde la modelación de situaciones problemáticas de las ciencias sea uno de los fundamentos.

La calculadora (numérica y gráfica), ya sea usada como instrumentos de exploración, en el sentido de que permite discutir sobre cuestiones como la exactitud, la precisión, el error de notaciones decimales; o cuando se usa para ver algo nuevo, es decir, construir aproximaciones; o para establecer las relaciones estructurales de una cierta fenomenología (ajuste de curvas) se constituye en la herramienta básica para el tratamiento de la aproximación en la educación básica. Hay que propiciar la aceptación de la argumentación y las inferencias inductivas que los estudiantes realizan informalmente como criterio de validación que estructuran la prueba en la construcción paso a paso del objeto matemático.

## Referencias bibliográficas

- ARTIGUE, M: (1998) Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental ¿ qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares ?. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* No 1 CLAME THOMSON Editores.
- CANTORAL, R., RESÉNDIZ, E. (1997) *Aproximaciones sucesivas y sucesiones*. Cuadernos Didácticos. VOL I. Grupo Editorial Iberoamérica.
- DAVIS, P., HERSH, R. (1997) *Experiencia matemática*. Ed Labor.
- LORENZO JAVIER DE (1993) La razón constructiva matemática y sus haceres. *Mathesis. Filosofía e Historia de las matemáticas*. VOL IX. Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional Autónoma de México.
- MORENO, L. (1996) Geometría Fractal y un nuevo diseño curricular. CINVESTAV-IPN
- MORENO, L. (1996) Una perspectiva sobre la demostración. CINVESTAV-IPN
- MONCHON, S. (1994) *Quiero aprender Cálculo*. Grupo Editorial Iberoamericano.
- VEGA, L. (1993) ¿ Pruebas o demostraciones ?. Problemas en torno a la idea matemática de demostración matemática *Mathesis. Filosofía e Historia de las matemáticas* . VOL IX. Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional Autónoma de México.

## UNA MIRADA A LA PROPORCIONALIDAD EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICAS

Edgar Alberto Guacaneme Suárez  
«una empresa docente»  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

Como lo reseñan diversas investigaciones, el libro de texto de matemáticas, concebido como instrumento asociado a la comunicación de saberes matemáticos, es el recurso mayoritariamente usado por los profesores. Específicamente, el TIMSS (Tercer Estudio Internacional en Ciencias y Matemáticas) muestra que el texto es utilizado para decidir qué temas enseñar y cómo enseñarlos, así como para determinar cuáles ejercicios y problemas solucionar. Esta posición privilegiada del texto, conduce indudablemente al reconocimiento de la necesidad de convertirlo en *objeto de estudio didáctico*, y, en consecuencia, de aprendizaje didáctico.

Una vez reconocido el texto escolar como vital objeto de estudio, es necesario admitir la existencia de múltiples

actividades de indagación en torno del mismo; éstas involucran aspectos tan generales como el papel que el texto escolar de matemáticas juega al interior de un currículo, o, aspectos tan particulares como la cantidad y variedad de representaciones de un mismo concepto utilizadas en su comunicación. De entre las múltiples actividades de indagación en torno del texto escolar de matemáticas, hemos seleccionado para el desarrollo del taller una de ellas. Ésta tiene que ver con el estudio de la estructura temática de las unidades que abordan temas matemáticos relativos a la proporcionalidad.

Para estudiar dicha estructura, hemos construido una estrategia que permite, cuando menos, lograr una visión general de los contenidos implicados en una unidad te-

mática y de sus posibles vínculos. Procederemos a través de un ejemplo para describir de manera concreta el desarrollo y resultados de esta estrategia. Para ello, asumiremos como temática de estudio un capítulo del texto *Dimensión Matemática 7* (Londoño y otros. Editorial Norma, 1993).

Este texto aborda el estudio de la proporcionalidad en un sólo capítulo, denominado *La proporcionalidad y sus aplicaciones*, dividido en ocho apartados. Los temas abordados en este capítulo se describen inicialmente a través de la estructura temática reportada en la siguiente tabla.

