



## Creación de problemas y de juegos para el aprendizaje de las Matemáticas

Uldarico Malaspina Jurado

Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, [umalasp@pucep.edu.pe](mailto:umalasp@pucep.edu.pe)

Fecha de recepción: 15-04-2021

Fecha de aceptación: 23-04-2021

Fecha de publicación: 12-06-2021

### RESUMEN

Presentamos nuestro enfoque sobre creación de problemas de matemáticas y, en ese marco, la creación de juegos. Consideramos que este enfoque integrado contribuye a estimular el pensamiento matemático de los/as niños/as y a desarrollar las competencias didáctico-matemáticas de los/as profesores/as, teniendo en cuenta las emociones positivas que se generan en los/as niños/as al crear problemas y más aún al crear juegos y jugar sus propios juegos. Presentamos cuatro experiencias didácticas con niños/as, como estudios de caso, y una experiencia didáctica con profesores/as de primaria en servicio, desarrollada en modalidad no presencial. Las experiencias mostraron no solo relaciones estrechas entre indagación, creación y resolución de problemas, sino gran involucramiento emocional, tanto de niños/as como de profesores/as; así, podemos afirmar que son formas concretas de estimular, en contextos lúdicos, la creatividad, la intuición y el pensamiento matemático. La experiencia con profesores/as conlleva una propuesta de indagación didáctico-matemática, aplicable, con diversos entornos matemáticos, en programas de formación inicial y continua de profesores/as.

**Palabras clave:** Creación de problemas, invención de juegos, emociones, indagación, formación de profesores.

### Problem posing and game invention for Mathematics learning

#### ABSTRACT

We present our approach to posing math problems and, within that framework, inventing games. We consider that this integrated approach contributes to stimulating children's mathematical thinking and the development of teachers' didactic-mathematical competences, taking into account the positive emotions generated in children when they create problems and even more when they create games and play their own games. We present four didactic experiences with children, as case studies, and a didactic experience with primary school teachers, developed in a non-face-to-face mode. The experiences showed not only close relationships between inquiry, problem posing and problem solving, but also great emotional involvement, both of children and teachers; thus, we can affirm that they are concrete ways of stimulating, in playful contexts, creativity, intuition and mathematical thinking. The experience with teachers entails a proposal for didactic-mathematical inquiry, applicable, with various mathematical environments, in initial and ongoing teacher training programs.

**Key words:** Problem posing, game invention, emotions, inquiry, teacher training.

## 1. Introducción

Es reconocida la importancia de la creación de problemas en los procesos de aprendizaje de las matemáticas en los diversos niveles educativos (Cai y Hwang, 2020; Singer, Ellerton, y Cai, 2015). Uno de los aspectos que favorece el aprendizaje es la generación de emociones positivas y hemos percibido cómo estas surgen al crear un problema – sobre todo en contextos lúdicos – y más aún cuando este es valorado por otras personas; en particular, por el profesor o la profesora o por los/as compañeros/as de clase. Por otra parte, es también reconocida la importancia del juego en los procesos de aprendizaje especialmente de los/as niños/as (Gallardo y Gallardo, 2018), siendo uno de los factores para ello, también las emociones positivas que genera el participar en un juego. Ciertamente, jugar un juego creado individual o colaborativamente por los propios jugadores, genera emociones positivas aún más intensas. Y se pueden crear juegos de manera similar a cómo se crean problemas de matemáticas. Entonces, de manera natural, resulta la propuesta didáctica de facilitar aprendizajes de matemáticas, mediante la creación de juegos adecuados.

En el presente artículo, presentaremos una visión general sobre la creación de problemas, en la perspectiva que hemos desarrollado y usado en diversas experiencias didácticas y diversos niveles educativos, incluyendo profesores/as en formación y en ejercicio. También presentaremos los vínculos entre la creación de problemas y creación de juegos; la relación de estos con las emociones positivas y finalmente algunas experiencias didácticas en la perspectiva descrita, tanto con niños/as de primaria, como con profesores/as de este nivel educativo en el Perú.

## 2. Creación de problemas

Antes de explicar específicamente nuestro enfoque, sobre la creación de problemas, destacaremos su importancia, basados en investigadores en educación matemática y en nuestras propias experiencias.

### 2.1. Importancia

La importancia de la creación de problemas ha sido expresada por científicos, matemáticos y un buen número de investigadores en educación matemática. En las últimas décadas contamos con numerosas y muy importantes publicaciones tratando diversos aspectos de la creación de problemas, vinculados con la formación matemática de los/as estudiantes en todos los niveles educativos y con la formación de profesores/as. Destacamos la afirmación de Ellerton (2013): “Durante demasiado tiempo, la resolución exitosa de problemas ha sido exaltada como la meta; ha llegado el momento en que a la creación de problemas se le dé un lugar prominente pero natural en los planes de estudio y las aulas de matemáticas” (pp. 100-101). Y la de Abu-Elwan (1999):

Mientras que los formadores de profesores/as generalmente reconocen que los/as futuros/as profesores/as requieren orientación en el dominio de la capacidad para enfrentar y resolver problemas, lo que a menudo se pasa por alto es el hecho fundamental que, como profesores/as, deben ser capaces de ir más allá del papel de solucionadores de problemas. Es decir, para promover una situación de clase, cuyo foco central sea la solución creativa de problemas, el/la orientador/a debe ser diestro/a en descubrir y en crear apropiadamente problemas que requieran soluciones. (p. 101)

Científicos como Einstein e Infeld (1938), reconocidos no solo por sus aportes notables en los campos que trabajaron sino por sus reflexiones sobre la actividad científica, hicieron notar la importancia de la creación de problemas (p. 92); asimismo, matemáticos destacados se refirieron a este tema; en particular, Halmos (1980) que –destacando que los problemas son el corazón de las matemáticas– exhorta a los/as profesores/as a formar estudiantes que sean mejores solucionadores y mejores creadores de problemas que nosotros (p. 524).

Actualmente hay numerosas investigaciones en torno a la creación de problemas de matemáticas con propósitos didácticos y varias de ellas hacen mención explícita a la vinculación de esta tarea con el desarrollo de las competencias docentes (Crespo, 2003; Malaspina, Mallart y Font, 2015; Malaspina, Torres y Rubio, 2019; Tichá y Hošpesová, 2013).

