

# PLANES DE ÁREA DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN MEDIA

Silvia Paola Solano Camargo

Directores

Pedro Gómez  
María José González

Universidad de los Andes  
Facultad de Educación  
Doctorado en Educación  
Bogotá D. C.  
2021

# RESUMEN

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) estableció la autonomía curricular en la Ley 115 General de Educación (MEN, 1994). Por medio de esta ley, se buscaba que cada institución educativa construyera su propio proyecto educativo institucional (PEI) y adaptara sus planes de estudio a su contexto. Cada institución produce su plan de área y, por consiguiente, existe una gran diversidad en la planificación curricular dentro de las instituciones educativas en el área de matemáticas. Es importante analizar esta diversidad con el fin de valorar qué interpretación se hace de los referentes curriculares nacionales durante su adaptación al contexto de los estudiantes de las instituciones.

Mi interés fue caracterizar la diversidad en la planificación curricular de las instituciones con el fin de describirla, identificar y analizar sus características, y establecer su relación con los lineamientos curriculares propuestos por el MEN. Con base en un marco conceptual curricular, definí cinco atributos de caracterización para analizar la diversidad que tienen los documentos de planes de área colombianos. Estos atributos son tratamiento didáctico de los temas, alineación con estándares, nivel de concreción de los temas, cubrimiento de los temas y coherencia.

Planteé el siguiente objetivo general de investigación: caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos desde una perspectiva curricular. Este objetivo de investigación se desarrolló por medio de la caracterización de una muestra representativa de planes de área en relación con los cinco atributos anteriores e implicó establecer los objetivos específicos correspondientes: caracterizar el tratamiento didáctico de los temas; establecer la alineación con los estándares; determinar su nivel de concreción; establecer el nivel de cubrimiento de los temas; y determinar la coherencia entre dimensiones y entre expectativas de aprendizaje.

Seleccioné una muestra representativa de 212 planes de área que codifiqué con base en un plan de área de referencia y un sistema de categorías y códigos que surgieron del marco conceptual. Analicé los tres temas de matemáticas más relevantes para los grados décimo y undécimo: cónicas, como tema representativo del pensamiento matemático espacial y el sistema geométrico; derivada, como tema más representativo del pensamiento matemático variacional y los sistemas algebraicos y analíticos; y estadística descriptiva, como tema más representativo del pensamiento matemático aleatorio y los sistemas de datos. Construí, para cada atributo y subatributo, variables de proporción que me permitieron resumir los datos que resultaron de la codificación; calculé los estadísticos descriptivos correspondientes; realicé pruebas de hipótesis para hacer inferencias; construí intervalos de confianza para la población; y construí medidas de distancia para analizar los diferentes atributos.

Al analizar el tratamiento didáctico de los temas, encontré que, en la dimensión conceptual, hay diversidad de aproximaciones a los temas de las matemáticas escolares. En los planes de área, el tema de cónicas se aborda más desde lo conceptual, mientras que, para el tema de la derivada,

su tratamiento es procedimental. En el tema de estadística descriptiva, su tratamiento didáctico tiende a ser más equilibrado. Desde el punto de vista de las representaciones, los temas se abordan más desde su representación simbólica, aunque hay una gran diversidad de representaciones en los distintos planes de área. Los contextos que más se utilizan son los matemáticos para el caso de las cónicas y los no matemáticos para los otros dos temas. El tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva gira alrededor de las expectativas de aprendizaje de nivel medio establecidas en los estándares básicos de competencias. La dimensión formativa se aborda poco en los planes de área de la muestra. En esta dimensión, se pone de manifiesto que el esquema de enseñanza que más se utiliza es el tradicional. Finalmente, la dimensión social se aborda muy superficialmente. En pocos planes de área se plantean instrumentos de evaluación. Los criterios de evaluación están relacionados con los temas de las matemáticas escolares.

En relación con el atributo alineación con estándares, encontré que los planes de área de la muestra se alinean en promedio en un tercio con lo propuesto por el MEN. El nivel de concreción de los temas y el cubrimiento de los temas son bajos para los temas de cónicas y derivada, y más bajos para estadística descriptiva. Los temas se cubren con poco nivel de concreción y superficialidad. Finalmente, en los planes de área, identifiqué que la cuarta parte de las incoherencias se da entre los diferentes niveles de expectativas de aprendizaje. También, hay algunos planes de área que presentan incoherencias entre las dimensiones del currículo.

En síntesis, los resultados de este estudio ponen de manifiesto que hay diversidad en los planes de área de educación media. Esta diversidad se manifiesta fundamentalmente en la falta de homogeneidad de los resultados obtenidos en los atributos en los tres temas matemáticos elegidos y en la escasa alineación de los planes de área con los estándares propuestos por el MEN. También se pone de manifiesto que los planes de área poseen varias carencias y limitaciones en la mayoría de los aspectos analizados. Se concluye que la introducción de la autonomía curricular en la Ley 115 General de educación (MEN, 1994) tuvo muy buenas intenciones para que las instituciones educativas adaptasen el currículo a sus propios contextos, pero no se ha logrado la alineación necesaria.

Además de los resultados obtenidos sobre los planes de área de matemáticas colombianos, otra de las contribuciones de este estudio es haber proporcionado un método para caracterizar de forma detallada los documentos curriculares de matemáticas, basado en el uso de un conjunto de atributos conceptuales y operacionales de interés para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a nivel del aula.

A partir de los resultados obtenidos, se concluye que, si se desea cambiar o implementar el currículo de las instituciones educativas a partir de una legislación nacional, es necesario realizar el seguimiento de los documentos oficiales hasta su implementación en el aula, y proporcionar una adecuada formación al profesorado y un acompañamiento a las instituciones educativas.

# TABLA DE CONTENIDO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Preliminares</b>                             | <b>8</b>  |
| 1. Introducción                                    | 8         |
| 2. Contexto  | 8         |
| 3. Antecedentes                                    | 10        |
| 4. Justificación y Problemática tratada            | 13        |
| <b>2. Marco conceptual</b>                         | <b>15</b> |
| 1. Marco legal                                     | 15        |
| 2. Teoría curricular                               | 17        |
| 3. Modelo de análisis didáctico                    | 19        |
| 4. Caracterización de un plan de área              | 23        |
| <b>3. Problema de investigación</b>                | <b>25</b> |
| 1. Problema de investigación                       | 25        |
| <b>4. Marco Metodológico</b>                       | <b>27</b> |
| 1. Población y muestra                             | 27        |
| 2. Procedimiento metodológico                      | 28        |
| 3. Información de los planes de área de la muestra | 29        |
| 4. Temas de análisis                               | 29        |
| 5. Plan de área de referencia                      | 33        |

|  |            |
|--|------------|
| 6. Árboles de códigos y codificación   | 39         |
| 7. Métodos de análisis para los atributos de caracterización de los planes de área | 45         |
| <b>5. Atributo Tratamiento didáctico de los temas – dimensión conceptual</b>       | <b>51</b>  |
| 1. Revisión de la literatura   | 51         |
| 2. Noción de tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual         | 54         |
| 3. Metodología   | 56         |
| 4. Resultados  | 59         |
| 5. Conclusiones  | 70         |
| <b>6. Atributo Tratamiento didáctico de los temas – dimensión cognitiva</b>        | <b>73</b>  |
| 1. Revisión de la literatura   | 73         |
| 2. Noción de tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva          | 78         |
| 3. Método  | 83         |
| 4. Resultados  | 85         |
| 5. Conclusiones  | 92         |
| <b>7. Atributo tratamiento didáctico de los temas – dimensión formativa</b>        | <b>94</b>  |
| 1. Revisión de la literatura   | 94         |
| 2. Noción de tratamiento didáctico de los temas en la dimensión formativa          | 100        |
| 3. Metodología   | 101        |
| 4. Resultados  | 102        |
| 5. Conclusiones  | 105        |
| <b>8. Atributo tratamiento didáctico de los temas – dimensión social</b>           | <b>107</b> |
| 1. Revisión de la literatura   | 107        |
| Planes de área de matemáticas en educación media                                   | 5          |

|   |            |
|---|------------|
| 2. Noción de tratamiento didáctico de los temas en la dimensión social  | 108        |
| 3. Metodología  | 110        |
| 4. Resultados   | 110        |
| 5. Conclusiones   | 114        |
| <b>9. Atributo Alineación de los planes de área con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas</b> | <b>115</b> |
| 1. Revisión de la literatura  | 115        |
| 2. Noción de alineación   | 118        |
| 3. Metodología  | 119        |
| 4. Resultados   | 120        |
| 5. Conclusiones   | 130        |
| <b>10. Atributo Cubrimiento de los temas</b>  | <b>132</b> |
| 1. Revisión de la literatura  | 132        |
| 2. Noción de cubrimiento de los temas   | 138        |
| 3. Metodología  | 141        |
| 4. Resultados atributo cubrimiento  | 143        |
| 5. Conclusiones   | 152        |
| <b>11. Atributo Nivel de concreción</b>   | <b>154</b> |
| 1. Revisión de la literatura  | 154        |
| 2. Noción y cálculo de cubrimiento de los temas   | 158        |
| 3. Metodología  | 160        |
| 4. Resultados   | 161        |
| 5. Conclusiones   | 171        |
| Planes de área de matemáticas en educación media  | 6          |

|   |            |
|---|------------|
| <b>12. Atributo coherencia</b>                      | <b>174</b> |
| 1. Revisión de la literatura                        | 174        |
| 2. Noción de coherencia                             | 179        |
| 3. Coherencia al interior de la dimensión cognitiva | 180        |
| 4. Coherencia entre dimensiones del currículo       | 186        |
| 5. Conclusiones                                     | 193        |
| <b>13. Conclusiones y discusión</b>                 | <b>195</b> |
| 1. Problema de investigación                        | 195        |
| 2. Marco conceptual                                 | 195        |
| 3. Marco metodológico                               | 197        |
| 4. Objetivos de investigación                       | 198        |
| 5. Principales resultados                           | 198        |
| 6. Análisis curricular de planes de estudio         | 202        |
| 7. Conclusiones                                     | 203        |
| 8. Discusión  | 204        |
| 9. Limitaciones                                     | 206        |
| 10. Líneas futuras de investigación                 | 206        |
| 11. Referencias                                     | 209        |

# 1. PRELIMINARES

En este capítulo, presento la introducción al problema de investigación, su contexto, antecedentes y justificación.

## 1. INTRODUCCIÓN

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) decretó la Ley 115 General de Educación de 1994 (MEN, 1994). Por medio de esta Ley, se organiza la prestación del servicio educativo en Colombia, con base en unas normas generales. En la Ley 115, se establece que las instituciones educativas deben tener un Proyecto Educativo Institucional (PEI) (MEN, 1994, Artículo 73, p. 16). Este PEI debe responder a situaciones y necesidades de los educandos, de la comunidad local, de la región y del país, y debe ser concreto, factible y evaluable. El PEI debe incluir un plan de estudios en el que se debe concretar el diseño curricular de todas las áreas. También, en la Ley 115, se establece la autonomía curricular de los centros educativos que se responsabilizan de la formulación y registro del PEI (MEN, 1994, Artículo 77, p. 17). La autonomía curricular permite que el currículo sea adaptado para cada institución educativa. Por consiguiente, los docentes en cada institución educativa son los responsables de elaborar los PEI que contienen los planes de estudios para todas las áreas del conocimiento. Sin embargo, esta autonomía curricular está condicionada por los documentos que el MEN propone para el diseño y la implementación del currículo. Esto es, el MEN asume la responsabilidad de formular y difundir lineamientos curriculares para guiar el proceso de formulación del PEI. Estos lineamientos curriculares se expresan en unas expectativas de aprendizaje. En particular, el MEN (2006) publicó el documento de los estándares como la guía para el diseño y el desarrollo del currículo. Recientemente, el MEN produjo un documento complementario denominado Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015) que no pudimos tener en cuenta para la presente investigación, dado que su aparición fue posterior al diseño e implementación de este estudio.

A partir de la normativa curricular, específicamente de la autonomía curricular que se les dio a las instituciones educativas, es de mi interés analizar y reflexionar sobre las implicaciones que esta norma ha tenido en la planificación que las instituciones educativas hacen para el área de matemáticas en la educación media.

## 2. CONTEXTO

En el artículo 76 de la Ley 115 (MEN, 1994), se define y describe el concepto de currículo de la siguiente manera.

*El currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.* (MEN, 1994, p. 17)

La noción de currículo se transforma en una herramienta básica y fundamental para el trabajo del profesor. Los documentos curriculares que sirven de guía y condicionan su trabajo deberían estar, en general, estructurados a partir de esta noción. El Decreto 230 de 2002 (MEN, 2002a) reitera, en su artículo 2, la noción de currículo como

*(...) el conjunto de criterios, planes de estudio, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, e incluye también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el PEI (...) Los establecimientos educativos que ofrezcan la educación formal gozan de autonomía para organizar las áreas obligatorias y fundamentales definidas para cada nivel; introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley; adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales; y adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos que establezca el MEN.* (MEN, 2002a, Artículo 2, p. 1)

En la Ley 115 de 1994 (MEN, 1994), se definen los planes de estudio como “el esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativos” (MEN, 1994, Artículo 79, p. 17) y su regulación en el artículo 78. Este plan de estudios también se conoce como plan de área dado que, en las instituciones educativas, se debe tener un plan para cada área o asignatura. A partir del documento de los *Estándares Básicos de Competencias*<sup>1</sup> (MEN, 2006) y en el marco de cada PEI, los equipos docentes de las instituciones educativas definen objetivos, metas comunes y, para cada área específica, los contenidos temáticos, los procesos y otros requisitos que sean indispensables para desarrollar la competencia respectiva.

La normativa curricular que he descrito implica que, en la actualidad, no existe una aproximación sistemática, estructurada y fundamentada al diseño curricular en matemáticas en la educación media. Esta afirmación está sustentada por Montoya (2016) quien argumenta que “cada escuela tiene autonomía para definir su propio PEI, pero el MEN aprueba estándares y lineamientos que buscan dirigir las acciones y las decisiones de las instituciones y sus asesores pero no reemplazan a los docentes en sus decisiones”. Asimismo, Molano (2011) advierte que, “a pesar de la autonomía curricular, la mayoría de las escuelas ha adaptado los currículos de editoriales, consultores, y otras instituciones y continúan haciendo lo que hacía antes de tener la facultad de dictarse sus propios currículos”. Este autor entrevistó al profesor Vasco, quien es una de las personas más conocedoras de la historia educativa en Colombia. En relación con la autonomía curricular, el profesor Vasco argumentó que

---

<sup>1</sup> De aquí en adelante nos referiremos a este documento como el documento de los estándares.

*cada colegio podía hacer sus programas y currículos respecto al PEI; pues como no había tiempos, ni asesorías, ni materiales, pues entonces lo que se hizo fue que prácticamente los profesores tomaron de los textos el programa o currículo que para ellos era lo mejor, y siguieron haciendo lo que estaban haciendo, y en caso de que saliera un texto mejor de otra editorial, lo cambiaban.* (Molano, 2011, p. 185)

De otra parte, autores como Gómez y Restrepo (2012), después de realizar un estudio sobre los procesos de diseño y planificación curricular en matemáticas en una muestra de 18 instituciones educativas colombianas, llegaron a la conclusión de que existe una diversidad en el diseño curricular. Asimismo, después de analizar un conjunto de documentos de planes de área, yo pude verificar que existe una gran diversidad en la planificación curricular dentro de las instituciones en el área de matemáticas. Esta diversidad de aproximaciones a la planificación curricular es una consecuencia natural de la libertad que las instituciones tienen con motivo de la autonomía curricular establecida en la ley. Por consiguiente, la relación entre lo que las instituciones proponen en su currículo y los lineamientos curriculares actuales (MEN, 2006) no es clara. Mi interés de investigación en este estudio se centra en caracterizar esta diversidad en los planes de área de las instituciones.

### 3. ANTECEDENTES

Este estudio aborda cuestiones que están abiertas en el ámbito de la investigación sobre los documentos de planes de área de matemáticas en la educación media en Colombia. Los planes de área forman parte del conjunto de documentos curriculares por medio de los cuales se concretan los planes de estudios. Estos documentos se vienen investigando a nivel internacional desde distintos puntos de vista.

Una buena parte de la literatura de investigación muestra que los investigadores se han centrado en analizar los documentos curriculares a la luz de los estándares nacionales o internacionales de matemáticas (Kurz, Elliott, Wehby y Smithson, 2010; Polikoff, Porter y Smithson, 2011; Polikoff, Zhou y Campbell, 2015; Porter y Smithson, 2002; Webb, 1997a). En bastantes casos, se han llevado a cabo comparaciones entre el currículo planteado en los estándares nacionales o internacionales y los desarrollos curriculares locales, al tratar de buscar diferencias que explicasen el distinto rendimiento de los estudiantes en pruebas estandarizadas como TIMSS o PISA (Schmidt, Wang y McKnight, 2005; Schmidt y Houang, 2012). La mayoría de estos estudios se han centrado en determinar la coherencia o alineación de los documentos curriculares con los estándares usados para la evaluación (Porter y Smithson, 2002; Webb, 1997a). Una de las principales motivaciones para el estudio de la alineación era la idea de que los objetivos “mejor alineados” aumentaban la posibilidad de que las múltiples componentes de cualquier sistema educativo distrital o del estado trabajaran por unos fines comunes (Porter y Smithson, 2002). Lo anterior significa que no se trataba de la simple alineación entre los estándares y las evaluaciones, sino de que el contenido enseñado a los estudiantes también debía estar orientado hacia esos objetivos. En caso de que los maestros enseñaran contenidos diferentes de los que exigía el currículo, los estudiantes podrían tener éxito en el aula pero fallarían en las evaluaciones sin lograr comprender dónde necesitarían ayuda adicional (McGehee y Griffith, 2001). Otros estudios sobre alineación

pretenden determinar la coherencia que existe en las reformas educativas basadas en los estándares (Polikoff et al., 2015). Dado que se espera que las evaluaciones estatales alineadas con los estándares estén diseñadas para guiar la instrucción del profesor y aumentar los logros de las expectativas de aprendizaje por parte de los estudiantes, los autores investigaron la coherencia de los instrumentos clave de la reforma basada en estándares y encontraron que una proporción moderada de los contenidos evaluados en las pruebas se encontraba en el nivel incorrecto de demanda cognitiva en comparación con los estándares correspondientes y viceversa.

Además de los estudios de alineación, la literatura de investigación se ha centrado en otros elementos de los documentos curriculares. Presento seguidamente esta literatura organizada según cuatro focos —contenido, aprendizaje, enseñanza y evaluación— que organizarán posteriormente este trabajo.

En relación con los contenidos en los planes de estudio u otros documentos que son utilizados en las instituciones educativas, encontré que hay estudios que se han centrado en revisar los contenidos desde perspectivas teóricas, como el enfoque ontosemiótico (Pino-Fan, Castro, Godino y Font, 2013). Otros estudios han analizado los documentos curriculares al centrar su atención en el análisis de los conceptos y procedimientos, los sistemas de representación y los fenómenos que se abordan (Aguayo-Arriagada, Piñeiro y Flores, 2016; Amaro, Hernández y Slisko, 2019; Batanero, Díaz-Levicoy, Arteaga y Gea, 2014; Claros, Sánchez y Coriat, 2014; González y Sierra, 2004; Melo y Portillo, 2013; Monterrubio y Ortega, 2011a; Ortiz, Batanero y Serrano, 1996), enfoque que también utilizaremos en este estudio. Otras investigaciones se han centrado en los contenidos que hay en los libros de texto desde diferentes posiciones epistemológicas, como el fenómeno de la transposición didáctica (Bravo y Cantoral, 2012; Ocoró y Ocoró, 2016), la teoría antropológica didáctica (Del Pino, Galaz, Gutiérrez, Rodríguez y Villalobos, 2016), la resolución de problemas desde los planteamientos de Polya (González, Guerrero y Yáñez, 2015), el marco teórico de los esquemas de prueba (Conejo, Arce y Ortega, 2014) o el análisis de la estadística y la probabilidad desde una metodología cualitativa (Díaz-Levicoy, Piñeiro, Pinto y Cortés, 2016). Por último, hay estudios que analizan la amplitud con que se tratan los temas en los documentos curriculares oficiales —su nivel de concreción— (Schwartz, Sadler, Sonnert y Tai, 2008) y el nivel de cubrimiento del contenido alcanzado (Baker, 2001; Levy, Burton, Mickler y Vigorito, 1999).

Los estudios que abordan el aprendizaje centran su atención en la forma en que se presentan los objetivos de aprendizaje en los programas curriculares (Boesen, Helenius, Bergqvist, Bergqvist, Lithner, Palm *et al.*, 2014; Bumpus, Vinco, Lee, Accurso y Graves, 2020; DeMers, 2009; Homa, Hackathorn, Brown, Garczynski, Solomon, Tennial *et al.*, 2013; Hubwieser, 2008). En particular, una buena parte de la literatura reciente se ha dedicado a analizar el fenómeno de plantear las expectativas de aprendizaje en términos de competencias (Højgaard, 2019; Højgaard y Sølberg, 2019). Parte de esta literatura ha tomado como objeto de estudio los libros de texto, al suponer que, en estos documentos, se plasma una interpretación del currículo muy próxima al aula (Karns, Burton y Martin, 1983; Riazi y Mosalanejad, 2010; Thompson, 2014).

Para el análisis de la enseñanza, encontré que la literatura está centrada en analizar la relación profesor – estudiante y las prácticas de enseñanza (Michael, 2015), aunque hay investigaciones centradas en metodología de enseñanza que sugieren indicaciones al profesorado para que aborden alguna reforma (Bulut, 2007; Handal y Herrington, 2003). También identifiqué estudios que

analizan los métodos de enseñanza y su aplicación en las diferentes ramas de las matemáticas que se enseñan en el nivel secundario (Baig, 2015). Otras investigaciones se enfocan en el efecto de la enseñanza basada en actividades y el método tradicional de enseñanza sobre el rendimiento de los estudiantes en la asignatura de Matemáticas en la etapa de primaria (Noreen y Rana, 2019). Estos estudios forman parte de una literatura más general centrada en comparar los métodos de enseñanza de las matemáticas y estudiar sus consecuencias en el aprendizaje (Jansen, 1998; Lessani, Yunus y Bakar, 2017).

Al centrarme en la evaluación, encontré estudios en los que se analizan los diferentes instrumentos de evaluación (Alcaraz y García, 2004) y tratan de relacionar los estándares que se pretenden lograr para las matemáticas escolares con la evaluación que permite verificar el desempeño de los estudiantes a lo largo de un período. También, hay estudios que abordan la forma de mejorar las capacidades de resolución de problemas junto con la comprensión de los estudiantes (NCTM, 2000).

Los estudios que acabo de mencionar, realizados en otros países, ponen de manifiesto el interés de analizar los planes de estudio para poder interpretar fenómenos educativos relacionados con la planificación curricular, la alineación y coherencia del currículo oficial y el currículo implementado y evaluado. A nivel nacional, Gómez y Restrepo (2012) se interesaron en caracterizar la dimensión cognitiva del currículo. Lopez (2013) analizó el grado de alineación entre las evaluaciones estandarizadas de matemáticas y lo propuesto en los estándares. Sin embargo, encuentro que, para el caso colombiano, es escasa la investigación sobre los planes de área de matemáticas. Por lo tanto, es importante conocer estas cuestiones a nivel nacional.

Cabe mencionar que, en este estudio, pretendo lograr un nivel de detalle en el análisis, en términos de unos atributos de caracterización, que prácticamente en ningún estudio de los anteriormente citados se ha hecho. También me ocupo conjuntamente de todas las dimensiones del currículo. De esta manera, con este trabajo, quiero hacer una contribución a la literatura de investigación sobre la forma de analizar documentos curriculares que aún no se ha realizado a nivel internacional o nacional.

A nivel nacional, este estudio tiene una gran relevancia dado que, por medio de sus resultados, podré informar a los diferentes agentes sobre algo que no se había analizado y que es importante conocer: cuáles han sido las implicaciones de la autonomía curricular en la planificación curricular institucional. Es decir, cómo es la diversidad de los documentos curriculares que se producen en las instituciones educativas debido a la autonomía curricular otorgada por el MEN y los documentos que el legislador propone para guiar la planificación curricular. En este sentido, en este estudio analizo y describo los documentos de planes de área colombianos en términos de la forma como se proponen los contenidos que se van a enseñar, las expectativas de aprendizaje que se plantean, las formas de enseñar estos contenidos y la validación del logro de dichas expectativas a través de la evaluación que se establece en estos documentos. Adicionalmente, analizo la alineación que tienen estos documentos curriculares con los estándares propuestos por el legislador (MEN) y qué tanto se cubre de los temas en los planes de área. Finalmente, analizo la coherencia en la información que se plantea en los documentos curriculares desde dos perspectivas. El primer análisis de coherencia busca establecer en qué medida los contenidos, las expectativas de aprendizaje, la enseñanza y la evaluación están relacionadas de forma coherente y el segundo análisis se realiza en

términos de la contribución que hay en los diferentes niveles de expectativas de aprendizaje que se plantean.

Considero que los resultados de este estudio son relevantes para la política pública y el funcionamiento curricular de las instituciones. Estos resultados informarán al Estado sobre las posibles implicaciones curriculares de la autonomía curricular a nivel de la planificación institucional y contribuirán a que las instituciones constaten las características de esos documentos curriculares y sus implicaciones en el aprendizaje de los estudiantes.

## 4. JUSTIFICACIÓN Y PROBLEMÁTICA TRATADA

Como consecuencia de la autonomía curricular que presenté con anterioridad, las instituciones educativas y los profesores se hicieron responsables del diseño curricular en todas las áreas, con la guía de los documentos curriculares publicados por el gobierno. Ellos deben organizar las áreas fundamentales de conocimiento definidas para cada nivel; introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley; adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales; adoptar métodos de enseñanza; y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos establecidos por el MEN. Se espera que los currículos de las instituciones educativas colombianas contemplen lo siguiente.

- ◆ Los fines de la educación y los objetivos de cada nivel y ciclo definidos por la Ley 115 de 1994 (MEN, 1994).
- ◆ La normativa curricular colombiana expedida por el MEN.
- ◆ Los documentos curriculares, tales como los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) para el currículo en las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento u otros instrumentos para la calidad, que defina y adopte el Ministerio de Educación Nacional.

En este sentido, los profesores hacen una planificación curricular en todas las áreas. Esta planificación queda registrada en los planes de área, o planes de estudio como lo estipula la ley en su artículo 79. El término *plan de área* se utiliza para hacer referencia a aquella porción del PEI en la que se concreta la planificación curricular para un área específica. El foco de este estudio son los planes de área de matemáticas.

Estudios previos sobre estas cuestiones (Gómez y Restrepo, 2012) y el análisis detallado que yo realicé de una muestra de conveniencia de un conjunto de planes de área ponen de manifiesto que estos documentos curriculares no presentan una relación clara con los lineamientos curriculares propuestos por el MEN y abordan el diseño y la planificación curricular con gran diversidad de aproximaciones.

Tras justificar la importancia de describir la diversidad que existe en el diseño y la planificación curricular en los planes de área de matemáticas en educación media, con el este estudio busco proporcionar información sobre las características de los planes de área de matemáticas de la educación media en Colombia y si esas características contribuyen al aprendizaje esperado de los estudiantes. Para concretar esta problemática en forma de preguntas y objetivos de investigación, presentaré a continuación el marco conceptual que me permitirá especificar de qué forma analizaré los planes de área colombianos. Seguidamente, presentaré formalmente el problema de investigación. Después, presentaré el marco metodológico general y los cinco análisis o estudios que realicé

para describir la diversidad de los documentos de planes de área de matemáticas colombianos. Finalmente, presentaré las conclusiones y la discusión final.

## 2. MARCO CONCEPTUAL

En este capítulo, presento las ideas centrales del marco conceptual general de este estudio: el marco legal, la teoría curricular, el modelo de análisis didáctico, la caracterización de un plan de área y los diferentes atributos de caracterización de los planes de área de educación media de matemáticas colombianos.

### 1. MARCO LEGAL

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) decretó la Ley General de Educación 115 de 1994 (MEN, 1994). Esta ley organiza la prestación del servicio educativo en Colombia, por medio de unas normas generales, dentro de las cuales se incluye, en su artículo 73, el Proyecto Educativo Institucional (PEI). En este mismo artículo, se incluye un párrafo que determina que el PEI debe responder a situaciones y necesidades de los educandos, de la comunidad local, de la región y del país; asimismo, este PEI debe ser concreto, factible y evaluable.

Adicionalmente, la Ley 115 establece, en el artículo 77, la autonomía curricular de los centros educativos que se responsabilizan de la formulación y registro del PEI. El PEI debe incluir un plan de estudios en el que se debe concretar el diseño curricular de todas las áreas. Por lo tanto, los profesores son los encargados del diseño y la planificación curricular en todas las áreas. Esta planificación queda registrada en los planes de estudio como lo estipula la ley en su artículo 79.

*El plan de estudio es un esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativo. En la educación formal, dicho plan debe establecer los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración, de acuerdo con el Proyecto Educativo Institucional y con las disposiciones legales vigentes. (p. 17)*

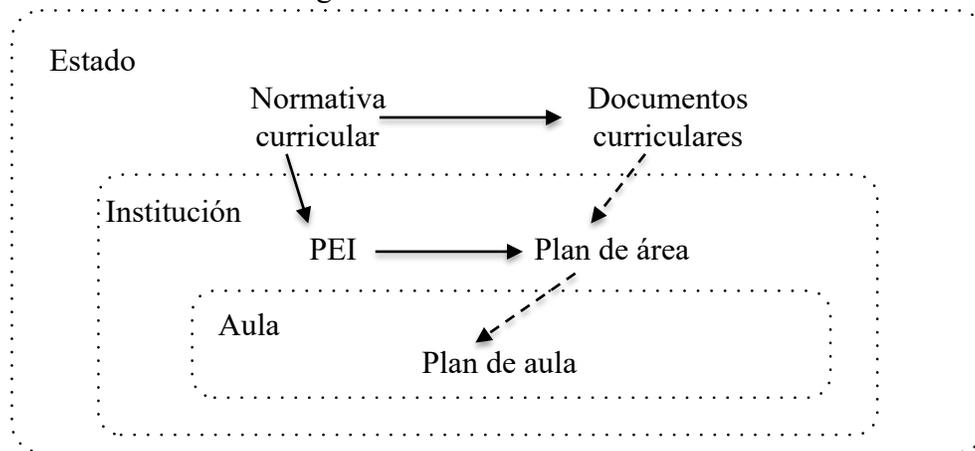
Dado que la ley establece que el plan de estudios debe contemplar los objetivos, la metodología, la distribución del tiempo, los criterios de evaluación y la administración por niveles, grados y áreas, constaté que, en el contexto de las instituciones educativas, se utiliza la expresión *plan de área* para referirse al documento elaborado por el profesorado de la institución en el que, para el área de matemáticas, esa institución busca satisfacer las condiciones contempladas en el artículo 79 de la Ley 115 (MEN, 1994).

Los planes de estudio colombianos están organizados por grados y por períodos académicos, y, en general, tienen una estructura común. La organización del currículo para las matemáticas en una institución, por ley (MEN, 1994), se organiza por grados. El calendario académico debe ser organizado por períodos anuales de 40 semanas (Ley 115, (1994); Decreto 1850, (2002b)). Este

período anual debe ser distribuido en dos períodos semestrales (Artículo 14, Decreto 1850). No obstante, encontré que, en los documentos de planes de área, usualmente se distribuyen las 40 semanas en cuatro períodos académicos o bimestres. Por consiguiente, en la mayoría de las instituciones educativas, existe la tradición de distribuir el año escolar en períodos académicos y en los planes de área se incluye esta noción de período como medio de organización temporal de las actividades académicas. En algunos planes de área, se hace una introducción al documento por medio de un discurso introductorio. Seguidamente, el plan de área tiene unas mallas curriculares que están dispuestas para cada período académico.

Una vez se está dentro de un período académico, encontré una tradición de organizar el período por subperíodos que corresponden a las filas que se encuentran en las mallas curriculares. Los subperíodos, como los periodos, no están establecidos por norma. Las instituciones educativas expresan el diseño curricular en este nivel temporal del plan de área. En cada fila de la malla curricular (subperíodo) se puede encontrar información sobre, por ejemplo, los contenidos a enseñar, las expectativas de aprendizaje que se espera que los estudiantes alcancen, la metodología de enseñanza y los criterios de evaluación de los contenidos propuestos.

De esta manera, el plan de área se convierte en la hoja de ruta que guía la implementación del currículo de matemáticas al interior de las instituciones educativas colombianas. De cara a su actuación en el aula, el profesor también formula su plan de aula en el que se debe concretar el plan de área para una o más sesiones de clase específicas (Gómez, 2010). La situación anterior se puede representar esquemáticamente como se muestra en la figura 1. No obstante, el plan de aula no es el objeto de estudio de esta investigación.



*Figura 1. De la normativa al plan de aula (Gómez, 2018)*

El propósito de que se formule un plan de área en la institución educativa consiste en que este documento sirva de guía para los planes de aula que los profesores formulan para sus clases y para la implementación de ese plan de aula. En este sentido, el plan de área se convierte en un instrumento que orienta la actuación del profesor en el aula de clase con el fin de lograr el aprendizaje de los estudiantes. El plan de área contiene la forma en que el profesorado de una institución educativa, en el ejercicio de su autonomía, interpreta las leyes educativas y los lineamientos curriculares de nivel nacional sobre la enseñanza en un área de conocimiento. Por lo tanto, el plan de área

juega un papel importante dentro del currículo de una institución educativa, no sólo por ser un documento que guía la planificación de un área, sino también porque permite desarrollar el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

## 2. TEORÍA CURRICULAR

El currículo es un término genérico. En su acepción educativa, el currículo es un plan de formación que cada sociedad establece para las distintas disciplinas (Stenhouse, 1984). De acuerdo con Rico (1997), el currículo contempla los siguientes elementos: las personas que se van a formar, el tipo de formación, la institución donde se forman, los fines que se quieren alcanzar y los mecanismos de valoración de la formación. El currículo tiene como intención entender el conocimiento, interpretar el aprendizaje, poner en práctica la enseñanza, y valorar/evaluar el aprendizaje de ese conocimiento.

La reflexión y el análisis curricular se pueden basar en estas cuatro cuestiones: qué, para qué, cómo y cuánto, para dar lugar a cuatro dimensiones: conceptual, cognitiva, formativa y social. En la figura 2, presento una adaptación del tetraedro que utiliza Rico (1997) para establecer la relación entre las cuatro dimensiones del currículo y las cuestiones qué, para qué, cómo y cuánto.

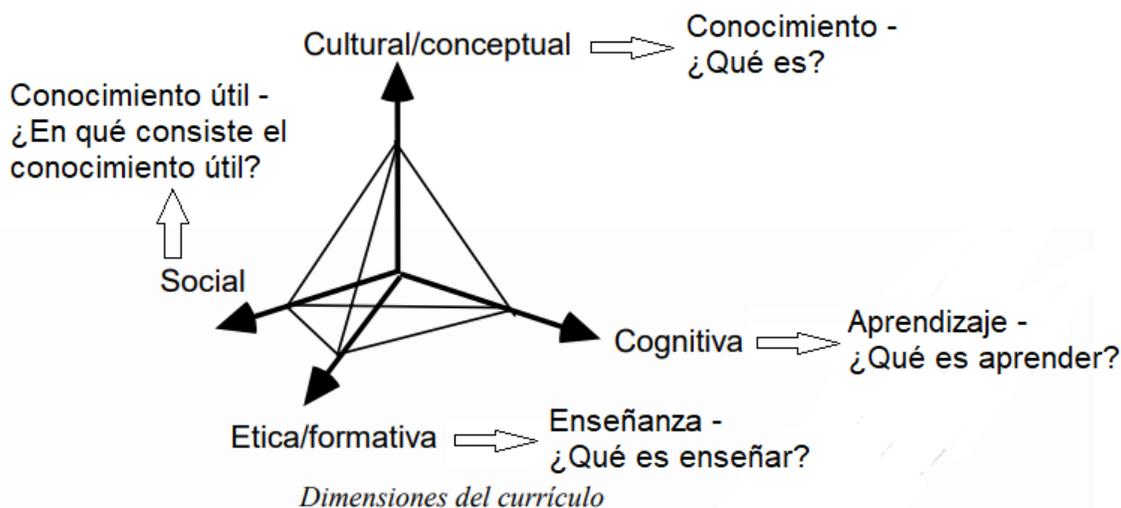


Figura 2. Adaptación de la gráfica de las dimensiones del currículo (Rico, 1997)

Para el estudio de estas cuatro dimensiones del currículo, Rico (1997) establece unos niveles de reflexión: el nivel teleológico, el nivel de las disciplinas académicas, el nivel del sistema educativo, el nivel de la planificación de los profesores y el nivel de la planificación local. En la tabla 1 presento estas dimensiones y niveles de reflexión del currículo.