| 10. Proporcionalidad y aplicaciones. |  |
|--------------------------------------|--|
| 10.1                                 | Razones.                                 |
|                                      | 10.1.1 Concepto de razón.                |
|                                      | 10.1.2 Razones iguales.                  |
| 10.2                                 | Proporciones.                            |
|                                      | 10.2.1 Proporciones.                     |
|                                      | 10.2.2 Propiedades de las proporciones.  |
| 10.3                                 | Magnitudes.                              |
| 10.4                                 | Correlación y proporcionalidad..         |
| 10.5                                 | La función lineal y la función afín.     |
|                                      | 10.5.1 La función lineal.                |
|                                      | 10.5.2 Propiedades de la función lineal. |
|                                      | 10.5.3 La función afín.                  |
| 10.6                                 | Longitud de una circunferencia.          |
| 10.7                                 | Proporcionalidad inversa.                |
| 10.8                                 | Aplicaciones de la proporcionalidad.     |
|                                      | 10.8.1 Regla de tres simple.             |
|                                      | 10.8.2 Regla de tres compuesta.          |
|                                      | 10.8.3 Repartos proporcionales.          |
|                                      | 10.8.4 Tanto por ciento.                 |
|                                      | 10.8.5 Interés simple.                   |

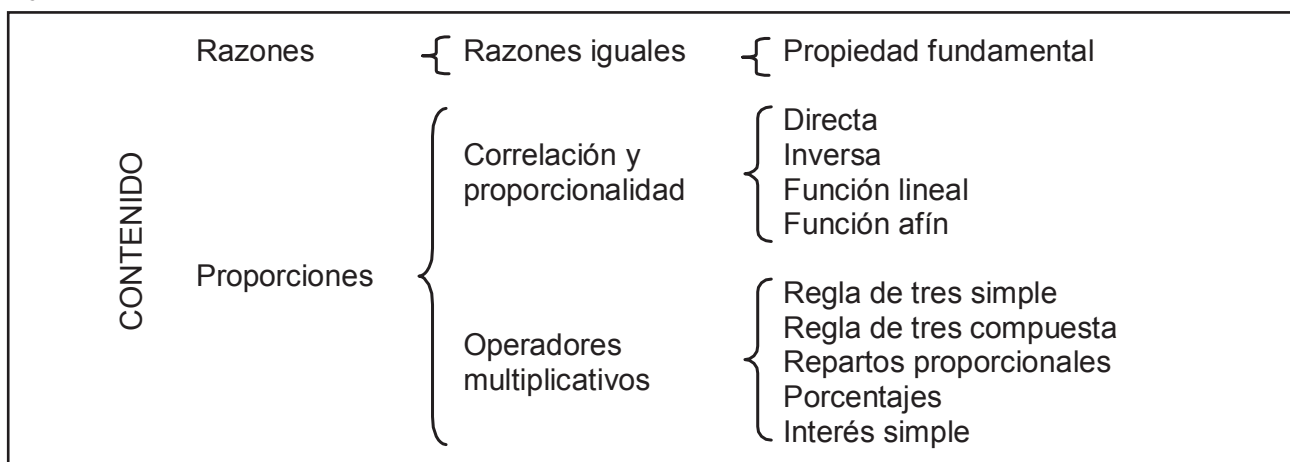
La estructura reseñada en la tabla si bien da cuenta de los temas abordados en la unidad temática, sólo lo hace a través de un listado de temas que, ofrecen poca información sobre la jerarquía, las posibles relaciones entre los temas, y los niveles de subordinación o intervención entre éstos. En un intento por dar cuenta de estas relaciones temáticas, el texto presenta la figura 1.

En este cuadro sinóptico, si bien se genera una jerarquía de tres órdenes para cada uno de los conceptos centrales (razones y proporciones), no contiene una explicación adjunta que justifique la ubicación de las temáticas y que de cuenta de las relaciones entre éstas. En consecuencia, consideramos que ni la tabla de contenido, ni el diagrama, logran explicitar las relaciones entre los temas. Por ello, nos dimos a la tarea de describir el contenido matemático, representar de manera esquemática las temáticas y sus vínculos, y realizar observaciones y comentarios surgidos de esta mirada.

### Descripción del contenido de la unidad temática

En el primer apartado (10.1 Razones) inicialmente aparece reseñado y definido el concepto de *razón entre números*. Luego se usa (sin definición previa) la idea de igualdad entre razones para definir *serie de razones iguales* y de éstas se enuncia su *propiedad fundamental*. En el apartado 10.2 Proporciones, se presenta el concepto de *proporción*, se hace una distinción entre *proporción continua* y *ordinaria*, se formula la *propiedad fundamental de las proporciones*, y se ejemplifica cómo a partir de esta propiedad se puede, de un lado, obtener otras proporciones, y, de otro lado, *calcular un término desconocido de una proporción ordinaria* o conti-