Estimular la creatividad de los educandos es parte esencial de la tarea docente y la matemática es un campo fértil para ello. Consideramos que si bien es cierto que la creatividad se manifiesta "reactivamente" en los alumnos cuando ellos resuelven ingeniosamente problemas no rutinarios que les proponemos, estamos dejando de lado la creatividad "proactiva" si no los estimulamos a que ellos avancen en sus aprendizajes creando sus propios problemas de matemáticas (Malaspina, 2013a). Bonotto y Dal Santo (2015) en la educación básica y Matzko y Thomas (2015) en la educación superior nos muestran valiosos trabajos de niños/as y jóvenes que evidencian la estrecha relación entre creatividad, creación de problemas y resolución de problemas. Bonotto y Del Santo (2015) desarrollaron una investigación con estudiantes de primaria y afirman que tal estudio les revela "El potencial que tienen las actividades de creación de problemas para identificar el pensamiento crítico y creativo en matemáticas" (p. 121).

## 2.2. Nuestro enfoque sobre la creación de problemas

Nuestras experiencias docentes en la universidad, especialmente las tenidas al impartir cursos de Teoría de Juegos; las desarrolladas impartiendo cursos de matemática a estudiantes de profesorado de primaria y de educación infantil; y los talleres de formación de profesores/as en servicio, nos llevaron a valorar mucho la creación de problemas como parte de los procesos de aprendizaje de las matemáticas que estimulan la creatividad y como oportunidades para hacer reflexiones didácticas en torno a un objeto matemático. Así surge la propuesta, que se expuso inicialmente en el VII CIBEM de Uruguay (Malaspina, 2013b) y en el CERME 9 de República Checa (Malaspina et al., 2015).

Consideramos que la creación de problemas de matemáticas es un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema, que puede ser obtenido por *variación* o por *elaboración*. Decimos que el nuevo problema ha sido creado por *variación*, si ha sido obtenido partiendo de un problema dado y haciendo variaciones a uno o más de los elementos que tiene tal problema; es decir, variando la información del problema dado, o su requerimiento, o su contexto, o su entorno matemático. Decimos que el nuevo problema ha sido creado por *elaboración*, si el punto de partida no es un problema específico.

Es importante, entonces, explicitar los cuatro elementos fundamentales de los problemas de matemáticas, a los que hemos hecho referencia en el párrafo anterior: *Información*, *Requerimiento*, *Contexto* y *Entorno matemático*.

La *información* es el conjunto de datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema. El *requerimiento* es lo que se pide que se encuentre, examine o concluya, que puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones.

El *contexto* puede ser *intra matemático* o *extra matemático*. En el primer caso, como su nombre lo indica, el problema se circunscribe a lo matemático. Por ejemplo, si el problema es determinar el menor número de dos cifras, que sea múltiplo de 3, pero que no sea múltiplo de 6.

En el segundo caso, el problema está vinculado a una situación real. Por ejemplo, si el problema es determinar el número de cortes que hay que hacer – sin usar superposiciones – en una varilla de 60 cm de longitud, para obtener 4 trozos de varilla de la misma longitud.

El *entorno matemático* es el marco matemático global en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema. Por ejemplo, operaciones con números

naturales; ecuaciones lineales; áreas y perímetros de figuras planas; etc. Ciertamente, esto es relativo, pues depende del camino que se siga para resolver el problema. En el marco de la creación de problemas para el aprendizaje, el entorno matemático puede ser el punto de partida para que un docente cree un problema, pues sería “el contenido matemático a tratar en la clase”.

Ahora bien, al crear un problema de matemáticas por variación, se modifica uno o más de estos cuatro elementos y puede ocurrir que la modificación de uno de ellos conlleve la modificación de otros; por ejemplo, cambiar el contexto, de intra matemático a extra matemático, o viceversa, suele conllevar cambiar la información y el requerimiento.

Al crear un problema por elaboración, no se parte de un problema dado. Si se parte de una situación, esta puede ser la presentación – inclusive figural – o la descripción de un hecho real o configurado. A partir de tal situación se deben determinar los elementos del problema que se elabore. Cómo son estos, depende del marco en el que se crea el problema, que puede ser de absoluta libertad u orientado a una determinada sesión de aprendizaje. En términos generales, la información será obtenida por selección o modificación de la información que se percibe en la situación; el requerimiento será una consecuencia de relaciones lógicas y matemáticas establecidas o encontradas entre los elementos de la información especificada, implícitas en el enunciado del problema. Si la situación es real, o es configurada con apariencia de real, es natural – aunque no necesariamente – que el contexto del problema sea extra matemático. El entorno matemático, ante la elaboración libre de problemas, es impredecible; sin embargo, en sesiones de aprendizaje, mediante la creación de problemas, el entorno matemático estará en estrecha relación con el contenido a tratar.

También decimos que un problema ha sido creado por elaboración, si ha sido obtenido respondiendo al deseo de crearlo, o al pedido, o necesidad de inventar un problema sobre un tema determinado, ya sea con énfasis matemático o con énfasis didáctico. Esto puede ocurrir, por ejemplo, al crear un problema para una olimpiada matemática o para ayudar a entender una propiedad matemática (como podría ser la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición). En casos como estos, los elementos del problema se determinan según el deseo o el pedido de elaboración, con el énfasis que éste deba tener. Cuando el énfasis es didáctico, suele buscarse un contexto extra matemático, aunque no necesariamente tiene que ser así.

### 3. Creación de juegos

Elementos análogos a los de los problemas, podemos encontrar en los juegos estructurados para estimular el pensamiento matemático. Así, en los juegos hay información (reglas, materiales); requerimiento (el objetivo del juego, lo que debe lograrse para ganar el juego); contexto (que también puede ser intra o extra matemático); y entorno matemático (que lo conforma el marco matemático global en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para desarrollar el juego). Entonces, podemos decir también que la creación de un juego es un proceso de obtención de un nuevo juego y que esto puede ocurrir por *variación* de un juego conocido, o por *elaboración*, a partir de una situación dada o un requerimiento específico. Ciertamente, al considerar la creación de estos en contextos de enseñanza y aprendizaje, debe tenerse muy en cuenta los objetivos cognitivos matemáticos específicos, en el marco del desarrollo de la intuición y el pensamiento matemático.

Daniels y Pyle (2018) identifican esencialmente dos tipos de juegos que se han estudiado en relación a sus beneficios para el aprendizaje: “el juego libre, que es dirigido por los/as propios/as niños/as, y el juego guiado, que es un juego que tiene algún nivel de orientación o involucramiento del profesor o de la profesora” (p. 1). Consideramos que estos dos tipos de juegos se complementan y potencian

mutuamente cuando los/as niños/as crean un juego inspirado en un juego guiado, y lo juegan usando las reglas que ellos/as mismos/as crearon.