Tabla 1

*Componentes del currículo según niveles y dimensiones (Rico, 1997)<sup>2</sup>*

|         |  | Dimensiones del currículo                 |                           |                         |                       |
|---------|--|---|---------------------------|-------------------------|-----------------------|
|         |  | 1ª Dimensión                              | 2ª. Dimensión             | 3ª Dimensión            | 4ª Dimensión          |
|         |  | Cultural – Conceptual                     | Cognitiva o de desarrollo | Ética o formativa       | Social                |
| Niveles | Teleológico o de finalidades           | Fines culturales                          | Fines formativos          | Fines políticos         | Fines sociales        |
|         | Disciplinas Académicas                 | Epistemología e Historia de la matemática | Teorías del aprendizaje   | Pedagogía               | Sociología            |
|         | Sistema Educativo                      | Conocimiento                              | Alumno                    | Profesor                | Aula                  |
|         | Planificación para los profesores      | Contenidos                                | Objetivos                 | Metodología             | Evaluación            |
|         | Planificación local/Análisis Didáctico | Análisis de Contenido                     | Análisis Cognitivo        | Análisis de Instrucción | Análisis de actuación |

La tabla 1 en Rico (1997) incluye los primeros cuatro niveles, cuyo orden se ha invertido para efectos de claridad en la introducción del análisis didáctico como último nivel (Gómez, 2007).

En este estudio, me centraré en el nivel de la planificación de profesores, dado que los documentos de planes de área se encuentran en este nivel. Sin embargo, utilizaré los conceptos y técnicas del modelo del análisis didáctico (Gómez, 2018) para analizar los planes de área. A continuación, describo brevemente las cuatro dimensiones del currículo.

### 2.1. Dimensión conceptual

La dimensión conceptual se refiere al contenido y los temas que son específicos a las matemáticas escolares. Las componentes de la dimensión conceptual de acuerdo con el nivel teleológico son los fines culturales de la educación. A nivel disciplinar, las componentes de esta dimensión son la epistemología e historia de las matemáticas. En el nivel del sistema educativo, la componente de esta dimensión es el conocimiento. En el nivel de la planificación de los profesores, las componentes de esta dimensión son los contenidos y temas a enseñar. Finalmente, en el nivel de la planificación local, la dimensión conceptual involucra el análisis de contenido.

<sup>2</sup> Tomado de Rico (1997)

## **2.2. Dimensión cognitiva**

La dimensión cognitiva del currículo se refiere al aprendizaje y al aprendiz. Esta dimensión enfoca su atención en la comprensión del aprendizaje, en cómo sucede y en cómo diferentes sujetos aprenden (González y Gómez, 2018). A nivel teleológico, la dimensión cognitiva está relacionada con los fines formativos. A nivel disciplinar, la dimensión cognitiva se informa de las teorías de aprendizaje. En el sistema educativo, la dimensión cognitiva se centra en el estudiante. En el nivel de la planificación del profesor, en esta dimensión se definen expectativas, desarrollo y objetivos de aprendizaje concretos. En el nivel de la planificación curricular, la dimensión cognitiva contempla el análisis cognitivo.

## **2.3. Dimensión formativa**

La dimensión formativa del currículo se refiere a la enseñanza. Esta dimensión enfoca su atención en la actuación del profesor en el aula de clase y en cómo sucede la instrucción. En el nivel teleológico, esta dimensión tiene fines políticos. A nivel disciplinar, esta dimensión se informa de la pedagogía. A nivel del sistema educativo, la dimensión formativa se centra en el profesor. En el nivel de la planificación de los profesores, esta dimensión tiene como centro las metodologías de enseñanza. En el nivel de la planificación local, esta dimensión contempla el análisis de instrucción (Romero y Gómez, 2018).

## **2.4. Dimensión social**

En la dimensión social del currículo, se valora la utilidad y el dominio de los aprendizajes realizados. En el nivel teleológico, la dimensión social está relacionada con los fines sociales de la educación. A nivel disciplinar, la dimensión social se informa de la sociología. En el sistema educativo, la dimensión social se centra en el aula. En el nivel de la planificación curricular, la dimensión social gira alrededor de la evaluación. Finalmente, en el nivel de la planificación local, la dimensión social determina unos criterios e instrumentos de evaluación del aprendizaje y la formación matemática por medio del análisis de actuación (Gómez, Mora y Velasco, 2018).

# **3. MODELO DE ANÁLISIS DIDÁCTICO**

En este apartado, presento las ideas centrales del modelo de análisis didáctico. En los capítulos posteriores presentaré estas cuestiones con mayor profundidad. El modelo del análisis didáctico es el nivel del currículo correspondiente a la planificación local (Gómez, 2002, 2007). El modelo de análisis didáctico es una conceptualización de las actividades que el profesor realiza para planificar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas. González y Gómez (2014) definen los conceptos pedagógicos de la siguiente manera.

*Los conceptos pedagógicos son herramientas conceptuales y metodológicas que guían la forma en que los profesores de matemáticas ponen en práctica sus conocimientos. Con un concepto pedagógico determinado, el profesor puede analizar un tema y producir información específica sobre él que puede utilizar para planificar sus clases. Por lo tanto, como hemos argumentado anteriormente, los conceptos pedagógicos son nociones que apoyan y estructuran la base de conocimientos profesionales de los profesores. (p. 16)*

En la dimensión conceptual, el análisis de contenido incluye tres conceptos pedagógicos: los sistemas de representación, la estructura conceptual y la fenomenología. Cada uno de estos conceptos corresponden a las tres dimensiones del significado de un concepto en el contexto de las matemáticas escolares (Cañadas, Gómez y Pinzón, 2018). En la dimensión cognitiva, el análisis cognitivo contempla los conceptos pedagógicos de expectativas de aprendizaje, limitaciones de aprendizaje, y los caminos de aprendizaje (González y Gómez, 2018). En la dimensión formativa, el análisis de instrucción tiene como ideas centrales las tareas y las secuencias de tareas (Gómez et al., 2018). En la dimensión social, el análisis de actuación gira alrededor de los instrumentos y los procedimientos que se utilizan para recoger, codificar y analizar la información que surge de la actuación del profesor y los estudiantes (Romero y Gómez, 2018). El modelo del análisis didáctico está compuesto por cuatro análisis que describo a continuación.

### **3.1. Análisis de contenido**

En la dimensión conceptual, el análisis de contenido involucra tres conceptos pedagógicos: sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología.

#### *Sistemas de representación*

Los sistemas de representación son sistemas de reglas que permiten identificar y crear signos, operar sobre y con ellos, y establecer relaciones entre ellos (Kaput, 1992). Los sistemas de representación son importantes dentro del análisis didáctico dado que organizan los símbolos que se hacen presentes en los contenidos de las matemáticas, aportan diferentes significados a los conceptos, y un mismo concepto admite y necesita de varios sistemas de representación. Los conceptos tienen al menos una representación en algún sistema, pero no necesariamente en todos los sistemas. Los sistemas de representación que más se utilizan son: numérico, simbólico, gráfico, tabular, verbal, geométrico, pictórico, manipulativo y ejecutable.

#### *Estructura conceptual*

El concepto pedagógico estructura conceptual permite “identificar los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema y las relaciones entre ellos” (Cañadas et al., 2018). Dentro de la estructura conceptual, se distinguen dos campos: el campo conceptual y el campo procedimental (Rico, 1997). El campo conceptual está compuesto por hechos, conceptos y estructuras conceptuales. El campo procedimental involucra destrezas, razonamientos, y estrategias.

#### *Fenomenología*

El concepto pedagógico fenomenología permite “identificar los fenómenos que dan sentido al tema y los contextos fenomenológicos, las subestructuras y los contextos que permiten organizar estos fenómenos” (Cañadas et al., 2018). De acuerdo con Gómez (2007), la fenomenología es un “elemento constitutivo del significado de un concepto [que surge] de una visión funcional del currículo, en virtud de la cual los sentidos en los que se usa un término conceptual matemático también incluyen los fenómenos que sustentan el concepto”. Este concepto pedagógico se apoya en la información proveniente de la estructura conceptual y los sistemas de representación. En el nivel de la planificación local, la fenomenología implica establecer una relación entre una estructura matemática y los grupos de fenómenos asociados a ella.

### **3.2. Análisis cognitivo**

El análisis cognitivo involucra los conceptos pedagógicos: expectativas de aprendizaje y limitaciones de aprendizaje.

#### *Expectativas de aprendizaje*

Las expectativas de aprendizaje hacen referencia a los logros que se espera que un estudiante obtenga en el estudio de un tema. Las expectativas de aprendizaje se pueden organizar en tres niveles. La propuesta de PISA 2012 (OECD, 2013) y los procesos generales del documento de los estándares (MEN, 2006) presentan unas expectativas de aprendizaje que corresponden al nivel superior; los objetivos de aprendizaje planteado en términos de estándares, objetivos de grado o de período pertenecen al nivel medio; y las capacidades pertenecen al nivel inferior. A continuación, presento estos tres niveles de expectativas.

*Expectativas de nivel superior.* El nivel superior de las expectativas de aprendizaje se refiere a las expectativas de largo alcance: aquellas que se logran después de un periodo formativo amplio. Estas expectativas son transversales y comunes para todos los temas de matemáticas. Las expectativas de nivel superior corresponden a las competencias.

*Expectativas de nivel medio.* Las expectativas de aprendizaje de nivel medio corresponden a las expectativas que se precisan en un grado y se ubica dentro un contenido de las matemáticas escolares de ese grado. En este nivel medio de expectativas de aprendizaje, distingo cuatro tipos de expectativas: los estándares básicos de competencias, y los objetivos de grado, de período y de subperíodo. Los estándares se constituyen en los “referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzado los estudiantes en el transcurrir de su vida escolar” (MEN, 2006, p. 12). Los objetivos de grado corresponden a las expectativas de aprendizaje que se precisan para un año académico. Los objetivos de período corresponden a las expectativas de aprendizaje que se precisan en un período o ciclo académico menor de un año. Un objetivo para un subperíodo está relacionado con un nivel de concreción más específico de los contenidos de las matemáticas escolares que un objetivo de periodo, y tiene una temporalidad aproximada de dos o tres semanas de clase.

*Expectativas de nivel inferior.* Las expectativas de nivel inferior corresponden a los conocimientos más básicos y a los procedimientos más rutinarios que el estudiante tiene que aprender a lo largo de un período de tiempo corto —un par de semanas— (González y Gómez, 2018).

#### *Limitaciones de aprendizaje*

El concepto pedagógico denominado limitaciones de aprendizaje abarca las dificultades y errores que, de diferente modo, pueden distorsionar, ralentizar o frenar el aprendizaje de los escolares. En este concepto, se distinguen dos niveles: las dificultades de aprendizaje y los errores. Las dificultades corresponden a los impedimentos del logro de los objetivos de aprendizaje planteados. Los errores manifiestan una dificultad .

### **3.3. Análisis de instrucción**

En la dimensión formativa, el análisis didáctico involucra el análisis de instrucción. El análisis de instrucción está relacionado con la enseñanza (Gómez et al., 2018). En los documentos de planes

de área, la dimensión formativa corresponde con lo que la institución educativa establece, para una fila de la malla curricular, que se debería hacer para que los estudiantes logren las expectativas de aprendizaje formuladas en la dimensión cognitiva. Con el fin de caracterizar los planes de área, me interesa describir cómo se está previendo que profesor y estudiantes interactúen con el contenido matemático para dar oportunidades de que los estudiantes logren esas expectativas de aprendizaje. De esta manera, en el nivel de la planificación local para la dimensión formativa, considero los conceptos pedagógicos de esquemas de enseñanza y elementos de la enseñanza.

#### *Esquemas de enseñanza en los planes de área*

Los esquemas de enseñanza me permiten describir si en los planes de área de matemáticas se hace mención a la actuación del profesor. La actuación del profesor puede desarrollarse dentro de un esquema de enseñanza tradicional o no tradicional.

#### *Elementos de la enseñanza en los planes de área*

Una interpretación de la enseñanza es que esta debe estar centrada alrededor de las tareas que el profesor desarrolle en el aula de clase con el fin de ofrecer oportunidades a los estudiantes para que aprendan (Gómez et al., 2018). No obstante, en los documentos de planes de área no es usual encontrar el término tarea, ni es explícita esta interpretación de la enseñanza. Por el contrario, en los planes de área sí se hace alusión a los elementos de enseñanza que giran en torno a las tareas. En este concepto pedagógico tendré en cuenta los tipos de tareas, las interacciones, los agrupamientos, los materiales y recursos, y la temporalidad.

### **3.4. Análisis de actuación**

En la dimensión social del currículo, se valora la utilidad y el dominio de los aprendizajes realizados. Esta dimensión está vinculada con la evaluación. En el nivel de la planificación local, se determina unos criterios e instrumentos de evaluación del aprendizaje y la formación matemática a través del análisis de actuación (Romero y Gómez, 2018). Con el fin de caracterizar los planes de área de matemáticas, voy a contemplar tres conceptos pedagógicos: los criterios de evaluación, los instrumentos de evaluación, y los tipos de evaluación. A continuación, presento estos tres conceptos pedagógicos.

#### *Criterios de evaluación*

Los criterios de evaluación pueden estar relacionados con contenidos específicos de las matemáticas o pueden ser generales y no estar relacionados con temas. También, en algunos planes de área se establecen criterios de evaluación contemplados en escalas de valoración. Finalmente, hay criterios de evaluación relacionados con el dominio afectivo.

#### *Instrumentos de evaluación*

El segundo concepto pedagógico está relacionado con los instrumentos de evaluación. Estos instrumentos pueden ser evaluación escrita (individual o grupal), evaluación oral, exposiciones, talleres y portafolio de los estudiantes.

### *Tipos de evaluación*

El tercer concepto pedagógico involucra los tipos de evaluación. Hay dos tipos de evaluación: la evaluación sumativa y la evaluación formativa.

## 4. CARACTERIZACIÓN DE UN PLAN DE ÁREA

Dado que este estudio tiene como objetivo general caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos desde una perspectiva curricular, el modelo de análisis didáctico y los niveles del currículo de la teoría curricular, presentados con anterioridad, inspiran un análisis curricular de esos documentos. Como lo mencioné anteriormente, el plan de área es una herramienta que debe servir de guía para el trabajo del profesor en el aula. Por lo tanto, resulta relevante preguntarse qué características debe tener este documento para cumplir con sus propósitos. Desde la perspectiva legal, he argumentado que el plan de área debería ser el medio en el que se expresen las propuestas curriculares del Estado. Es decir, el plan de área debería estar alineado con el documento de los estándares. En segundo lugar, el plan de área, como todo documento, debe presentar un discurso coherente, completo y detallado. Desde la perspectiva curricular, la coherencia debe al menos apreciarse entre las dimensiones del currículo y al interior de cada dimensión. El plan de área debe cubrir todas las cuestiones relevantes, desde el punto de vista curricular, y debe abordarlas con suficiente detalle para que sean útiles para la práctica del profesor. Finalmente, el plan de área debe abordar los temas desde una perspectiva didáctica: como documento de planificación que tiene el propósito de apoyar la práctica del profesor, el documento debe abordar las componentes y dimensiones del currículo que logren ese propósito. En resumen, el plan de área debe abordar de manera didáctica los temas, alinearse con los lineamientos curriculares y ser un documento completo, detallado y coherente. Estas características dan lugar a los atributos que he establecido para analizar los planes de área y que describo a continuación: tratamiento didáctico de los temas, alineación con los estándares, nivel de concreción, cubrimiento de los temas y coherencia.

### **4.1. Atributo Tratamiento didáctico de los temas**

El atributo tratamiento didáctico de los temas de las matemáticas escolares consiste en determinar cómo se abordan los temas de las matemáticas escolares en relación con cada una de las dimensiones del currículo en el nivel de la planificación local y sus conceptos pedagógicos; es decir, permite apreciar en qué medida y de qué manera, un plan de área aborda la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología (dimensión conceptual), las expectativas y las limitaciones de aprendizaje, y el dominio afectivo (dimensión cognitiva), los esquemas y los elementos de la enseñanza (dimensión formativa), y los criterios, los instrumentos y los tipos de evaluación (dimensión social). Este atributo me permite caracterizar el plan de área desde una perspectiva curricular global.

### **4.2. Atributo alineación con los Estándares básicos de competencias**

El atributo alineación con los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) consiste en determinar qué tan alineado se encuentra un plan de área con lo propuesto por el MEN en el documento de los estándares. Dadas las características del documento de referencia, para este atributo,

centraré mi atención en la dimensión conceptual del currículo. Este atributo me debe permitir distinguir aquellos planes de área que siguen los lineamientos del MEN de aquellos que no lo hacen, y, para los documentos que siguen los documentos oficiales, determinar en qué medida están relacionados.

#### **4.3. Atributo nivel de concreción**

El atributo nivel de concreción me permite establecer el nivel de detalle, especificidad o profundidad con que, en un plan de área, se presenta la información de un tema, en la dimensión conceptual, en relación con una referencia establecida previamente.

#### **4.4. Atributo cubrimiento de los temas**

El atributo cubrimiento de los temas, me permite establecer en qué medida un plan de área aborda los conceptos y procedimientos, los sistemas de representación y la fenomenología de los temas de las matemáticas escolares en relación con una referencia establecida previamente.

#### **4.5. Atributo coherencia**

El atributo coherencia consiste en analizar la relación de coherencia entre dos o más elementos curriculares que están en el mismo nivel del currículo o en una misma dimensión del currículo. En este sentido, analizaré la relación de coherencia entre las dimensiones del currículo, y entre las expectativas de aprendizaje.

##### *Coherencia entre dimensiones del currículo*

La coherencia entre dimensiones del currículo consiste en establecer si la información que se presenta en las diferentes dimensiones del currículo está relacionada de forma lógica y válida. Busco establecer la coherencia en las seis combinaciones de parejas de dimensiones del currículo: (conceptual, cognitiva), (conceptual, formativa), (conceptual, social), (cognitiva, formativa), (cognitiva, social) y (formativa, social).

##### *Coherencia entre expectativas de aprendizaje*

La noción de coherencia entre expectativas de aprendizaje consiste en establecer si la información que se presenta en los diferentes tipos de expectativas está relacionada de forma lógica. Esta relación lógica se refiere a la posibilidad de inferir, de forma evidente, que una expectativa de un determinado tipo contribuye al desarrollo de al menos una expectativa de aprendizaje de otro tipo que se encuentra en un nivel superior.

# 3. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo, presento el problema y los objetivos de investigación.

## 1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Para concretar el problema de investigación, me baso en la información de los dos capítulos anteriores: contexto, antecedentes, justificación y marco conceptual. Como ya lo mencioné en el marco conceptual, concibo el currículo como un plan de formación que tiene unas dimensiones y unos niveles de desarrollo (Rico, 1997). El problema de investigación que abordaré en este trabajo está centrado al nivel de la institución educativa. Pretendo caracterizar los planes de área de matemáticas, con el fin de describir su diversidad, identificar y describir sus características, y establecer su relación con los lineamientos curriculares propuestos por el MEN.

Para lograr la caracterización de la diversidad de los planes de área de matemáticas colombianos, me basaré en el modelo de análisis didáctico (Gómez, 2018). A partir de este modelo, puedo dar respuesta a las múltiples preguntas relacionadas con los procesos de diseño curricular en matemáticas a nivel institucional. Así, utilizaré el análisis de contenido para describir cómo se abordan los temas matemáticos en los documentos de planes de área de educación media y las cuestiones que se tratan de los contenidos matemáticos en los planes de área. Es decir, buscaré establecer qué conceptos y procedimientos, sistemas de representación y fenomenología (Cañadas et al., 2018) se abordan en los diferentes temas de las matemáticas escolares. A partir del análisis cognitivo, identificaré qué tipo de expectativas de aprendizaje se proponen en los documentos de planes de área. En la dimensión formativa, describiré el tipo de metodologías de enseñanza que se presentan en los documentos de planes de área para ofrecerle oportunidades de aprendizaje a los estudiantes. Y, en la dimensión social, identificaré los instrumentos de valoración de los aprendizajes de los estudiantes que se tienen en cuenta en los planes de área. Por otro lado, me interesa establecer con qué nivel de detalle se presentan los contenidos matemáticos en los documentos de planes de área, qué tan alineados se encuentran con lo propuesto en los Estándares Básicos de Competencias establecidos por el MEN (2006) y qué tan coherente es la información que se presenta en estos documentos.

Para abordar las cuestiones anteriores, en este estudio, me voy a centrar en la caracterización de los planes de área de matemáticas de educación media colombianos en términos de los atributos anteriores y determinar cómo son los documentos curriculares en relación con esos atributos. Estos atributos surgen del marco conceptual que presenté en el capítulo anterior. A continuación, establezco el objetivo general del estudio y sus objetivos específicos.

### **1.1. Objetivo general**

El objetivo general del estudio consiste en caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos desde una perspectiva curricular.

### **1.2. Objetivos específicos**

Los objetivos específicos consisten en caracterizar los planes de área de matemáticas de la educación media de las instituciones educativas colombianas en términos de los atributos que presenté en el marco conceptual general y que enumero a continuación.

1. Caracterizar su tratamiento didáctico de los temas.
2. Determinar su alineación con lo propuesto en los estándares básicos de competencias.
3. Establecer el nivel de concreción de la información en la dimensión conceptual.
4. Establecer el cubrimiento de los temas.
5. Determinar su coherencia.

# 4. MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo, presento el marco metodológico de este estudio. Presento el diseño de la muestra, el esquema metodológico, la información contenida en los planes de área que será objeto de análisis, los temas de análisis, la descripción del plan de área de referencia, los árboles de códigos y la codificación, y los métodos de análisis que utilicé para cada uno de los atributos de caracterización de los planes de área de educación media de matemáticas colombianos.

## 1. POBLACIÓN Y MUESTRA

En este apartado, presento la población que caractericé y la muestra representativa que construí de dicha población para poder lograr el objetivo de la presente investigación.

### 1.1. Población

Dado que el objetivo general de la presente investigación es caracterizar los planes de área de matemáticas, la población que es sujeto de análisis corresponde a los planes de área de matemáticas de la educación media de Colombia.

### 1.2. Diseño de la muestra

De acuerdo con los atributos que escogí para caracterizar los planes de área, elegí un procedimiento de muestreo que garantizara que la muestra fuera representativa, para poder hacer generalizaciones sobre estos documentos curriculares colombianos.

Después de buscar bases de datos de las instituciones educativas de educación media colombianas, encontré, en el portal del Ministerio de Educación, específicamente en el Sistema de Información Nacional de Educación Básica y Media —Sineb—, un enlace denominado “Buscando colegio” (<http://sineb.mineducacion.gov.co/bcol/app?service=page/BuscandoColegioBasico>). En esta página, encontré 11.998 instituciones de educación media por departamentos. La información que encontré en esta base de datos está organizada por Secretarías de Educación. Esta base de datos incluye el código DANE, el nombre del colegio, la dirección, el teléfono, el nombre del rector, el correo electrónico, el sector al que pertenece la institución (oficial, no oficial), la zona donde se encuentra ubicada (rural, urbana), el carácter de cada institución (académica, técnica) y la especialidad, entre otras características.

De igual forma, busqué en la base de datos del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación —ICFES— (<http://www.icfes.gov.co/investigadores-y-estudiantes-posgrado/acceso-a-bases-de-datos>) y encontré en esta base de datos 9.189 instituciones educativas. Esta base de datos tiene la siguiente información: código DANE, nombre de la institución, departamento y municipio al que pertenece, sector, número de estudiantes matriculados en undécimo grado y resultados por

áreas de las pruebas SABER 11. También, encontré, en esta base de datos, que algunas instituciones educativas se repetían, así que procedí a mirar las columnas y encontré que, en la columna denominada “grado”, aparecían los números 11 y 26. El grado 26 corresponde a la educación para adultos, quienes deben presentar las pruebas SABER 11 como requisito para poder obtener el título de bachiller en Colombia. Entonces, procedí a eliminar las instituciones que tenían el grado 26 y quedaron en la base de datos 8.491 instituciones educativas de educación media.

Encontré que había una diferencia de 3.507 instituciones educativas entre la base de datos del Ministerio y la del ICFES. Sin embargo, tomé la decisión de quedarme con la información de esta última entidad, dado que esta base contiene la información más reciente de las instituciones educativas que reportaron la presentación del examen SABER 11. No obstante, en la base de datos del MEN hay información que necesité para recoger los planes de área de matemáticas. En consecuencia, procedí a cruzar la información de estas dos bases de datos, quedándome una base de datos de 8.491 instituciones educativas con la información que requería como la dirección de correo electrónico, el teléfono, el sector, la zona, y el carácter.

Con un nivel de confianza del 96% y un error máximo permitido del 7%, pude construir una muestra representativa de, al menos, tamaño 210.

## 2. PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO

A partir del marco conceptual general que presenté en el capítulo 2, definí unos atributos para caracterizar los planes de área de las instituciones educativas colombianas. Cada atributo implica unos subatributos que presentaré en detalle en los siguientes capítulos. Para cada subatributo, planteé una serie de preguntas que me permitieron orientar el esquema metodológico. Cada una de estas preguntas, me permitieron establecer una medida para poder responderlas. Esta medida configura una variable aleatoria. Para cada variable aleatoria, identifiqué unos procedimientos estadísticos que me permitieron describir las características de los planes de área de la muestra. Identifiqué tres métodos para analizar las variables y responder las preguntas para cada subatributo y atributo. Estos métodos también me permitieron hacer inferencias de los planes de área de la muestra a la población de los planes de área de matemáticas de educación media colombianos. En la figura 3, presento el esquema de lo que acabo de describir en este apartado.

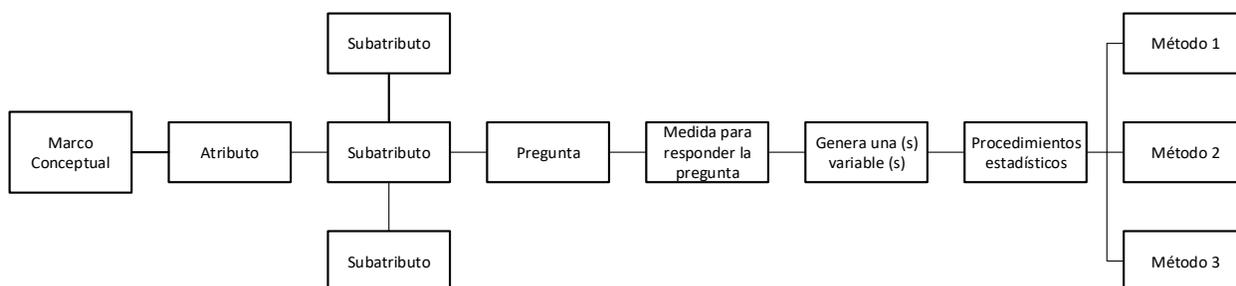


Figura 3. Procedimiento metodológico

Presentaré los tres métodos que utilicé más adelante.

### 3. INFORMACIÓN DE LOS PLANES DE ÁREA DE LA MUESTRA

A continuación, describo la información que está contenida en los planes de área que será objeto de análisis. Un plan de área contiene un discurso introductorio (de diversos tipos) y una sucesión de tablas o mallas curriculares en las que se presenta el plan de formación por grados y por periodos para cada grado y un discurso final. Para caracterizar un plan de área, consideré tanto el discurso introductorio como las tablas que están relacionados con los atributos que analicé. De esta manera, denomino *segmento de texto* a una palabra, una frase, una celda de una tabla, una tabla completa, o un párrafo de texto completo, que tiene significado en relación con el atributo que esté analizando. Las unidades de análisis que utilizo son los segmentos de texto que conforman el documento correspondiente. Caracterizar un documento individual de plan de área consiste en escoger y analizar el conjunto de los segmentos de texto que tengan significado en relación con los atributos escogidos. Caracterizar los planes de área de la muestra consiste en resumir y analizar los datos de la codificación (más adelante diré que es codificar) que resulta de cada uno de los documentos de la muestra. Con base en esto, puedo establecer las inferencias a partir de los planes de área de la muestra. En la figura 4, presento el camino que tomé para lograr la caracterización de los planes de área colombianos

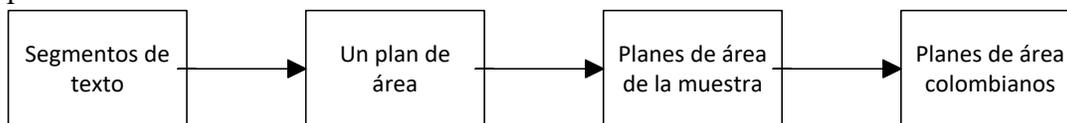


Figura 4. Camino para la caracterización de cada atributo en los planes de área colombianos

### 4. TEMAS DE ANÁLISIS

Centré mi atención en los grados de la educación media por dos razones: la primera razón es que el grado undécimo es relevante dado que en este curso se cierra la etapa de la educación secundaria en Colombia y considero importante analizar lo que está propuesto para este grado en los documentos de planes de área. La segunda razón es que, en ese momento de la investigación, este proyecto de investigación se enmarcaba dentro del Programa *Análisis y estrategias para abordar brechas que afectan la calidad de la educación media en matemáticas* financiado por MinCiencias y del que yo formaba parte como coinvestigadora. En este apartado, presento un análisis de los estándares (MEN, 2006) que me permitió deducir los temas en los que basé este estudio.

#### 4.1. Estándares básicos de competencias

Los estándares básicos de competencias (MEN, 2006) corresponden a expectativas de aprendizaje que un estudiante debe lograr en un período de tiempo. Los estándares están propuestos para cada dos años de escolaridad: de primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno, y décimo a undécimo. Los estándares están organizados de acuerdo con los pensamientos matemáticos establecidos en los Lineamientos curriculares (MEN, 1998a): pensamiento numérico, variacional, geométrico, métrico y aleatorio. Para la educación media, el pensamiento numérico comprende 5 estándares, el pensamiento espacial tiene 6 estándares, el pensamiento métrico aborda 3

estándares, el pensamiento aleatorio involucra 9 estándares, y el pensamiento variacional tiene 4 estándares. En la tabla 2, presento los estándares para cada pensamiento en este nivel educativo.

Tabla 2

*Estándares básicos de competencias (MEN, 2006)*

---

#### Pensamiento numérico

Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales.

Reconozco la densidad e incompletitud de los números racionales a través de métodos numéricos, geométricos y algebraicos.

Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos.

Utilizo argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales.

Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.

---

#### Pensamiento espacial

Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono.

Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas.

Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.

Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias

Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real

Reconozco y describo curvas y o lugares geométricos.

---

Tabla 2  
*Estándares básicos de competencias (MEN, 2006)*

---

Pensamiento métrico

Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos.

Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media.

Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición.

---

Pensamiento aleatorio

Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación.

Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.

Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta.

Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas.

Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).

Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad).

Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.

Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con remplazo).

Propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas

---

Tabla 2  
*Estándares básicos de competencias (MEN, 2006)*

---

Pensamiento variacional

Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos

Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos

Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas

Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas

---

#### 4.2. Temas seleccionados

Una vez listé los estándares presentados en el apartado anterior, analicé los temas que involucran cada uno de ellos. Los temas escogidos son: las secciones cónicas, la derivada y la estadística descriptiva. Seleccioné estos tres temas por dos razones. La primera razón es que son los temas que se mencionan con mayor frecuencia en el documento de los estándares (MEN, 2006) para los grados décimo y undécimo. La segunda razón es que estos tres temas abordan cuatro de los cinco pensamientos matemáticos (MEN, 1998a). En este sentido, el tema de las cónicas es el tema representativo del pensamiento matemático espacial y el sistema geométrico; el tema de la derivada es el más representativo del pensamiento matemático variacional y los sistemas algebraicos y analíticos; y el tema de la estadística descriptiva es el tema más representativo del pensamiento matemático aleatorio y los sistemas de datos.

También, escogí sólo estos tres temas dado que conjeturé de que los planes de área son similares en la presentación de los contenidos de las matemáticas escolares y, por consiguiente, el estudio de tres temas me permite caracterizar el documento completo. Esta conjetura se fundamenta en la estructura que los planes de área tienen al usar el mismo esquema de descripción para todos los temas. Así, todos los planes de estudio involucran los planes de área. Estos planes de área tienen un discurso introductorio, unas mallas curriculares, y un discurso final. Las mallas curriculares tienen el mismo esquema de descripción para todos los grados. Dentro de cada grado, la presentación de los temas de las matemáticas escolares se aborda de manera similar. En la figura 5, muestro un resumen del proceso de concreción de la planificación curricular en matemáticas para todos los grados y todos los temas que describí al principio de este apartado. Las líneas rojas indican el proceso de concreción del esquema metodológico de este estudio.

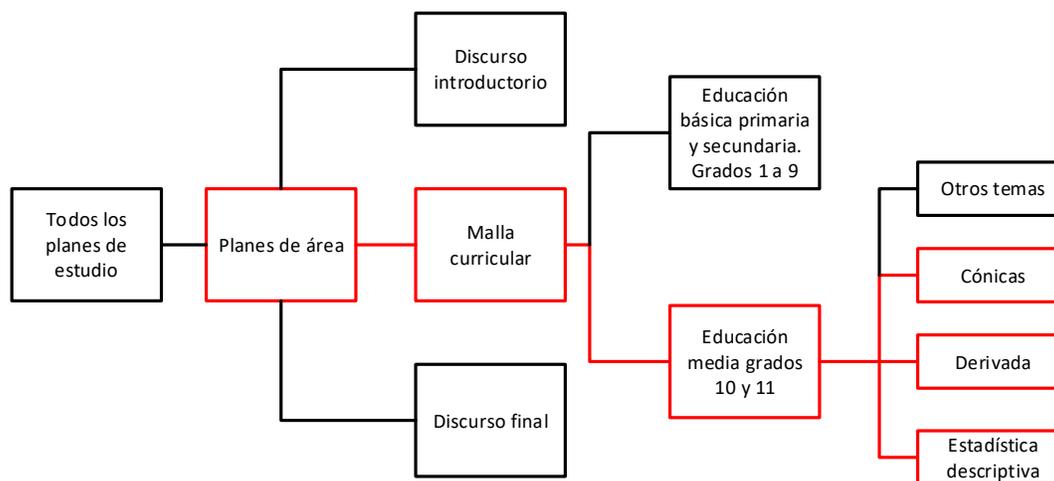


Figura 5. Proceso de concreción de las fuentes de información del estudio

## 5. PLAN DE ÁREA DE REFERENCIA

El plan de área de referencia es el instrumento que construí para satisfacer las condiciones que, en el marco conceptual, introduje de las características que debería tener un plan de área ideal de matemáticas. Estas características son estar alineado con los estándares, ser completo, detallado, coherente y que tenga una aproximación didáctica a los temas. El plan de área de referencia está construido para una institución educativa hipotética. Como ya lo mencioné con anterioridad, los planes de área tienen un discurso introductorio, unas mallas curriculares y un discurso final. Mi plan de área de referencia solo corresponde a las mallas curriculares, dado que es una institución educativa hipotética.