Figura 1



nua. En el apartado 10.3 Magnitudes, brevemente se aborda la idea de magnitud. A continuación, en el apartado 10.4 Correlación y proporcionalidad, atendiendo a la idea (no definición) de *razón constante entre las magnitudes* aunada a la definición de *magnitudes correlacionadas directamente* se define cuándo dos *magnitudes son directamente proporcionales*; en seguida, se establece que la *representación gráfica* (cartesiana) de la proporcionalidad directa entre dos magnitudes es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, y se establece una definición nominal de *función lineal*. Adicionalmente, se introduce la idea de proporcionalidad directa entre magnitudes obtenidas a partir de la diferencia de valores de otras magnitudes. El apartado 10.5 La función lineal y la función afín, inicia con la definición de *función lineal*, y reseña algunos aspectos de la *gráfica de la función lineal*, al igual que define *pendiente de la recta*; en seguida, reporta dos *propiedades de la función lineal*; y termina definiendo la *función afín*. El tratamiento del número  $p$  como *razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro*, así como la *fórmula de la longitud de la circunferencia* son los temas presentados en el apartado 10.6 Longitud de la circunferencia. Después, en el apartado 10.7 Proporcionalidad inversa, bajo la definición de *magnitudes correlacionadas inversamente* y la idea (sin definición) de *producto de magnitudes constante* (llamado *constante de proporcionalidad*) se define cuándo dos *magnitudes son inversamente proporcionales*; posteriormente se formula una *propiedad de las magnitudes inversamente proporcionales* que implica la idea (no definida previamente) de *razón entre dos valores de una misma magnitud*. Finalmente, el último apartado (10.8 Aplicaciones de la proporcionalidad) comienza con el tratamiento de la *regla de tres simple*, tanto *directa*, como *inversa*; en ambas -a partir del reconocimiento del tipo de correlación y proporcionalidad- se plantea una proporción con un valor desconocido y luego éste se calcula; también se induce una manera de solucionar el problema que involucra *operadores multiplicativos*. Luego se establecen las condiciones de la *regla de tres compuesta* -en general-, y de cuándo ésta es *directa*, *inversa* o *mixta*; para solucionar los problemas de este tipo también se recurre a los operadores multiplicativos. Posteriormente, a partir del reconocimiento del tipo de proporcionalidad, de la escritura de razones (o productos iguales) y del uso de la propiedad fundamental de la serie de razones iguales, se resuelven problemas de *reparto proporcional*. En seguida, se establece el *tanto por ciento* como un operador fraccionario multiplicativo, y bajo esta interpretación se resuelven algunos problemas; otros problemas utilizan otra interpretación del tan-

to por ciento, ligada a la idea de proporción generada por una situación de proporcionalidad directa. Finalmente, se aborda el tratamiento del *interés simple*, tema en el cual se establecen los términos *capital*, *interés*, *tiempo*, y *rata*, *tasa porcentual* o *tanto por ciento*, entre los cuales se enuncia la existencia de correlación directa y se presenta una *fórmula para calcular el interés simple* (en la que interviene un operador multiplicativo) que los relaciona, misma que se utiliza para calcular el capital, el tiempo o la rata.