En la creación de juegos, sobre todo por los/as niños/as, se interrelacionan dos aspectos muy importantes vinculados con el aprendizaje de las matemáticas: por una parte, un natural estímulo a la creatividad – que es esencial en el pensamiento matemático – y, por otra parte, las emociones positivas que generan la creación de juegos y el juego de estos, con las reglas inventadas por los/as propios/as niños/as. Este es un aspecto particularmente importante que ha sido observado y que requiere investigación en profundidad.

A la reconocida importancia de la creación de problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se le suma la importancia de la creación de juegos, en la perspectiva expuesta. El aspecto emocional, muy presente en los actos creativos, y mucho más en los/as niños/as, cuando crean juegos, complementa fuertemente la visión de la creación de problemas, como una actividad que provee múltiples oportunidades para el avance de las competencias cognitivas y afectivas y para la integración de estas (Cai y Leikin, 2020).

En el apartado correspondiente a experiencias didácticas, mostramos algunos ejemplos de creación de problemas y de juegos.

#### 4. Emociones y aprendizaje

Es reconocida la importancia que debe prestarse a las emociones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una muestra de esto es la atención que se le está brindando en eventos de reconocido prestigio en la educación matemática como son los CERME y los PME. Ciertamente, la influencia de las emociones en la enseñanza y aprendizaje, no es exclusividad para las matemáticas; así, la UNESCO presentó en el 2014 la publicación hecha con la Academia Internacional de Educación, titulada *Emotions and Learning* (Pekrun, 2014), en la que tratan temas como las emociones positivas y las emociones negativas en el aprendizaje; la confianza en sí mismo, el valor de las tareas académicas y las emociones; la regulación de las emociones. El autor nos dice:

Sugiero pautas sobre cómo los maestros pueden comprender las emociones de los estudiantes y lo que pueden hacer para ayudar a los estudiantes a desarrollar emociones que promuevan el aprendizaje y el desarrollo, y prevenir las emociones que son dañinas. (p. 6)

Paredes y Ribera (2006) nos dicen que las emociones son las alteraciones súbitas, rápidas e intuitivas de nuestro estado de ánimo, que experimentamos casi sin darnos cuenta, provocados por ideas, recuerdos o sucesos. (p. 163). Es usual considerar dos grandes categorías de emociones: las positivas (como la alegría, el interés, la satisfacción, la diversión) y las negativas (como la ansiedad, el enojo, el miedo, la vergüenza, la tristeza, la culpa) y Barragán y Morales (2014) manifiestan que una de las principales ventajas del cultivo de las emociones positivas radica en que ejercen una gran influencia sobre el procesamiento intelectual, el razonamiento, la resolución de problemas y las habilidades sociales (p. 112).

En el campo específico de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en relación con las emociones, hay numerosas investigaciones. Callejo (1994) nos decía que los sentimientos que se experimentan en las etapas de resolución de un problema “pueden hacer de motor que impulse para buscar una solución o, por el contrario, bloquear dicho proceso debido al peso de las emociones negativas” (p. 33). Destacamos también los aportes de Radford (2015), quien aboga por una concepción cultural e histórica de las emociones y relieves el importante papel que juegan en el pensamiento en general y en particular en el pensamiento matemático. Hace un análisis de las emociones de niños/as de 9 a 10 años trabajando problemas de generalización de sucesiones de números, y recoge elementos para ilustrar sus puntos de

vista, en el marco de su teoría de la objetivación. Por otra parte, Schukajlow, Rakoczy y Pekrun (2017) presentan una visión general de importantes enfoques teóricos e investigaciones en torno a las emociones y motivaciones de los estudiantes en matemáticas. Inician su artículo recordando que ya Polya (1945) se refería a las emociones cuando destacaba el deleite de los/as estudiantes al descubrir caminos y resolver problemas y el cuidado que debe tener el profesor o la profesora de no matar el interés de los/as estudiantes.

Siendo tan importantes las emociones en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, resulta natural preguntarse por formas eficientes de generar emociones positivas en los/as estudiantes y concretamente en los/as niños/as. Seguramente hay muchas, pero es particularmente importante tener en cuenta que los juegos producen emociones; que hay juegos que estimulan el pensamiento matemático; y que hay analogías entre la matemática y los juegos, que favorecen una mejor comprensión de esta.

Si bien es emocionante para los/as niños/as – y no solo para ellos/as – jugar juegos estructurados, que planteen desafíos, hemos observado que en muchos casos es aún más emocionante para los/as niños/as, jugar juegos desafiantes inventados por ellos/as mismos/as, cuyas reglas son modificaciones de las que tiene un juego estructurado o son nuevos juegos con sus propias nuevas reglas. Esto es coherente con las afirmaciones de Kamii (1984), en el sentido que los/as niños/as respetan las reglas que ellos/as mismos/as crean y que es muy importante que cambiemos el enfoque educativo a los/as niños/as y empecemos, social, intelectual y moralmente, a permitirles y alentarlos a construir sus propias ideas. (p. 415)

Por todo lo manifestado en párrafos anteriores, resulta natural incentivar el aprendizaje de las matemáticas – sobre todo de los/as niños/as – provocando emociones positivas mediante vivencias de creación de juegos y de creación de problemas.

## **5. Experiencias didácticas**

En este apartado mostramos algunos ejemplos de problemas y de juegos creados por niños/as. También mostraremos uno creado por profesores/as de primaria, en una experiencia no presencial, en el contexto de la pandemia COVID 19.

### **5.1. Creación de un problema en un ambiente lúdico (niña de 6 años)**

Es una experiencia doméstica, totalmente espontánea, desarrollada entre Abril (niña de 6 años) y su abuelo, matemático, usando una baraja incompleta de cartas. Surgieron diversos jueguitos, en los cuales predominó la determinación de cuál de dos conjuntos de cartas tenía mayor cantidad de elementos, pero sin contarlos. Luego de varios jueguitos, el abuelo propuso a Abril un problema, usando ahora, además, un conjunto de granos de maíz. El problema era determinar –sin contar– qué había más ¿cartas o granos de maíz? (Figura 1).