Partí del supuesto de que, en esa institución educativa hipotética, es habitual asignar 6 horas semanales para el área de matemáticas en los grados 10 y 11. Supuse además que la institución dedicará aproximadamente el mismo tiempo para cada uno de los 27 estándares que corresponden a esos grados (MEN, 2006). Con estos supuestos, establecí el tiempo que la institución educativa podría dedicarle a estos tres temas de estudio, como muestro en la tabla 3.

Tabla 3  
*Tiempo disponible para los temas de estudio*

| Temas                   | Cantidad de estándares | Porcentaje | Tiempo disponible |
|-------------------------|------------------------|------------|-------------------|
| Cónicas                 | 4                      | 14,8%      | 88 horas          |
| Derivada                | 3                      | 11,1%      | 66 horas          |
| Estadística descriptiva | 5                      | 18,5%      | 111 horas         |

También, supuse que, en la institución educativa hipotética, las 6 horas de matemáticas se utilizan efectivamente para enseñar y aprender matemáticas. Además, supuse que en esta institución educativa los estudiantes tienen una capacidad de aprendizaje de las matemáticas promedio. Es decir, los estudiantes tienen la capacidad de desarrollar habilidades y destrezas matemáticas, y, finalmente, supuse que los profesores de matemáticas de la institución tienen una formación matemática y unas competencias pedagógicas adecuadas. Con todos estos supuestos, construí el plan de área de referencia a partir de los siguientes criterios.

- ◆ Los tres temas se tratan de acuerdo con los tiempos disponibles que presenté en la tabla 3.
- ◆ Busqué contribuir a los estándares correspondientes de cada tema en el tiempo disponible.
- ◆ Me basé en los árboles de temas del análisis de contenido para estos propósitos.

El punto de partida para la construcción del plan de área de referencia son las dimensiones del currículo. El plan de área está diseñado con cuatro columnas, una para cada dimensión del currículo. Tomé como referencia, para iniciar esta construcción, los estándares que existen para cada uno de los temas. Entonces, para un tema dado y para esos estándares que están involucrados con el tema, llené la información de la columna de la dimensión cognitiva con los objetivos de período y subperíodo que tengan las características de que contribuyen al logro del estándar de ese tema. En la figura 6, presento un extracto del plan de área de referencia para el tema de cónicas. En esta figura, se aprecia el estándar propuesto para el tema de cónicas, el objetivo de período que se espera que los estudiantes logren y los objetivos de subperíodo propuestos.

| <b>Cónicas</b>   |   |             |            |
|--|---|-------------|------------|
| <b>Estándar 1.</b> Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono. |   |             |            |
| Contenido  | Objetivos de subperíodo   | Metodología | Evaluación |
| <b>Objetivo de período 1.</b> Identificar las propiedades de las curvas en el sistema de representación algebraico (simbólico) que están relacionados con los parámetros de estas curvas.  |   |             |            |
|  | 1. Identificar en el sistema de representación algebraico (simbólico) las propiedades relacionados con los parámetros de las secciones cónicas. |             |            |
|  | 2. Describir en el sistema de representación algebraico (simbólico) las propiedades relacionados con los parámetros de las secciones cónicas.   |             |            |

*Figura 6.* Extracto de plan de área de referencia en la dimensión cognitiva

Una vez establecidos los objetivos para cada fila de ese plan de área, llené la información que corresponde al contenido. Para poder hacerlo, realicé un análisis de contenido (Cañadas et al., 2018) relacionado con los objetivos correspondientes y de esta manera logré establecer qué contenidos debía abordar. Para cada tema, analicé la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología. En la figura 7, presento un extracto de los conceptos analizados para el tema de cónicas.

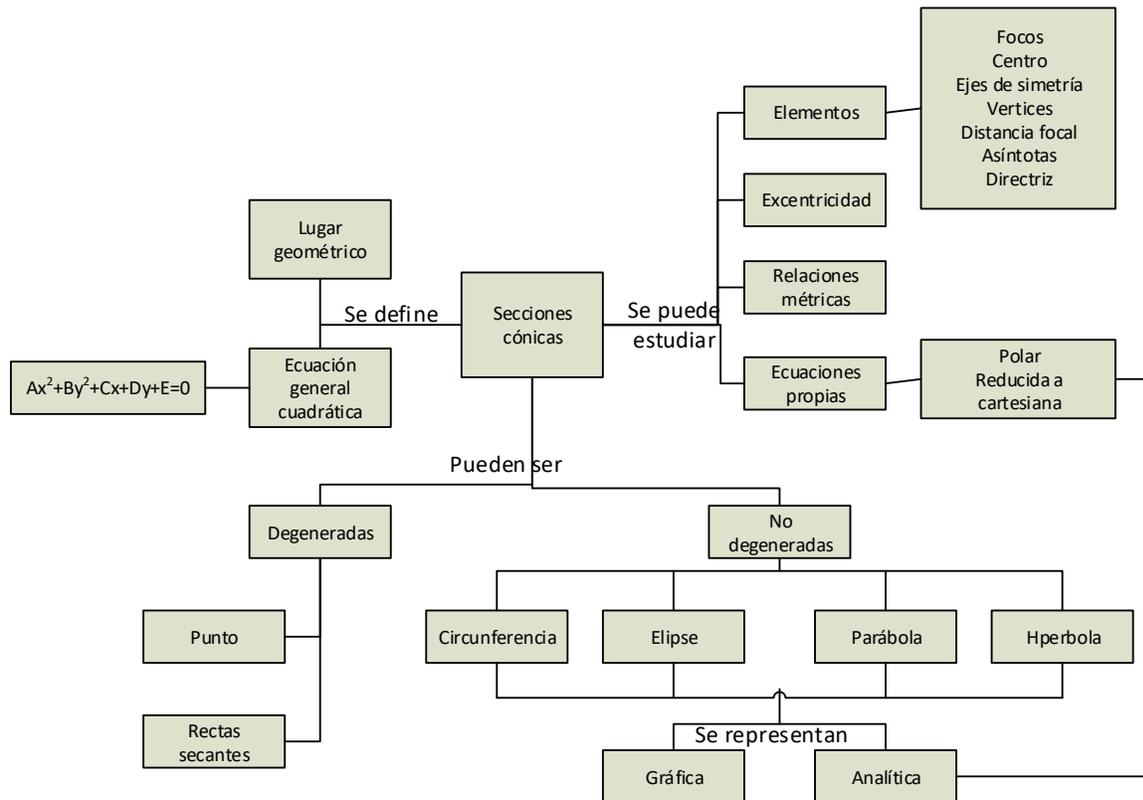


Figura 7. Conceptos relacionados con las secciones cónicas

En la figura 8, presento un extracto del plan de área de referencia en el tema de cónicas en la dimensión conceptual. En esta figura, se observan, en la primera columna, los contenidos que están involucrados en el estándar que se plantea en el encabezado.

| <b>Cónicas</b>   |  |  |  |
|--|--|--|--|
| <b>Estándar 1.</b> Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono. |  |  |  |

| Contenido  | Objetivos de subperíodo | Metodología | Evaluación |
|--|-------------------------|-------------|------------|
| <p><b>Objetivo de período 1.</b> Identificar las propiedades de las curvas en el sistema de representación algebraico (simbólico) que están relacionados con los parámetros de estas curvas.</p> <p>Definición algebraica de sección cónica: lugar geométrico de puntos en el plano que cumplen una condición <math>Ax^2 + Dxy + By^2 + Cx + Ey + F = 0</math>.</p> <p>Elipse: <math>A \neq B</math> ambos positivos.</p> <p>Parábola: <math>A</math> o <math>B = 0</math></p> <p>Hipérbola: <math>A \neq B</math> uno positivo y otro negativo.</p> <p>Circunferencia: <math>A = B</math></p> |                         |             |            |

*Figura 8.* Extracto de plan de área de referencia en la dimensión conceptual

Construí la dimensión social al relacionar lo propuesto en la dimensión cognitiva con el fin de plantear los criterios de evaluación que permiten verificar el logro de las expectativas de aprendizaje propuestas en los objetivos de subperíodo (MEN, 2002a). En la figura 9, presento un extracto de la dimensión social del plan de área de referencia. En esta figura se aprecia, en la columna de la evaluación, los criterios de evaluación que pondrán de manifiesto el logro de las expectativas de aprendizaje.

| Cónicas  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| <b>Estándar 1.</b> Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono. |  |  |  |

| Contenido | Objetivos de subperíodo | Metodología | Evaluación |
|-----------|-------------------------|-------------|------------|
|-----------|-------------------------|-------------|------------|

**Objetivo de período 1.** Identificar las propiedades de las curvas en el sistema de representación algebraico (simbólico) que están relacionados con los parámetros de estas curvas.

1. Identifica y reconoce todos los lugares geométricos que se generan a partir de la variación de las constantes  $(A, B, C, D, E, F)$  en la ecuación de segundo grado de dos variables  $Ax^2 + Dxy + By^2 + Cx + Ey + F = 0$

*Figura 9.* Extracto de plan de área de referencia en la dimensión social

Finalmente, el esquema metodológico de las clases se basa en una visión del aprendizaje constructivista. Esto significa que considero que los estudiantes aprenden haciendo matemáticas e interactuando entre ellos y con el profesor. Por consiguiente, el esquema de una clase va a ser una sucesión de momentos en los que los estudiantes pueden trabajar individualmente, en parejas, en grupos, y puede también interactuar con todo el grupo o con subgrupos o con el profesor. En la figura 10, presento el extracto del plan de área en relación con la dimensión formativa.

| Cónicas  |                         |             |            |
|--|-------------------------|-------------|------------|
| <b>Estándar 1.</b> Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono. |                         |             |            |
| Contenido  | Objetivos de subperíodo | Metodología | Evaluación |

**Objetivo de periodo 1.** Identificar las propiedades de las curvas en el sistema de representación algebraico (simbólico) que están relacionados con los parámetros de estas curvas.

El profesor puede utilizar el software Geogebra con el fin de reconocer, por medio de la variación de las constantes  $(A, B, C, D, E, F)$  los diferentes lugares geométricos que surgen de la representación gráfica de la ecuación de segundo grado de dos variables  $Ax^2 + Dxy + By^2 + Cx + Ey + F = 0$ .

*Figura 10.* Extracto de plan de área de referencia en la dimensión formativa

El plan de área de referencia completo se encuentra disponible en el siguiente enlace (<https://bit.ly/3GgUm5P>)

## 6. ÁRBOLES DE CÓDIGOS Y CODIFICACIÓN

Para caracterizar los planes de área colombianos, construí unos árboles de códigos para todas las dimensiones del currículo. Estos árboles de códigos me permitieron etiquetar los segmentos de texto de cada plan de área. Así, el árbol de cada dimensión me permitió codificar, resumir y analizar cada plan de área para cada uno de los atributos de caracterización. A continuación, presento estos árboles para cada dimensión.

### 6.1. Dimensión conceptual

Como lo mencioné con anterioridad, realicé el análisis de contenido (Cañadas et al., 2018) a los temas que subyacen en los estándares que utilicé para construir el plan de área de referencia. Me centré en la dimensión conceptual del currículo y en el concepto pedagógico estructura conceptual. Este concepto pedagógico permite identificar los conceptos, los procedimientos y las relaciones entre conceptos y procedimientos de un tema de las matemáticas escolares. A partir de este análisis de contenido, construí unos árboles de códigos para los tres temas escogidos. Estos árboles se

pueden consultar en <https://bit.ly/3m5uiCO> (cónicas), <https://bit.ly/3jyKM4N> (derivada), <https://bit.ly/2XFPR3N> (estadística). Por ejemplo, en la figura 11, presento una parte del árbol de códigos para la estructura conceptual de las cónicas.

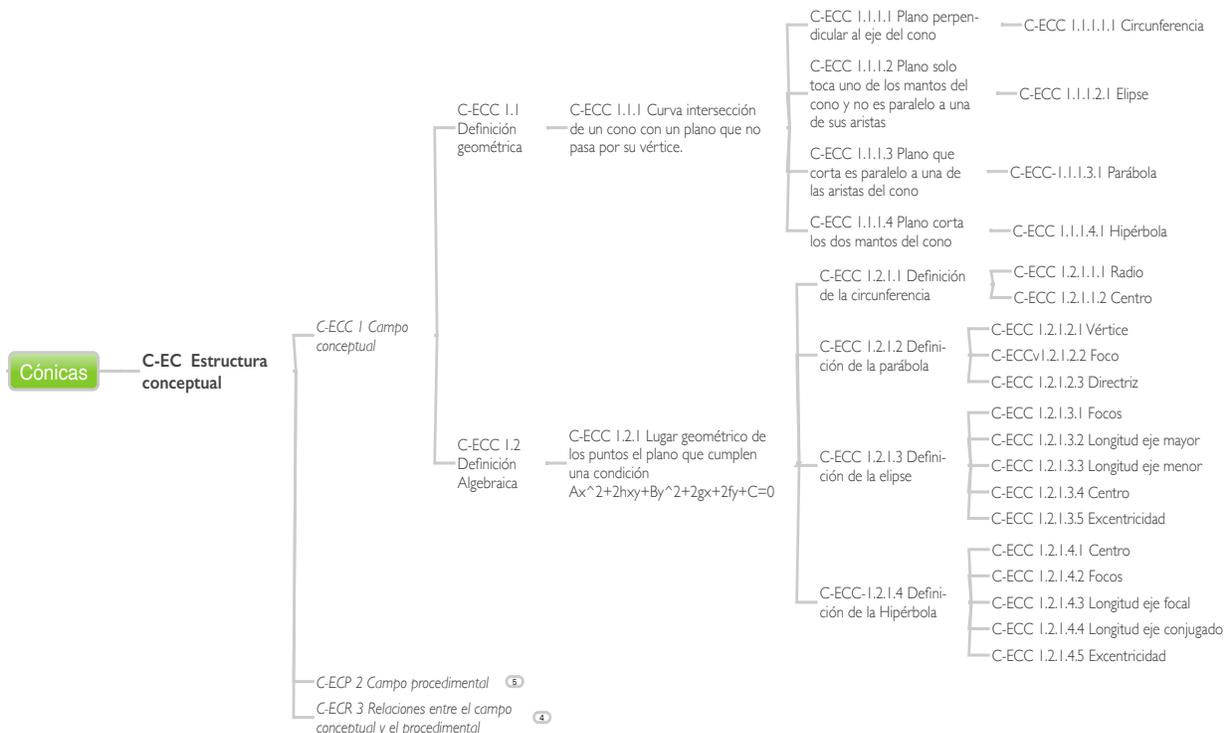


Figura 11. Árbol de códigos para el tema de cónicas en la dimensión conceptual

## 6.2. Dimensión cognitiva

En la dimensión cognitiva, construí un árbol de códigos que me permitiera agrupar los tres conceptos pedagógicos de esta dimensión, con el fin de caracterizar los planes de área en términos del Tratamiento didáctico de los temas. En la figura 12, presento la estructura de la dimensión cognitiva en términos del árbol de códigos.

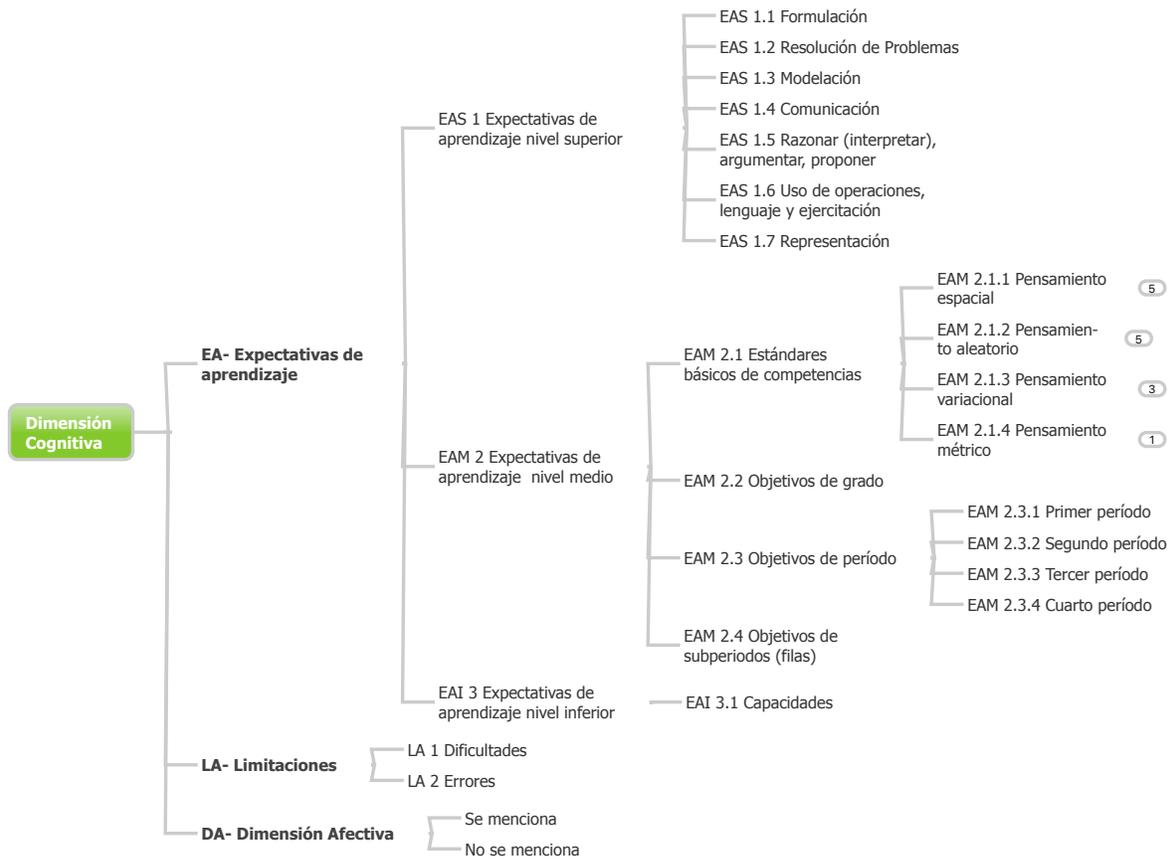


Figura 12. Árbol de códigos dimensión cognitiva

### 6.3. Dimensión formativa

Para la dimensión formativa, construí un árbol de códigos que me permitió agrupar los dos conceptos pedagógicos de esta dimensión. Estos dos conceptos son esquemas de enseñanza y elementos de la enseñanza. En la figura 13, presento este árbol de códigos.



Figura 13. Árbol de códigos dimensión formativa

#### 6.4. Dimensión social

Para la dimensión social, construí un árbol de códigos con los tres conceptos pedagógicos de esta dimensión: criterios de evaluación, instrumentos de evaluación y evaluación. En la figura 14, presento el árbol de la dimensión social.

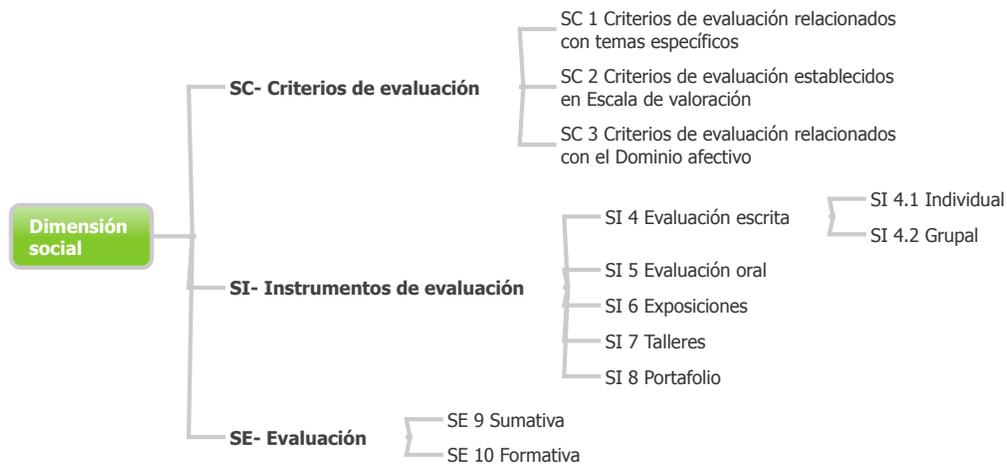


Figura 14. Árbol de códigos dimensión social

### 6.5. Codificación

A partir de los árboles de códigos que presenté en las figuras 11 a 14, procedí a etiquetar, en cada plan de área, los segmentos de texto que tenían significado en relación con el árbol de códigos. El proceso de codificación de un tema de las matemáticas escolares en un plan de área consiste en identificar los segmentos de texto que aluden a dicho tema en el plan de área y en asignar a cada segmento de texto un código del correspondiente árbol de códigos. En la figura 15, presento un trozo de un plan de área. En ese trozo, se han identificado unos segmentos de texto: la circunferencia, concepto, elementos, ecuación, problemas de aplicación, la elipse, concepto, elementos, ecuación y problemas de aplicación, la parábola, concepto, elementos, ecuación y problemas de aplicación, y la hipérbola, conceptos, elementos, ecuación, y problemas de aplicación. He asignado el código C-ECC1.2.1 a este segmento de texto porque hace referencia a las diferentes secciones cónicas y este es el código que asume esta información. Estos códigos corresponden con las ramas del árbol presentado en la figura 11 en la definición algebraica.

|  |  |  |
|--|--|--|
| <p>pitagóricas y de ángulos dobles.<br/>Ecuaciones trigonométricas<br/>Problemas de aplicación de funciones trigonométricas<br/>Probabilidad<br/>Combinaciones<br/>Permutaciones</p> | <p><b>Circunferencia:</b> concepto, elementos, ecuación y problemas de aplicación<br/><b>Elipse:</b> concepto, elementos, ecuación y problemas de aplicación<br/><b>Parábola:</b> concepto, elementos, ecuación y problemas de aplicación<br/><b>Hipérbola:</b> concepto, elementos, ecuación y problemas de aplicación<br/><b>Medidas de posición</b><br/>Cuartiles<br/>Percentiles</p> |  |
| <p>Reconoce las identidades trigonométricas básicas y las técnicas que se emplean para simplificar expresiones.</p>  | <p>Reconoce las secciones cónicas parábola hipérbola, circunferencia y elipse.</p>   |  |

Figura 15. Codificación de un plan de área

Para cada tema escogido, realicé la codificación presentada en la figura 15. En la figura 16, presento el trozo de la codificación de uno de los estándares. En este trozo he identificado los sistemas de presentación de las secciones cónicas y he asignado el código C-SR8 que corresponde a esta componente.

|   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono.</li> <li>Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas.</li> <li>Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.</li> <li>Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.</li> <li>Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.</li> <li>Reconozco y describo curvas y o lugares geométricos.</li> </ul> |  |
|   |  |

Figura 16. Codificación de un estándar

## 7. MÉTODOS DE ANÁLISIS PARA LOS ATRIBUTOS DE CARACTERIZACIÓN DE LOS PLANES DE ÁREA

A continuación, describo los tres métodos que utilicé para hacer el análisis de los planes de área de la muestra y las inferencias de la muestra a la población. Estos métodos se refieren a un atributo o subatributo y a una variable aleatoria, de acuerdo con el esquema de la figura 3.

### 7.1. Método 1

El primer método se presenta cuando hay una variable dicotómica medida en porcentajes y me interesa determinar si el valor de esta variable es mayor que o menor que algún valor determinado. Por ejemplo, en el caso de la estructura conceptual, un segmento puede referirse al campo conceptual o procedimental. Por lo tanto, el porcentaje de segmentos de texto que hacen referencia al campo procedimental en un plan de área es el complemento del porcentaje de segmentos de texto que hacen referencia al campo conceptual. Construyo la variable aleatoria con base en el porcentaje de los segmentos de texto que están en lo conceptual. Para cada plan de área, puedo calcular el valor de esta variable aleatoria. Una vez tenga todos los valores de la variable conceptual, en la muestra, puedo realizar pruebas de hipótesis sobre la media de esta variable. Por ejemplo, puedo plantear la hipótesis de que la media de la proporción de segmentos de texto de lo conceptual es mayor al 50%. Para ello, necesito, en primer lugar, saber si los datos de esta variable aleatoria están distribuidos normalmente. Para lograr esto, aplico el test de Kolmogórov – Smirnov (también prueba K-S) (Triola, 2009). Si los datos están distribuidos normalmente, utilizo la distribución t-student o z parametrizada para analizar la media de la variable aleatoria conceptual. En dado caso que los datos no se distribuyan normalmente, procedo a utilizar una distribución no paramétrica para analizar la variable aleatoria. Con base en los resultados de la prueba de hipótesis, puedo hacer inferencias sobre el comportamiento de la variable aleatoria en la población de planes de área.

### 7.2. Método 2

El segundo método se presenta cuando tengo varias variables y quiero comparar, para un mismo conjunto de datos, las medias de esas variables. Por ejemplo, en el concepto pedagógico de los sistemas de representación, tengo varias variables que corresponden a las proporciones de segmentos de textos que han sido codificados con cada uno de los sistemas de representación. Entonces, para un plan de área se tiene la variable simbólica ( $v_1$ ) que toma el valor de la proporción de los segmentos de texto codificados con simbólico; la variable algebraico ( $v_2$ ), la variable numérico ( $v_3$ ), y la variable tabular ( $v_4$ ) que está determinada por las otras tres variables. Esto es, la variable  $v_4$  resulta de tomar  $1 - (v_1 + v_2 + v_3)$ . Estos valores son los porcentajes sobre el total de segmentos de texto que han sido codificados con algún sistema de representación.

El propósito de construir estas variables es establecer, en la muestra, la importancia relativa que tienen estas variables; es decir, determinar, en la muestra, la importancia con el que los sistemas de representación se abordan en los planes de área de la muestra. Para hacer este análisis, debo identificar si los datos provienen de una distribución normal, y para ello aplico un test estadístico, como el de Kolmogorov-Smirnov, con hipótesis nula de que todos los datos se comportan de

acuerdo con la distribución normal. Una vez verifico esto, procedo a aplicar la prueba T-student para realizar las comparaciones de las parejas  $(v_1, v_2)$ ,  $(v_1, v_3)$ ,  $(v_1, v_4)$ ,  $(v_2, v_3)$ ,  $(v_2, v_4)$  y  $(v_3, v_4)$ . Para cada una de estas parejas, utilizo el método 1 descrito en el apartado anterior. Esto es, una vez tengo las parejas de variables, procedo a comparar cada pareja y establecer cuál de los dos valores es mayor. Realizo un ANOVA para estas variables. Dado que se aumenta el número de pruebas, el nivel de significancia disminuye. Realizo este mismo procedimiento con todas las parejas, y determino cuál es la importancia relativa en cada pareja para luego proceder a comparar los que tienen más importancia de cada pareja y establecer cuál es el más importante de los importantes. Con estos resultados puedo hacer inferencias sobre la importancia relativa con el que se abordan los sistemas de representación en la población.

### 7.3. Método 3

El tercer método tiene dos partes: 3A y 3B.

#### *Método 3A*

El método 3A tiene como propósito caracterizar la distribución de las variables aleatorias continuas. Esto es, me interesa analizar la distribución de estas variables en la muestra por medio del cálculo de unos estadísticos como la media, la desviación estándar y construir la gráfica de la distribución muestral de dicha variable. Una vez calculados estos estadísticos de la muestra, puedo hacer inferencias sobre la población de los planes de área. Por ejemplo, puedo hacer conjeturas sobre el valor de la media y la desviación estándar en la población dentro de un intervalo de confianza. Por ejemplo, para el subatributo objetivos de grado, tengo una variable que corresponde a la cantidad de objetivos de grado se proponen en un plan de área. En la muestra, me interesa caracterizar cómo se distribuye esta medida de objetivos de grado al utilizar el método propuesto en este subapartado con el fin de hacer inferencias a la población, al construir un intervalo de confianza alrededor de la media muestral que, con un nivel de confianza, me permita afirmar qué probabilidad hay de que la media muestral esté dentro del rango que puede estar la media de la población.

#### *Método 3B*

El método 3B tiene como propósito caracterizar la distribución de las variables aleatorias discretas. Es decir, este método está relacionado con la distribución binomial. Dado que mis variables aleatorias discretas asumen dos valores (Sí o No), entonces, me interesa determinar cuál es la proporción de eventos favorables (Sí) en la muestra. Por ejemplo, en la dimensión formativa, me interesa determinar qué proporción de planes de área abordan esta dimensión. En este caso, la variable es dicotómica. Una vez calculo la proporción de planes de área que abordan la dimensión formativa, puedo analizar cómo se distribuye esta variable dicotómica en la muestra.

### 7.4. Procedimientos y métodos para los atributos y subatributos

He presentado los tres métodos que utilicé para analizar los diferentes atributos de caracterización. Una vez terminada la codificación, procedí a realizar la matriz de codificación. Esta matriz está compuesta de 213 filas y 750 columnas. La primera fila contiene todos los códigos que utilicé para la codificación. Para las restantes 212 filas, cada fila corresponde a un plan de área, y cada columna

corresponde a cada código de los árboles de códigos que presenté con anterioridad. En cada celda, se encuentra la cantidad de segmentos de texto de ese plan de área que fueron etiquetados con ese código. En la tabla 4, presento para el primer método, el subatributo, la pregunta y la variable aleatoria. Todos los subatributos de este método corresponden al atributo Tratamiento didáctico de los temas.

Tabla 4  
*Esquema metodológico – método 1*

| Subatributo           | Pregunta  | Variable aleatoria   |
|-----------------------|---|--|
| Estructura conceptual | ¿Qué proporción de segmentos de texto de la estructura conceptual están etiquetados con lo conceptual y qué proporción está con procedimental?            | Proporción de segmentos de texto que corresponden al campo conceptual.         |
| Fenomenología         | ¿Qué proporción de segmentos de texto de la fenomenología están etiquetados con contextos matemáticos y qué proporción está con contextos no matemáticos? | Proporción de segmentos de texto que corresponden a los contextos matemáticos. |

En la tabla 5, presento para el primer método, el subatributo, la pregunta y la variable aleatoria. Todos los subatributos de este método corresponden al atributo Tratamiento didáctico de los temas.

Tabla 5  
*Esquema metodológico – método 2*

| Subatributo                        | Pregunta  | Variable aleatoria   |
|------------------------------------|---|--|
| Sistemas de representación         | ¿Cuál es la importancia relativa de los sistemas de representación?     | Proporción de segmentos de texto que corresponden a cada uno de los diferentes sistemas de representación.   |
| Expectativas de nivel superior     | ¿Cuál es la importancia relativa de las expectativas de nivel superior? | Proporción de segmentos de texto que corresponden a las expectativas de nivel superior. Este valor se calcula sobre el total de expectativas de nivel superior que son 7 en total. |
| Estándares básicos de competencias | ¿Cuál es la importancia relativa de los estándares?                     | Proporción de segmentos de texto que corresponden a los estándares. Este valor se calcula sobre el total estándares básicos de competencia que están relacionados con el tema.     |

En la tabla 6, presento para el tercer método, el atributo, el subatributo, la pregunta y la variable aleatoria.

Tabla 6  
*Esquema metodológico – método 3*

| Subatributo                        | Pregunta   | Variable aleatoria  |
|------------------------------------|--|---|
| Tratamiento didáctico de los temas |  |   |
| Objetivos de grado                 | ¿Cómo se distribuye la cantidad de objetivos de grado en la educación media? | Cantidad de objetivos de grado planteados en la educación media. Esta medida es una cantidad dado que es un solo grado  |
| Objetivos de período               | ¿Cómo se distribuye la proporción de objetivos de período?                   | Porcentaje de objetivos de período planteados. Esta medida es un porcentaje dado que se deben hacer un cociente entre el número de objetivos de período y la cantidad de períodos propuestos en cada plan de área.          |
| Objetivos de subperíodo            | ¿Cómo se distribuye la proporción de objetivos de subperíodo?                | Porcentaje de objetivos de subperíodo planteados. Esta medida es un porcentaje dado que se deben hacer un cociente entre el número de objetivos de subperíodo y la cantidad de sub períodos propuestos en cada plan de área |
| Expectativas de nivel inferior     | ¿En qué medida se abordan las capacidades?                                   | Proporción de segmentos de texto que abordan las capacidades. Esta medida es una proporción que se calcula en relación con la cantidad de expectativas de nivel inferior.   |
| Limitaciones de aprendizaje        | ¿En qué medida se abordan las dificultades de aprendizaje y los errores?     | Proporción de segmentos de texto que abordan las dificultades y los errores Esta medida es una proporción que se calcula en relación con la cantidad total de segmentos de texto de la dimensión cognitiva.                 |
| Dominio afectivo                   | ¿En qué medida se abordan el dominio afectivo?                               | Proporción de segmentos de texto que abordan el dominio afectivo. Esta medida es una proporción que se calcula en relación con el total de planes de área que abordan el dominio afectivo.                                  |

|                           |   |   |
|---------------------------|---|---|
| Dimensión formativa       | ¿Qué proporción de planes de área abordan la dimensión formativa?         | Proporción de planes de área que abordan la dimensión formativa. Esta variable es discreta pues toma dos valores Si o No  |
| Esquemas                  | ¿Qué proporción de planes de área abordan los esquemas de enseñanza?      | Proporción de planes de área que abordan los esquemas de enseñanza. Esta medida es una proporción que se calcula en relación con el total de planes de área que abordan la dimensión formativa.   |
| Elementos de la enseñanza | ¿Qué proporción de planes de área abordan los elementos de enseñanza?     | Proporción de planes de área que abordan los elementos de enseñanza. Esta medida es una proporción que se calcula en relación con el total de planes de área que abordan la dimensión formativa.  |
| Dimensión social          | ¿Qué proporción de planes de área abordan la dimensión social?            | Proporción de planes de área que abordan la dimensión social.   |
| Evaluación                | ¿Qué proporción de planes de área abordan la evaluación?                  | Proporción de planes de área que abordan la evaluación. Esta medida es una proporción que se calcula en relación con el total de planes de área que abordan la dimensión social.                  |
| Instrumentos              | ¿Qué proporción de planes de área abordan los instrumentos de evaluación? | Proporción de planes de área que abordan los instrumentos de evaluación. Esta medida es una proporción que se calcula en relación con el total de planes de área que abordan la dimensión social. |

---

Alineación con estándares

|          |   |  |
|----------|---|--|
| No tiene | ¿Cuál es la alineación con estándares de un plan de área? | Promedio ponderado de los códigos asignados a ese plan de área |
|----------|---|--|

---

Nivel de concreción

|          |   |  |
|----------|---|--|
| No tiene | ¿Qué nivel de concreción tiene un plan de área? | Promedio de los códigos asignados en cada uno de los niveles de concreción (ver explicación en el capítulo correspondiente). |
|----------|---|--|

---

---

| Cubrimiento de los temas |  |  |
|--------------------------|--|--|
| No tiene                 | ¿Cuál es el cubrimiento de los temas en un plan de área? | Cantidad de hojas del árbol de temas de ese tema que han sido utilizadas para codificar al menos un segmento de texto del plan de área. La medida de cubrimiento de los temas en un plan de área es la suma de las medidas de cubrimiento de los tres temas. |

---

| Coherencia entre expectativas de aprendizaje |  |  |
|--|--|--|
| No tiene                                     | ¿En qué medida un plan de área es coherente? | Proporción de segmentos de texto que son etiquetados con incoherencias entre expectativas de aprendizaje |

---

| Coherencia entre dimensiones |  |  |
|------------------------------|--|--|
| No tiene                     | ¿En qué medida un plan de área es coherente? | Proporción de segmentos de texto que son etiquetados con incoherencias generadas por las diferentes dimensiones del currículo. |

---

## 7.5. Resumen del marco metodológico

Con este estudio, busco caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos. La población es los planes de área de matemáticas de educación media colombianos. Construí una muestra representativa de esta población cuyo tamaño es 212. Con base en el marco conceptual, decidí analizar 5 atributos de caracterización. Algunos de estos atributos contemplan subatributos. Para cada atributo y subatributo, establecí unas medidas que dan lugar a unas variables aleatorias. De acuerdo con el carácter de las variables, determiné unos procedimientos de resumen y análisis de estas variables. Establecí tres métodos de análisis diferentes para cada tipo de variable: un método para variables dicotómicas, un método para variables con múltiples valores porcentuales y un método para variables continuas.