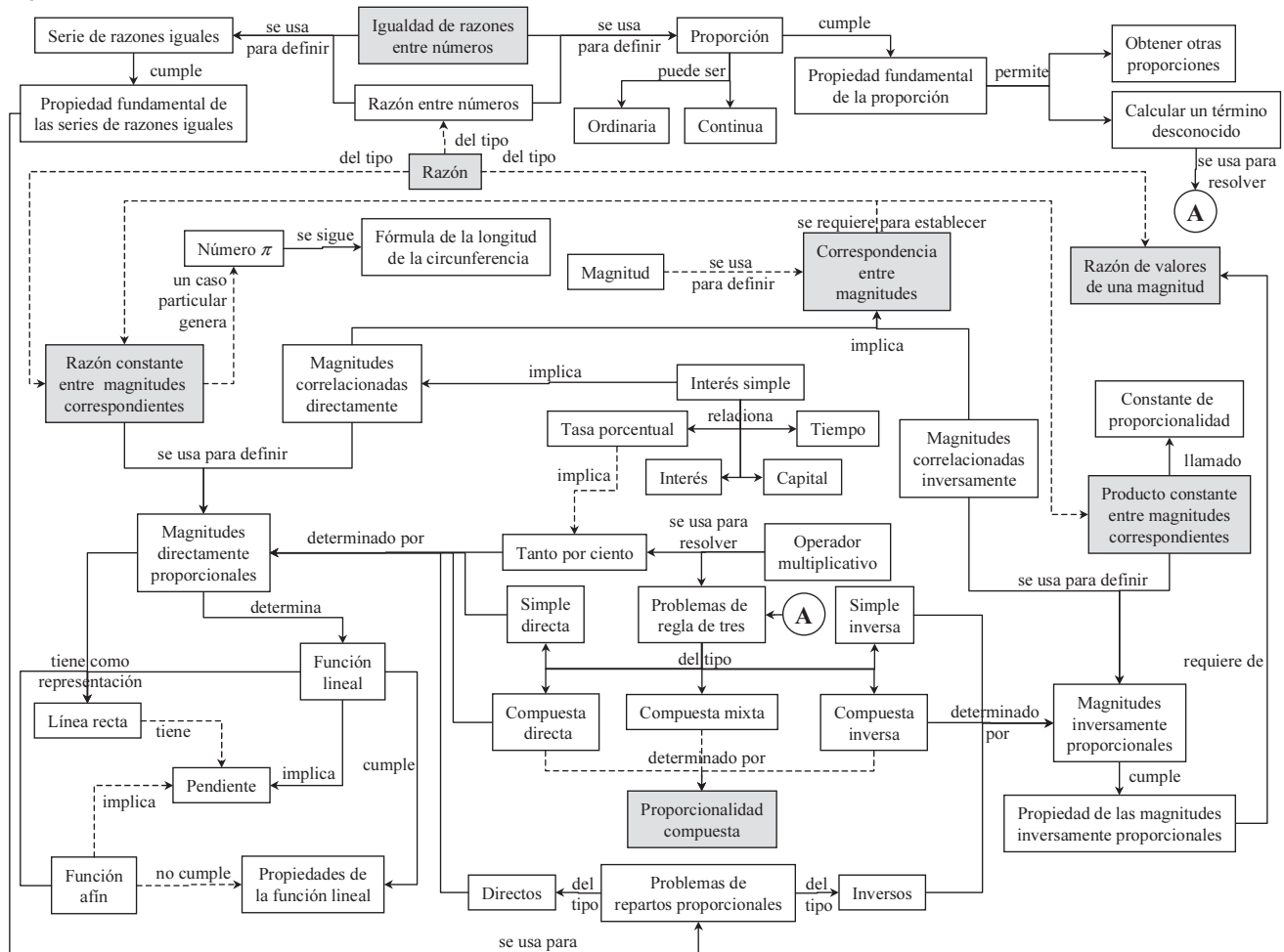
## Configuración de la estructura temática

En la figura 2 observamos una representación esquemática de la organización temática del capítulo 10. En ella los recuadros blancos representan los temas definidos explícitamente en el texto, mientras que los grises expresan un tratamiento del concepto en el texto por vía no definicional, o tácita; asimismo, las líneas continuas representan nexos presentes en el texto, entre tanto, las líneas entrecortadas expresan nexos no existentes. En esta estructura utilizamos un conector aparentemente interrumpido, conectado por la convención !.

## Observaciones y comentarios

La organización anterior nos permite visualizar algunos aspectos que en la versión listada de la tabla de contenido no se alcanzan a percibir. Señalemos, en primer lugar, la existencia de dos bloques temáticos relativamente inco nexos. Uno de ellos está determinado por el tratamiento de la razón y la proporción en el contexto aritmético; allí ubicamos los apartados 10.1 (Razones) y 10.2 (Proporciones). El otro aborda el estudio de la proporcionalidad entre magnitudes, y de manera preponderante, a las magnitudes directamente proporcionales; éste contiene los temas de los apartados 10.3 a 10.8 (*i.e.*, Magnitudes, Correlación y proporcionalidad, La función lineal y la función afín, Longitud de una circunferencia, Proporcionalidad inversa, y Aplicaciones de la proporcionalidad). La conexión explícita entre estos dos bloques se manifiesta sólo en dos oportunidades, a saber: en el tratamiento de los repartos proporcionales a través del uso de la propiedad fundamental de las series de razones iguales; y, en el cálculo de un término desconocido de una proporción, determinada por valores de las magnitudes implicadas en un problema de regla de tres. En estos dos casos, elemen-

Figura 2



tos de las razones o las proporciones numéricas son usados en un contexto no estrictamente aritmético, es decir, en el contexto de las magnitudes.