Figura 1. Niña resolviendo un problema dado

La niña resolvió el problema poniendo un grano de maíz sobre cada carta sin granos de maíz, respondió que había más cartas. Algo más interesante surgió de manera natural, pues el abuelo pidió a Abril que ahora sea ella la que le proponga un problema con las cartas y los granos de maíz. Luego de pensar un poco, Abril pidió al abuelo que se alejase de la mesa y después lo llamó y le hizo la misma pregunta, ¿Qué hay más, cartas o granos de maíz? pero ante una configuración creada por ella, como se muestra en la Figura 2, y con la restricción de no tocar los granos de maíz.



Figura 2. Configuración creada por la niña, como parte de su problema creado

En la experiencia narrada, se incentiva el uso de la correspondencia biunívoca entre conjuntos finitos para determinar si un conjunto tiene o no más elementos que otro. Este es un recurso más general, que tiene un soporte más fuerte en la observación y en la intuición, que está en el fundamento del conteo y que muchas veces se pone poco énfasis y se pasa directamente a que los/as niños/as practiquen mecánicamente el conteo.

En términos de nuestro enfoque de creación de problemas, tenemos un caso de creación por variación. Así:

*Problema inicial:* Dado un conjunto de cartas y un conjunto de granos de maíz, determinar, sin contar, cuál de ellos tiene más elementos.

En este problema, la información está constituida por los conjuntos de cartas y de granos de maíz; el requerimiento es determinar, sin contar, cuál de los conjuntos tiene más elementos; el contexto es extra matemático y el entorno matemático es la correspondencia biunívoca.

*Problema creado:* Dado un conjunto de cartas y un conjunto de granos de maíz, en la configuración que se muestra en la Figura 2, determinar, sin contar, cuál de ellos tiene más elementos.

Podemos advertir que, en este nuevo problema, la información también está constituida por los conjuntos de cartas y granos de maíz, pero en una configuración específica (la de la Figura 2), Así, se

está modificando la información del problema inicial. El requerimiento, el contexto y el entorno matemático son los mismos que los del problema inicial.

Esta experiencia didáctica y las previas están minuciosamente narradas y analizadas en Malaspina (2015a, 2015b).

### **5.2. Creación de problemas “como jugando” (niña de 11 años)**

En esta experiencia, una niña resuelve un problema que estimula la intuición optimizadora – muy descuidada en la educación primaria, y aun en la secundaria – y a partir de él, crea un nuevo problema, también en el marco del pensamiento optimizador, que luego lo refina. La ocasión se presentó como parte de una conversación informal, usando la plataforma Zoom, un día de vacaciones escolares, viviendo el confinamiento por la pandemia COVID 19. Presentamos un resumen de esta experiencia y los detalles los anotamos en el Apéndice, transcribiendo parte de la conversación.

#### *Problema propuesto a la niña*

Escribe cuatro números naturales, entre 1 y 9. Escoge tres de esos números y haz una multiplicación de un número de dos cifras por otro de una cifra, de modo que el resultado sea el mayor posible.

#### *Problema creado por la niña*

Escribe cuatro números naturales, entre 1 y 9. Escoge tres de esos números y haz una multiplicación de un número de dos cifras por otro de una cifra; luego divide el resultado entre el número que dejaste. Todo esto te debe dar un resultado que sea el menor posible.

#### *Problema refinado por la niña*

Escribe seis números naturales entre 1 y 9. Escoge tres de esos números y haz una multiplicación de un número de dos cifras por otro de una cifra; luego divide el resultado entre uno de los números que dejaste. Todo esto te debe dar un resultado que sea el menor posible.

Es otra experiencia de creación de problemas por variación. En ambos, hay modificación en el requerimiento del problema inicial (ahora se pide que el resultado sea el menor posible, no el mayor posible, añadiendo una operación de división). Además, en el segundo problema, hay modificación en la información (se parte de seis números, ya no de cuatro), lo cual da sentido a pedir una operación adicional de división, pues entonces se tiene que escoger adecuadamente cuál de los números que no se usaron para la multiplicación debe usarse como divisor, para obtener el menor resultado posible.

Cabe destacar que se percibe que el propósito de la niña es crear un problema más complejo que el inicial y que para ello no le parece suficiente cambiar la obtención de un máximo por un mínimo, sino añadir una operación. Esto se percibe mejor en la transcripción que se hace en el Apéndice.

### **5.3. Creación de juegos en el marco del pensamiento probabilístico (niños/as de 6 a 10 años)**

Hicimos un estudio de caso, en el marco de la metodología cualitativa, con 5 niños cuyas edades eran de 6, 7, 8, 9 y 10 años; dos mujeres y tres varones.

Realizamos aplicaciones individuales a cada niño/a. En cada aplicación comenzamos proponiendo un juego de cartas previamente estructurado y jugamos con el/la niño/a. Luego les propusimos crear un juego nuevo, haciendo algunas modificaciones al que habíamos jugado.

#### *Juego inicial:*

Para jugar este juego (Figura 3) se necesitan 16 cartas del 1 al 4 (4 cartas del número 1, 4 cartas del número 2, 4 cartas del número 3 y 4 cartas del número 4).





*Figura 3.* Cartas para el juego inicial

Reglas:

R1. Las 16 cartas se colocan en la mesa, formando un bloque, de modo que ningún jugador puede ver el número que tiene cada carta.

R2. Cada jugador saca una carta y solo él puede verla.

R3. Cada jugador mostrará su carta y el que tenga el número más alto se llevará las dos cartas. Si ambas cartas tienen el mismo valor, cada uno lleva una carta.

R4. Antes de mostrar las cartas, cada jugador, si lo desea, tiene una única opción de descartar su carta y tomar una del bloque. Si un jugador decide hacerlo, debe anunciar "cambio mi carta"

R5. El juego continúa así hasta que se terminan las cartas colocadas inicialmente en la mesa. El que obtenga más cartas al final es el ganador.

Todos los/as niños/as entendieron bien el juego y jugaron con entusiasmo. Pudimos observar cómo, en las decisiones de los/as niños/as sobre cambiar o no cambiar su carta antes de confrontarla con la que tiene su contendiente, cuyo valor no conoce, están presentes el Sistema 1 y el Sistema 2 de Kahneman (2015). Dentro del Sistema 1 se ubica la decisión inmediata e intuitiva de cambiar si obtiene un 1 y de no cambiar si obtiene un 4. Podemos ubicar en el Sistema 2 (más racional) la decisión de cambiar o no cambiar un 3, que evidentemente requiere reflexión y considerar la probabilidad de que al cambiar obtenga un 4.