# 5. ATRIBUTO TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE LOS TEMAS – DIMENSIÓN CONCEPTUAL

El atributo tratamiento didáctico de los temas de las matemáticas escolares consiste en determinar cómo se abordan los temas de las matemáticas escolares en relación con cada una de las dimensiones del currículo en el nivel de la planificación local y sus conceptos pedagógicos. Es decir, permite apreciar en qué medida y de qué manera, un plan de área aborda la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología (dimensión conceptual) (Cañadas et al., 2018), las expectativas y las limitaciones de aprendizaje, y el dominio afectivo (dimensión cognitiva) (González y Gómez, 2018), los esquemas y los elementos de la enseñanza (dimensión formativa) (Gómez et al., 2018), y los criterios, los instrumentos y los tipos de evaluación (dimensión social) (Romero y Gómez, 2018). Abordo este atributo en cuatro capítulos, uno por cada dimensión del currículo. En este capítulo, presento el análisis del atributo Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual. Presento la revisión de la literatura, la definición del atributo, la metodología de análisis, los resultados, y las conclusiones para este atributo en esta dimensión.

## 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

El interés de considerar el atributo tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual es obtener información sobre de qué forma se presentan los contenidos matemáticos en los documentos curriculares. La manera en la que se presentan dichos contenidos afecta a la transformación que los profesores hacen desde el currículo planificado al currículo implementado (Remillard, Harris y Agodini, 2014). Distintos autores han desarrollado herramientas para analizar el currículo de matemáticas desde enfoques variados. Por ejemplo, al usar la teoría de la transposición didáctica, Kang y Kilpatrick (1992) distinguen entre el conocimiento tal como se conoce en el ámbito experto y el conocimiento tal como está empaquetado o estructurado con el propósito de enseñar a otros. Las formas en las que el conocimiento se presenta en el currículo oficial reflejan enfoques sociales e ideológicos sobre qué conocimiento hay que enseñar y sobre cómo se aprende, al entrelazar el conocimiento y la pedagogía. Una gran parte de la literatura que relaciona estos dos ámbitos toma como referencia el conocimiento que se plasma en los libros de texto (Aguayo-Arriagada et al., 2016; Amaro et al., 2019; Andonegui, 2016; Andonegui y Pérez, 2003; Ángel y Rojas, 2013; Arteaga, Gea, Contreras y Cañadas, 2012; Avila, 2019; Barboza, Arias y Garrido, 2015; Barrantes, López y Fernández, 2015; Codes, González, Monterrubio y Delgado, 2010; Farfán y López, 2007;

Fernández-Mosquera y Mejía, 2010; González y Sierra, 2004; Monterrubio y Ortega, 2011a; Vásquez y Alsina, 2014). Son menos los estudios que se centran en el contenido descrito en los documentos oficiales. De hecho, los escasos estudios que conocí han tenido el propósito de comparar dos currículos cuando en el entorno se ha llevado a cabo una reforma curricular (por ejemplo, Bulut, 2007) o relacionar los contenidos del currículo con el rendimiento de los estudiantes en pruebas estandarizadas, por ejemplo, en las pruebas TIMSS (Schmidt, Houang y Cogan, 2002; Schmidt et al., 2005; Schmidt y Prawat, 2006)

En definitiva, encontré muy pocas investigaciones que analicen los planes de estudio desde el punto de vista del contenido y, en general, desde el tratamiento didáctico de los temas. Como antecedentes más próximos, encontré los estudios que han hecho análisis del contenido de los temas de matemáticas desde una perspectiva similar a la que realicé en la presente investigación: analizan los conceptos y procedimientos, los sistemas de representación y la fenomenología. Estas investigaciones se han centrado en el análisis de dos tipos de documentos: los planes de estudio y los libros de texto. A continuación, presento los principales referentes encontrados.

### **1.1. Tratamiento del contenido en los planes de estudio**

Dentro de las investigaciones que analizan los planes de estudio, encontré que hay algunos estudios centrados en analizar los planes de estudio después de realizar una reforma curricular. Bajo este planteamiento, Bulut (2007) realizó un análisis del plan de estudios de primaria en Turquía. Este autor observó que inicialmente el plan de estudios estaba centrado en los contenidos y tenía un enfoque pedagógico conductista. Después de la reforma curricular, Bulut (2007) encontró que se consideró, dentro del plan de estudios, la resolución de problemas y se implementó una pedagogía más constructivista centrada en el aprendizaje de los estudiantes. Dentro de los resultados más relevantes de esta investigación se destaca que los nuevos contenidos que se contemplan en el plan de estudios están más acordes con el desarrollo de los estudiantes, y el nuevo plan de estudios incluye mucha más práctica y favorece la relación de los contenidos con la vida real.

Otros estudios han revisado los documentos curriculares a la luz de los resultados de las pruebas TIMSS (Schmidt et al., 2002) con el fin de determinar cuáles son los contenidos que se abordan en los planes de estudio en los Estados Unidos y compararlos con los planes de estudio de aquellos países que obtienen mejores puntajes en esa prueba. Estas investigaciones se centran en los contenidos que se enseñan del grado 1 al 8. Estos autores construyeron las listas de contenidos que son abordados por las dos terceras partes de los países cuyos resultados son A+ con el fin de determinar cuáles de esos contenidos están planteados en los planes de estudios de los Estados Unidos. A partir de esta comparación, los autores encuentran que, en los documentos curriculares estadounidenses, se abordan muchos contenidos y no se profundiza en ellos. Estos autores sugieren que, para tener un plan de estudios de corte mundial, se debería aumentar el tiempo de estudio para poder cubrir los temas en profundidad.

Pino-Fan et al. (2013) realizaron una reconstrucción global del concepto de derivada con la ayuda de la teoría del enfoque ontosemiótico. Hicieron esta reconstrucción con el fin de determinar la idoneidad de los significados de la derivada pretendidos en el currículo de bachillerato a partir de las prácticas matemáticas propuestas tanto en el plan de estudios, como en los libros de texto de este nivel educativo (p. 4). Para lograr lo anterior, los autores realizaron un análisis didáctico de la derivada contemplando los 3 conceptos pedagógicos de la dimensión conceptual. Analizaron

los problemas que se plantean en el plan de estudios, los sistemas de representación que se abordan y la estructura conceptual de la derivada. Una vez hechos estos análisis, los autores analizaron la derivada en el plan de estudios de las instituciones educativas que están vinculadas con las universidades autónomas mexicanas y los compararon con lo que se presenta en los libros de texto. Los resultados obtenidos en la investigación son útiles para el profesor de matemáticas de bachillerato ya que se puso de manifiesto algunos sesgos en los significados de la derivada privilegiados por el currículo que podrían ser evitados para mejorar la enseñanza de ese tema. En este estudio, el análisis del documento curricular se basa en un enfoque diferente del nuestro, pero que, desde la perspectiva del contenido, utiliza los mismos conceptos pedagógicos para hacer la revisión de los planes de estudio.

## **1.2. Tratamiento del contenido en los libros de texto**

En relación con el análisis de contenido en los libros de texto, encontré que el libro de texto se sigue considerando una pieza clave como material educativo, hasta llegar incluso a ser el elemento que determina en gran medida el currículo real y la planificación de la docencia (Schubring, 1987).

Dentro de la revisión de la literatura, encontré estudios que abordan el problema de mirar el contenido de manera muy similar a la que realicé en esta investigación, ya que utilizan los conceptos pedagógicos y técnicas del análisis de contenido que utilicé para el análisis de los planes de estudio: estos estudios establecen qué conceptos y procedimientos se tratan, qué sistemas de representación se utilizan, y qué contextos y fenómenos se abordan (Aguayo-Arriagada et al., 2016; Amaro et al., 2019; Batanero et al., 2014; Claros et al., 2014; González y Sierra, 2004; Melo y Portillo, 2013; Monterrubio y Ortega, 2011a; Ortiz et al., 1996). Por ejemplo, Monterrubio y Ortega (2011a), desarrollaron un modelo de análisis de textos escolares de matemáticas estructurado en 14 dimensiones, cada una de las cuales contiene varios indicadores. En la dimensión “Contenidos” analizaron, entre otros, la presentación, la presencia, la secuenciación, los procedimientos teóricos, o el razonamiento matemático. Bayés y Goded (2003) sintetizaron en tres dimensiones la información necesaria para analizar unidades didácticas de matemáticas en libros de texto de secundaria: organización del contenido, análisis fenomenológico y análisis conceptual. Otros modelos han puesto el foco de atención en alguna característica relevante para el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, González y Sierra (2004) analizaron los tipos de sistemas de representación que emplea el libro para la comunicación; así se propusieron estudiar los sistemas matemáticos de signos a través de sus aspectos sintáctico, semántico, pragmático, sociocultural y desde el punto de vista de la complejidad de las expresiones simbólicas. Estos autores establecieron 20 indicadores que finalmente les permitieron clasificar los libros en tres categorías: expositivos, tecnológicos y comprensivos.

También, encontré investigaciones que analizan los libros de texto desde otros marcos conceptuales. Hay estudios sobre el cálculo diferencial en los libros de texto desde el fenómeno de la transposición didáctica (Bravo y Cantoral, 2012; Ocoró y Ocoró, 2016); de los textos escolares desde la teoría antropológica didáctica (Del Pino et al., 2016); sobre la resolución de problemas desde los planteamientos de Polya (González et al., 2015); sobre las reglas de derivación en los libros de texto, desde el marco teórico de los esquemas de prueba (Conejo et al., 2014); sobre la enseñanza de la estadística y la probabilidad desde una metodología cualitativa (Díaz-Levicoy et al., 2016); y sobre las conexiones matemáticas entre la derivada y la integral (García y Dolores,

2016). Por ejemplo, este último estudio identifica las conexiones matemáticas entre los conceptos de derivada e integral, para lo cual analiza el orden secuencial de los temas, la transición del cálculo diferencial al cálculo integral y las representaciones alternativas y equivalentes utilizadas, los procedimientos utilizados y las conexiones que se dan en la resolución de problemas. A partir de estos antecedentes, concreto seguidamente la definición del atributo tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual en esta investigación.

## 2. NOCIÓN DE TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE LOS TEMAS EN LA DIMENSIÓN CONCEPTUAL

En la dimensión conceptual, el análisis de contenido involucra tres conceptos pedagógicos: sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología. El atributo tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual, me permite caracterizar un plan de área en términos de establecer qué conceptos y procedimientos se encuentran en el plan de área en relación con un tema específico, qué sistemas de representación se ponen en juego y cómo se aborda la fenomenología. A continuación, presento estos tres conceptos pedagógicos.

### 2.1. Sistemas de representación

Los sistemas de representación son sistemas de reglas que permiten identificar y crear signos, operar sobre y con ellos, y establecer relaciones entre ellos (Kaput, 1992, p. 523). Los sistemas de representación son importantes dentro del análisis didáctico dado que organizan los símbolos que se hacen presentes en los contenidos de las matemáticas, aportan diferentes significados a los conceptos, y un mismo concepto admite y necesita de varios sistemas de representación.

En los sistemas de representación se observan tres reglas: (a) creación y presentación de signos; (b) transformación sintáctica invariante; y, (c) traducción entre sistemas de representación (Gómez, 2007). La creación y presentación de signos permite determinar expresiones válidas e inválidas. Las transformaciones sintácticas se refieren a la transformación de un símbolo en otro dentro de un sistema de representación sin que el concepto cambie. La traducción entre sistemas de representación es la relación entre dos signos que designan un mismo objeto, pero en diferente sistema de representación.

Los conceptos tienen al menos una representación en algún sistema, pero no necesariamente en todos los sistemas. Los sistemas de representación que más se utilizan son numérico, simbólico, gráfico, tabular, verbal, geométrico, pictórico, manipulativo y ejecutable.

El sistema de representación numérico contempla las representaciones numéricas del objeto matemático (Cañadas et al., 2018). El sistema de representación simbólico contempla los signos (números, letras y operaciones) y las operaciones que se pueden hacer con ellos. El sistema de representación gráfico contempla las representaciones gráficas en los diferentes sistemas de coordenadas. El sistema de representación tabular contempla las representaciones del objeto matemático por medio de tablas. Este sistema de representación está ligado al sistema de representación numérico. El sistema de representación verbal contempla el lenguaje natural que nos permite referirnos a los objetos matemáticos. El sistema de representación geométrico es útil para representar objetos geométricos. El sistema de representación pictórico contempla las representaciones

de los objetos a través de pictogramas . El sistema de representación manipulativo contempla los materiales concretos que hacen presentes los conceptos . El sistema de representación ejecutable contempla los programas y los applets .

## **2.2. Estructura conceptual**

El concepto pedagógico estructura conceptual permite “identificar los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema y las relaciones entre ellos” (Cañadas et al., 2018). Dentro de la estructura conceptual, se distinguen dos campos: el campo conceptual y el campo procedimental (Rico, 1997).

### *Campo conceptual*

El campo conceptual hace referencia a la sustancia del conocimiento. En el campo conceptual, se analizan los conceptos que caracterizan un tema y la relación entre ellos. En el campo conceptual, se pueden identificar diferentes niveles, al considerar que se puede pasar de un nivel inferior a un nivel superior cuando se añaden otros elementos y relaciones: (a) hechos, (b) conceptos y (c) estructuras conceptuales (Rico, 1997). Los hechos son las unidades más pequeñas de información dentro de un tema matemático. Los conceptos son conjuntos de hechos y relaciones entre ellos. Las estructuras conceptuales son sistemas de conceptos relacionados entre sí.

### *Campo procedimental*

El campo procedimental involucra los procedimientos que están implicados en un tema. Los procedimientos son aquellas formas de actuación o ejecución de las tareas matemáticas. Rico (1997) distingue entre (a) destrezas, (b) razonamientos y (c) estrategias. Las destrezas se ejecutan procesando hechos. Los razonamientos se ejecutan sobre conceptos. Las estrategias se ejecutan sobre estructuras conceptuales.

## **2.3. Fenomenología**

El concepto pedagógico fenomenología permite “identificar los fenómenos que dan sentido al tema y los contextos fenomenológicos, las subestructuras y los contextos que permiten organizar estos fenómenos” (Cañadas et al., 2018). De acuerdo con Gómez (2007), la fenomenología es un “elemento constitutivo del significado de un concepto [que surge] de una visión funcional del currículo, en virtud de la cual los sentidos en los que se usa un término conceptual matemático también incluyen los fenómenos que sustentan el concepto”. Este concepto pedagógico se apoya en la información proveniente de la estructura conceptual y los sistemas de representación. En el nivel de la planificación local, la fenomenología implica establecer una relación entre una estructura matemática y los grupos de fenómenos asociados a ella.

La fenomenología, como concepto pedagógico, permite analizar los fenómenos que dan sentido a un tema, las subestructuras que permiten organizar esos fenómenos, la utilidad del tema, las características que comparten esos fenómenos y las subestructuras que se relacionan en los contextos fenomenológicos (Cañadas et al., 2018). La importancia de la fenomenología en el análisis didáctico está relacionada con analizar a qué problemas da respuesta el tema (contextos fenomenológicos), y en qué situaciones está presente un tema (contextos PISA 2012) .

En relación con los contextos que se abordan en los problemas de aplicación, existen contextos que contempla PISA (2012) y los contextos que se utilizan en las pruebas Saber 11° (ICFES, 2014). En PISA (2012) se distinguen cuatro contextos: personales, profesionales, sociales y científicos. En las pruebas SABER 11°, los contextos pueden ser financieros, de divulgaciones científicas, sociales y ocupacionales. En consecuencia, voy a mirar si en los planes de área se mencionan los contextos matemáticos o no matemáticos. Esto es, los contextos matemáticos son aquellos contextos en los que los fenómenos se presentan al interior de las mismas matemáticas, y los contextos no matemáticos son aquellos en los que esto no sucede.

Voy a tomar una interpretación muy parcial de fenomenología en este trabajo, en el sentido de que voy a analizar este concepto pedagógico en los planes de área en dos aspectos. El primer aspecto es constatar si se hace mención a los problemas que requieren, para su solución, de la construcción de un modelo matemático de una situación dada. El segundo aspecto es constatar si se debe interpretar la solución en esa situación.

#### 2.4. Caracterización de un plan de área

Con base en la información anterior, en la figura 17, presento un esquema de lo que significa caracterizar un plan de área en relación con este atributo.

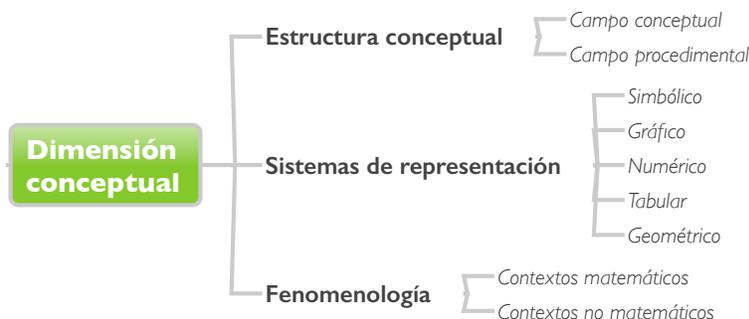


Figura 17. Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual del currículo

A continuación, presento la metodología para analizar este atributo en esta dimensión.

### 3. METODOLOGÍA

La metodología de análisis para el atributo tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual consiste en concretar la forma como se analiza cada concepto pedagógico de esta dimensión en los planes de área. Para este atributo, utilicé los métodos 1 y 2 que describí en el capítulo de metodología (capítulo 4). A continuación, concreto los detalles de aplicación de estos métodos para cada concepto pedagógico de la dimensión conceptual.

#### 3.1. Estructura conceptual

Para analizar el atributo tratamiento didáctico de los temas desde el punto de vista del concepto pedagógico de la estructura conceptual, me interesa indagar en qué proporción los planes de área abordan cada tema desde los campos conceptual y procedimental. Para lograr lo anterior, usé el

árbol de códigos de la estructura conceptual (ver capítulo 4). Este árbol se construyó al separar en dos ramas el campo conceptual y el campo procedimental. En la figura 18, muestro un ejemplo de una rama del árbol de códigos para el tema de cónicas.

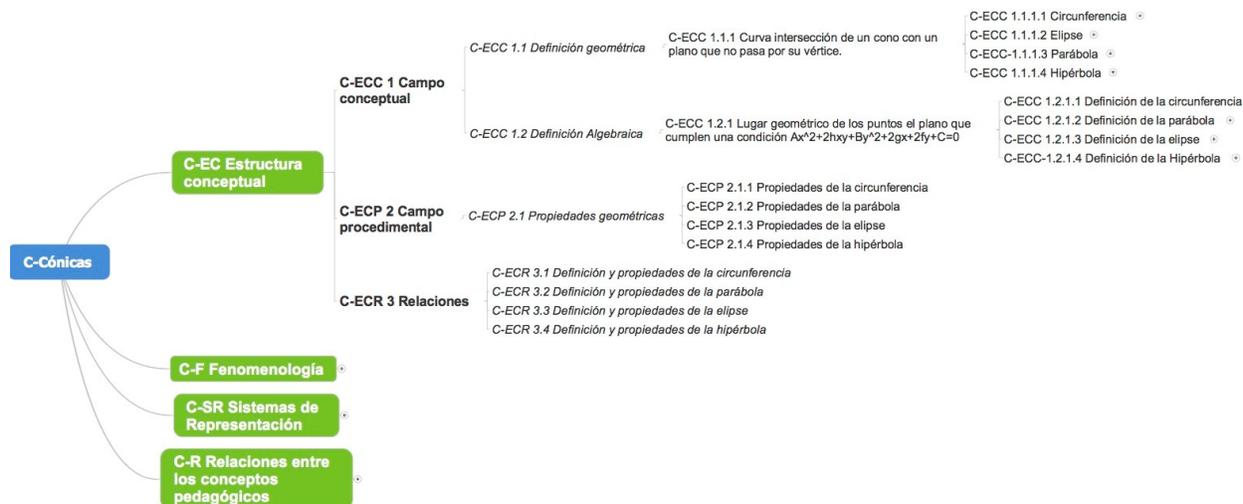


Figura 18. Fracción del árbol de códigos en la dimensión conceptual para el tema de cónicas

En los 212 planes de área de la muestra, encontré que hay 30 planes de área que no abordan el tema de cónicas, 18 que no abordan el tema de la derivada y 74 que no abordan el tema de estadística descriptiva. De estos 74 planes de área, hay 48 planes de área en los que no se hace mención del pensamiento aleatorio, 22 en los que se aborda solamente el tema de probabilidad, y 4 en los que el tema de estadística descriptiva se aborda solamente hasta el grado noveno. Encontré que, de los 212 planes de área, hay 6 documentos que solamente abordan generalidades de la enseñanza, el aprendizaje y la institución educativa y no tratan ninguno de los tres temas. Finalmente, encontré que hay 116 planes que abordan los tres temas al mismo tiempo.

De todas las posibles submuestras que puedo tomar de los 212 planes de área que se recolectaron para este estudio, consideré importante construir las submuestras de los planes de área que abordan cada uno de los tres temas, la submuestra de los planes de área que abordan al menos un tema; y la submuestra de los planes que abordan los tres temas al tiempo, con el fin de obtener información que me permita realizar generalizaciones a los planes de área colombianos.

### 3.2. Sistemas de representación

Para analizar el atributo Tratamiento didáctico de los temas desde el punto de vista del concepto pedagógico de los sistemas de representación, me interesa determinar la importancia relativa de los distintos sistemas de representación con los que se presenta cada tema en los planes de área de la muestra. Para lograr lo anterior, utilicé el método 2 que describí en el apartado de metodología (ver capítulo 4). Codifiqué cada segmento de texto con los códigos que hacen referencia a alguna hoja del árbol de códigos en la sección de los sistemas de representación. En esta sección, el árbol está dividido en varias ramas que dependen de cada tema. En el tema de cónicas, contemplé los sistemas de representación simbólico, gráfico y geométrico; en derivada, los sistemas de representación simbólico, gráfico y numérico; y en estadística descriptiva, los sistemas de

representación numérico, tabular, simbólico y gráfico. Por consiguiente, la totalidad de segmentos de texto de un plan de área que hayan sido codificados con el código Sistemas de Representación se organizan en los diferentes grupos de sistemas a los que hace referencia. Para un plan de área, se puede hallar la proporción de segmentos de texto de cada tipo. Esto genera unas variables de proporción, que denominaré de acuerdo con los diferentes sistemas de representación de cada tema. La suma de los valores de esas variables en un plan de área dado, para cada tema, es siempre 100. En la figura 19, muestro un ejemplo del árbol de códigos para el concepto pedagógico de los sistemas de representación para el tema de la derivada.

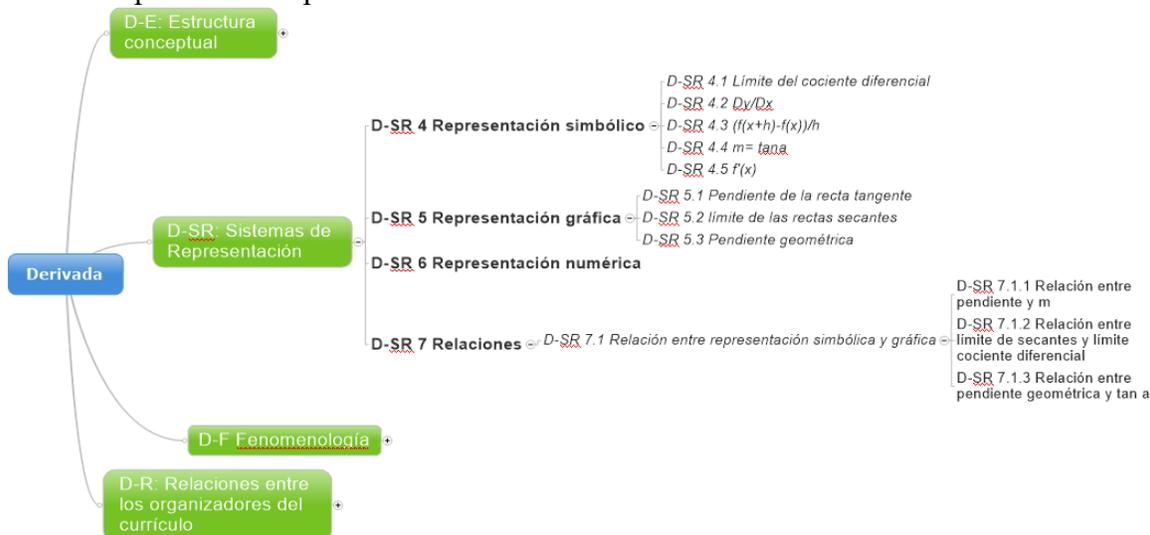


Figura 19. Fracción del árbol de códigos del concepto pedagógico sistemas de representación para el tema de la derivada

Para el tema de cónicas, encontré que, de los 182 planes de área que abordan el tema, hay 167 planes de área que tratan los sistemas de representación. Para el tema de derivada, encontré que, de los 194 planes de área que abordan el tema, hay 185 planes de área que tratan los sistemas de representación. Para el tema de estadística descriptiva, encontré que, de los 138 planes de área que abordan el tema, hay 117 planes de área que tratan algún sistema de representación.

### 3.3. Fenomenología

Para analizar el atributo Tratamiento didáctico de los temas desde el punto de vista del concepto pedagógico de la fenomenología utilicé el método 1. Los planes de área de la muestra fueron codificados con dos valores: contextos matemáticos y contextos no matemáticos. Por consiguiente, el análisis de los datos es similar: trabajé con las dos variables de proporción que reflejan el porcentaje de códigos de cada uno de estos dos tipos de contextos. Para lograr lo anterior, usé el árbol de códigos de la fenomenología. Este árbol se construyó al separar en dos ramas los contextos matemáticos y los contextos no matemáticos. Esta distinción permite determinar el carácter contexto matemático o no matemático de cada segmento del plan de área que haya sido codificado en la fenomenología. A partir de estos datos, para un plan de área, se puede hallar la proporción de

segmentos de cada tipo. Esto genera dos variables de proporción que tienen un valor en cada plan de área. La suma de los valores de esas dos variables en un plan de área dado es siempre 100.

De los 182 planes de área que abordan el tema de cónicas, encontré que hay 96 planes de área que sí abordan la fenomenología; de los 194 planes de área que abordan el tema de la derivada, hay 147; y de los 138 planes de área que abordan el tema de estadística, hay 20 que tratan este concepto pedagógico. De los 206 planes de área que abordan al menos un tema, hay 174 y, de los 116 planes de área que abordan los tres temas, hay 7 que abordan la fenomenología.

### 3.4. Plan de área de referencia

Calculé, en el plan de área de referencia que construí (ver capítulo 4), las variables que se consideraron para los diferentes conceptos pedagógicos de la dimensión conceptual en el atributo Tratamiento didáctico de los temas. A partir de estas variables, pude realizar las comparaciones con los resultados de las diferentes muestras y submuestras. Por ejemplo, para el concepto pedagógico de la estructura conceptual utilicé el método de comparación de medias.

## 4. RESULTADOS

En este apartado, presento los resultados para los diferentes conceptos pedagógicos, los tres temas y las diferentes submuestras.

### 4.1. Estructura conceptual

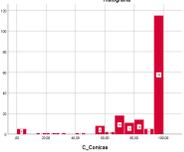
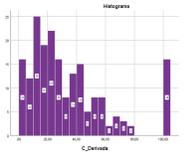
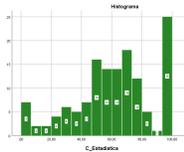
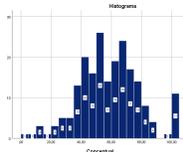
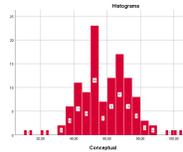
En la tabla 7, presento los estadísticos descriptivos de la variable campo conceptual para cada una de las submuestras. En la primera fila de la tabla, presento el tamaño ( $n$ ) de cada una de estas submuestras; en la segunda, la media muestral ( $\bar{x}$ ); en la tercera, la desviación estándar ( $s$ ); en la cuarta, los intervalos de confianza de la media poblacional ( $\mu$ ); en la quinta, el p-valor para cada una de las pruebas de hipótesis de igualdad de medias que se realizaron con el fin de rechazar o no la igualdad en las medias poblacionales de las variables conceptual y procedimental; en la sexta, la proporción de segmentos de texto de tipo conceptual del plan de área de referencia; y en la séptima, los histogramas de frecuencia de la variable conceptual.

Tabla 7

*Resultados variable campo conceptual*

|   |           | Cónicas | Derivada | Estadística descriptiva | Al menos un tema | Los tres temas |
|---|-----------|---------|----------|-------------------------|------------------|----------------|
| 1 | $n$       | 182     | 194      | 138                     | 206              | 116            |
| 2 | $\bar{x}$ | 87,40   | 33,54    | 61,70                   | 58,28            | 58,85          |
| 3 | $s$       | 21,82   | 26,64    | 26,78                   | 19,66            | 14,95          |

Tabla 7  
Resultados variable campo conceptual

|                                      | Cónicas  | Derivada   | Estadística descriptiva  | Al menos un tema   | Los tres temas   |
|--------------------------------------|--|--|--|--|--|
| 4 Inter-<br>valo de con-<br>fianza   | (84,20, 90,59)   | (29,77, 37,32)   | (57,18, 66,20)   | (55,58, 60,98)   | (56,10, 61,60)   |
| 5 p-valor                            | 4,219 E-110  | 4,80E-29   | 4,147E-12  | 2,568E-16  | 8,021E-17  |
| 6 Plan de<br>área de refe-<br>rencia | 69,23  | 24,32  | 52,17  |  |  |
| 7 Histo-<br>grama                    |  |  |  |  |  |

A partir de los datos de la tabla 7, puedo afirmar que los planes de área de las muestras tratan el tema de cónicas más desde el campo conceptual; en el tema de derivada, el campo procedimental; y, en el tema de estadística descriptiva, tratan el tema de manera más equilibrada entre el campo conceptual y procedimental. Estos sesgos (o carencia de ellos) se aprecian en los histogramas de la variable conceptual.

Para cada una de las submuestras, realicé una prueba de hipótesis de igualdad de medias entre el campo conceptual y procedimental, y encontré que, en todos los casos, debemos rechazar estas hipótesis. Las dispersiones en los tres temas son muy similares. De hecho, al hacer una prueba ANOVA de igualdad de dispersiones no se puede rechazar la hipótesis de igualdad, con un nivel de significancia de  $\alpha = 0,05$ .

El histograma de la muestra de los 3 temas tiene un comportamiento más o menos normal, con una media alrededor de 58,85. Sin embargo, esto no significa, como se ve en los otros histogramas, que ese sea el comportamiento de cada uno de los temas.

No puedo rechazar la hipótesis de igualdad de medias de la variable conceptual para las muestras de los planes de área que tratan al menos un tema y los planes de área que tratan los tres temas, con un p-valor de 0,77. Sin embargo, encontré que sí hay diferencias estadísticamente significativas para la desviación estándar de la variable conceptual en las muestras que tratan al menos un tema y que tratan los tres temas con un p-valor de 0,00069. Lo anterior significa que, cuando incluí en la muestra planes de área que tratan solamente dos temas o un tema, los datos son más dispersos.

Al comparar los estadísticos de la media en cada una de las muestras para la variable conceptual con la proporción de segmentos de texto del plan de área de referencia codificados como conceptuales, encontré que estas medias son sistemáticamente mayores que los valores del plan de área de referencia. Esto indica que los planes de área tienden a dar más importancia a los aspectos conceptuales en cada uno de los temas en comparación con lo que se esperaría si se siguiesen las pautas de los estándares básicos de competencia.

#### **4.2. Sistemas de representación**

El concepto pedagógico de los sistemas de representación lo analicé por separado para cada uno de los temas, dado que no abordan los mismos sistemas de representación. A continuación, presento los resultados para cada tema.

##### *Cónicas*

Para el tema de cónicas, los sistemas de representación que analicé fueron el geométrico, el simbólico y el gráfico. La media del sistema de representación geométrico es  $\bar{x} = 0,26$ , la media del sistema de representación simbólico es  $\bar{x} = 67,90$ , y la media del sistema de representación gráfico es  $\bar{x} = 31,84$ .

Como es de mi interés analizar la importancia relativa de los sistemas de representación del tema de cónicas, procedí a realizar un ANOVA de igualdad de medias y encontré que debo rechazar la hipótesis de igualdad de medias con un p-valor de  $8,7E-114$ .

En consecuencia, procedí a analizar cuál de los sistemas de representación era el más importante. Para lograr esto, realicé las pruebas de hipótesis entre los diferentes pares de sistemas de representación y encontré que, con un grado de confianza del 97%, el sistema de representación más importante es el simbólico, seguido del gráfico y finalmente el geométrico. Las pruebas individuales se realizaron con un nivel de confianza del 99%.

En la tabla 8, presento la información relacionada con las diferentes pruebas de hipótesis, las medias y desviaciones estándar de las variables que se están comparando y los p-valores respectivos. Encontré que el sistema de representación de mayor importancia es el simbólico, seguido del gráfico y, por último, está el sistema de representación gráfico.

Tabla 8

*Importancia relativa de los sistemas de representación en el tema de cónicas*

| Sistemas de representación |               | $\bar{x}_1$ | $\bar{x}_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $p$       |
|----------------------------|---------------|-------------|-------------|-------|-------|-----------|
| 1. Simbólico               | 2. Gráfico    | 67,90       | 31,84       | 24,94 | 24,95 | 2,617E-32 |
| 1. Simbólico               | 2. Geométrico | 67,90       | 0,26        | 24,94 | 2,13  | 6,52E-79  |
| 1. Gráfico                 | 2. Geométrico | 31,84       | 0,26        | 24,95 | 2,13  | 2,02E-36  |

En la tabla 9, presento la comparación del análisis de los sistemas de representación de los planes de área de la muestra con el plan de área de referencia. Encontré que el sistema de representación simbólico es el que más se utiliza tanto en la muestra (como también sucede en el plan de área de referencia), seguido por el sistema de representación gráfico. Vale la pena mencionar que el sistema de representación geométrico es el que menos se aborda, tanto en la muestra, como en el plan de área de referencia. Sin embargo, hay una gran diferencia entre el 0,26% de la muestra y el 20% del plan de área de referencia.

Tabla 9

*Comparación de los sistemas de representación de los planes de área de la muestra con el plan de área de referencia en el tema de cónicas*

| Sistemas de representación | Muestra | Plan de área de referencia |
|----------------------------|---------|----------------------------|
| Simbólico                  | 67,90%  | 48%                        |
| Gráfico                    | 31,84%  | 32%                        |
| Geométrico                 | 0,26%   | 20%                        |

### *Derivada*

Para el tema de derivada, analicé los sistemas de representación numérico, simbólico y gráfico. La media del sistema de representación numérico es  $\bar{x} = 0,29$ , la media del sistema de representación simbólico es  $\bar{x} = 66,40$ , y la media del sistema de representación gráfico es  $\bar{x} = 33,31$ .

Realicé un ANOVA de igualdad de medias y encontré que debo rechazar la hipótesis de igualdad de medias con un p-valor de 6,59E-109. Procedí a realizar la prueba de hipótesis por pares de variables y encontré que, con un nivel de confianza del 97%, el sistema de representación más importante es el simbólico, seguido del gráfico y finalmente el numérico. En la tabla 10, presento

la información relacionada con las diferentes pruebas de hipótesis, las medias y desviaciones estándar de las variables que se están comparando y los p-valores respectivos.

Tabla 10

*Importancia relativa de los sistemas de representación en el tema de derivada*

| Sistemas de representación |             | $\bar{x}_1$ | $\bar{x}_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $p$      |
|----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|----------|
| 1. Simbólico               | 2. Gráfico  | 66,40       | 33,31       | 27,43 | 27,25 | 7,16E-27 |
| 1. Simbólico               | 2. Numérico | 66,40       | 0,29        | 27,43 | 1,97  | 4,81E-79 |
| 1. Gráfico                 | 2. Numérico | 33,31       | 0,29        | 27,25 | 1,97  | 4,38E-38 |

En la tabla 11, presento la comparación del análisis de los sistemas de representación de los planes de área de la muestra con el plan de área de referencia. Encontré que el sistema de representación simbólico es el que más se utiliza, tanto en la muestra, como en el plan de área de referencia, seguido por el sistema de representación gráfico. El sistema de representación numérico es el que menos se aborda, tanto en la muestra, como en el plan de área de referencia. Sin embargo, hay una gran diferencia entre el 0,29% de la muestra y el 19,1% del plan de área de referencia.