En segundo lugar, en la estructura temática es posible apreciar que algunos de los conceptos usados para definir temáticas centrales del capítulo no exhiben un tratamiento siquiera tácito en el texto. Es el caso del concepto de *razón*, la *igualdad entre razones*, la *razón de valores de una magnitud*, la *correspondencia entre magnitudes*, la *razón entre magnitudes correspondientes*, el *producto entre magnitudes correspondientes*, y la *proporcionalidad compuesta*. Una mirada a la estructura permite evidenciar, por ejemplo, cómo los conceptos de razón y producto constante entre magnitudes correspondientes -usados para definir respectivamente magnitudes directa e inversamente proporcionales- no están definidos para el lector del texto; su definición de-

pende de la posible extrapolación de una interpretación de la idea (tácita) de igualdad entre razones, e igualdad entre números (producto), procedente del contexto aritmético.

En tercer lugar, identificamos cómo dos temas abordados en sendos apartados aparecen aislados y, en cierto sentido, independientes de las demás temáticas tratadas explícitamente en este capítulo. De un lado tenemos el caso de la *magnitud*; de otro, la construcción del *número  $p$*  y su relación con la *fórmula de la circunferencia*. A este respecto, nos sorprende cómo el tratamiento que se hace del número  $p$  como el cociente entre la longitud de cualquier circunferencia y la longitud de su diámetro, no se relaciona con la posibilidad de considerar cada una de estas longitudes como magnitudes correlacionadas directamente con razón constante para cada pareja de valores corres-

pendientes, es decir, como magnitudes directamente proporcionales. Igualmente nos sorprende el hecho de no considerar la idea de constante de proporcionalidad para magnitudes directamente proporcionales, sino exclusivamente para las inversamente proporcionales; este hecho imposibilita considerar al número  $p$  como la constante de proporcionalidad que describe la relación entre las dos magnitudes relativas a la circunferencia reseñadas anteriormente, o tal vez, como operador multiplicativo.

Un cuarto aspecto que no queremos dejar de reseñar, así sea brevemente, es el papel utilitario que cumple la idea de operador multiplicativo. Éste es usado para la solución de algunos (muy pocos) problemas de regla de tres y

de tanto por ciento, pero en ningún momento se establece una relación conceptual con las magnitudes directa o inversamente proporcionales; relación que tal vez podría llegar a darse con los conceptos de razón y producto constante entre magnitudes correspondientes.

Finalmente, un quinto aspecto que pudimos identificar es el tratamiento marginal de la función lineal y de la función afín. Muestra de ello es: la falta de nexos de las propiedades de la función lineal (aditividad y homogeneidad) con las demás temáticas abordadas en el capítulo; o, la inutilidad de las gráficas de las magnitudes directamente proporcionales en la solución de problemas de «aplicaciones» de la proporcionalidad.

## ESTUDIO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

Gloria García

Celly Serrano

José M. Salamanca

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

### Por qué desarrollar pensamiento variacional

Una de las nociones básicas para desarrollar el pensamiento variacional en los estudiantes de la educación básica es el estudio del cambio y su medición. Pero la comprensión y desarrollo de lo que significa una propuesta como la descrita en los lineamientos curriculares (Área Matemáticas del MEN 1997) exige anotar las diferencias radicales que presupone el giro de organizar un currículo por tareas, contenidos o enfoque de sistemas al pensamiento matemático con las especificidades propuestas en dicho documento.

La diferencia radica en distinguir que la organización curricular por contenidos o sistemas (números,...) hace referencia al movimiento de los productos: teorías, hechos, algoritmos, teorema, axiomas...etc, que son reconocidos como legítimos por la comunidad matemática.

Por su parte, el pensamiento matemático hace referencia a todas las prácticas que se realizan en una cultura con las matemáticas, como las actividades de contar, medir, representaciones artísticas, inferir, modelar, que realiza una comunidad y por tanto hacen parte de las representaciones culturales de una comunidad. Estas prácticas son, entonces, prácticas sociales, por lo tanto el pensamiento matemático no refiere exclusivamente “las matemáticas como saber disciplinario” sino que incluye las prácticas sociales con matemáticas (Chevellard, 1997) y por lo tanto penetra el conjunto de usos de las matemáticas; infiltra la infinidad de espacios en los que el saber matemático es pertinente y se observa su manipulación (Chevellard, p.174,1997). Esta práctica se encuentra en sitios como la empresas, oficinas, laboratorios, en donde los agentes que realizan prácticas en sitios especializados quizá no sean matemáticos pero sin embargo funcionan en su desempeño con las matemáticas.