*Juegos creados:*

Los/as niños/as asumieron como un reto el pedido de inventar un nuevo juego inspirado en el juego inicial. Todos llegaron a inventar uno y fue evidente el pensamiento matemático de tipo analógico. Percibimos que a mayor edad fue menos espontánea la creación del nuevo juego.

Cabe destacar que en todos los casos hubo mayor involucramiento emocional en la actividad y motivación luego de la creación del juego, y sobre todo al jugarlo.

Todos los/as niños/as crearon juegos con mayor complejidad que el juego inicial. En términos generales, los juegos que crearon fueron con más de 16 cartas; la mayoría de niños/as planteó sacar más de una carta en cada ronda y también poder cambiar más de una carta; el niño de 9 años estableció que el jugador que se lleva las cartas en cada ronda es el que tiene la carta de menor valor.

Destacamos el juego inventado por la niña de 7 años: sus cartas fueron 24, considerando del 1 al 6; cada jugador debía sacar 4 cartas por ronda y 2 de esas podía cambiarlas; luego de los cambios, cada jugador tenía que mostrar sus 4 cartas y ganaba el que tenía la mayor suma.

Las experiencias desarrolladas muestran que la creación de juegos modificando el que se presentó a los/as niños/as, la entienden como parte natural de su actividad lúdica, con fuerte apoyo en su intuición y motivación. Jugar con reglas establecidas por los/as mismos/as niños/as, modificando las que se les presentó en un juego inicial, es una experiencia que contribuye a su autoaprendizaje, estimula su creatividad y fortalece su autoestima. En esta línea, Nikiforidou, Pange y Chadjipadelis (2013) afirman que "El juego es un medio para involucrar a los/as niños/as en situaciones de resolución de problemas y desarrollar su pensamiento sobre ideas y procedimientos matemáticos." (p. 349).

En términos de nuestro enfoque de creación de problemas y de juegos, este es un caso de creación de juegos por variación, a partir de un juego dado.

Estas experiencias didácticas, así como las realizadas con el mismo juego con profesores/as de primaria, están presentadas y examinadas ampliamente en Malaspina y Malaspina (2020)

#### 5.4. Creando problemas en el aula (estudiantes de primaria)

Esta fue una experiencia de indagación – creación de problemas desarrollada con 18 niñas y 12 niños, entre 10 y 11 años de edad. Los/as 30 estudiantes del quinto grado de primaria, en cinco grupos de 4 y dos grupos de 5, trabajaron con un material especialmente elaborado, que se le entregó a cada grupo. Para facilitar la referencia al material, dijimos que era igual al que recibió la niña Julia. El material era un conjunto de palitos de madera de distintos tamaños y colores. Los palitos del mismo tamaño son del mismo color y hay 3 palitos de cada color, como se muestra en la Figura 4. El cuadro da información sobre la longitud de cada palito:



Color	Longitud de cada palito
Azul	10 pulgadas
Verde	8 pulgadas
Amarillo	6 pulgadas
Rojo	4 pulgadas
Blanco	2 pulgadas

Figura 4. Material presentado a los estudiantes

A los/as niños/as se les dejó que primero jueguen libremente con el material. Luego se les pidió que escriban algunas actividades y preguntas que se les ocurra hacer, usando el material, relacionadas con triángulos. Finalmente, se les pidió que inventasen uno o más problemas, relacionados con triángulos. Mostraremos parte de las actividades desarrolladas por el grupo 7 conformado por tres niñas y dos niños.

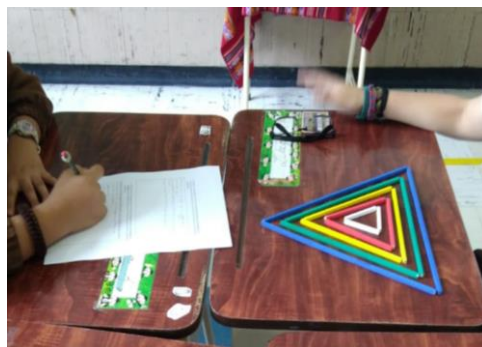


Figura 5. Una de las actividades con el material, en el juego libre de los/as niños/as del grupo 7

Algunos ejemplos de actividades relacionadas con triángulos, que propusieron en el grupo 7:

- Un triángulo con 2 colores rojo y 1 amarillo.
- Un triángulo con tres lados de color verde del mismo tamaño todos sus lados.

Algunos ejemplos de preguntas, relacionadas, con triángulos, que formularon en el grupo 7.

¿Se puede crear un triángulo dentro de otro triángulo?

¿Los triángulos pueden estar encima de otros triángulos?

La primera pregunta tiene relación directa con la actividad que se muestra en la Figura 5. El problema sobre triángulos, que crearon y resolvieron en el grupo 7:

¿Cuántos triángulos se pueden formar con los de verde, rojo y amarillo y cual sería su perímetro?

Rpta: Se puede formar 3 triángulos y el perímetro de cada 1 es 12.

Los/as niños/as crearon problemas y los resolvieron. Más aún, jugando libremente, descubrieron por indagación que, con tres palitos de longitudes diferentes, no siempre se puede construir un triángulo cuyos lados tengan las longitudes de los palitos. En uno de los grupos, uno de los niños "adivinaba" cuándo se podía formar el triángulo y cuándo no, con tres palitos escogidos al azar, pero de diferentes tamaños. Ciertamente es una aproximación intuitiva al teorema de la desigualdad triangular y una indagación en un contexto lúdico creado por los/as propios/as niños/as.

La secuencia didáctica desarrollada, es una propuesta para estimular la indagación, la creatividad y el autoaprendizaje, en la cual la creación de problemas juega un papel importante.

En términos de nuestro enfoque de creación de problemas, en esta experiencia los/as niños/as crearon problemas por elaboración, partiendo de la situación dada por el material que recibió cada grupo.

### 5.5 Creando problemas sobre áreas y perímetros (con docentes de primaria)

Esta es una experiencia desarrollada en forma no presencial, en estos tiempos de confinamiento por la pandemia COVID 19, en un taller sobre creación de problemas, con profesores/as de primaria. Diseñamos un material con figuras geométricas, que se les presentó como una situación y se les pidió, que en grupos – teniendo como entorno matemático "áreas y perímetros de regiones poligonales" – crearan algunas actividades con el material, formularan algunas preguntas y crearan algunos problemas que faciliten aprendizajes a estudiantes de primaria.