Tabla 11

*Comparación de los sistemas de representación de los planes de área de la muestra con el plan de área de referencia en el tema de derivada*

| Sistemas de representación | Muestra | Plan de área de referencia |
|----------------------------|---------|----------------------------|
| Simbólico                  | 66,40%  | 47,6%                      |
| Gráfico                    | 33,31%  | 33,3%                      |
| Numérico                   | 0,29%   | 19,1%                      |

*Estadística descriptiva*

Para el tema de estadística descriptiva, analicé los sistemas de representación numérico, tabular, simbólico y gráfico. La media del sistema de representación numérico es  $\bar{x} = 11,03$ , la media del sistema de representación tabular es  $\bar{x} = 0,54$ , la media del sistema de representación simbólico es  $\bar{x} = 54,70$ , y la media del sistema de representación gráfico es  $\bar{x} = 33,73$ .

Realicé un ANOVA de igualdad de medias y encontré que debo rechazar la hipótesis de igualdad de medias con un p-valor de 1,08E-56. Realicé las pruebas de hipótesis para los pares de sistemas de representación y encontré que, con un grado de confianza del 94%, el orden de

importancia de los sistemas de representación es el siguiente: simbólico, gráfico, numérico y tabular. En la tabla 12, presento esta información.

Tabla 12

*Importancia relativa de los sistemas de representación en el tema de estadística descriptiva*

| Sistemas de representación |             | $\bar{x}_1$ | $\bar{x}_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $p$      |
|----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|----------|
| 1. Simbólico               | 2. Gráfico  | 54,70       | 33,73       | 35,64 | 29,79 | 7,21E-07 |
| 1. Simbólico               | 2. Tabular  | 54,70       | 0,54        | 35,64 | 4,53  | 8,16E-35 |
| 1. Simbólico               | 2. Numérico | 54,70       | 11,03       | 35,64 | 20,11 | 2,13E-25 |
| 1. Gráfico                 | 2. Tabular  | 33,73       | 0,54        | 29,79 | 4,53  | 6,28E-24 |
| 1. Gráfico                 | 2. Numérico | 33,73       | 11,03       | 29,79 | 20,11 | 1,50E-11 |
| 1. Tabular                 | 2. Numérico | 0,54        | 11,03       | 4,53  | 20,11 | 0,58E-08 |

En la tabla 13, presento la comparación del análisis de los sistemas de representación de los planes de área de la muestra con el plan de área de referencia. Encontré que el sistema de representación simbólico es el que más se utiliza, tanto en la muestra, como en el plan de área de referencia, seguido por el sistema de representación gráfico. El sistema de representación tabular es el que menos se utiliza en la muestra con un 0,54%, mientras que en el plan de área de referencia este sistema de representación tiene un 16,2%.

Tabla 13

*Comparación de los sistemas de representación de los planes de área de la muestra con el plan de área de referencia en el tema de estadística descriptiva*

| Sistemas de representación | Muestra | Plan de área de referencia |
|----------------------------|---------|----------------------------|
| Simbólico                  | 54,70%  | 46,5%                      |
| Gráfico                    | 33,73%  | 25,6%                      |
| Tabular                    | 0,54%   | 16,3%                      |
| Numérico                   | 11,03%  | 11,6%                      |

*Muestra con al menos un tema*

Para la muestra de al menos un tema, encontré que, de los 206 planes de área, hay 202 planes de área que tratan al menos un sistema de representación. La media del sistema de representación numérico es  $\bar{x} = 2,41$ , la media del sistema de representación tabular es  $\bar{x} = 0,10$ , la media del sistema de representación simbólico es  $\bar{x} = 64,98$ , la media del sistema de representación gráfico es  $\bar{x} = 32,35$ , y la media del sistema de representación geométrico es  $\bar{x} = 0,16$ .

Realicé un ANOVA de igualdad de medias y encontré que debo rechazar la hipótesis de igualdad de medias con un p-valor de 0,0. Realicé las pruebas de hipótesis para los pares de sistemas de representación y, dado que incrementé el número de pruebas de significancia individual, se disminuye el nivel de confianza global. Encontré que, con un grado de confianza del 90%, el orden de importancia de los sistemas de representación es el siguiente: simbólico, gráfico, numérico y tabular. En la tabla 14, presento esta información.

Tabla 14

*Importancia relativa de los sistemas de representación en la submuestra de planes de área que abordan al menos un tema*

| Sistemas de representación |              | $\bar{x}_1$ | $\bar{x}_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $p$       |
|----------------------------|--------------|-------------|-------------|-------|-------|-----------|
| 1 Simbólico                | 2 Gráfico    | 64,97       | 32,35       | 18,55 | 17,71 | 6,90E-54  |
| 1 Simbólico                | 2 Numérico   | 64,97       | 2,41        | 18,55 | 5,48  | 9,5E-120  |
| 1 Simbólico                | 2 Geométrico | 64,97       | 0,16        | 18,55 | 1,56  | 1,35E-115 |
| 1 Simbólico                | 2 Tabular    | 64,97       | 0,10        | 18,55 | 0,94  | 3,91E-115 |
| 1 Gráfico                  | 2 Numérico   | 32,35       | 2,41        | 17,71 | 5,48  | 2,28E-62  |
| 1 Gráfico                  | 2 Geométrico | 32,35       | 0,16        | 17,71 | 1,56  | 5,52E-66  |
| 1 Gráfico                  | 2 Tabular    | 32,35       | 0,10        | 17,71 | 0,94  | 5,64E-66  |
| 1 Numérico                 | 2 Geométrico | 2,41        | 0,16        | 5,48  | 1,56  | 5,53E-08  |
| 1 Numérico                 | 2 Tabular    | 2,41        | 0,10        | 5,48  | 0,94  | 1,37E-08  |
| 1 Geométrico               | 2 Tabular    | 0,16        | 0,10        | 1,56  | 0,94  | 0,65      |

De todas las pruebas de hipótesis que se presentaron en la tabla 14, no puedo rechazar la hipótesis de igualdad de medias en los sistemas de representación geométrico y tabular, con un p-valor de 0,65. En los demás casos, debo rechazar las hipótesis de igualdad de medias para los demás sistemas de representación, con un nivel de confianza del 95%.

*Muestra de planes de área que abordan los tres temas*

Para la muestra de los 116 planes de área que abordan los tres temas, encontré que hay 115 planes de área que tratan al menos un sistema de representación. La media del sistema de representación numérico es  $\bar{x} = 2,59$ , la media del sistema de representación tabular es  $\bar{x} = 0,07$ , la media del sistema de representación simbólico es  $\bar{x} = 64$ , la media del sistema de representación gráfico es  $\bar{x} = 33,31$ , y la media del sistema de representación geométrico es  $\bar{x} = 0,02$ .

Realicé un ANOVA de igualdad de medias y encontré que debo rechazar la hipótesis de igualdad de medias con un p-valor de 1,43E-279. Realicé las pruebas de hipótesis para los pares de

sistemas de representación y encontré que, con un grado de confianza del 90%, el orden de importancia de los sistemas de representación es el siguiente: simbólico, gráfico, numérico, geométrico y tabular. En la tabla 15, presento esta información.

Tabla 15

*Importancia relativa de los sistemas de representación en la submuestra de planes de área que abordan los tres temas*

| Sistemas de representación |              | $\bar{x}_1$ | $\bar{x}_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $p$      |
|----------------------------|--------------|-------------|-------------|-------|-------|----------|
| 1 Simbólico                | 2 Gráfico    | 64          | 33,31       | 13,84 | 13,16 | 3,99E-43 |
| 1 Simbólico                | 2 Numérico   | 64          | 2,591       | 13,84 | 2,71  | 4,01E-80 |
| 1 Simbólico                | 2 Geométrico | 64          | 0,02        | 13,84 | 0,27  | 5,54E-79 |
| 1 Simbólico                | 2 Tabular    | 64          | 0,07        | 13,84 | 0,44  | 6,22E-79 |
| 1 Gráfico                  | 2 Numérico   | 33,31       | 2,59        | 13,16 | 2,71  | 2,35E-49 |
| 1 Gráfico                  | 2 Geométrico | 33,31       | 0,02        | 13,16 | 0,27  | 1,62E-51 |
| 1 Gráfico                  | 2 Tabular    | 33,31       | 0,07        | 13,16 | 0,44  | 1,92E-51 |
| 1 Numérico                 | 2 Geométrico | 2,59        | 0,02        | 2,71  | 0,27  | 1,34E-17 |
| 1 Numérico                 | 2 Tabular    | 2,59        | 0,07        | 2,71  | 0,44  | 4,1E-17  |
| 1 Geométrico               | 2 Tabular    | 0,02        | 0,07        | 0,27  | 0,44  | 0,33     |

De todas las pruebas de hipótesis que presenté en la tabla 15, no puedo rechazar la hipótesis de igualdad de medias en los sistemas de representación geométrico y tabular, con un p-valor de 0,33. En los demás casos, debo rechazar las hipótesis de igualdad de medias para los demás sistemas de representación, con un nivel de confianza del 95%.

Realicé una prueba de hipótesis de igualdad de medias entre los sistemas de representación simbólico y gráfico y encontré que debo rechazar la hipótesis de igualdad de medias para los datos de la muestra de los planes de área que abordan al menos un tema y los planes de área que abordan los tres temas con p-valores de 4,64E-53 y 3,48E-43 respectivamente.

Realicé un ANOVA de igualdad de medias para el sistema de representación simbólico y encontré que, para los temas de cónicas y derivada, y las muestras que abordan al menos uno de

los temas y abordan los tres temas, no se rechaza la hipótesis, con un p-valor de 0,46. Esto indica que las medias poblacionales en estas cuatro muestras son iguales, excepto para el tema de estadística cuya media es de 54,70.

Estos resultados están relacionados con los hallazgos hechos por Aguayo-Arriagada et al. (2016) ya que, en este estudio, encontraron que el uso de los sistemas de representación es uno de los aspectos que más llama la atención, dado que existe un mayor énfasis en las representaciones gráficas, dejando la decisión del uso de material concreto a los profesores.

### 4.3. Fenomenología

En la tabla 16, presento la cantidad de planes de área que abordan la fenomenología en los tres temas y el porcentaje de planes de área que corresponde en relación con la muestra total.

Tabla 16

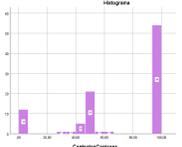
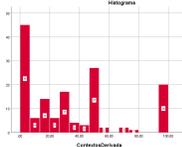
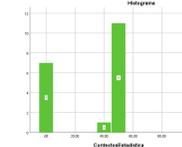
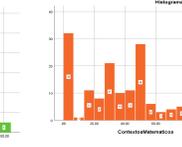
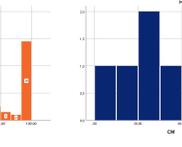
*Planes de área que abordan la fenomenología*

|            | Cónicas | Derivada | Estadística descriptiva | Al menos un tema | Los tres temas |
|------------|---------|----------|-------------------------|------------------|----------------|
| N          | 96      | 147      | 20                      | 174              | 7              |
| Porcentaje | 52,74%  | 75,77%   | 14,49%                  | 84,46%           | 6%             |

Estos resultados ponen de manifiesto la poca importancia de la fenomenología en los planes de área colombianos: los contextos en los que los conceptos juegan un papel (particularmente en la resolución de problemas) no se tienen en cuenta en la planificación de las instituciones educativas, a pesar de la relevancia que los estándares básicos de competencia (MEN, 2006) asignan a este aspecto del contenido de las matemáticas escolares.

Realicé el análisis de la variable contextos matemáticos para las muestras de planes de área que sí abordan la fenomenología. Presento los estadísticos descriptivos de esta variable en la tabla 17. En la primera fila de la tabla 17, presento el tamaño ( $n$ ) de cada una de estas submuestras; en la segunda, la media muestral ( $\bar{x}$ ); en la tercera, la desviación estándar ( $s$ ); en la cuarta, los intervalos de confianza de la media poblacional ( $\mu$ ); en la quinta, el p-valor para cada una de las pruebas de hipótesis de igualdad de medias que se realizaron con el fin de rechazar o no la igualdad en las medias poblacionales de las dos variables; en la sexta fila, la proporción de segmentos de texto que tratan los contextos matemáticos en el plan de área de referencia; y, en la séptima, los histogramas de frecuencia de la variable contextos matemáticos.

Tabla 17  
Resultados variable contextos matemáticos

|   |                            | Abordan el tema<br>Cónicas  | Abordan el tema Derivada  | Abordan el tema Estadística descriptiva   | Abordan al menos un tema   | Abordan los tres temas  |
|---|----------------------------|---|---|---|--|---|
| 1 | $n$                        | 96  | 147   | 20  | 174  | 7   |
| 2 | $\bar{x}$                  | 71,47   | 33,67   | 34,50   | 45,14  | 30,44   |
| 3 | $s$                        | 35,78   | 33,00   | 28,37   | 32,90  | 20,50   |
| 4 | Intervalo de confianza     | (64,21, 78,72)  | (28,28, 39,05)  | (21,22, 47,78)  | (40,22, 50,07)   | (11,48, 49,40)  |
| 5 | p-valor                    | 1,7548 E-14   | 1,086E-15   | 0,0014  | 0,0062   | 0,0039  |
| 6 | Plan de área de referencia | 50  | 25  | 0   |  |   |
| 7 | Histograma                 |  |  |  |  |  |

A partir de los datos de la tabla 17, puedo afirmar que, para el tema de cónicas, los planes de área abordan más los contextos matemáticos y, en los temas de derivada y estadística descriptiva, los planes de área abordan más los contextos no matemáticos. En las submuestras de planes de área que abordan al menos un tema y los tres temas, observo que se tratan más los contextos no matemáticos.

En cada una de las submuestras, realicé una prueba de hipótesis de igualdad de medias entre los contextos matemáticos y no matemáticos y encontré que, en todos los casos, debo rechazar esta hipótesis, con un nivel de significancia de  $\alpha = 0,05$ .

Destaco los valores de las desviaciones estándar de la variable en las diferentes muestras. Estos valores ponen de manifiesto la variabilidad de las aproximaciones de los planes de área a la fenomenología: algunos se centran en los contextos matemáticos, mientras que otros ponen su atención en los contextos no matemáticos. Esto se constata al observar el histograma de la muestra de planes de área que tratan al menos un tema: hay una cantidad de planes de área en los que todos

los contextos son matemáticos y otro tanto en los que todos los contextos son no matemáticos. Estos porcentajes surgen con motivo de que la cantidad de segmentos de texto que fueron codificados con alguno de los dos valores es muy reducida.

Comparé los resultados de la submuestra de los planes de área que tratan los tres temas al tiempo con los de la muestra de planes de área que tratan al menos un tema y encontré que, al realizar la prueba de hipótesis de igualdad de medias, no se puede rechazar la hipótesis de igualdad entre los contextos matemáticos y no matemáticos en la población con un p-valor de 0,11. De igual forma, encontré que debo rechazar la hipótesis de igualdad de las desviaciones de las dos variables en estas dos muestras, con un p-valor de 0,114.

Al comparar los estadísticos de la media en cada una de las submuestras con la medida del plan de área de referencia, observo que, en el plan de área de referencia, el tema de cónicas trata los contextos matemáticos y no matemáticos en igual proporción, en tanto que, en la submuestra de cónicas, el tratamiento didáctico está en los contextos no matemáticos. Para los temas de derivada y estadística descriptiva, observo que el plan de área de referencia aborda más los contextos no matemáticos, como se evidencia en los planes de área de las submuestras.

## 5. CONCLUSIONES

Con el atributo tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual, mi objetivo fue caracterizar los planes de área de la muestra en relación con los conceptos pedagógicos de la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología. Encontré que las medias de la variable correspondiente a la estructura conceptual de los tres temas son diferentes.

Puedo conjeturar que el motivo por el que, para el tema de cónicas, los planes de área tienen un planteamiento más conceptual, es que se apoyan en las definiciones y los elementos de las cónicas, cuestiones que se encuentran en el campo conceptual. En el tema de la derivada, los procedimientos están más relacionados con el cálculo de las reglas de derivación y probablemente esta sea la razón para que los planes de área tengan un planteamiento más procedimental. Para el tema de estadística descriptiva, los campos conceptual y procedimental tienden a equilibrarse dado que los conceptos y procedimientos de este tema se suelen presentar de forma interrelacionada.

También, encontré que, en el concepto pedagógico de la estructura conceptual, las medias de las submuestras de cada tema tienen el mismo comportamiento (en relación con la comparación de las medias entre las diferentes submuestras) que las proporciones del plan de área de referencia, aunque estas medias están siempre por encima del plan de área de referencia.

En relación con el concepto pedagógico de los sistemas de representación, encontré que independientemente del tema, el sistema que más se aborda es el sistema simbólico, seguido por el gráfico. Además, es sorprendente la casi nula importancia de los sistemas de representación geométrico, numérico y tabular en cada uno de los temas. Al parecer, los profesores, en su planificación institucional, se preocupan principalmente por el aspecto simbólico de los temas y dan menos importancia a los otros sistemas de representación.

En el concepto pedagógico de la fenomenología, encontré que, para el tema de cónicas, los planes de área abordan más los contextos matemáticos y, en los temas de derivada y estadística descriptiva, los planes de área abordan más los contextos no matemáticos. Encontré que, de los

116 planes de área que tratan los tres temas, solamente 7 de ellos tratan la fenomenología en esos tres temas. Además, en estadística descriptiva solamente unos pocos documentos (14,49%) tratan la fenomenología, e incluso en cónicas, solamente la mitad de los planes de área abordan los contextos. Constaté que las desviaciones de la variable contextos son diferentes en los tres temas. Asimismo, Aguayo-Arriagada et al., (2016) encontraron que los problemas que se plantean en los textos analizados son similares en su nivel de dificultad y en su clasificación. Es importante destacar el esfuerzo por contextualizarlos y acercarlos a los intereses de los estudiantes. En relación con este concepto pedagógico, obtengo un resultado interesante. Los estándares básicos de competencias promueven la resolución de problemas contextualizados, esto es, promueven la aproximación fenomenológica de los temas en diferentes contextos. Este resultado está relacionado con los hallazgos que se obtuvieron en el estudio hecho en Turquía por Bulut (2007), en el que se evidencia, después de una reforma curricular, una mayor incorporación de la resolución de problemas en contextos de la vida real.

Con base en estos resultados, puedo conjeturar que, para el tema de cónicas, los planes de área abordan más los contextos matemáticos debido a que las propiedades geométricas de las secciones cónicas son especialmente útiles para realizar otros cálculos matemáticos o deducir otras propiedades. En el tema de la derivada, el predominio de los contextos no matemáticos puede deberse a que hay una importante tradición de presentar matemáticamente los conceptos y propiedades del cálculo diferencial mostrando sus aplicaciones a la física. Este resultado concuerda con el hallado por Pino-Fan et al. (2013) quienes pusieron de manifiesto algunos sesgos en los significados de la derivada privilegiados por el currículo. Para el tema de estadística descriptiva, el hecho de que se aborden más los contextos no matemáticos puede deberse a que se espera, como se propone en el documento de estándares, que los estudiantes utilicen la estadística en contextos de la vida cotidiana.

Al analizar los resultados de la muestra con el plan de área de referencia, encontré que, en los planes de área de las muestras, el tratamiento de los temas es más conceptual, para el tema de cónicas, de lo que se debería obtener con base en lo que se propone en los estándares. A partir de estos resultados y dado que los documentos de planes de área son elaborados por los docentes de las diferentes instituciones educativas, puedo inferir que, en los colegios, en derivadas, están más concentrados en los procedimientos, mientras que, en el tema de cónicas, los profesores dan más importancia a los conceptos.

Es posible conjeturar que lo que ocurre en los planes de área es un reflejo de que las instituciones educativas dan más importancia al manejo matemático de los conceptos y procedimientos sin preocuparse de su utilidad, y menos importancia al uso de esos conceptos y procedimientos en situaciones matemáticas y no matemáticas.

Sin embargo, diseñé este estudio bajo el supuesto de que, en las instituciones educativas, se trataban todos los temas de la misma manera. Este resultado muestra que, para este atributo, ese supuesto no era válido y, en consecuencia, no puedo generalizar a todos los temas que se tratan en los dos grados estudiados. No obstante, el tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual depende de los temas. Esto se aprecia en los datos de la muestra y en el análisis del plan de área de referencia.

Estos resultados están relacionados con los hallazgos hechos por Amaro et al., (2019) quienes encontraron en su estudio que el desarrollo del tema de proporcionalidad, en los libros analizados,

se aprecia limitado por los contenidos propuestos en los planes de estudio. Todos los temas que marca el programa de la Secretaría de Educación Pública (SEP) de México para el nivel básico aparecen en estos libros de texto, pero no ofrecen más allá de los tipos de problemas y métodos tradicionales. Batanero et al. (2014) encontraron que se han seguido las recomendaciones curriculares al introducir los gráficos estadísticos desde el primer curso, así como la abundancia de gráficos de barras en los libros de texto. Encontré que los resultados muestran que las instituciones educativas les dan más importancia a los conceptos que a los procedimientos, no abordan la fenomenología en su aproximación al contenido, con excepción de la estadística descriptiva, y abordan estos conceptos desde una perspectiva esencialmente simbólica.

# 6. ATRIBUTO TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE LOS TEMAS – DIMENSIÓN COGNITIVA

Este capítulo tiene como propósito presentar el atributo Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva. Presento la revisión de la literatura, la definición del atributo, la metodología de análisis, los resultados, y las conclusiones para este atributo en esta dimensión.

## 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

El interés de considerar el atributo tratamiento didáctico de los temas, en la dimensión cognitiva del currículo, es obtener información sobre de qué forma se abordan las diferentes expectativas de aprendizaje, las limitaciones de aprendizaje y el dominio afectivo en los documentos curriculares. Las expectativas de aprendizaje se pueden organizar en tres niveles según el grado de generalidad con el que se expresan. La propuesta de PISA (OECD, 2013) y los procesos generales del documento de los estándares (MEN, 2006) presentan unas expectativas de aprendizaje que corresponden al nivel superior, mientras que los objetivos de aprendizaje pertenecen al nivel medio y las capacidades al nivel inferior. Las limitaciones de aprendizaje se ocupan de las circunstancias que, de diferente modo, pueden distorsionar, ralentizar o frenar el aprendizaje de los escolares (González y Gómez, 2018). Se distinguen dos formas de mirar una limitación: las dificultades y los errores. El dominio afectivo se refiere a la consideración de los estados de ánimo en los procesos de aprendizaje. Valoro si los documentos curriculares contemplan o no este dominio.

A continuación, presento la revisión de la literatura de acuerdo con la manera como se formulan expectativas de aprendizaje en los planes de estudio; la forma como se aborda el análisis de las expectativas de aprendizaje en los libros de texto; y la forma como se presentan las limitaciones de aprendizaje y el dominio afectivo.

### **1.1. Formulación de expectativas de aprendizaje en los documentos curriculares**

Las expectativas de aprendizaje se expresan en los documentos curriculares mediante distintos conceptos, entre los que cabe señalar los estándares, las competencias, los objetivos, las capacidades o los resultados de aprendizaje. De hecho, gran parte de la literatura se ocupa de definir y relacionar estos términos. Por ejemplo, encontré una diversidad de aproximaciones acerca de qué constituye exactamente un resultado de aprendizaje y cómo se distingue de los objetivos de aprendizaje o las competencias, pudiendo incluso encontrar incoherencias en las definiciones. En este trabajo, me alíneo con las definiciones de Hartel y Foegeding (2004):

*Competencia. Una declaración general que detalla los conocimientos y habilidades deseados por el estudiante que se gradúa de nuestro curso o programa. Objetivo. Una declaración muy general sobre las metas más amplias del curso o programa. Resultado. Enunciado muy específico que describe exactamente lo que el estudiante será capaz de hacer de alguna manera medible. Una competencia puede tener varios resultados de aprendizaje específicos, por lo que un curso suele contener más resultados que competencias. (p. 1)*

Se pueden escribir objetivos, competencias y resultados de aprendizaje para describir el aprendizaje obtenido por los estudiantes en cursos individuales (resultados del curso) o para el programa como un todo (resultados programáticos). La principal distinción entre objetivo, competencia y un verdadero resultado de aprendizaje es que un resultado de aprendizaje está escrito de manera que puede medirse o evaluarse. Por lo tanto, los resultados del aprendizaje son la base de un programa de evaluación que se centra en lo que el alumno puede hacer al completar un curso o al graduarse de un programa. En la dimensión cognitiva que estoy considerando, me centraré en las competencias, objetivos y capacidades.

El plan de estudios funciona como un importante dispositivo de comunicación que proporciona detalles sobre los objetivos de aprendizaje que deben alcanzar los estudiantes y sobre los roles tanto de los estudiantes como de los instructores en el proceso de aprendizaje y evaluación (Habaneck, 2005). La manera en la que se presentan dichas expectativas afecta al logro del aprendizaje de los contenidos por parte de los estudiantes. Distintos autores han analizado la forma en que se presentan los objetivos de aprendizaje en los programas curriculares (Boesen et al., 2014; Bumpus et al., 2020; DeMers, 2009; Homa et al., 2013; Hubwieser, 2008) desde enfoques variados, como por ejemplo, la taxonomía de Bloom.

DeMers (2009) analizó, usando la taxonomía de Bloom, si los objetivos de aprendizaje que están propuestos para satisfacer las necesidades de la comunidad educativa se establecen en los niveles de expectativas de aprendizaje adecuados. Para lograr lo anterior, este autor analizó un conjunto de 1600 objetivos de aprendizaje repartidos en 10 áreas de conocimiento general que se encuentran en el plan de estudios de licenciatura en ciencia y tecnología de la información geográfica. Estos 1600 objetivos formaron parte de un trabajo de 7 años en el cual se revisó la base de conocimientos a la que se espera que se expongan los estudiantes que reciben una especialidad de grado en este campo. En esta investigación, se examinó la gama de niveles cognitivos sugeridos por los objetivos de aprendizaje enumerados para cada una de las 10 áreas de conocimiento. El autor utilizó el análisis de contenido basado en el texto de los objetivos de aprendizaje (BOK) para comparar los verbos de acción asociados a los niveles cognitivos de Bloom con los planteados en los 1600 objetivos de aprendizaje. Los resultados mostraron una distribución consistente de los niveles cognitivos requeridos para los objetivos de aprendizaje, con modos de distribución para la mayoría de los promedios de las áreas de conocimiento que caen entre los niveles 2 y 3 de Bloom (conocimiento y comprensión, respectivamente). La única excepción a este patrón es el área de conocimiento del Diseño, en el que la frecuencia de los verbos de acción se distribuye normalmente, con la moda cayendo justo entre los niveles 3 y 4 de Bloom. El objetivo principal del proyecto curricular era que los estudiantes debían demostrar habilidades de pensamiento crítico comúnmente asociadas con los niveles 4, 5 y 6 de Bloom. Los resultados de esta investigación

indican que los objetivos de aprendizaje existentes, si bien son susceptibles de ser utilizados en el desarrollo de materiales del curso y de las rúbricas de evaluación para el trabajo del curso analizado, los materiales y las rúbricas que se centran en el pensamiento crítico tendrán que ser cuidadosamente seleccionados para incluir objetivos de mayor nivel cognitivo.

También, encontré que hay algunos estudios centrados en analizar la relación entre las expectativas del ámbito profesional y la planificación de un programa educativo. Por ejemplo, Homa et al. (2013) analizaron los planes de estudio de los cursos introductorios de Psicología con el fin de comparar el contenido promulgado por la Asociación Americana de Psicología (APA) y los objetivos específicos de la ciencia y la aplicación de la psicología (base de conocimientos, métodos de investigación y aplicación) que se encontraba en el plan de estudios. En esta investigación, se construyó una muestra de 158 planes de estudio del curso de introducción a la Psicología de diferentes instituciones educativas en los Estados Unidos. Estos autores realizaron un análisis de contenido cualitativo de los programas de estudio para examinar los objetivos de aprendizaje. Desarrollaron una rúbrica de codificación y crearon una lista de palabras clave que permitieron categorizar los objetivos de los programas de estudio en los 10 objetivos de aprendizaje propuesto por APA. Por ejemplo, clasificaron los objetivos que describen el pensamiento crítico, el pensamiento de alto nivel, la creatividad y la resolución de problemas. Este estudio reveló que las expectativas de aprendizaje estaban relacionadas con la psicología fisiológica y cognitiva y menos relacionadas con la historia y el alcance de la psicología y los métodos de investigación.

Este estudio está bastante relacionado con esta investigación, dado que también realicé un análisis de contenido de los temas y construí unos árboles de codificación con los que analicé las expectativas de aprendizaje propuestos en los planes de área. Por otro lado, el estudio de DeMers (2009) está parcialmente relacionado con esta investigación, dado que he analizado las expectativas de nivel superior (competencias) en los planes de área, con base en lo propuesto por PISA y el MEN.

Bumpus et al. (2020) analizaron los objetivos de aprendizaje planteados en el curso de evaluación cognitiva para el programa de psicología escolar. Estos autores examinaron el contenido cubierto y la complejidad de los objetivos de aprendizaje en el curso de evaluación cognitiva, al codificar 90 programas de cursos de evaluación cognitiva de psicología escolar en los Estados Unidos en una muestra de seis estándares relacionados con la evaluación de la Asociación Americana de Psicología APA y utilizaron los seis niveles de la taxonomía de Bloom. El análisis arrojó que la mayoría de los objetivos estaban dirigidos a niveles más bajos de complejidad según lo medido por la taxonomía de Bloom.

En relación con la educación matemática, encontré que los planes de estudio de todo el mundo utilizan cada vez más objetivos que intentan capturar diferentes tipos de procesos para que los estudiantes dominen las matemáticas. En Dinamarca, Højgaard y Sølberg (2019) analizaron el fenómeno de describir las expectativas de aprendizaje en términos de competencias específicas de la materia. KOMPIS fue un proyecto longitudinal destinado a desarrollar y examinar formas de abordar algunos de estos desafíos en las aulas danesas de secundaria inferior en colaboración con los profesores. Estos autores argumentan que el proyecto KOMPIS resultó útil para apoyar el desarrollo curricular basado en competencias y la planificación docente. Como resultado, los autores aluden que las descripciones curriculares de los objetivos en términos de competencias deben ser claras y distintas, así como independientes de la materia para que estos puedan ser operativos.

## **1.2. Tratamiento de las expectativas de aprendizaje en los libros de texto**

Una buena parte de la literatura que analiza las expectativas de aprendizaje usa los libros de texto como documentos de análisis, al asumir que es en estos textos donde se encuentra la interpretación de los documentos curriculares oficiales más próxima al aula (Karns et al., 1983; Riazi y Mosalanejad, 2010; Thompson, 2014). Algunos análisis se realizaron a partir de la taxonomía de Bloom.

Riazi y Mosalanejad (2010) investigaron los tipos de objetivos de aprendizaje representados en los libros de texto en inglés en la escuela secundaria y preuniversitaria iraní con base en la taxonomía de objetivos de aprendizaje de Bloom. El objetivo de este estudio fue evaluar los libros de texto de inglés de la escuela secundaria iraní con respecto a sus objetivos, tal y como se manifiestan en el contenido. El estudio pretendía investigar cómo el contenido de los libros de texto representa la taxonomía de objetivos educativos de Bloom. En particular, pretendía indicar en qué niveles de la taxonomía se centraban más los libros de texto. Los libros de texto de secundaria y preuniversitario se codificaron en función de los objetivos de aprendizaje y se calcularon las frecuencias de cada objetivo de aprendizaje para cada nivel y también para todos los niveles. Para determinar si existía un patrón significativo en la aparición de diferentes niveles de habilidades cognitivas en los cuatro libros de texto, se realizaron pruebas de Chi cuadrado. Los resultados del estudio indican que, en los cuatro libros, las habilidades cognitivas de orden inferior eran más frecuentes que las de orden superior. Además, la diferencia entre la escuela secundaria y los libros de texto preuniversitarios en términos de los niveles de la taxonomía fueron significativas en la medida en que el libro de texto preuniversitario utilizaba algunos objetivos de aprendizaje de orden superior.

Karns et al. (1983) aplicaron esa misma taxonomía a seis libros de texto de principios de economía y los manuales del instructor para determinar si es probable que los bancos de pruebas midan los objetivos establecidos en los libros de texto. Ellos encontraron discrepancias significativas entre los objetivos declarados de la mayoría de los libros de texto y los instrumentos incluidos en los manuales del instructor para medir el rendimiento de los estudiantes.

Choe (2014) utilizó la taxonomía de objetivos educativos de Anderson. Esta taxonomía consiste en una revisión de la taxonomía de Bloom para analizar los objetivos de aprendizaje como una guía de la evaluación de una clase y el diseño de actividades para una enseñanza y aprendizaje eficaces en clase. En este estudio, se realizaron algunos cuestionarios para determinar si la taxonomía de Anderson es adecuada como guía para establecer los objetivos de aprendizaje en la asignatura de Informática. Para lograr lo anterior, este autor analizó los objetivos de aprendizaje en seis libros de texto de Informática. Como resultado de esta investigación, se concluye que la taxonomía de objetivos de aprendizaje de Anderson es satisfactoria para expresar los objetivos de aprendizaje de la asignatura de Informática. También, esta taxonomía es satisfactoria para el planteamiento de objetivos de aprendizaje en relación con el conocimiento conceptual y procedimental, así como las competencias de comprender y aplicar se utilizan mucho más en estos objetivos.

De otra parte, Thompson (2014) analizó las competencias de razonar y probar como procesos fundamentales para las matemáticas. Este autor argumenta que las oportunidades proporcionadas dentro del plan de estudios escrito en los libros de texto para que los estudiantes se involucren en este proceso fundamental tienen el potencial de influir en el aprendizaje matemático de los estudiantes de manera significativa. Los resultados arrojan una luz sobre las oportunidades que brinda

el plan de estudios relacionadas con el razonamiento y la demostración desde el nivel elemental hasta el nivel universitario.

Højgaard (2019) argumenta que los planes de estudio de todo el mundo utilizan cada vez más objetivos que intentan capturar diferentes tipos de procesos para que los estudiantes los dominen. Para la educación matemática en Dinamarca, estas ambiciones se han descrito en términos de un conjunto de competencias matemáticas. Sin embargo, incorporar tales competencias en las prácticas docentes reales ha resultado ser un desafío. Matematrix es un sistema de libros de texto de matemáticas danés para los grados k-9 diseñado para ayudar a los maestros de matemáticas a enfrentar este desafío. En esta investigación, se presenta y desarrolla un modelo tridimensional de contenido y objetivos que combina competencias matemáticas, conceptos básicos matemáticos y el nivel educativo.

### **1.3. Tratamiento de las limitaciones de aprendizaje**

En relación con el tratamiento de las limitaciones de aprendizaje en los planes de estudio, toda la información en la literatura que he encontrado está referida a las dificultades y errores en los que los estudiantes incurren en relación con algunos conceptos matemáticos, pero no hacen referencia al análisis de las dificultades y errores que se prevén en los planes de estudio ni en los documentos curriculares.