A continuación, mostramos la situación presentada y las actividades, preguntas y problema que propusieron en el grupo U1, conformado por 4 profesoras, de 1º, 3º, 4º y 5º grado de primaria.

*Situación:*

El profesor Pedro recibe una lámina con figuras triangulares y rectangulares, que fueron diseñadas en una hoja cuadriculada, tal como se observa en la Figura 6. (A las figuras las hemos llamado A, B, C, D, E, F y G).

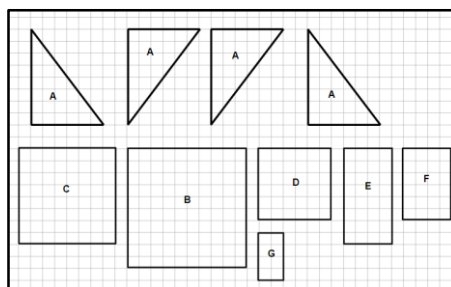


Figura 6. Material presentado a los/as profesores/as

Algunas actividades que sugirieron en el taller:

- A1. Recorta las figuras dadas y arma una figura, como, por ejemplo: un robot, un tren, un barquito, etc.
- A2. Une dos o más de las piezas recortadas para formar otras figuras.
- A3. Averigua si hay figuras que tienen la misma área
- A4. Averigua si hay figuras que tienen el mismo perímetro

Algunas preguntas que sugirieron en el taller:

- P1. ¿Qué figuras podríamos unir para que tengan el mismo perímetro que la figura C?
- P2. ¿Cuál de las figuras armadas tiene mayor área?
- P3. ¿Cuál de las figuras armadas tiene mayor perímetro?

Problema que el grupo U1 creó en el taller, relacionado con áreas y perímetros de rectángulos y triángulos, con parte del material recibido:

Hallar el área y el perímetro del "robot" que se muestra en la Figura 7.



Figura 7. "Robot" creado, por el Grupo U1, con el material recibido

El grupo presentó también su solución al problema y luego de su exposición al pleno, en la fase del taller, llamada de socialización, se formularon diversas preguntas de enriquecimiento del problema, pensando en estudiantes de primaria y teniendo como base la pregunta *¿Qué pasaría si...?*

Algunas de tales preguntas fueron:

- Q1. ¿Qué pasaría si el robot desplaza su cabeza hacia la izquierda o hacia la derecha, sin sobrepasar los hombros? ¿Se altera el área? ¿Se altera el perímetro? En caso afirmativo, ¿en cuánto?
- Q2. ¿Qué pasaría si el robot pega ambos brazos a su cuerpo? ¿Se altera el área? ¿Se altera el perímetro? En caso afirmativo, ¿en cuánto?
- Q3. ¿Qué pasaría si quisiéramos construir un robot del doble del tamaño del robot mostrado? ¿Cuáles deberían ser las dimensiones de las figuras con las que se arma el robot? ¿Cómo cambian el área y el perímetro en relación a las figuras del robot presentado inicialmente? ¿Se duplican?

Como se puede observar, la creación de un problema lleva, por indagación, y apoyándose en la pregunta *¿Qué pasaría si...?*, a la creación de nuevos problemas que contribuyen a afianzar o profundizar aspectos relacionados con áreas y perímetros de regiones poligonales. Una de las dificultades presentadas en algunos grupos fue calcular el perímetro de los triángulos, por no recordar el teorema de Pitágoras. Esto fue resuelto inicialmente comparando físicamente la longitud de la hipotenusa con la longitud del cuadrado de lado 10 unidades, pero fue una oportunidad para reflexionar sobre la verdad en matemáticas – más allá de las percepciones del ojo humano – y sobre tan importante teorema.

El problema Q3 lleva a reflexionar sobre la semejanza de cuadrados y de triángulos, y al razonamiento aditivo y al multiplicativo. Esto fue más evidente cuando un profesor hizo una variación a este problema:

Q3'. ¿Qué pasaría si quisiéramos construir un robot similar al mostrado, pero cuyo tamaño sea de 30 unidades? ¿Cuáles deberían ser las dimensiones de las figuras con las que se arma el robot? ¿Cómo cambian el área y el perímetro en relación a las figuras del robot presentado inicialmente?

La diferencia fundamental con Q3 es que se está considerando 6 unidades más para el tamaño del robot (el tamaño del robot mostrado en la Figura 7 es de 24 unidades). Entendiendo la palabra "similar" como semejanza en el sentido matemático, la solución no es construirlo usando un cuadrado cuyos lados sean de longitud 14 unidades (considerar las 6 unidades adicionales en uno de los cuadrados), ni repartiendo arbitrariamente las 6 unidades adicionales entre las longitudes de los lados de dos cuadrados (cabeza y tronco del robot) y las hipotenusas de los triángulos (piernas del robot). Es un problema de proporcionalidad, que va más allá del cálculo de áreas y perímetros, pero muy relacionado con esto, y que surge "como jugando", lo cual facilita su tratamiento.

En términos de nuestro enfoque de creación de problemas, el problema expuesto por el Grupo U1 es un problema creado por elaboración, a partir de la situación presentada, y las preguntas Q1, Q2, Q3 y Q3', en verdad, son problemas creados por variación del problema presentado por el Grupo U1. Más aún, como dijimos, Q3' es una variación del problema Q3, en el cual la modificación está en el requerimiento. Poniendo "en limpio" estos problemas, tendríamos:

PQ3: Determinar las dimensiones de los cuadrados y triángulos con los que se construya un robot semejante al mostrado en la Figura 7, pero cuyo tamaño (de la cabeza a los pies) sea el doble de unidades del robot mostrado.

PQ3': Determinar las dimensiones de los cuadrados y triángulos con los que se construya un robot semejante al mostrado en la Figura 7, pero cuyo tamaño (de la cabeza a los pies) sea de 30 unidades.

La información en ambos problemas es la misma: la que se encuentra en la Figura 7; el contexto es en ambos casos extra matemático; el entorno matemático en ambos casos es semejanza de figuras planas; pero el requerimiento en PQ3 es determinar las dimensiones de los cuadrados y triángulos para un robot cuyo tamaño sea el doble del que tiene el de la Figura 7, y en PQ3' es determinar las dimensiones de los cuadrados y triángulos para un robot cuyo tamaño sea de 6 unidades más que el tamaño del robot de la Figura 7.

En este tipo de talleres con profesores/as, la indagación didáctico-matemática refuerza las ideas para la creación de problemas y favorece que los docentes pasen del conocimiento común de un contenido matemático, a aspectos que forman parte del conocimiento ampliado y especializado.

## **6. Consideraciones finales**

Las experiencias didácticas desarrolladas, relacionando indagación, creación y resolución de problemas, e invención de juegos, son formas de estimular la creatividad, la intuición y el pensamiento matemático y evidenciaron gran involucramiento emocional, tanto en los/as estudiantes como en los/as profesores/as, lo cual es altamente positivo para el aprendizaje y el autoaprendizaje de los primeros, así como para la reflexión didáctica de los segundos y para la aclaración y la profundización de sus conocimientos.

Vigotsky (2012), nos dice que, en todo acto creador, los factores intelectuales y emocionales resultan igualmente necesarios y que el sentimiento y el pensamiento son los que mueven la creación humana. En esa línea de reflexión, consideramos que es muy importante investigar en profundidad las mejores

maneras de aprovechar las emociones positivas que emergen en los/as niños/as al crear problemas – y sobre todo al crear juegos y jugarlos con sus propias reglas– para contribuir más eficientemente al desarrollo de su pensamiento matemático.

Consideramos particularmente importante desarrollar con los/as profesores/as, tanto en formación como en servicio, secuencias didácticas similares a las desarrolladas con los/as niños/as, para que –en el marco de la creación de problemas– tengan experiencias propias de aprendizaje y de autoaprendizaje que puedan favorecer sus propias propuestas de secuencias similares en su ejercicio docente, con diversos entornos matemáticos. Notar la analogía entre la secuencia didáctica con los/as niños/as en la sección 5.4 y la secuencia didáctica con los/as profesores/as, en la 5.5. En ambos casos, luego de establecer un entorno matemático de partida, se tiene secuencias de

PROPONER UNA SITUACIÓN → PROPONER ACTIVIDADES → FORMULAR PREGUNTAS → CREAR PROBLEMAS

Estas secuencias son formas de estimular la indagación y la creatividad de los/as niños/as y de los/as docentes mediante la creación de problemas y constituyen una propuesta de indagación didáctico-matemática para los/as profesores/as. Tenemos otras experiencias interdisciplinarias con docentes en formación, con énfasis en la creación de juegos, como la desarrollada durante un semestre, usando criterios del *design thinking* para la invención de juegos – por grupos – para niños/as de primaria, orientados a estimular su pensamiento espacial, su pensamiento probabilístico, su pensamiento simbólico y su capacidad de descubrir y crear patrones (Malaspina, Malaspina, y Malaspina, 2018).

Las experiencias desarrolladas muestran la importancia de las interrelaciones entre emociones positivas, creatividad, creación de problemas y creación de juegos y pueden brindar elementos útiles en las agendas de investigación para fortalecer estas interrelaciones, con el gran reto de hacerlo no presencialmente, ante situaciones críticas como las generadas por la COVID 19. Una posibilidad interesante sería la creación de una plataforma informática que permita la creación de problemas, teniendo como puntos de partida juegos y puzles que motiven jugarlos, resolverlos y modificarlos, en un marco de estímulo a la curiosidad científica y el pensamiento matemático de los/as niños/as. Es particularmente importante desarrollar experiencias lúdicas con el entorno matemático de la estadística y las probabilidades, que están tan presentes en el contexto de incertidumbre que se vive con la pandemia COVID 19. Lamentablemente, a pesar de su gran importancia, en la educación infantil no se pone énfasis en el desarrollo de actividades con niños/as, que estimulen su pensamiento estadístico o probabilístico.

## Referencias

- Abu-Elwan, R. (1999). The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In A. Rogerson (Ed.) *Proceedings of the International conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social challenges, Issues and approaches, 2*, 1–8, Cairo, Egypt.
- Barragán, A. R. y Morales, C. I. (2014). Beneficios de las emociones positivas. *Psicología de las emociones positivas: generalidades y beneficios. Enseñanza e Investigación en Psicología* [en línea], 19 (1), 103–118.
- Bonotto, C. y Dal Santo, L. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving and creativity in the primary school. In Singer, F., Ellerton, N., y Cai, J. (Eds.) *Mathematical Problem Posing*. (pp. 103-124) New York: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3\\_5](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_5).
- Cai, J. y Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102, 101391.
- Cai, J. y Leikin, R. (2020) Affect in mathematical problem posing: conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 287–301. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10008-x>
- Callejo, M. L. (1994). *Un club matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea Ediciones.

- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in pre service teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 243-270.
- Danniels E. y Pyle, A. (2018). Defining play-based learning. In A. Pyle (Topic Ed.), *Play-based learning* (pp. 7–11). In R. E. Tremblay, M. Boivin, y R. De V. Peters, y A. Pyle (Eds.), *Encyclopedia on early childhood development*. Centre of Excellence for Early Childhood Development (CEECD). [Online: [www.child-encyclopedia.com/play-based-learning/according-experts/defining-play-based-learning](http://www.child-encyclopedia.com/play-based-learning/according-experts/defining-play-based-learning)].
- Einstein, A. e Infeld, L. (1938). *The evolution of Physics from early concepts to relativity and quanta*. New York: Simon y Schuster.
- Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87-101. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9449-z>.
- Gallardo, J. A. y Gallardo, P. (2018). Teorías sobre el juego y su importancia como recurso educativo para el desarrollo integral infantil. *Revista Educativa Hekademos*, 24, 41-51. <https://bit.ly/2GVJgZW>.
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519-524.
- Kahneman, D. (2015). *Pensar rápido, pensar despacio*. México: Debolsillo.
- Kamii, C. (1984). Autonomy: The aim of education envisioned by Piaget. *The Phi Delta Kappan*, 65(6), 410-415.
- Malaspina, M. y Malaspina, U. (2020) Game invention as means to stimulate probabilistic thinking. *Statistics Education Research Journal*, 19 (1), 57 – 72. International Association for Statistical Education.
- Malaspina, O., Malaspina, M. y Malaspina, U. (2018). Developing an innovative mindset in future teachers through design thinking and game invention. In L. Gómez, A. López y I. Candel (Eds.), *ICERI2018 Proceedings. 11th International Conference of Education, Research and Innovation*. (pp. 7948-7956). Seville, Spain: IATED Academy. <https://doi.org/10.21125/iceri.2018.0425>.
- Malaspina, U. (2013a). La enseñanza de las matemáticas y el estímulo a la creatividad. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 63, 41-49.
- Malaspina, U. (2013b). La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, Sociedad de Educación Matemática Uruguay, pp. 117–128.
- Malaspina, U. (2015a). Actividades lúdicas y creación de problemas (1). *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, No. 43, pp. 116 – 123.
- Malaspina, U. (2015b). Actividades lúdicas y creación de problemas (2). Análisis y comentarios. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, No. 44, pp. 152 – 158.
- Malaspina, U., Mallart, A., y Font, V. (2015c). Development of teachers' mathematical and didactic competencies by means of problem posing. En Krainer, K. y Vondrová, N. (Eds.) *CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2861-2866). Prague, Czech Republic: Proceedings of the CERME 9.
- Malaspina, U., Torres, C. y Rubio, N. (2019). How to stimulate in-service teachers' didactic analysis competence by means of problem posing. En P. Liljedahl, y L. Santos-Trigo (Eds.), *Mathematical Problem Solving*. (pp. 133 - 151). Suiza: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6_7).
- Matsko, V. J., y Thomas, J. (2015). Beyond routine: Fostering creativity in mathematics classrooms. In *Mathematical Problem Posing* (pp. 125-139). Springer, New York, NY. [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3\\_6](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_6).
- Nikiforidou, Z., Pange, J. y Chadjipadelis, T. (2013). Intuitive and Informal Knowledge in Preschoolers' Development of Probabilistic Thinking. *International Journal of Early Childhood*, 45(3), 347-357. <https://doi.org/10.1007/s13158-013-0081-6>.
- Paredes, E. y Ribera, D. (2006). *Educación en valores*. Barcelona: Tibidabo.
- Pekrun, R. (2014). *Emotions and learning*. Francia: UNESCO-IBE.
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical model*. Princeton, New Jersey.
- Radford, L. (2015). Of Love, Frustration, and Mathematics: A Cultural-Historical Approach to Emotions in Mathematics Teaching and Learning. In B. Pepin, B. Roesken-Winter (eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education, Advances in Mathematics Education*. 25-49. Suiza: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4_2).
- Singer, F. M., Ellerton, N. y Cai, J. (Eds.). (2015). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. New York, NY: Springer.