### **1.4. Tratamiento del dominio afectivo**

En relación con el tratamiento del dominio afectivo, encontré que varios autores se han preocupado por el desarrollo de competencias de tipo afectivo y la forma como estas se plasman en los planes de estudio de las escuelas. Encontré estudios en los que se analizó el impacto que hay en niños y jóvenes de la Europa contemporánea que llegan a la escuela con pesadas cargas sociales y emocionales que, por supuesto, son desfavorables para su aprendizaje y bienestar psicológico (Cefai, Bartolo, Cavioni y Downes, 2018). En otros estudios, se analiza el desempeño y la encarnación de las habilidades afectivas en los planes de estudio australianos de educación y recreación al aire libre para identificar qué oportunidades de formación en habilidades afectivas se ofrecen y se priorizan (Baker y O'Brien, 2020). En la educación matemática, encontré estudios en los que se preocuparon por analizar los valores (Bishop, FitzSimons, Seah y Clarkson, 1999) y las actitudes de los estudiantes de secundaria a los que se les enseñó con diferentes tipos de planes de estudio de matemáticas (Moyer, Robison y Cai, 2018). Finalmente, hay estudios que analizaron los programas escolares de matemáticas y encontraron programas que han estado dominados por un enfoque en habilidades y técnicas: para muchos estudiantes las matemáticas son algo que se hace, más que algo que se piensa, se imagina, se argumenta o se siente (Seah, Andersson, Bishop y Clarkson, 2016). En este sentido, Bishop (2016) argumenta que el plan de estudios de matemáticas y su pedagogía asociada necesitan drásticamente nuevas ideas. Las recientes revisiones nacionales de los planes de estudio han demostrado que se sigue confiando en los mismos conceptos, técnicas y estructuras curriculares de siempre. Sin embargo, a pesar de varios intentos limitados de reforma, las matemáticas siguen siendo una de las asignaturas más temidas y rechazadas, incluso odiadas.

En esta investigación, abordé el dominio afectivo de una manera superficial, dado que me concentré en determinar la cantidad de planes de área que mencionan alguna expectativa de aprendizaje de carácter afectivo.

## 2. NOCIÓN DE TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE LOS TEMAS EN LA DIMENSIÓN COGNITIVA

En la dimensión cognitiva, el análisis cognitivo contempla los conceptos pedagógicos de las expectativas de aprendizaje, las limitaciones de aprendizaje y el dominio afectivo (González y Gómez, 2018). En este apartado, presento los elementos principales del análisis cognitivo

### 2.1. Expectativas de aprendizaje

Las expectativas de aprendizaje hacen referencia a los logros que se espera que un estudiante obtenga en el estudio de un tema. Las expectativas de aprendizaje se pueden organizar en tres niveles. La propuesta de PISA 2012 y los procesos generales del documento de los estándares (MEN, 2006) presentan unas expectativas de aprendizaje que corresponden al nivel superior; los objetivos de aprendizaje planteado en términos de estándares, objetivos de grado o de período pertenecen al nivel medio; y las capacidades pertenecen al nivel inferior. A continuación, presento estos tres niveles de expectativas

#### *Expectativas de nivel superior*

El nivel superior de las expectativas de aprendizaje se refiere a las expectativas de largo alcance: aquellas que se logran después de un período formativo amplio. Estas expectativas son transversales y comunes para todos los temas de matemáticas.

Diversos documentos nacionales e internacionales proponen expectativas de aprendizaje de nivel superior. En este caso, consideré aquella propuesta por el estudio PISA y por los documentos curriculares colombianos. En el caso del marco PISA 2012 (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013), las expectativas de nivel superior consisten en desarrollar en el estudiante las capacidades matemáticas fundamentales que subyacen a los tres procesos matemáticos de formular, emplear e interpretar. También, incluyo dentro de las expectativas de nivel superior otras expectativas de aprendizaje como las competencias (OCDE, 2003) y los procesos generales de la actividad matemática descritos en los documentos *Lineamientos generales de procesos curriculares. Hacia la construcción de comunidades educativas autónomas* (MEN, 1998b) y *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas* (MEN, 2006).

En el marco teórico del estudio PISA 2003 (OCDE, 2003) se definen los procesos generales en términos de las competencias matemáticas generales. Estas competencias son: (a) pensar y razonar; (b) argumentar; (c) comunicar; (d) construcción de modelos; (e) formulación y resolución de problemas; (f) representación; y (g) empleo de operaciones y uso del lenguaje simbólico, formal y técnico. En el documento de los lineamientos (MEN, 1998b), se presentan los siguientes procesos generales: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. En el documento de los estándares se proponen los siguientes procesos generales presentes en la actividad matemática: formular, plantear, transformar y resolver problemas en contextos cotidianos; utilizar los diferentes sistemas de representación para expresar y representar ideas matemáticas; usar la argumentación, prueba y refutación, el ejemplo y contraejemplo para validar y/o rechazar conjeturas; y, dominar procedimientos y algoritmos matemáticos (MEN, 2006).

Los procesos generales planteados en el documento de los estándares se pueden vincular con los procesos matemáticos de las capacidades matemáticas fundamentales de PISA (2012) (OECD, 2013). En la tabla 18, presento la relación entre los procesos generales propuestos en el documento de los estándares (MEN, 2006) y las capacidades matemáticas fundamentales propuesta en PISA 2012 (OECD, 2013).

Tabla 18

*Procesos generales y capacidades matemáticas fundamentales<sup>3</sup>*

| Procesos generales (MEN, 2006)                            | Capacidades matemáticas fundamentales (OECD, 2013)                   |
|---|--|
| Formulación, tratamiento y resolución de problemas        | Diseño de estrategias para resolver problemas                        |
| Modelación  | Matematización   |
| Comunicación  | Comunicación   |
| Razonamiento  | Razonamiento y argumentación   |
| Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos | Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico |
|   | Representación   |
|   | Utilización de herramientas matemáticas                              |

En la tabla 19, presento el listado base de las expectativas de nivel superior que utilicé y establezco las equivalencias de estos términos con los que comúnmente se utilizan en los documentos de planes de área.

Tabla 19

*Términos base y equivalencia con los términos utilizados en PISA (OECD, 2003, 2013) y el MEN (MEN, 1998b, 2006)*

| Listado base            | Competencias (OECD, 2003)          | Procesos Generales (MEN, 1998b) | Procesos Generales (MEN, 2006)        | Capacidades matemáticas fundamentales (OECD, 2013) |
|-------------------------|------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|--|
| Formulación             | Formulación                        | Formular                        | Formulación                           |  |
| Resolución de problemas | Destreza y resolución de problemas | Resolver problemas              | Tratamiento y resolución de problemas | Diseño de estrategias para resolver problemas      |

<sup>3</sup> Tomado de (González y Gómez, 2018)

Tabla 19

*Términos base y equivalencia con los términos utilizados en PISA (OECD, 2003, 2013) y el MEN (MEN, 1998b, 2006)*

|   |   |   |                                |   |
|---|---|---|--------------------------------|---|
| Modelación                                  | Construcción de modelos matemáticos           | Modelar procesos y fenómenos de la realidad | Modelación                     | Matematización  |
| Comunicación                                | Comunicación                                  | Comunicación                                | Comunicación                   | Comunicación  |
| Razonar, argumentar, proponer               | Pensar, razonar, argumentar                   | Comparar                                    | Razonamiento, Comparación      | Razonamiento y argumentación  |
| Uso de operaciones, lenguaje y ejercitación | Uso del lenguaje formal, simbólico, y técnico | Ejercitar procedimientos y algoritmos       | Ejercitación de procedimientos | Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico<br>Utilización de herramientas matemáticas |
| Representación                              | Representación                                |   |                                | Representación  |

#### *Expectativas de nivel medio*

Las expectativas de aprendizaje de nivel medio corresponden a las expectativas que se precisan en un grado y se ubica dentro un contenido de las matemáticas escolares de ese grado. Las expectativas de nivel medio corresponden a las expectativas de aprendizaje que cumplen las características siguientes: (a) están vinculadas a un nivel educativo concreto; (b) están asociadas a un contenido matemático; (c) tienen una temporalidad; y (d) expresan una expectativa de aprendizaje que pretende contribuir a una expectativa de aprendizaje de nivel superior (González y Gómez, 2018). Por esta razón, una expectativa de nivel medio no puede reducirse a la realización de un procedimiento matemático rutinario, sino que debe involucrar conexiones entre los conceptos y procedimientos involucrados en la estructura conceptual, los sistemas de representación en que se representa y los fenómenos que organiza. En este nivel medio de expectativas de aprendizaje, distingo cuatro tipos de expectativas: los estándares básicos de competencias, y los objetivos de grado, de período y de subperíodo.

*Estándares básicos de competencias.* Los estándares se constituyen en los “referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzado los estudiantes en el transcurrir de su vida escolar” (MEN, 2006, p. 12).

*Un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad; expresa una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media, especificando por grupos de grados (1 a 3, 4 a 5, 6 a 7, 8 a 9, y 10 a 11) el nivel de calidad que se aspira alcanzar.* (p. 11)

Se espera que el documento de los estándares sirva de guía para el diseño del currículo; la producción de los textos y materiales escolares; el diseño de las prácticas evaluativas; y la formulación de programas y proyectos. También, el documento de los estándares se constituye en unos criterios comunes para las evaluaciones externas.

*Objetivos de grado.* Los objetivos para un año académico corresponden a las expectativas de aprendizaje que se precisan para un año académico y se ubican dentro de un nivel de concreción general del contenido de las matemáticas escolares que se van a abordar en dicho año. Los objetivos de grado se ubican, dentro de la malla curricular, al iniciar el año escolar.

*Objetivos de período.* Los objetivos para un período académico corresponden a las expectativas de aprendizaje que se precisan en un período o ciclo académico dado y se ubican dentro un nivel de concreción del contenido de las matemáticas escolares más específico que se van a abordar en dicho período. Este ciclo académico usualmente es de dos meses y medio (10 semanas de clase). Los objetivos de período se ubican, dentro de la malla curricular, al iniciar cada período académico.

*Objetivos de subperíodo.* Un objetivo para un subperíodo está relacionado con un nivel de concreción más específico de los contenidos de las matemáticas escolares que un objetivo de período y tiene una temporalidad aproximada de dos o tres semanas de clase. De esta manera, un objetivo para un subperíodo (fila) debe estar vinculado con contenido matemático concreto. Además, debe expresar una expectativa de aprendizaje que contempla las conexiones entre los conceptos y procedimientos involucrados en la estructura matemática, los sistemas de representación en que se representa y los fenómenos que organiza.

#### *Expectativas de nivel inferior*

Las expectativas de nivel inferior corresponden a los conocimientos más básicos y a los procedimientos más rutinarios que el estudiante tiene que aprender a lo largo de un período de tiempo corto —un par de semanas— (González y Gómez, 2018). Por simplificar el lenguaje, denominaré capacidades a las expectativas de aprendizaje de este nivel. Las capacidades se manifiestan mediante conductas observables de los estudiantes, por lo cual es importante que estén enunciadas de forma que quede clara cuál es la información de partida y cuál es la conducta que se espera al poner en juego la capacidad.

## **2.2. Limitaciones de aprendizaje**

El concepto pedagógico denominado limitaciones de aprendizaje abarca las dificultades y errores que, de diferente modo, pueden distorsionar, ralentizar o frenar el aprendizaje de los escolares. En este concepto, se distinguen dos niveles: las dificultades de aprendizaje y los errores (González y Gómez, 2018).

### *Dificultades de aprendizaje*

Una dificultad de aprendizaje es una circunstancia que impide el logro de los objetivos de aprendizaje propuestos. La importancia de las dificultades reside en identificarlas, conocer qué factores son los responsables de que aparezcan y saber de qué modo se pueden superar.

### *Errores*

El error es la manifestación visible de una dificultad. El error es observable directamente en las actuaciones de los escolares, en sus respuestas equivocadas a las cuestiones y tareas concretas que les demanda el profesor.

## **2.3. Dominio afectivo**

Finalmente, encontré en algunos planes de área que se hace referencia a unas expectativas de tipo afectivo. En la presente investigación, me limité a hacer un conteo de aquellos planes de área que mencionan expectativas de tipo afectivo.

## **2.4. Resumen**

En la figura 20, presento un esquema de los conceptos pedagógicos que analicé en la dimensión cognitiva del atributo Tratamiento didáctico de los temas. Presento, en la figura 20, las expectativas de aprendizaje en los tres niveles descritos con anterioridad. En la rama que contiene los estándares (expectativas de nivel medio), incluyo 5 ramas relacionadas con cada uno de los diferentes pensamientos. Por simplicidad, no expandí estas ramas, pero seguidamente, están los estándares que abordo en esta investigación para cada pensamiento.

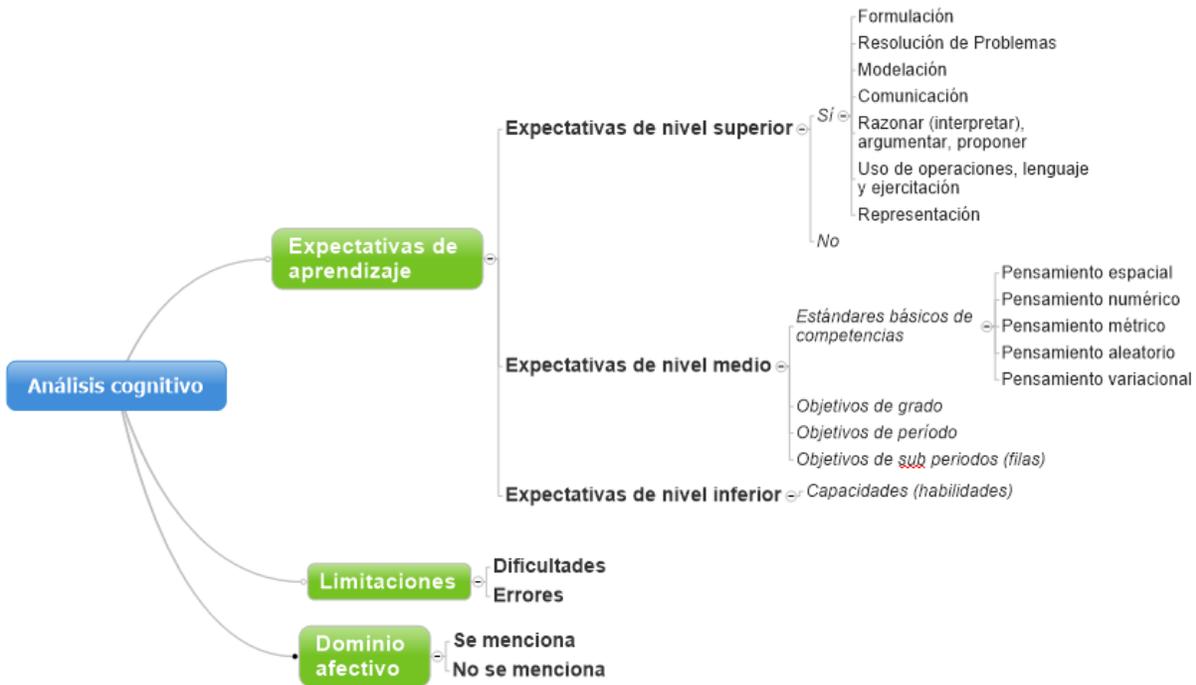


Figura 20. Atributo Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva

A continuación, presento el método con el cual se codificó y analizó la información a partir de la estructura presentada en la figura 20.

### 3. MÉTODO

Abordé el análisis del atributo Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva en relación con las expectativas de nivel superior, medio e inferior.

#### 3.1. Expectativas de nivel superior

Para analizar el atributo Tratamiento didáctico de los temas desde el punto de vista del concepto pedagógico de las expectativas de aprendizaje de nivel superior, me interesó determinar la importancia relativa de las distintas competencias en los planes de área. Para lograr lo anterior, consideré aquellos segmentos de texto que fueron codificados con los códigos que hacen referencia a alguna hoja del árbol de códigos en la sección de las expectativas de nivel superior como se muestra en la figura 20. En esta sección, el árbol está dividido en siete ramas que corresponden a cada una de las competencias. Para un plan de área, se puede hallar la proporción de competencias de cada tipo. Esto genera siete variables de proporción que denominé de acuerdo con cada una de las competencias.

### 3.2. Expectativas de nivel medio: estándares

En relación con las expectativas de aprendizaje de nivel medio, me interesó determinar la importancia relativa de los diferentes estándares de acuerdo con los pensamientos matemáticos a los que pertenecen en los planes de área. Para lograr lo anterior, consideré aquellos segmentos de texto que fueron codificados con los códigos que hacen referencia a alguna hoja del árbol de códigos en la sección de los estándares. En esta sección, como se muestra en la figura 20, el árbol está dividido en cinco ramas que corresponden a cada uno de los pensamientos y, dentro de cada rama de pensamiento, el árbol está dividido en cada uno de los estándares que se contemplaron en dicho pensamiento (que no incluí en la figura 20 con el propósito de simplificar la presentación, pero que están en la tabla 3 del capítulo 4).

Para un plan de área, se puede hallar la proporción de segmentos de texto codificados con los estándares que pertenecen a cada pensamiento. Esto genera varias variables que contienen la cantidad de segmentos de texto codificados con un estándar para cada pensamiento matemático y calculo la proporción de dichos segmentos.

Para el pensamiento espacial, contemplé los siguientes estándares: (a) “identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas”; (b) “resuelvo problemas en los que se usan las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras”; (c) “identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono”; (d) “uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y otras ciencias”; y (e) “reconozco y describo curvas y/o lugares geométricos” (MEN, 2006, p. 88).

Para el pensamiento aleatorio, tuve en cuenta los siguientes estándares: (a) “uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión, y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad”; (b) “interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos”; (c) “interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación”; (d) “justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar”; y (e) “describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas” (p. 89).

Para el pensamiento variacional, contemplé los estándares: (a) “interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos”; (b) “analizo y las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y sus derivadas”; y, (c) “modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas” (p. 89).

Finalmente, en el pensamiento métrico, solo consideré el estándar “resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media” (p. 89).

### **3.3. Expectativas de nivel medio: objetivos de grado, de período y de subperíodo**

En relación con los objetivos de grado, me interesó determinar cómo se distribuye la cantidad de objetivos de grado en los planes de área de la muestra. Para lograr lo anterior, codifiqué los segmentos de texto que abordan los diferentes objetivos con los códigos que hacen referencia a alguna hoja del árbol de códigos en la sección de las expectativas de nivel medio. En esta sección, el árbol está dividido en cuatro ramas correspondientes a los estándares, los objetivos de grado, de período y de subperíodo (ver figura 20). Para un plan de área, se puede hallar la cantidad de objetivos de cada tipo. Esto genera una variable para cada plan de área que contiene la cantidad de objetivos de grado, de período o de subperíodo que se han planteado.

### **3.4. Limitaciones de aprendizaje**

Para analizar este atributo desde el punto de vista del concepto pedagógico de las limitaciones de aprendizaje, me interesó determinar cómo se distribuye la cantidad de limitaciones en los planes de área de la muestra. Para lograr lo anterior, consideré aquellos segmentos de texto que fueron codificados con los códigos que hacen referencia a alguna hoja del árbol de códigos en la sección de las limitaciones. En esta sección, el árbol tiene dos ramas que corresponden a las dificultades y a los errores. Para un plan de área, se puede hallar la cantidad de limitaciones que se plantean. Esto genera dos variables: dificultades y errores. Cada variable contiene el número de dificultades o de errores que se proponen en cada documento.

### **3.5. Dominio afectivo**

En relación con el dominio afectivo, me limité a hacer un conteo de aquellos planes de área que mencionan expectativas de tipo afectivo.

## **4. RESULTADOS**

En este apartado, presento los resultados obtenidos para el atributo Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva.

### **4.1. Expectativas de nivel superior**

Encontré que, de los 212 planes de área de la muestra, hay solamente 90 planes de área que contienen al menos un segmento de texto que hace referencia a alguna competencia. Este dato es sorprendente. Se supone que el documento *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas* (MEN, 2006) es la guía para la configuración de los planes de área. Por consiguiente, se debería esperar que esos planes de área hicieran referencia a las competencias que se proponen en ese documento. Menos de la mitad de los planes de área de la muestra lo hacen en alguna medida. En la tabla 20, presento los estadísticos descriptivos de cada una de las competencias de los 90 planes de área que sí tratan las competencias. En la tabla 20,  $x$  es la cantidad de segmentos de texto en cada plan de área que se codificaron con una competencia y  $\bar{x}$  es el promedio de la proporción de segmentos de texto en cada plan de área que hacen referencia a dicha competencia.

Tabla 20  
*Estadísticos descriptivos de las competencias*

| Competencia                       | $\bar{x}$ | s     | Intervalo de confianza |
|-----------------------------------|-----------|-------|------------------------|
| Formulación                       | 10,43     | 10,77 | (8,20 12,66)           |
| Resolución de problemas           | 17,10     | 13,80 | (14,25 19,94)          |
| Modelación                        | 7,76      | 10,03 | (5,68 9,82)            |
| Comunicación                      | 18,25     | 12,53 | (15,66 20,84)          |
| Razonar, argumentar e interpretar | 38,10     | 29,51 | (32,01 44,19)          |
| Uso de operaciones                | 4,92      | 9,07  | (3,05 6,80)            |
| Representación                    | 3,43      | 7,69  | (1,85 5,03)            |

Me interesó analizar la importancia relativa de las competencias. Procedí a realizar un ANOVA de igualdad de medias y encontré que no todas las medias poblacionales de las distintas competencias son iguales. Esto es, puedo afirmar que las distintas competencias de nivel superior difieren en su tratamiento en la muestra de planes de área analizado con un p-valor de  $4,95E-56$  y un nivel de significancia de  $\alpha = 0.05$ .

En consecuencia, procedí a analizar cuál de las competencias era la más importante. Para lograr esto, realicé las pruebas de hipótesis entre los diferentes pares de competencias y encontré que, con nivel de significancia de  $\alpha = 0.01$ , la competencia más importante es razonar, interpretar y argumentar, seguido de la comunicación, y la resolución de problemas. Las competencias que menos se abordan son representación, uso de operaciones, modelación y formulación. A continuación, presento los resultados de las expectativas de nivel medio para cada pensamiento.

#### 4.2. Expectativas de nivel medio: pensamiento espacial

De los 182 planes de área que abordan el tema de cónicas, encontré que hay 138 planes de área en los que se aborda al menos un estándar del pensamiento espacial (75%). Los datos que presento de aquí en adelante son los datos que pertenecen a la muestra de los 138 planes de área que sí hacen referencia a al menos un estándar del pensamiento espacial. En la tabla 21, presento el número de planes de área en los que se menciona el estándar en la muestra ( $n$ ) y el promedio de la proporción de segmentos de texto que han sido codificados con algún estándar del pensamiento espacial ( $\bar{x}$ ).

Tabla 21  
*Estadísticos descriptivos del pensamiento espacial*

| Estándar   | <i>n</i> | $\bar{x}$ | <i>s</i> |
|--|----------|-----------|----------|
| E1: Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono | 72       | 17,08     | 22,82    |
| E2: Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas        | 96       | 28,32     | 30,24    |
| E3: resuelvo problemas en los que se usan las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras                                       | 86       | 22,50     | 26,93    |
| E4: Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y otras ciencias  | 73       | 18,72     | 23,98    |
| E5: Reconozco y describo curvas y/o lugares geométricos  | 66       | 13,38     | 19,19    |

Me interesó analizar la importancia relativa de los estándares. Procedí a realizar un ANOVA de igualdad de medias y encontré que debo rechazar la hipótesis nula de medias iguales, lo que significa que al menos una de las medias poblacionales es diferente de las otras con un p-valor de  $1,13E-5$  y un nivel de significancia de  $\alpha = 0.05$ . Sin embargo, al analizar las diferentes parejas de estándares encontré que no puedo rechazar la hipótesis de igualdad de medias entre los estándares E1 y E4, con un p valor de 0,55; E3 y E4 (p-valor de 0,22); E4 y E5 (p-valor de 0,15). Encontré que el estándar que más se aborda es el E2, seguido del E3, con un nivel de significancia de  $\alpha = 0.06$ . En consecuencia, puedo afirmar que, para el pensamiento espacial, el énfasis está en las características de localización y en la resolución de problemas con base en las propiedades geométricas.

### 4.3. Expectativas de nivel medio: pensamiento aleatorio

En relación con el pensamiento aleatorio, encontré que, de los 138 planes de área que abordan el tema de estadística descriptiva, hay 95 planes de área en los que se aborda al menos un estándar del pensamiento aleatorio (68,84%). Presento los datos que pertenecen a la muestra de planes de área que sí hacen referencia a al menos un estándar de este pensamiento. En la tabla 22, presento los estadísticos descriptivos de cada uno de los estándares, junto con el número de planes de área en los que se menciona el estándar en la muestra (*n*) y el promedio de la proporción de segmentos de texto que han sido codificados con algún estándar del pensamiento aleatorio ( $\bar{x}$ ).

Tabla 22  
*Estadísticos descriptivos del pensamiento aleatorio*

| Estándar   | $n$ | $\bar{x}$ | $s$   |
|--|-----|-----------|-------|
| E1: Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión, y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad) | 79  | 35,01     | 28,01 |
| E2: Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos                  | 68  | 25,65     | 24,89 |
| E3: Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación   | 57  | 19,80     | 23,03 |
| E4: Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar                          | 44  | 13,26     | 17,40 |
| E5: Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas   | 25  | 6,27      | 11,40 |

Para analizar la importancia relativa de los estándares, procedí a realizar un ANOVA de igualdad de medias y encontré que debo rechazar la hipótesis nula de medias iguales. Esto significa que al menos una de las medias poblacionales es diferente de las otras con un p-valor de  $1,15E-18$ . Sin embargo, al analizar las diferentes parejas de estándares encontré que no puedo rechazar la hipótesis de igualdad de medias entre los estándares E2 y E3, con un p valor de 0,09. Encontré que el estándar que más se aborda es el E1, seguido del E2, con un nivel de significancia de  $\alpha = 0.06$ . En consecuencia, puedo afirmar que, para el pensamiento aleatorio, el énfasis está en el uso de las medidas de centralización, localización y dispersión, y en los conceptos básicos de la estadística descriptiva.

#### **4.4. Expectativas de nivel medio: pensamiento variacional**

De los 194 planes de área que abordan el tema de la derivada, encontré que hay 119 planes de área en los que se aborda al menos un estándar del pensamiento variacional. Presento los datos que pertenecen a la muestra de planes de área que sí hacen referencia a al menos un estándar de este pensamiento. En la tabla 23, presento los estadísticos descriptivos de cada uno de los estándares,

junto con el número de planes de área en los que se menciona el estándar en la muestra ( $n$ ) y el promedio de la proporción de segmentos de texto que han sido codificados con algún estándar del pensamiento variacional ( $\bar{x}$ ) en los 119 planes de área.

Tabla 23  
*Estadísticos descriptivos del pensamiento variacional*

| Estándar  | $n$ | $\bar{x}$ | $s$   |
|---|-----|-----------|-------|
| E1: Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos | 101 | 54,35     | 36,96 |
| E2: Análisis y las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y sus derivadas  | 59  | 20,88     | 24,36 |
| E3: Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas  | 57  | 24,77     | 32,88 |

Para analizar la importancia relativa de los estándares, realicé un ANOVA de igualdad de medias y encontré que debo rechazar la hipótesis nula de medias iguales y lo que significa que al menos una de las medias poblacionales es diferente de las otras con un p-valor de  $3,78E-16$ . Sin embargo, al analizar las diferentes parejas de estándares, encontré que no puedo rechazar la hipótesis de igualdad de medias entre los estándares E2 y E3, con un p valor de 0,30. Encontré que el estándar que más se aborda es el E1, seguido del E2, con un nivel de significancia de  $\alpha = 0.03$ . En consecuencia, puedo afirmar que, para el pensamiento variacional, el énfasis está en la derivada como razón de cambio y como el valor de la pendiente de la recta tangente, y el cálculo de las reglas de derivación y su relación con las diferentes expresiones algebraicas y sus gráficas.

#### 4.5. Expectativas de nivel medio: pensamiento métrico

Encontré que hay 44 planes de área que mencionan el estándar “resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media”. Dado que solo consideré un estándar en el pensamiento métrico, me limité a realizar el conteo de los planes de área que abordan dicho estándar.

#### 4.6. Expectativas de nivel medio: análisis para todos los pensamientos

Encontré que hay 147 planes de área en los que se aborda al menos un estándar de los que escogí para esta investigación. Para analizar la importancia relativa de los diferentes pensamientos,

construí cuatro variables para cada pensamiento que miden la proporción de segmentos de texto que están codificados con un estándar en un plan de área y realicé un ANOVA de igualdad de medias y encontré que debo rechazar la hipótesis de igualdad de medias con un p-valor de 2,59E-62. Encontré que, con un nivel de significancia de  $\alpha = 0.06$ , el orden de importancia de los pensamientos es el siguiente: espacial, aleatorio, variacional y métrico. Esto significa que, en los planes de área de la muestra, el pensamiento que más se aborda es el espacial, seguido del aleatorio, variacional y finalmente el métrico. En la tabla 24, presento las comparaciones que realicé en los diferentes pares de pensamientos, junto con las medias, las desviaciones estándar y el p-valor. La variable  $\bar{x}_1$  corresponde a la media del pensamiento de la primera columna y la variable  $\bar{x}_2$  corresponde a la media del pensamiento de la segunda columna. Asimismo, la variable  $s_1$  corresponde a la desviación del pensamiento de la primera columna y la variable  $s_2$  corresponde a la desviación del pensamiento de la segunda columna.

Tabla 24  
*Importancia relativa de los pensamientos en la muestra de 147 planes de área*

| Pensamiento   |               | $\bar{x}_1$ | $\bar{x}_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $p$      |
|---------------|---------------|-------------|-------------|-------|-------|----------|
| 1 Espacial    | 2 Aleatorio   | 47,28       | 24,86       | 24,30 | 23,52 | 2,34E-14 |
| 1 Espacial    | 2 Variacional | 47,28       | 24,77       | 24,30 | 19,56 | 1,77E-16 |
| 1 Espacial    | 2 Métrico     | 47,28       | 2,71        | 24,30 | 5,41  | 1,56E-62 |
| 1 Aleatorio   | 2 Variacional | 24,86       | 24,77       | 23,52 | 19,56 | 0.97     |
| 1 Aleatorio   | 2 Métrico     | 24,86       | 2,71        | 23,52 | 5,41  | 4,59E-24 |
| 1 Variacional | 2 Métrico     | 24,77       | 2,71        | 19,56 | 5,41  | 2,82E-31 |

De todas las pruebas de hipótesis que presenté en la tabla 24, no puedo rechazar la hipótesis de igualdad de medias en los pensamientos aleatorio y variacional, con un p-valor de 0,97. En los demás casos, debo rechazar las hipótesis de igualdad de medias para los demás pensamientos con un nivel de significancia de  $\alpha = 0.05$ .

#### *Resultados de los objetivos de grado*

En relación con los objetivos de grado, encontré que solo hay 107 planes de área que contienen información relacionada con los objetivos de grado. En los restantes planes de área, solamente aparecen las mallas curriculares, motivo por el cual no hay información que contenga los objetivos de grado. En consecuencia, hice este análisis solamente para los 107 planes de área de la muestra en los que hay información al respecto. De estos 107 planes de área, encontré que hay 80 planes

de área (74,77%) en los que se propone un objetivo para el grado décimo y hay 80 planes de área para los que se propone un objetivo para el grado undécimo.

#### *Resultados de los objetivos de período*

Encontré que hay 64 planes de área (30,19%) en los que se proponen los estándares básicos de competencia como objetivos de período. Este es un resultado interesante, dado que hay una gran proporción de instituciones educativas que incurren en el error de plantear los estándares como objetivos de período.

De los 148 planes de área restantes, encontré que hay 32 planes de área (15,1%) que no tienen objetivos de período y 116 planes de área (54,72%) que sí contiene información relacionada con los objetivos de período. Dado que los tres temas analizados en la presente investigación no se abordan en el mismo período académico, encontré que los objetivos de período que se plantean para dichos temas están distribuidos en diferentes períodos. De esta manera, al hacer la revisión de la forma como están distribuidos los objetivos de período dentro del documento del plan de área, encontré que, de esos 116 planes de área, el 34% de los objetivos están propuestos en el primer período, el 29,78% de los objetivos corresponden al segundo período, el 17,87% de objetivos se plantean en el tercer período; y el 18,35% de los objetivos están en el cuarto período.

#### *Resultados de los objetivos de subperíodo*

Encontré que hay 96 planes de área en los que se propone al menos un objetivo de subperíodo. Dentro de estos 96 planes, encontré que el 38% de los objetivos de subperíodo corresponden al tema de cónicas, el 39,1% corresponde al tema de la derivada, y el 22,9% corresponden al tema de estadística descriptiva.

### **4.7. Limitaciones de aprendizaje**

Encontré que, de los 212 planes de área de la muestra, sólo 10 planes de área (4,85%) plantean dificultades y ningún plan de área propone errores. De esta submuestra, calculé la variable que mide la cantidad de dificultades que se proponen en los 10 planes de área. Así, la media de la variable dificultades es  $\bar{x} = 2,4$  y tiene una desviación estándar de  $s = 1,34$ . El rango de esta variable es de 4, con un valor mínimo de 1 y un valor máximo de 5.

### **4.8. Dominio afectivo**

Encontré que, en algunos planes de área, se hace referencia a unas expectativas de tipo afectivo. De los 212 planes de área de la muestra, hay 70 documentos (33,01%) que abordan el dominio afectivo. Para esta submuestra, construí una variable que mide la cantidad de expectativas de dominio afectivo. Así, la media de la variable dominio afectivo es  $\bar{x} = 3,69$  y tiene una desviación estándar de  $s = 4,53$ . Observo que la desviación es mayor que la media. Revisé los datos de la submuestra y encontré que algunos planes de área mencionan una expectativa de tipo afectivo, mientras que hay por lo menos un plan de área que aborda más de 10 expectativas de este tipo.

## 5. CONCLUSIONES

Encontré que, en los 90 planes de área en los que hay al menos un segmento de texto que hace referencia a una competencia, la cantidad de segmentos de texto que hacen referencia a las competencias es muy pequeña. Este hecho resulta importante ya que se pone de manifiesto lo poco que se abordan las competencias en los documentos de planes de área, en contraposición con la importancia que el Ministerio de Educación Nacional le da a su desarrollo.

Puedo afirmar que la competencia que más se aborda en los planes de área es la de razonar, argumentar e interpretar. De otra parte, los procesos generales o competencias que aparecen en el texto del marco general del documento de los estándares no son tenidos en cuenta por parte de los profesores, dado que, como se evidencia en los documentos de la muestra, estos documentos se centran en el listado de los estándares. Estos resultados coinciden parcialmente con lo encontrado por DeMers (2009) en su estudio, ya que este autor sugiere que deben incluirse objetivos de aprendizaje que tengan mayor demanda cognitiva. Asimismo, se espera que, en los documentos de planes de área, se tengan más en cuenta las competencias o expectativas de nivel superior.

Para el pensamiento espacial, encontré que el estándar que más se aborda es “identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas”. Puedo afirmar que, en este pensamiento, el énfasis está en las características de localización y en la resolución de problemas con base en las propiedades geométricas.

En el pensamiento variacional, el estándar que más se propone es “interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos”. Esto significa que el énfasis está en la derivada como razón de cambio y como el valor de la pendiente de la recta tangente, y en el cálculo de las reglas de derivación y su relación con las diferentes expresiones algebraicas y sus gráficas.

En el pensamiento aleatorio, el estándar que más se plantea es “uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión, y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad)”. Interpreto que, en este pensamiento, el énfasis está en el uso de las medidas de centralización, localización y dispersión y en la identificación de las nociones básicas de la estadística. Puedo afirmar que el pensamiento que más se aborda es el espacial, seguido del variacional, el aleatorio, y, finalmente el métrico.

En relación con los objetivos de grado, encontré que no poseo la información completa de los documentos de planes de área. Esto es, hay documentos en los que solamente logré las mallas curriculares y no hay información que contenga los objetivos de grado. De los planes de área que sí tienen objetivos de grado, encontré que tres cuartas partes de ellos abordan un objetivo de grado para décimo y uno para undécimo grado.

En relación con los objetivos de período, encontré que hay instituciones educativas en las que se incurre en el error de proponer los estándares como objetivos de período. Y digo que incurre en el error porque, de acuerdo con la definición de los estándares, estas son expectativas que se espera que logren los estudiantes en un período de dos años, y no en un período académico de dos meses. En relación con los objetivos de subperíodo, encontré que el 38% de estos objetivos corresponden

al tema de cónicas, el 39,1% corresponde al tema de la derivada, y el 22,9% corresponden al tema de estadística descriptiva.

Encontré que, de los 212 planes de área de la muestra, sólo 9 planes de área (4,36%) abordan expectativas de nivel inferior o capacidades que corresponden a los conocimientos más básicos y a los procedimientos más rutinarios. Estos resultados ponen de manifiesto que las capacidades son expectativas muy concretas que se espera observar más en el documento de plan de aula y no en el plan de área. Igualmente, las limitaciones de aprendizaje no se abordan en los documentos de planes de área. Probablemente, estos tipos de expectativas y limitaciones sean tenidas en cuenta en los documentos de plan de aula. Idealmente, en los planes de área deberían aparecer las limitaciones de aprendizaje, aunque en este tipo de documentos no se esperan errores concretos en los que los estudiantes puedan incurrir. Finalmente, encontré que la tercera parte de planes de área de la muestra abordan expectativas de tipo afectivo.

En resumen, los resultados muestran que las instituciones educativas difieren mucho en el tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva y se le da poca importancia al desarrollo de las competencias que el MEN y la OCDE han propuesto. Asimismo, encontré que la aproximación de los planes de área a la dimensión cognitiva del currículo gira alrededor de los estándares, ya sea porque los usan correctamente, es decir, como los referentes que dan cuenta de lo que un estudiante debe saber y saber hacer al terminar dos grados académicos consecutivos, o los usan erróneamente, como objetivos de período o ciclo académico de aproximadamente 10 semanas de clase.

# 7. ATRIBUTO TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE LOS TEMAS – DIMENSIÓN FORMATIVA

Este capítulo tiene como propósito presentar el atributo Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión formativa. Presento la revisión de la literatura, la definición del atributo, la metodología de análisis, los resultados, y las conclusiones para este atributo, en esta dimensión.

## 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

El interés de considerar el atributo tratamiento didáctico de los temas, en la dimensión formativa, corresponde a analizar cómo se recoge la enseñanza en los documentos curriculares; es decir, en qué sentido los planes de área aportan directrices metodológicas y maneras como se pueden proporcionar oportunidades a los estudiantes para lograr los objetivos o las expectativas de aprendizaje que se están formulando en relación con los contenidos de las matemáticas escolares. Entonces, en los planes de área, la dimensión formativa recoge lo que la institución educativa establece, para una fila de la malla curricular, que se debería hacer para que los estudiantes logren esas expectativas de aprendizaje formuladas en la dimensión cognitiva. En esta investigación, utilizo dos conceptos pedagógicos —esquemas de enseñanza y elementos de la enseñanza— para analizar en qué medida aparece la dimensión formativa en los planes de área.

A continuación, presento la revisión de la literatura de acuerdo con los diferentes esquemas de enseñanza que existen; la manera como se abordan los esquemas de enseñanza en los planes de área y en los libros de texto; y el significado de los diferentes elementos de la enseñanza.

### 1.1. Esquemas de enseñanza

En la literatura, encontré dos tipos de esquemas de enseñanza: el esquema tradicional de enseñanza (que corresponde a la explicación, ejemplificación, ejercitación y evaluación) y el esquema de enseñanza no tradicional. A continuación, presento estos dos tipos de esquemas de enseñanza.

#### *Esquema de enseñanza tradicional*

El esquema de enseñanza enmarcado en el modelo tradicional está centrado en la transmisión del conocimiento. El conocimiento se considera algo dado y exclusivo del docente, quien es el experto en el tema (Flórez, 2000). El esquema tradicional se centra en la actuación del profesor. El profesor es el encargado de transmitir la información de manera efectiva y el estudiante la recibe y la memoriza. En este modelo de enseñanza, las escuelas centran sus currículos en los contenidos. En el esquema de enseñanza tradicional, los roles del profesor y los estudiantes son muy marcados y

diferenciados. Los estudiantes son receptores pasivos de la información. El método de enseñanza es el discurso expositivo y el maestro ejerce la función de transmitir el conocimiento. En consecuencia, el método es el mismo para todos los alumnos y para todas las áreas. Este método tiene un orden: explicación, ejemplo, ejercitación (práctica) y examen. En este modelo, la relación maestro-alumno es vertical: el poder es del maestro, ya que éste posee el saber (Flórez, 2000).

En el esquema de enseñanza tradicional, también se encuentra el modelo conductista. Este modelo se fundamenta en los estudios de Skinner y Pavlov sobre los aprendizajes (Hurtado, 2016). El modelo conductista está centrado en los aprendizajes de los estudiantes por reforzamiento de las conductas. El maestro ejerce el rol de dar instrucciones para que los estudiantes desarrollen ciertos comportamientos. En el modelo conductista, la meta es el modelamiento y moldeamiento de la conducta y, para lograrlo, se enfoca en la acumulación de aprendizajes específicos (Flórez, 2000). En el modelo conductista, “la relación maestro – estudiante se establece desde la programación o planeación de la enseñanza, el maestro es el intermediario y ejecutor de un proceso instruccional” (Hurtado, 2016).

#### *Esquema de enseñanza no tradicional*

Dentro del esquema de enseñanza no tradicional, encontré varios tipos de enseñanza: el modelo cognitivo o constructivista, la pedagogía activa, el modelo social cognitivo, la enseñanza por proyectos, el modelo Montessori, el modelo de enseñanza de escuela nueva, el modelo de enseñanza para la comprensión y el modelo de enseñanza de la resolución de problemas, entre otros (Hurtado, 2016). A continuación, describo algunos de estos modelos de enseñanza no tradicional.

*Modelo pedagogía activa.* En el modelo de pedagogía activa, el estudiante es el centro del proceso educativo. En este modelo, se establece una interacción entre el conocimiento y la experiencia con el fin de activar los esquemas mentales para que se desarrolle el proceso de construcción del conocimiento. Este modelo se basa en los intereses de los estudiantes y el propósito de la labor educativa es preparar a los estudiantes para la vida. El rol del docente es de facilitador. El maestro es el responsable de preparar el material concreto para que los estudiantes tengan la experiencia con el conocimiento (Hurtado, 2016). Dentro de este modelo de pedagógica activa se encuentra la escuela nueva. La escuela nueva se caracteriza por la humanización de la enseñanza. La escuela se entiende como el espacio para aprender haciendo. La relación maestro – estudiante consiste en que el estudiante es el centro del proceso educativo y el maestro es el facilitador de este proceso (Flórez, 2000). En la escuela nueva hay un fortalecimiento de la relación escuela-comunidad.

*Modelo cognitivo o constructivista.* En el modelo constructivista, se concibe la enseñanza como una actividad crítica. En este modelo, el maestro es un profesional autónomo. El maestro ejerce un rol de investigador que reflexiona sobre su propia práctica. A partir de esto, el maestro crea un ambiente estimulante para que el estudiante logre una estructura cognitiva superior. En este modelo, el estudiante construye su propio conocimiento hasta alcanzar una etapa superior de desarrollo cognitivo. En este modelo, se consideran los saberes previos de los estudiantes y, a partir de ellos, se proponen los nuevos contenidos a enseñar (Flórez, 2000; Hurtado, 2016). Dentro de los autores representativos del modelo cognitivo, están Dewey, Piaget, Kohlberg, Ausubel y Brunner.

*Modelo social cognitivo.* El modelo social cognitivo establece que la construcción del conocimiento se da en la interacción con el otro. El docente es quien organiza el medio social para crear y organizar el trabajo colectivo. La relación maestro – estudiante se establece de forma horizontal. La meta del proceso educativo es el desarrollo pleno del individuo para la producción social (Hurtado, 2016). Dentro de los autores que lideran esta corriente se encuentra Vigotsky, Freinet y Freire.

*Enseñanza para la comprensión.* El modelo de Enseñanza para la Comprensión (EPC) se encuentra dentro de un marco constituido por cuatro partes: (a) tópicos generativos; (b) metas de comprensión; (c) desempeños de comprensión; y (d) valoración diagnóstica continua (Perkins y Blythe, 1994). Los tópicos generativos hacen referencia a que no todos los temas (conceptos, materias, teorías, períodos históricos, ideas, etc.) se prestan por igual para la enseñanza para la comprensión. Por regla general, se deben buscar tres características en un tópico generativo: su centralidad en cuanto a la disciplina, su asequibilidad a los estudiantes y la forma en que se relaciona con diversos temas dentro y fuera de la disciplina. Los profesores deben elaborar desempeños de aprendizaje que apoyen las metas de comprensión, y los alumnos deben realizar actividades que demuestran comprensión desde el principio hasta el final de la unidad o curso. Dentro del modelo pedagógico de EPC (Perkins, 1999), se debe tener claro que, para desarrollar procesos de comprensión en los estudiantes, ellos necesitan criterios, retroalimentación y oportunidades para reflexionar desde el principio y a lo largo de cualquier secuencia de instrucción. A este proceso se le denomina “valoración continua”.

*Resolución de problemas.* La resolución de problemas como estrategia de enseñanza consiste en que la enseñanza se organiza alrededor de la asignación de actividades que los estudiantes deben resolver en clase. Estas actividades se generan con base en unos estímulos que usualmente son problemas. Las técnicas de enseñanza por problemas se enmarcan y promueven en un aprendizaje activo, constructivista y real (García, 2003). El punto de partida de esta estrategia es la pregunta o tema, los ejemplos, y el o los problemas que han de resolver y solucionar. En el enfoque de la resolución de problemas, se parte de los conceptos y de la información en sí misma. Desde esta propuesta, se parte del planteamiento del problema, de los ejemplos, y mediante ellos, se llega a elaborar los conceptos para la resolución de problemas (Piñeiro, Pinto y Díaz-Levicoy, 2015). La información que suele aparecer en los documentos curriculares sobre metodología de enseñanza es muy general y trata de dar indicaciones al profesorado para que aborden alguna reforma (Bulut, 2007; Handal y Herrington, 2003). En los currículos recientes de matemáticas, la resolución de problemas ha sido el método de enseñanza no tradicional contemplado de manera habitual como metodología general que plantea una ruptura respecto de la enseñanza tradicional. En el caso colombiano, el documento de los estándares incluye cinco procesos matemáticos, entre los que se destaca la formulación, tratamiento y resolución de problemas. Por medio de la resolución de problemas, se espera “desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas” (MEN, 2006, p. 52).

## 1.2. Esquemas de enseñanza en los planes de área

Desde el punto de vista de la literatura de investigación, cabe señalar que, si bien la investigación sobre los esquemas de enseñanza es muy abundante en sus variados enfoques, no es frecuente encontrar estudios que analicen de modo directo la forma en que esta dimensión se contempla en los documentos curriculares.

Al organizar la literatura de investigación sobre esquemas de enseñanza, destaco los estudios que abordan la relación profesor – estudiante y analizan las práctica de enseñanza y su influencia en el sistema escolar (Michael, 2015). También identifiqué los estudios que analizan los métodos de enseñanza y su aplicación en las diferentes ramas de las matemáticas que se enseñan en el nivel secundario (Baig, 2015). Otras investigaciones se enfocan en el efecto de la enseñanza basada en actividades y el método tradicional de enseñanza sobre el rendimiento de los estudiantes en la asignatura de Matemáticas en la etapa de primaria (Noreen y Rana, 2019). Otros autores (Jansen, 1998; Lessani et al., 2017) se centran en comparar los métodos de enseñanza de las matemáticas y estudiar sus consecuencias en su aprendizaje. De otra parte, encontré estudios que analizan el objetivo de la enseñanza de las matemáticas para fomentar la matematización del pensamiento de los alumnos (Atanasova-Pacemka, Koceva Lazarova y Miteva, 2017). Algunos estudios se centran en el concepto de planificación de la lección (Panasuk, Stone y Todd, 2002; Panasuk y Sullivan, 1998; Panasuk y Todd, 2005; Todd, 2005), entendida como la toma de decisiones preactiva que tiene lugar antes de la instrucción. Los profesores, consciente e inconscientemente, toman decisiones que afectan su comportamiento y el de sus alumnos. La toma de decisiones durante la planificación de las clases implica el esfuerzo consciente de los profesores para desarrollar un sistema coherente de actividades que promuevan el desarrollo de las estructuras cognitivas de los alumnos (Panasuk et al., 2002).

Pero, con frecuencia, estos procesos se analizan sin considerar explícitamente la presencia de indicaciones metodológicas para el profesorado en los documentos oficiales. Es significativo el hecho de que los documentos oficiales de varias reformas educativas orientadas al desarrollo de competencias matemáticas a partir de los informes PISA de la OCDE (OCDE, 2009) adolezcan, precisamente, de información sobre cómo desarrollar y evaluar dichas competencias. Por ejemplo, Gómez (2016) analiza el documento de los estándares (MEN, 2006), y llega a la conclusión de que “respeto la autonomía curricular porque aborda el qué pero no el cómo” .

En entornos en los que se reconoce a los centros y al profesorado una gran autonomía pedagógica es difícil, a nivel normativo, encontrar el equilibrio entre la libertad del profesorado para conseguir los fines educativos y proporcionar la cantidad de detalles necesarios para que un enfoque metodológico pueda ser llevado al aula. Esta cuestión, según algunos autores, puede ser la responsable de que las reformas educativas basadas en la noción de competencia no se lleven a cabo con la celeridad y profundidad necesarias (Bulut, 2007; Zabala, 2010).

Adicionalmente, el papel de las creencias de los profesores de matemáticas sobre la enseñanza de las matemáticas es fundamental para determinar el ritmo de las reformas curriculares (Handal y Herrington, 2003). El cambio educativo es un proceso complejo en el que los profesores tienen fuertes creencias sobre la calidad y el proceso de innovación. La aplicación de los planes de estudio sólo puede producirse con mucho esfuerzo, ya que muchos profesores desconfían de la reforma de la enseñanza de las matemáticas, dado su equívoco éxito en las últimas décadas. No es de extrañar, pues, que muchos profesores, a la hora de implementar el currículo en la práctica diaria, se basen

más en sus propias creencias que en las tendencias pedagógicas que se quieran señalar desde las instituciones. Es posible que esto también suceda cuando el grupo de profesores de matemáticas aborde el diseño y revisión del plan de área de su institución.

### **1.3. Dimensión formativa en los libros de texto**

Por oposición a los documentos oficiales, en las investigaciones que analizan los libros de texto de matemáticas, sí es habitual contemplar la dimensión formativa mediante la aparición, en el libro o en la guía docente que lo acompaña, de información sobre la opción metodológica adoptada, el uso de materiales didácticos, la temporalización de los contenidos, la consideración de la resolución de problemas como metodología y el uso de tecnología, entre otros (Monterrubio y Ortega, 2011b).

En algunos países, la administración educativa es la que propone el currículo oficial, pero es el profesor el que debe, entre otras tareas, organizar y desarrollar ese currículo. Los efectos de los distintos elementos del sistema llegarán al alumno a través del modo en que sean interpretados e integrados por el profesor en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Martín, 2002). Dada la importancia que el manual escolar tiene en los centros de enseñanza, la selección del libro de texto debería realizarse con suma cautela y por ello es importante que el profesorado disponga de instrumentos que le faciliten y ayuden en esta tarea (Martín, 2002; Pérez y del Rincón, 2009; Prendes Espinosa, 1997). Como lo refiere Negrín (2009), el libro de texto se revela como un incesante provocador de polémicas y al mismo tiempo como un objeto de estudio pluridisciplinar y complejo, lo que ha generado una gran diversidad de perspectivas de investigación.

### **1.4. Elementos de la enseñanza**

En esta investigación, utilizo el término elementos de la enseñanza para expresar cuestiones generales de la enseñanza no necesariamente relacionadas con los temas de las matemáticas escolares. A continuación, procedo a presentar las definiciones de los elementos de la enseñanza (Gómez et al., 2018) concretos que usé en este trabajo.

Una interpretación de la enseñanza es que esta debe ser centrada alrededor de las tareas que el profesor desarrolle en el aula de clase con el fin de ofrecer oportunidades a los estudiantes para que aprendan. No obstante, en los documentos de planes de área no es usual encontrar el término tarea, ni es explícita esta interpretación de la enseñanza. Por el contrario, en los planes de área sí se hace alusión a los elementos de enseñanza que giran en torno a las tareas.

*Tarea.* El término “tarea” tiene diversos significados en el entorno educativo. En Colombia, el significado usual de tarea se refiere a los deberes que el profesor asigna a los estudiantes para que ellos realicen en su casa y presenten en la siguiente sesión de clase. En algunas ocasiones, también hace referencia a los ejercicios rutinarios que el profesor asigna a los estudiantes durante una clase. Sin embargo, en mi aproximación, este no es el significado que le doy al término “tarea”. Considero siete elementos de una tarea (ver figura 21): requisitos, metas, formulación, materiales y recursos, agrupamiento, interacción y temporalidad. Los requisitos son los conocimientos y destrezas que son necesarios para poder abordar la tarea. Las metas son los conocimientos y destrezas que se esperan desarrollar con motivo de abordarla. La formulación es la instrucción (usualmente escrita) que se entrega a los estudiantes. Los materiales y recursos son las herramientas que los

estudiantes pueden utilizar para abordar la tarea. El agrupamiento se refiere a las formas de organización de los estudiantes que se sugieren para resolver la tarea. La interacción tiene que ver con las formas en que se prevé que los estudiantes y el profesor interactuarán cuando se aborde la tarea. Finalmente, la temporalidad hace referencia a los momentos y tiempos en los que se atiende a las diferentes partes de la tarea.

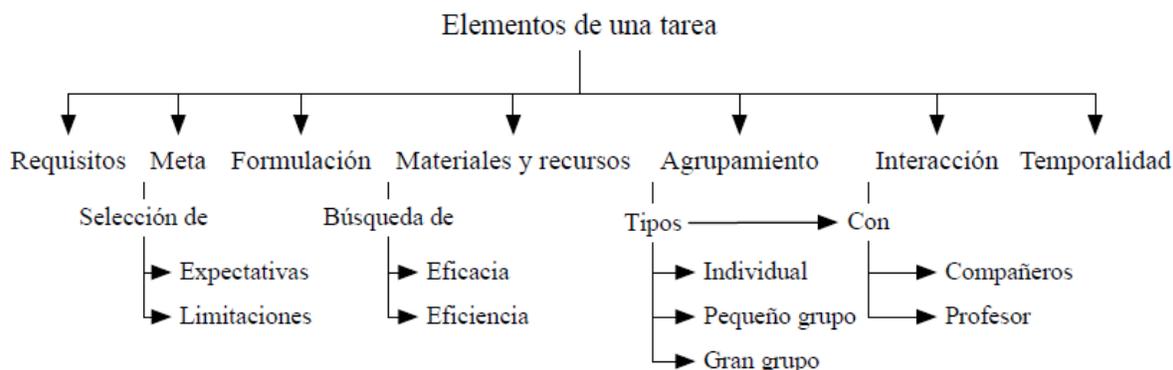


Figura 21. Elementos de una tarea (Gómez et al., 2018)

Con base en los elementos de una tarea descritos en la figura 21 y el tipo de información que aparece en los planes de área, identifiqué los siguientes elementos de la enseñanza para caracterizar los documentos de planes de área en términos de los atributos en la dimensión formativa: tipos de tareas, materiales y recursos, agrupamiento, interacción entre los estudiantes y con el profesor, y temporalidad.

*Tipos de tareas.* Los tipos de tareas son herramientas que el profesor puede utilizar en la clase con el fin de dar oportunidades a los estudiantes para que aprendan. Se distinguen los siguientes tipos: ejercicios, problemas, proyectos y exposiciones.

*Agrupamiento.* El profesor puede organizar el trabajo para que los estudiantes trabajen individualmente, en pequeños grupos o con el grupo completo de la clase. El trabajo en grupos pequeños sienta las bases de una puesta en común en gran grupo para contrastar puntos de vista, procedimientos y soluciones a las tareas propuestas.

*Interacciones.* Diferentes formas de agrupamiento dan lugar a diferentes formas de interacción entre los estudiantes y a distintas formas de comunicarse durante la resolución de una tarea. La interacción se da entre profesor y estudiantes, y entre estudiantes. El trabajo puede implicar la interacción entre los miembros de un grupo pequeño, la interacción entre todos los estudiantes de la clase o la interacción entre los estudiantes y el profesor.

*Materiales y recursos.* Un recurso es cualquier medio que se pueda emplear en el aprendizaje de un concepto o procedimiento matemático determinado, aunque no haya sido diseñado específicamente para ello. Los materiales se distinguen de los recursos porque se diseñan con fines didácticos (Carretero, Coriat y Nieto, 1993). La tiza, la pizarra (tradicional o electrónica), el papel y el lápiz son recursos; mientras que el geoplano o el dominó de fracciones son materiales diseñados para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

*Temporalidad.* La institución puede prever, en su planificación institucional (plan de área), una temporalidad de una o más sesiones de clase para desarrollar un tema. En cada etapa, el profesor puede establecer unos momentos de clase.

## 2. NOCIÓN DE TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE LOS TEMAS EN LA DIMENSIÓN FORMATIVA

Observo que, en los planes de área, se sugieren las maneras como se pueden proporcionar oportunidades a los estudiantes para lograr los objetivos o las expectativas de aprendizaje que se formulan en relación con los contenidos de las matemáticas escolares. Entonces, la dimensión formativa corresponde con lo que la institución educativa establece, para una fila de la malla curricular, que se debería hacer para que los estudiantes logren esa expectativa de aprendizaje formulada en la dimensión cognitiva.

Con el fin de caracterizar los planes de área, me interesó describir cómo se está previendo que profesor y estudiantes interactúen con el contenido matemático para dar oportunidades de que los estudiantes logren esas expectativas de aprendizaje. De esta manera, en la dimensión formativa, consideré los conceptos pedagógicos de esquemas de enseñanza y elementos de la enseñanza.

### 2.1. Esquemas de enseñanza en los planes de área

Los esquemas de enseñanza me permiten describir si en los planes de área de matemáticas se hace mención a la actuación del profesor. Como he indicado en secciones previas, los esquemas de enseñanza pueden ser de dos tipos: tradicionales y no tradicionales. Para efectos de esta investigación, me centré en determinar aquellos planes de área de la muestra que abordan la dimensión formativa. Entre estos planes, estudié si se hace mención a algún tipo de esquema de enseñanza tradicional o no tradicional. En la sección siguiente, especifico la metodología llevada a cabo para realizar esta asignación.

### 2.2. Elementos de la enseñanza en los planes de área

En los planes de área, se hace alusión a los elementos de enseñanza que giran en torno a las tareas. Con base en los elementos de una tarea presentados al final del apartado anterior, tendré en cuenta los siguientes elementos para el análisis de los planes de área: (a) tipos de tareas (ejercicio, problema, proyecto, exposición, y taller); (b) agrupamientos (trabajo individual, grupos pequeños y grupos grandes); (c) interacciones (entre compañeros y con el profesor); (d) materiales y recursos (recursos informáticos, manipulativos, libros de texto, fichas – taller, calendario matemático y otros–); y (e) temporalidad.

### 2.3. Resumen

En la figura 22, presento las ideas claves para caracterizar la dimensión formativa en los documentos de planes de área con el fin de describir la forma como se aborda la enseñanza en los planes de área de las instituciones educativas colombianas.

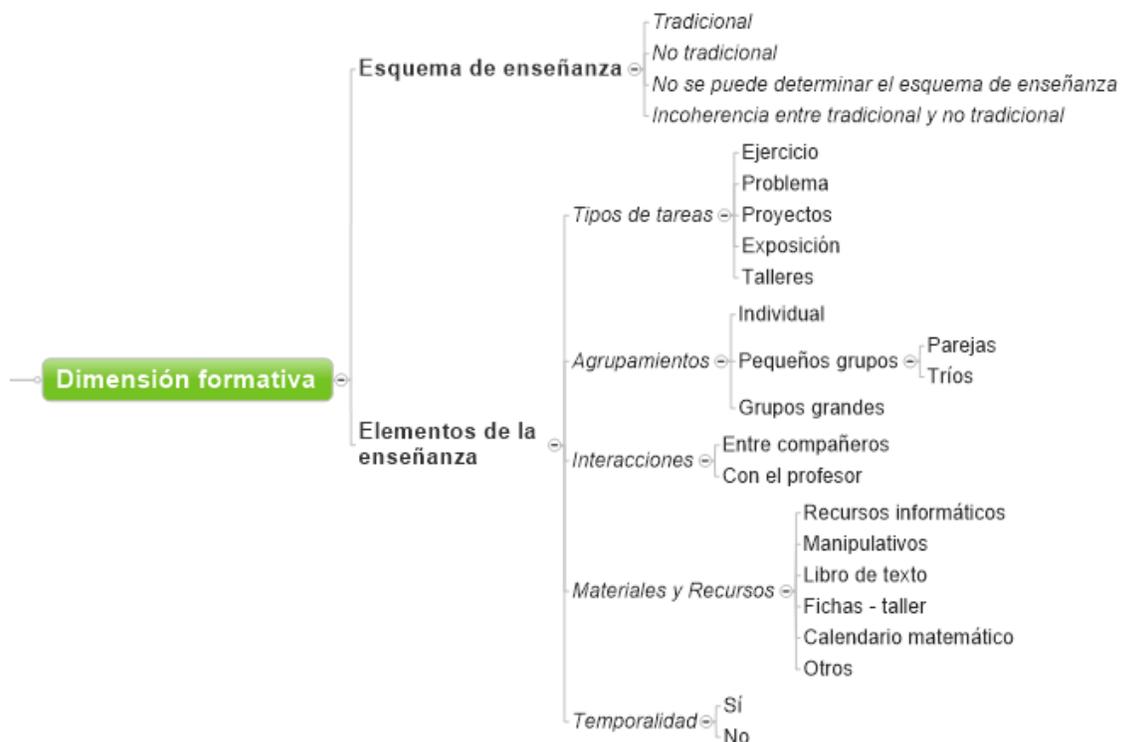


Figura 22. Estructura dimensión formativa

A continuación, presento la metodología con la que se abordó este atributo en la dimensión formativa.

### 3. METODOLOGÍA

Para analizar el atributo Tratamiento didáctico de los temas desde el punto de vista de la dimensión formativa, consideré aquellos segmentos de texto que fueron codificados con los códigos que hacen referencia a alguna hoja del árbol de códigos en la sección de la dimensión formativa (ver la figura 22). En esta sección, el árbol está dividido en dos ramas que corresponden a los esquemas de enseñanza y los elementos de la enseñanza.

Dentro de los documentos de planes de área, encontré tres tipos de documentos. Un primer tipo de documento que contiene un discurso introductorio teórico en el que se especifica un esquema de enseñanza, por lo general, no tradicional. Un segundo tipo de documento en el que no hay este discurso introductorio, pero, a partir de la interpretación de la malla curricular, pude determinar que tiene un esquema de enseñanza no tradicional o tradicional. Un tercer tipo de documento en el que no hay información que me permita determinar el tipo de esquema de enseñanza. Con base en lo anterior, me interesó establecer qué proporción de planes de área abordan los esquemas de enseñanza. Sin embargo, encontré algunos planes de área que, en sus discursos introductorios, hacen alusión a un esquema no tradicional, pero al analizar su malla curricular

encontré que lo que se propone en estos apartados están enmarcados dentro del esquema de enseñanza tradicional. En consecuencia, codifiqué estos documentos curriculares con el código de incoherencia entre el esquema de enseñanza tradicional y no tradicional. También, codifiqué los segmentos de texto que abordan los esquemas de enseñanza con los códigos que hacen referencia a alguna hoja del árbol de códigos en la sección de los esquemas de enseñanza. En esta sección, el árbol está dividido en cuatro ramas que corresponden a esquema de enseñanza tradicional, no tradicional, no se puede determinar un esquema de enseñanza, e incoherencia entre enseñanza tradicional y no tradicional (Ver figura 22). De esta manera, construí cuatro variables: enseñanza tradicional, enseñanza no tradicional, no se puede determinar el esquema de enseñanza, e incoherencia entre el esquema de enseñanza tradicional y no tradicional. Estas cuatro variables me permitieron realizar el conteo de los planes de área que abordan algún esquema de enseñanza.

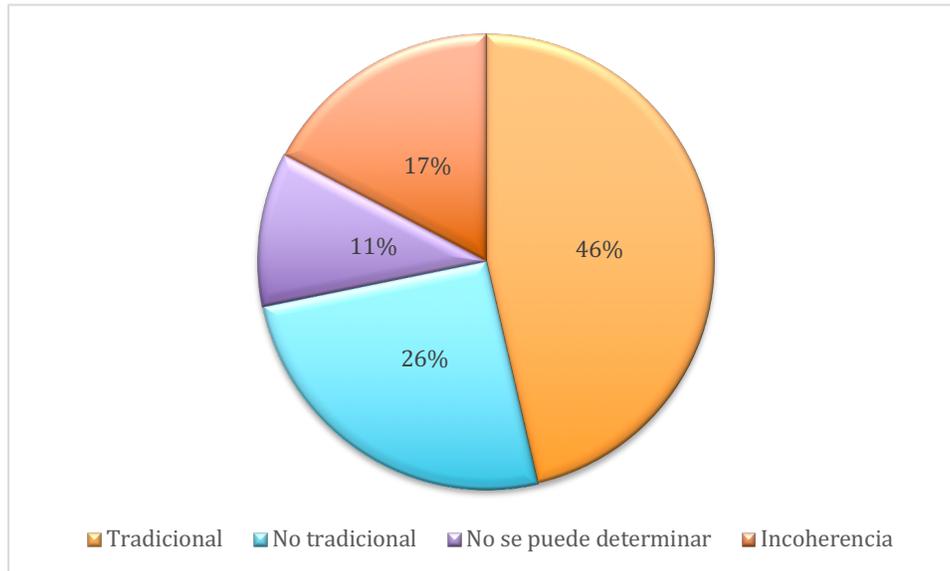
Para analizar el atributo Tratamiento didáctico de los temas desde el punto de vista de los elementos de enseñanza, me interesó determinar qué proporción de planes de área abordan cada elemento de enseñanza. Para lograr lo anterior, codifiqué los segmentos de texto que abordan algún elemento de enseñanza con los códigos que hacen referencia a alguna hoja del árbol de códigos en esta sección (ver figura 22). En esta sección, el árbol está dividido en cinco ramas que corresponden a los tipos de tareas, agrupamientos, interacciones, materiales y recursos, y la temporalidad. En relación con este último elemento, me interesó saber si se habla de temporalidad o no se aborda.

## 4. RESULTADOS

De los 212 planes de área de la muestra, encontré que hay 150 planes de área que abordan la dimensión formativa (71% de la muestra). Realicé los análisis de los conceptos pedagógicos en esta submuestra de 150 planes de área.

### 4.1. Esquemas de enseñanza

Encontré que hay 110 planes de área que contienen información relacionada con los esquemas de enseñanza. De estos 110 planes de área, hay 51 planes de área (46,36%) en los que se pone de manifiesto un esquema de enseñanza tradicional; 47 (42,72%) en los que se pone de manifiesto un esquema de enseñanza no tradicional; y 12 (10,91%) en los que la información encontrada no permite determinar si el esquema de enseñanza es tradicional o no tradicional. Dentro de los 47 planes de área con esquema de enseñanza no tradicional, encontré que hay 19 (17,27%) en los que hay una incoherencia entre lo que se plantea como un esquema de enseñanza no tradicional en su discurso introductorio y lo que se establece en la malla curricular donde se pone de manifiesto un esquema tradicional de enseñanza. Codifiqué a estos planes como incoherentes. Quedan, por tanto, 28 (25,46%) planes de área con esquema de enseñanza no tradicional sin incoherencia. En la figura 23, presento estos resultados.



*Figura 23.* Resultados esquemas de enseñanza

Puedo afirmar que los planes de área de matemáticas de la muestra ponen de manifiesto que el esquema de enseñanza mayormente utilizado es el esquema tradicional.

#### **4.2. Elementos de la enseñanza**

En la tabla 25, presento los resultados de los elementos de la enseñanza. En esta tabla está el tipo de elemento, la cantidad de planes de área que han sido codificados con el elemento de enseñanza ( $n$ ), el porcentaje de planes de área en relación con los 150 planes de la muestra que abordan la dimensión formativa.  $x$  es la cantidad de segmentos de texto en un plan de área que aborda cada aspecto con su media ( $\bar{x}$ ) y la desviación estándar ( $s$ ).

Tabla 25  
*Resultados elementos de enseñanza*

|                       | n   | %      | $\bar{x}$ | S     |
|-----------------------|-----|--------|-----------|-------|
| Agrupamientos         | 42  | 28%    | 7,43      | 15,01 |
| Interacciones         | 10  | 6,66%  | 1,64      | 7,58  |
| Materiales y recursos | 100 | 66,66% | 47,72     | 39,33 |
| Tipos de tareas       | 82  | 54,66% | 12,92     | 24,59 |
| Temporalidad          | 12  | 8%     | 4,6       | 17,90 |

Observo que, entre los elementos de enseñanza, los que más aparecen son los materiales y recursos, seguidos por los tipos de tareas y los agrupamientos. Encontré que la temporalidad y las interacciones se abordan menos en los planes de área de la muestra. Observo una gran variabilidad en cada una de estas variables.

Al considerar cada una de las categorías de los diferentes elementos de enseñanza, encontré cuál es la categoría más y menos frecuente en los planes de área de la muestra. En la tabla 26, presento estos resultados.

Tabla 26

*Categorías más y menos frecuentes de los elementos de enseñanza en los planes de área de la muestra*

|                       | Más se utiliza   |                       | Menos se utiliza |                       |
|-----------------------|------------------|-----------------------|------------------|-----------------------|
| Agrupamientos         | Grupos pequeños  | Trabajo individual    | Grupos grandes   |                       |
| Interacciones         | Entre compañeros |                       | Con el profesor  |                       |
| Materiales y recursos | Fichas-Taller    | Recursos informáticos | Libros de textos | Calendario matemático |
| Tipos de tareas       | Ejercicios       | Problemas             | Exposiciones     | Proyectos             |

Observo que los elementos de enseñanza que más se utilizan en los planes de área son el trabajo en grupos pequeños, las interacciones entre compañeros, las fichas-taller y los ejercicios.

## 5. CONCLUSIONES

Dado que el documento de plan de área es la hoja de ruta que planifica el acto pedagógico, supongo que un plan de área debe tener información relacionada con la forma como se espera que los profesores enseñen. Sin embargo, encontré que el 29% de los planes de área de la muestra no abordan la dimensión formativa. Dentro de los esquemas de enseñanza, puedo afirmar que el esquema de enseñanza que más se utiliza en los planes de área es el tradicional. Dentro de los documentos de planes de área que describen de forma amplia algún esquema de enseñanza no tradicional en su discurso introductorio, encontré un porcentaje importante (17,27%) en los que, al momento de revisar las mallas curriculares y en mi interpretación, se plantea un esquema tradicional de explicación, ejemplo, ejercitación y evaluación, o se proponen ejercicios como tipos de actividades a resolver por el alumnado. De esta manera, encontré una contradicción interna en los documentos curriculares entre un planteamiento metodológico no tradicional y una presentación “clásica” de los contenidos o de las actividades. Esta situación pone de manifiesto el actuar de algunos profesores que están preocupados en la ejercitación como proceso de mecanización de las matemáticas y dejan de lado el análisis y la resolución de problemas contextualizados. Además de constituir una incoherencia al interior de la dimensión formativa, también es una cuestión incoherente con lo que se evidenció en la dimensión cognitiva, en la que encontré que la competencia que más se aborda en los planes de área es la de razonar, argumentar e interpretar. Analizo estas situaciones de incoherencia en el capítulo 12.

En relación con los materiales y recursos, encontré que las fichas-taller son las que más se utilizan en clase, seguidas de los recursos informáticos. Las interacciones que más se presentan son entre compañeros en grupos pequeños, y, finalmente, los ejercicios son el tipo de tarea que más se utiliza con los estudiantes.