- Schukajlow, S., Rakoczy, K. y Pekrun, K. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: theoretical considerations and empirical contributions. *ZDM Mathematics Education* 49, 307–322. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0864-6>.
- Tichá, M. y Hošpesová, A. (2013). Developing teachers' subject didactic competence through problem posing. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 133-143. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9455-1>.
- Vigotsky, L. (2012). *La imaginación y el arte en la infancia* (11ª edición). Madrid: Ediciones Akal.

Uldarico Malaspina Jurado. Doctor en Ciencias, Profesor Emérito de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Académico Titular de la Academia Nacional de Ciencias del Perú. Asesor de tesis de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas. Líneas de investigación: resolución y creación de problemas y de juegos para estimular creatividad y aprendizajes; intuición y problemas de optimización. Conferencista en diversos foros internacionales sobre educación matemática.

Email: [umalasp@pucp.edu.pe](mailto:umalasp@pucp.edu.pe)

## Apéndice

Transcripción de parte de la conversación entre un profesor (P) y una niña de 11 años (N), conducente a la creación de un problema por variación, expuesto en el apartado 5.2.

- P: ¿Me puedes ayudar a inventar un problema de matemáticas?
- N: Bueno, pero ¿cómo lo vamos a inventar?
- P: Modificando un problema. Te doy un problema, tú lo resuelves, luego lo modificas y así tenemos un nuevo problema.
- N: Pero que no sea muy difícil...
- P: No, es solo de multiplicación. A ver, escribe 4 números del 1 al 9 y muéstramelos.
- N: Ya. (La niña escribió los números 3, 7, 5 y 2 en el chat)
- P: Ahora escoge tres de esos números y escríbelos de modo que puedas hacer una multiplicación de un número de dos cifras por un número de una cifra.
- N: ¿Cómo?
- P: Una manera sencilla de hacerlo es escogiendo los números para ubicarlos en las casillas, como te muestro en este papel. (El profesor muestra una configuración como la de la Figura 8)

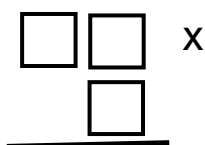


Figura 8. Configuración para ubicar los números escogidos

- N: ¡Ah ya! ¿Puede ser 35 x 2?
- P: Claro, es una posibilidad, pero acá viene la novedad: debes escoger los números, de modo que, al hacer la multiplicación, el resultado sea el más grande posible.
- N: Mmmm (La niña trabaja unos segundos) Ya: 75 x 3
- P: ¿Segura?
- N: Espera, espera. No. Es 73 x 5
- P: ¡Perfecto! ¿Y cómo lo obtuviste?
- N: No usé el 2 porque es el menor; y el 7, que es el mayor, tenía que ponerlo en las decenas y 73 x 5 es mayor que 75 x 3.
- P: ¡Buen Razonamiento! Ahora, por favor, invéntate un problema parecido al que acabas de resolver, pero haciéndole alguna modificación interesante.
- N: A ver... (la niña se pone a pensar) Ya. Escribe cuatro números del 1 al 9 y dime cuáles has escrito.
- P: 3, 8, 4 y 6. (Los escribo en el chat)



- N: Ahora haz como antes, pero el resultado de la multiplicación lo divides por el número que no escogiste y el resultado final debe ser el menor posible.
- P: A ver... Está interesante el problema... (El profesor hace cálculos e, intencionadamente, le dice que el resultado final es un número que no es el correcto) ¿El número que se obtiene es 25,5?
- N: A mí me sale 18.
- P: ¿Cómo lo obtienes?
- N: La multiplicación debe dar el menor resultado y yo puse  $36 \times 4$ , que me da 144.
- P: ¡Ah! Yo puse  $34 \times 6$ , que me da 204.
- N: Pero, 144 entre 8 me dá 18.
- P: Perfecto, tienes razón, la respuesta es 18.
- N: (La niña muestra gran satisfacción).
- P: El problema está muy bonito, pero pensando en mejorarlo, parece innecesario pedir que se divida entre el número que no se escogió, porque lo importante es hacer la multiplicación de modo que se obtenga el menor resultado posible. ¿Qué dices?
- N: Entonces... (la niña se pone a pensar). Mejor... en lugar de escribir cuatro números al inicio, escribes seis números y de esos escoges tres para la multiplicación y uno de los otros tres que te quedan, para hacer la división.
- P: ¡Perfecto! Quedó muy bien con esa modificación.