Los resultados también muestran que las instituciones educativas difieren mucho en el tratamiento de los temas en la dimensión formativa. En efecto, el 46,36% proponen un esquema de enseñanza tradicional, frente al 42,72% con enseñanza no tradicional. En relación con los elementos de enseñanza, encontré mucha variación en sus desviaciones cuando se calculan los promedios (columna derecha de la tabla 25); cabe señalar la desviación estándar cercana a 40 sobre un promedio de 47,72 en los materiales y recursos, o de casi 25 sobre un promedio de 12,92 en los tipos de tareas.

Desde mi interpretación, puedo afirmar que se le da poca importancia al desarrollo de las competencias que el MEN y la OCDE han propuesto y se le da más importancia a la mecanización y memorización, dado que encontré que en casi la mitad de los documentos curriculares se evidencia un esquema de enseñanza tradicional que asoció a la memorización y mecanización a través de ejercicios. Además, identifiqué que los planes de área que declaraban un esquema no tradicional mostraban incoherencia con un esquema de contenidos tradicional basado en explicación, ejemplificación, ejercitación y evaluación. Esta situación concuerda con los resultados del atributo Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva (capítulo 6) dado que, en esa dimensión, se puso de manifiesto que en los documentos de planes de área se plantean muy pocas competencias y que la resolución de problemas no tiene la importancia que desde el MEN y la OCDE proponen.

# 8. ATRIBUTO TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE LOS TEMAS – DIMENSIÓN SOCIAL

Este capítulo tiene como propósito presentar el atributo Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión social. Presento la revisión de la literatura, la definición del atributo, la metodología de análisis, los resultados y las conclusiones para este atributo, en esta dimensión.

## 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

El elemento que me interesa para analizar la dimensión social en los planes de área es la evaluación. En relación con la evaluación, encontré estudios en los que se analiza la evaluación de un sistema educativo (Alcaraz y García, 2004). De acuerdo con Alcaraz y García (2004), la evaluación se entiende como un mecanismo para hacer mejoras en la organización y funcionamiento de una institución educativa, así como hacer control de calidad dado que permite la adecuación continua y reflexión constante sobre las necesidades tanto del entorno social como las necesidades educativas individuales.

También, encontré estudios que analizan la evaluación del aprendizaje (Alcaraz, 2003) como un medio por el cual los profesores pueden hacer que su evaluación en el aula se centre más directamente en el desarrollo de los alumnos y puedan involucrarlos activamente en este proceso. La evaluación del aprendizaje es aquella que se aplica a los estudiantes con el fin de verificar el logro de unas expectativas de aprendizaje planteadas en el proceso de enseñanza (Alcaraz y García, 2004). En relación con esta evaluación, encontré estudios que están enfocados en analizar la evaluación a partir de modelos de enseñanza centrados en los estudiantes (Flores Samaniego y Gómez Reyes, 2009). Otros estudios abordan la evaluación formativa, como el instrumento por medio del cual se puede “medir” el logro de unas expectativas de aprendizaje propuesta en un plan curricular (Alcaraz y García, 2004) y, en consecuencia, esta evaluación proporciona elementos para la planificación educativa. También, encontré estudios en los que se construyen y validan los instrumentos de evaluación de los procesos matemáticos en los estudiantes (Alsina y Coronata, 2015). Otros estudios están centrados en analizar otros tipos de evaluación diferentes al instrumento clásico de la evaluación escrita en matemáticas (Goded, 2006) con el fin de verificar el desarrollo de los procesos y las competencias matemáticas a través de la idoneidad didáctica (De Castro Hernández, 2007).

Finalmente, hay estudios que se centran en la alineación entre lo propuesto en los Estándares de Evaluación para Matemáticas Escolares (NCTM, 2000) y la evaluación que permite verificar el desempeño de los estudiantes a lo largo de un período. También, hay estudios que abordan la forma

de mejorar las capacidades de resolución de problemas junto con la comprensión de los estudiantes.

Estos referentes son solo una muestra de la ingente cantidad de investigación relacionada con la evaluación. En lo que sigue, me centraré en aquellos aspectos de la evaluación que aparecen en los documentos curriculares.

## 2. NOCIÓN DE TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE LOS TEMAS EN LA DIMENSIÓN SOCIAL

En la dimensión social, utilicé tres conceptos pedagógicos: los criterios de evaluación, los instrumentos de evaluación y los tipos de evaluación. El atributo Tratamiento didáctico de los temas, en la dimensión social, me permite describir un plan de área en términos de si se plantean criterios de evaluación relacionados con temas o con el dominio afectivo, criterios de evaluación concretados en escalas de valoración, los instrumentos de evaluación que se utilizan en los planes de área y el tipo de evaluación que se propone en estos documentos. A continuación, presento estos tres conceptos pedagógicos.

### 2.1. Criterios de evaluación

Los criterios de evaluación pueden estar relacionados con contenidos específicos de las matemáticas o pueden ser generales y no estar relacionados con temas. También, en algunos planes de área se establece, en el análisis de actuación, una escala de valoración. Estas escalas de valoración están relacionadas con contenidos específicos de las matemáticas. Esta escala de valoración es la que se propone en el artículo 5 del Decreto 1290 (MEN, 2009). Este artículo plantea la escala de valoración.

*Escala de valoración nacional: Cada establecimiento educativo definirá y adoptará su escala de valoración de los desempeños de los estudiantes en su sistema de evaluación. Para facilitar la movilidad de los estudiantes entre establecimientos educativos, cada escala deberá expresar su equivalencia con la escala de valoración nacional:*

- *Desempeño Superior*
- *Desempeño Alto*
- *Desempeño Básico*
- *Desempeño Bajo*

*La denominación desempeño básico se entiende como la superación de los desempeños necesarios en relación con las áreas obligatorias y fundamentales, teniendo como referente los estándares básicos, las orientaciones y lineamientos expedidos por el Ministerio de Educación Nacional y lo establecido en el proyecto educativo institucional. El desempeño bajo se entiende como la no superación de los mismos. (p. 2)*

Debo mencionar que encontré, en algunos planes de área, criterios de evaluación que no necesariamente están relacionados con temas, pero sí están relacionados con el dominio afectivo. Por

consiguiente, dentro del concepto pedagógico criterios de evaluación distinguí tres categorías: criterios de evaluación relacionados con temas, criterios de evaluación establecidos en escalas de valoración y criterios de evaluación relacionados con el dominio afectivo.

## **2.2. Instrumentos de evaluación**

El segundo concepto pedagógico está relacionado con los instrumentos de evaluación. Estos instrumentos pueden ser evaluación escrita (individual o grupal), evaluación oral, exposiciones, talleres y portafolio de los estudiantes.

## **2.3. Evaluación**

El tercer concepto pedagógico corresponde a la evaluación.

*La evaluación en el aula es más que simplemente una prueba al final de la instrucción para ver el rendimiento de los estudiantes en condiciones especiales, [sino que] es más bien una parte integral de la instrucción que informa y guía a los profesores cuando toman decisiones sobre la instrucción. (NCTM, 2000, p. 22)*

Hay dos tipos de evaluación: la evaluación sumativa y la evaluación formativa. Estos dos tipos de evaluación se diferencian por su propósito.

### *Evaluación sumativa*

El propósito de la evaluación sumativa es determinar cuáles estudiantes tienen los conocimientos requeridos y cuáles no, y asignar calificaciones de acuerdo con ello, para clasificarlos y tomar decisiones con base en esa clasificación. Este tipo de evaluación tiende a convertirse en un mecanismo de control, selección, comparación y medición. Tradicionalmente, se parte de la idea de que primero se enseña y luego se evalúa (Romero y Gómez, 2018). Este modelo de evaluación tradicional entendida como una suma de calificaciones obtenidas a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje es lo que se conoce como evaluación sumativa.

### *Evaluación formativa*

La evaluación formativa tiene por objetivo propiciar el aprendizaje en los estudiantes en consonancia con los planteamientos del modelo de enseñanza-aprendizaje constructivista. La evaluación formativa se utiliza para promover un aprendizaje matemático con comprensión en los estudiantes y para mejorar el proceso de enseñanza. La evaluación formativa implica que el profesor recoge información sobre la actuación de sus estudiantes, la analiza y toma decisiones sobre su enseñanza con base en los resultados de esos análisis. La evaluación formativa incorpora la valoración de procesos de pensamiento, estrategias seguidas para la resolución de problemas, uso de materiales y recursos, habilidades de comunicación oral y escrita, actitudes, y comportamientos, entre otros (Romero y Gómez, 2018).

## **2.4. Resumen**

En la figura 24, presento las ideas claves para poder caracterizar la dimensión social en los documentos de planes de área con el fin de describir la forma como se aborda la evaluación y los instrumentos de evaluación en los planes de área de las instituciones educativas colombianas.

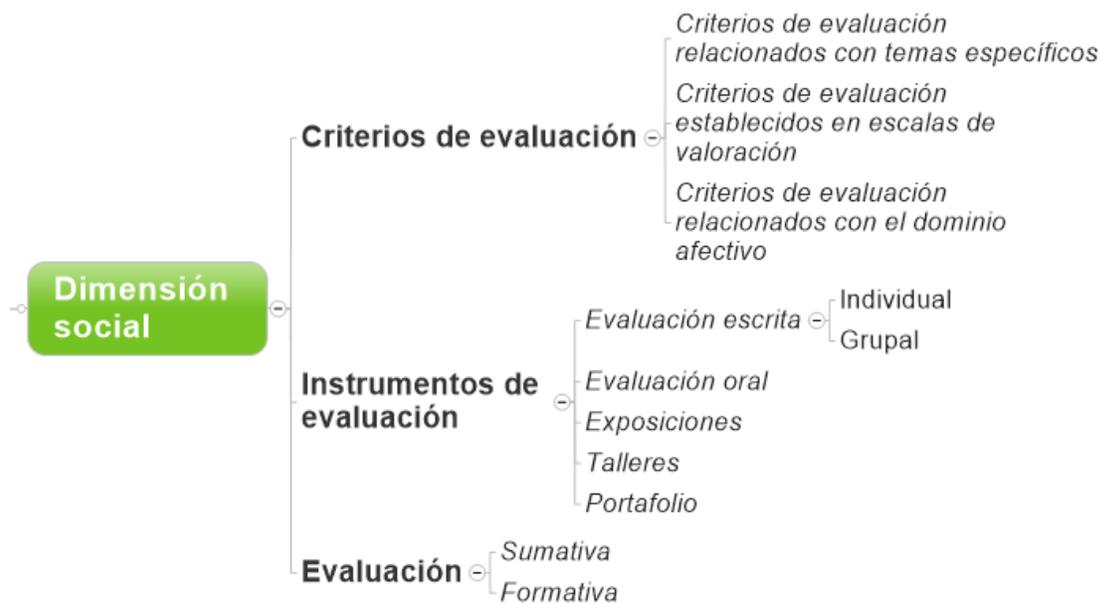


Figura 24. Estructura de la dimensión social

A continuación, presento la metodología con la que abordé este atributo en esta dimensión.

### 3. METODOLOGÍA

Para analizar el atributo Tratamiento didáctico de los temas desde el punto de vista de la dimensión social, me basé en el árbol de códigos de la figura 24. En cada plan de área, identifiqué y codifiqué los segmentos de texto que corresponden a cada código. Con base en esa información, establecí la proporción de planes de área que tienen al menos un segmento de texto codificado con los códigos de la rama Criterios de evaluación. Para esos planes de área, establecí las proporciones de segmentos de texto codificados con los tres códigos de esta rama: criterios de evaluación relacionados con temas, criterios de evaluación establecidos en escalas de valoración, y criterios de evaluación relacionados con el dominio afectivo. Realicé el mismo procedimiento para la rama instrumentos de evaluación y sus correspondientes códigos (examen escrito, examen oral, exposiciones, talleres, y portafolio); y para la rama denominada evaluación y sus dos códigos (sumativa y formativa). Finalmente, calculé los promedios de dichas proporciones.

### 4. RESULTADOS

De los 212 planes de área de la muestra, encontré que hay 35 planes de área (16,5%) que no tienen ningún código correspondiente a dichas ramas y, en consecuencia, no abordan la dimensión social. Realicé los análisis de los conceptos pedagógicos en la submuestra de los 177 planes de área restantes.

#### 4.1. Criterios de evaluación

Encontré que, de los 177 planes de área que abordan la dimensión social, hay 167 planes de área (94,35%) que contienen información relacionada con los criterios de evaluación. De estos 167 planes de área, hay 155 documentos (92,81%) que tienen criterios de evaluación relacionados con temas; 45 (26,94%) cuyos criterios de evaluación se encuentran establecidos en escalas de valoración y 70 que abordan criterios de evaluación relacionados con el dominio afectivo (41,91%). Al analizar la muestra de los 167 planes de área que abordan los criterios de evaluación, encontré que para la variable criterios de evaluación relacionados con temas, el promedio de los porcentajes de los segmentos de texto de cada plan de área etiquetados con este código corresponden al 75,43% del total de los segmentos de texto codificados con los criterios de evaluación; para la variable escalas de valoración, este promedio representa el 11,27%; y para los criterios relacionados con el dominio afectivo este promedio corresponde al 13,30%.

Para determinar la importancia relativa de los tres tipos de criterios de evaluación en los planes de área, elaboré la figura 25 al tener en cuenta las tres variables. Los valores de la figura 25 representan, para cada porcentaje, la cantidad de planes de área que tienen ese porcentaje de segmentos de texto en cada uno de los tres códigos que utilicé. Así, por ejemplo, en el valor del 100%, encontré que 76, 7 y 2 planes de área tienen todos sus segmentos de texto codificados con el código criterios de temas, escalas de valoración y criterios de tipo afectivo, respectivamente. Igualmente, en el valor del 50%, encontré que, en 17, 9 y 8 planes de área, el 50% de todos sus segmentos de texto han sido codificados con el código criterios de temas, escalas de valoración y criterios de tipo afectivo, respectivamente.

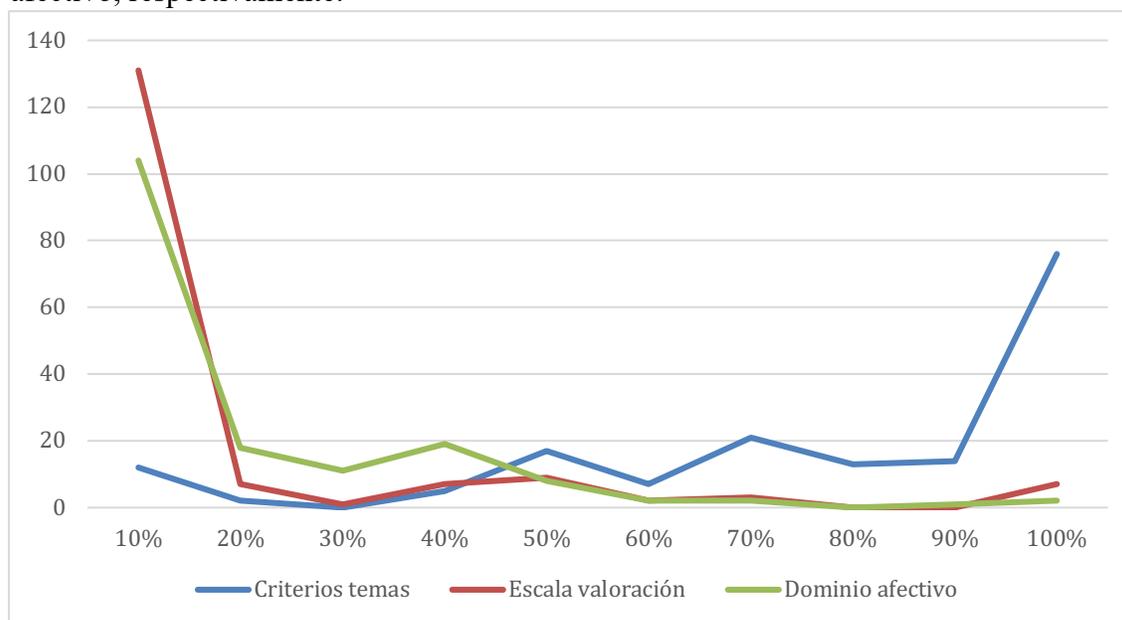


Figura 25. Gráfico de líneas de los tres tipos de criterios de evaluación

En la figura 25, observo que, en los planes de área de la muestra, se les da más importancia a los criterios de evaluación relacionados con temas, dado que a partir del porcentaje del 50%, la cantidad de planes de área cuya proporción de segmentos de texto codificados con el código de criterios

de evaluación relacionados con temas es mayor que con el resto de los códigos. Esta característica es especialmente destacable en la barra correspondiente al 100%. Estos datos ponen de manifiesto la importancia que, en los planes de área de la muestra, se da a los criterios de evaluación específicos a temas. Por otra parte, la figura 25 también muestra que los criterios de evaluación del dominio afectivo son más importantes que los que corresponden a las escalas de valoración: en casi todos los porcentajes, hay más planes de área en los que hay más segmentos de texto codificados con el código de criterios de tipo afectivo que con el código de escalas de valoración. Estas importancias relativas también se aprecian en términos de la cantidad de planes de área que tienen al menos un segmento de texto codificado con estos tres códigos, como lo mencioné anteriormente: criterios de temas (75,43%), escalas de valoración (11,27%) y criterios relacionados con el dominio afectivo (13,30%), aunque las diferencias no son tan marcadas. Cuando se mira el promedio de porcentajes de segmentos de texto codificados para cada código, se aprecia la diferencia entre los criterios relacionados con temas de las otras dos variables.

#### 4.2. Instrumentos de evaluación

Encontré que, de los 177 planes de área que abordan la dimensión social, hay 72 planes de área (40,66%) que contienen información relacionada con los instrumentos de evaluación. En la tabla 27, presento los resultados relacionados con los instrumentos de evaluación para esta submuestra. En la primera columna están los diferentes instrumentos, en la segunda columna está la cantidad de planes de área en los que se aborda alguno de los instrumentos de evaluación y en la tercera columna está el porcentaje de planes en relación con el total de documentos que abordan los instrumentos de evaluación. Cabe resaltar que un plan de área puede estar etiquetado con más de un código dado que se pueden contemplar diferentes instrumentos de evaluación en un mismo documento curricular.

Tabla 27  
*Resultados instrumentos de evaluación*

| Instrumento    | N  | Porcentaje |
|----------------|----|------------|
| Examen escrito | 69 | 95,83      |
| Examen oral    | 20 | 27,77      |
| Exposiciones   | 18 | 25         |
| Talleres       | 29 | 40,27      |
| Portafolio     | 5  | 6,94       |

Encontré que, de los 69 planes de área que abordan el examen escrito, hay 39 documentos (56,5%) en el que se utiliza el examen escrito individual, y hay 14 planes (20,28%) en el que se pone de

manifiesto el uso del examen escrito grupal. Hay 16 planes de área en los que no se puede diferenciar entre examen escrito individual o grupal.

Al analizar la muestra de los 72 planes de área que abordan los instrumentos de evaluación, encontré que, para la variable examen escrito, el promedio de los porcentajes de los segmentos de texto etiquetados de cada plan de área con este código corresponden al 69,68% del total de los segmentos de texto codificados con los instrumentos de evaluación; para la variable examen oral, este promedio representa el 7,74%; para las exposiciones el 8,07%; para los talleres el promedio, el 13,08%; y, para portafolio, el 1,41%.

Para analizar la importancia relativa de los diferentes instrumentos de evaluación en los planes de área, elaboré la figura 26. El eje vertical de la figura 26 corresponde al conteo de los diferentes planes de área y el eje horizontal corresponde al porcentaje de segmentos de texto que fueron codificados con cada código.

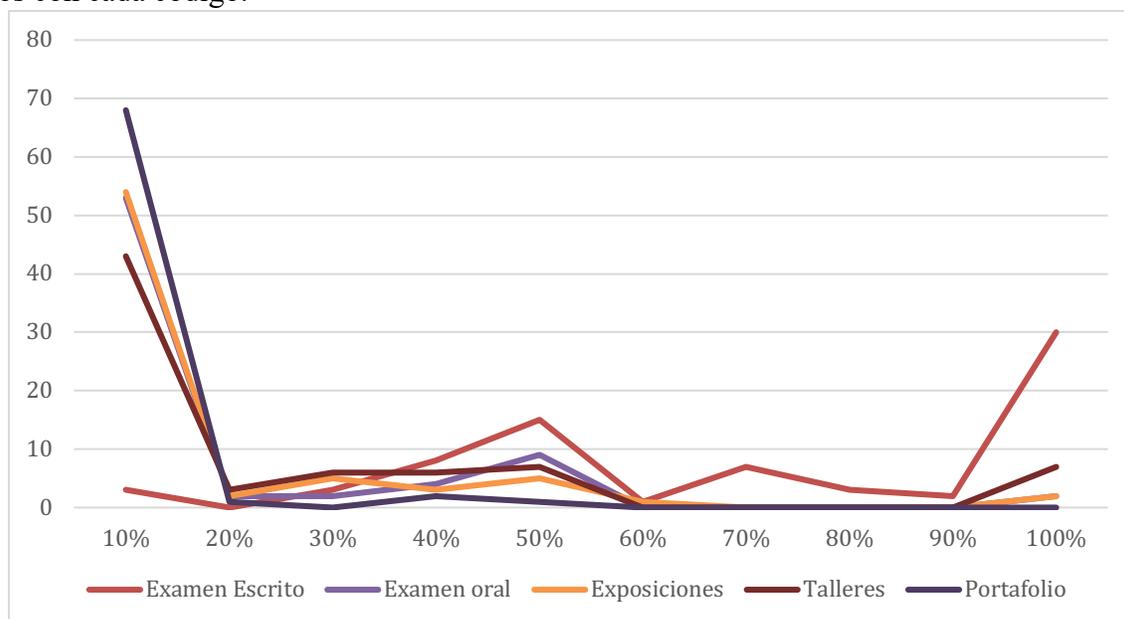


Figura 26. Gráfico de líneas de los diferentes instrumentos de evaluación

En la figura 26, observo que, en los planes de área de la muestra, el instrumento de evaluación que tiene más importancia relativa es el examen escrito. Esto lo puedo evidenciar en todos los porcentajes a partir del 40%, en los que se observa que la cantidad de planes de área cuya proporción de segmentos de texto codificados con el código de examen escrito es mayor que con el resto de los códigos. En particular, en la barra que corresponde al 100% hay 30 planes de área en los que todos los segmentos de texto fueron etiquetados con este código. También se observa, en la figura 26, que el instrumento de menor importancia relativa es el portafolio: en prácticamente todos los porcentajes, la cantidad de planes de área correspondientes al código de portafolio es menor que la de los demás códigos. También, observo que, después del examen escrito, los talleres y los exámenes orales tienen una importancia similar, puesto que, en casi todos los porcentajes en los que aparecen estos códigos, hay una cantidad similar de planes de área en los que aparecen estos códigos.

### 4.3. Tipos de evaluación

De los 177 planes de área que abordan la dimensión social, encontré que solo hay 41 planes de área (23,16%) que contienen información relacionada con los tipos de evaluación. Dentro de los 41 planes de área que tienen información relacionada con los tipos de evaluación, el 80,48% tienen al menos un segmento de texto etiquetado con evaluación formativa, mientras que el 39,02% de los planes de área tienen segmentos de texto que corresponden a la evaluación sumativa.

Los datos calculados ponen de manifiesto que, en los documentos de planes de área, hay muy poca información relacionada con los tipos de evaluación.

## 5. CONCLUSIONES

Encontré que el 16% de los planes de área de la muestra no abordan la dimensión social. Aunque son pocos los planes de área que no abordan esta dimensión, vale la pena señalar que aquellos planes de área que sí la abordan no entran en mayor detalle en relación con, por ejemplo, los diferentes instrumentos de evaluación o el tipo de evaluación que utilizan.

Dentro de los criterios de evaluación, puedo afirmar que los criterios de evaluación relacionados con temas son los que más se utilizan en los planes de área (casi el 93%). Esta situación muestra coherencia dentro de la malla curricular, dado que es en este documento donde se proponen los conceptos y las expectativas de aprendizaje que se espera que los estudiantes logren y, en consecuencia, la evaluación debe dar evidencia de dichos logros. También es relevante señalar que el 42% de los planes de área abordan criterios de evaluación de tipo afectivo, aunque solo el 33% de los planes de área mencionan expectativas de aprendizaje de tipo afectivo (ver capítulo 6).

En relación con los instrumentos de evaluación, encontré que la evaluación escrita es la que más se utiliza en clase, seguida de los talleres, siendo muy poco relevante el uso del portafolio. En los 41 planes de área que hacen referencia a tipos de evaluación, la evaluación formativa es a la que se les da más importancia relativa.

En resumen, los resultados muestran que las instituciones educativas abordan la dimensión social de forma muy superficial ya que no se mencionan los diferentes instrumentos de evaluación con mayor detalle y lo que sí se pone de manifiesto es que el instrumento que más se utiliza para valorar los procesos de los estudiantes sigue siendo la evaluación escrita individual.

# 9. ATRIBUTO ALINEACIÓN DE LOS PLANES DE ÁREA CON LOS ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS

En este capítulo, presento el atributo Alineación de los planes de área con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas en los siguientes apartados: revisión de la literatura, definición del atributo, metodología de análisis, resultados y conclusiones.

## 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

La investigación sobre la alineación con los estándares se inició en los años noventa en los Estados Unidos. Andrew Porter y Norman Webb fueron los pioneros en estudiar la relación entre la evaluación, el currículo y los procesos cognitivos expresados en los estándares estatales. En particular, Webb (1997b) estableció la alineación como “el grado en que las expectativas de aprendizaje y las evaluaciones están de acuerdo y sirven conjuntamente entre sí para guiar el sistema educativo hacia el aprendizaje de los estudiantes y lo que se espera que ellos deben saber y saber hacer” (p. 12). Este autor planteó doce criterios para estudiar la alineación, agrupados en cinco categorías: (a) enfoque de los contenidos, (b) articulación a través de los grados y las edades, (c) equidad e igualdad, (d) implicaciones pedagógicas y (e) aplicabilidad en el sistema. Estas cinco categorías pretenden ser un conjunto integral para juzgar la alineación entre las expectativas de aprendizaje y las evaluaciones. Cada categoría general y todas las subcategorías son importantes para determinar la coherencia de un sistema educativo en la medida en que las evaluaciones y las expectativas de aprendizaje convergen para favorecer y medir el aprendizaje de los estudiantes. En este modelo, cada uno de los criterios se mide en una escala de concordancia: completo, aceptable e insuficiente.

El modelo propuesto por Webb (1997b) proporciona una serie de procedimientos estadísticos que valoran la correspondencia entre el contenido en los estándares académicos propuestos por el estado y el contenido cubierto por la evaluación estatal. El modelo de Webb se ha utilizado para juzgar la alineación entre los estándares y las evaluaciones generales a gran escala para lengua y literatura, matemáticas, ciencias sociales y ciencias naturales en varios distritos escolares y más de 20 estados en los Estados Unidos. La información provista por los análisis de alineación que usan este método ha sido utilizada por los legisladores estatales para revisar los contenidos de los estándares y las evaluaciones, y verificar en qué medida varios elementos de las políticas se dirigen a las expectativas de aprendizaje que se espera logren los estudiantes.

Una de las principales motivaciones para el estudio de la alineación era la idea de que los objetivos “mejor alineados” aumentaban la posibilidad de que las múltiples componentes de cualquier sistema educativo distrital o del estado trabajaran por unos fines comunes. Lo anterior significa que no se trataba de la simple alineación entre los estándares y las evaluaciones, sino que el contenido enseñado a los estudiantes también debía estar orientado hacia esos objetivos. En caso de que los maestros enseñaran los contenidos que querían independientemente de lo que exigía el currículo, los estudiantes podrían tener éxito en el aula pero fallarían en las evaluaciones sin lograr comprender dónde necesitarían ayuda adicional (McGehee y Griffith, 2001).

Otros estudios sobre la alineación entre la evaluación y el currículo pretenden determinar la coherencia que existe en las reformas educativas basadas en los estándares (Polikoff et al., 2015). Dado que se espera que las evaluaciones estatales alineadas con los estándares están diseñadas para guiar la instrucción del profesor y aumentar los logros de las expectativas de aprendizaje por parte de los estudiantes, Polikoff et al. (2015) investigaron la coherencia entre los estándares y los contenidos evaluados en las pruebas. Estos autores encontraron que una proporción moderada de los contenidos que se evalúan se encuentra en el nivel incorrecto de demanda cognitiva en comparación con los estándares correspondientes a esos contenidos y viceversa. Específicamente, los autores encontraron que entre el 17% y el 27% del contenido en una prueba típica cubre temas no mencionados en los estándares correspondientes. Aunque estos estudios indagaron sobre la alineación entre los documentos establecidos por el legislador y las evaluaciones estandarizadas, no centraron su atención en los documentos de la planificación de aula.

Los investigadores de alineación curricular afirman que, en un sistema educativo coherente, el plan de estudios previsto, aprobado y evaluado debe estar bien alineado (Porter, 2002; Porter y Smithson, 2001; Webb, 1997b). A efectos de alineación, estos autores distinguen entre el contenido de tres tipos de currículos: los currículos oficial, implementado y evaluado (Travers y Westbury, 1989). El currículo oficial establece los contenidos estándar para una materia y nivel de grado en particular. El contenido de la instrucción impartida por los maestros en el aula designa el currículo implementado, y el contenido medido por las evaluaciones de los alumnos representa el currículo evaluado. Las preocupaciones acerca de la alineación se refieren al nivel de acuerdo entre estos currículos (es decir, la superposición de contenido) y la medida en que sirven conjuntamente para facilitar el aprendizaje de los estudiantes. No obstante, es difícil discutir los principios básicos de alineación que resultan en un sistema educativo en el que los diversos elementos están en armonía unos con otros. En este sentido, este sería un sistema de educación en el que lo que los estudiantes deben saber (currículo oficial) es coherente con lo que se les enseña (currículo implementado) y se corresponde con la forma en que se evalúan para determinar sus niveles de rendimiento (currículo evaluado). Sin embargo, la realidad es que la alineación curricular es un proceso dinámico y complejo (Ziebell y Clarke, 2018).

Los libros de texto también han sido objeto de estudio desde el punto de vista de la alineación. Por ejemplo, Polikoff (2015) logró identificar una serie de problemas que limitan la implementación de estándares de contenido en el aula, dado que, en los libros de texto estudiados, los resultados indican áreas sustanciales de desalineación; en particular, enfatizan en exceso los procedimientos y la memorización en relación con los estándares, entre otras debilidades. Para analizar este tipo de alineación, Polikoff (2015) utilizó el modelo *Surveys of the Enacted*

Curriculum Alignment Model (SEC). Este modelo tiene tres características principales: (a) un marco de lenguaje común; (b) un índice general de alineación, así como tres medidas de resumen; y (c) resultados gráficos del contenido. Para analizar la alineación entre los currículos oficiales, implementado y evaluado, el modelo permite la traducción del contenido de cada currículo en una matriz de contenido individual en dos dimensiones. La primera dimensión identifica temas de contenido específicos. La segunda dimensión se refiere a las expectativas respectivas para el rendimiento de los estudiantes: las llamadas categorías de demanda cognitiva (CCD). De manera similar a la taxonomía de Bloom, la SEC emplea cinco CCD que describen las tareas cognitivas que se exigen a los estudiantes, como recordar hechos básicos, realizar procedimientos computacionales o reconocer patrones. En este estudio, se analizó el grado de alineación el cuarto grado de matemáticas. Los hallazgos discrepan de las afirmaciones de alineación de las compañías editoras de textos y motivan una mayor investigación sobre la alineación del currículo.

Kurz et al. (2010) analizaron la alineación entre el contenido del currículo oficial de matemáticas de octavo grado, contemplado en los planes de estudio, para la educación general y especial, y lo establecido en los estándares estatales. Estos autores asumen la alineación como el grado en que dos o más elementos están de acuerdo entre sí. En consecuencia, analizan la alineación entre los estándares curriculares, la instrucción y la evaluación, dado que facilita la comunicación sobre el contenido que se espera que los alumnos aprendan y el contenido que los maestros deben enseñar. Los resultados de esta investigación dan cuenta de una baja alineación entre el currículo oficial descrito en los planes de estudio y los estándares estatales, sin diferencias significativas entre la educación general y la especial.

En Colombia, López (2013) analizó el grado de alineación entre las evaluaciones estandarizadas de matemáticas y lo propuesto en los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006). En este estudio, el autor analizó la alineación con base en el modelo propuesto por Webb (1997b). Los resultados de esta investigación sugieren que el grado de alineación entre las evaluaciones estandarizadas y los estándares no es el más adecuado, dado que se puso de manifiesto la falta de alineación entre las preguntas de las evaluaciones y los contenidos descritos en los estándares.

Gómez y Restrepo (2012) se interesaron en caracterizar la dimensión cognitiva del currículo en una muestra de conveniencia de 18 planes de área de instituciones escolares de Bogotá y sus cercanías. Estos autores caracterizaron estos documentos de acuerdo con tres criterios: (a) el nivel de generalidad con el que se trata, (b) los términos que las instituciones utilizan para esta dimensión, y, (c) la coherencia y la estructura con la que las instituciones la describen. En esta investigación, se llega a la conclusión de que existe una gran diversidad en el diseño curricular. Esta diversidad de aproximaciones a la planificación curricular es una consecuencia natural de la libertad que las instituciones tienen con motivo de la autonomía curricular establecida en la ley. No obstante, la relación entre lo que las instituciones proponen en su currículo y los estándares estatales actuales (MEN, 2006) no es clara.

En resumen, encontré que, en la literatura, existe investigación relacionada con la alineación entre el currículo, las evaluaciones y los estándares estatales. Sin embargo, se pone de manifiesto la necesidad de analizar, dentro de un contexto de autonomía curricular como el colombiano, la medida de alineación que hay entre el currículo establecido en los documentos de planes de área

de matemáticas de educación media, elaborados por los docentes de cada institución educativa, y lo que se establece en el documento de los estándares. Como explico a continuación, la noción de alineación se puede interpretar de diversas maneras. Abordé el objetivo de esta investigación con base en los contenidos matemáticos, dado que estos son el elemento intermedio para poder establecer la alineación entre la planificación institucional y los documentos curriculares.

### **1.1. Noción de alineación**

Encontré, dentro de la literatura, que hay dos aproximaciones al estudio de la alineación del currículo con los estándares. Una primera aproximación está centrada en el estudio de la alineación entre las evaluaciones estatales y el currículo, o entre los libros de texto y el currículo (Polikoff et al., 2015; Ramos y Casas, 2016; Roach, Elliott y Webb, 2005; Webb, 1997b). Esta primera aproximación pone de manifiesto una definición común de alineación como “la medida en que las expectativas y evaluaciones están de acuerdo y sirven en conjunto para guiar el sistema hacia los estudiantes a aprender lo que se espera que sepan y hagan” (Webb, 1997b, p.12). Esta definición particular se enfoca en las evaluaciones y las expectativas de aprendizaje establecidas en una legislación, pero lleva implícito un estudio de los contenidos que se enseñan y evalúan.

Una segunda aproximación es el estudio de la alineación centrado en los contenidos que se proponen dentro de un plan de estudios (Kurz et al., 2010). La alineación se entiende como la forma de establecer en qué medida un plan de estudios aborda los contenidos que se presentan en los estándares. La alineación se mide en términos de la concordancia entre los contenidos. Si bien los estándares expresan las expectativas de aprendizaje que un estudiante debe alcanzar, se identifican claramente unos contenidos matemáticos en estos documentos.

En este estudio, voy a asumir la alineación con los estándares como la medida en que los planes de área de matemáticas abordan los contenidos propuestos en los estándares. La alineación con los estándares es, por tanto, un atributo de los planes de área colombianos. Con este atributo, busco determinar, para un plan de área dado y unos temas específicos, en qué medida ese plan de área atiende los estándares que se proponen para esos temas. Además, al analizar una muestra adecuada de planes de área, puedo caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos desde la perspectiva de su alineación con los estándares.

## **2. NOCIÓN DE ALINEACIÓN**

El atributo alineación con los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) consiste en determinar qué tan alineados se encuentran los documentos de planes de áreas con lo propuesto por el MEN en los Estándares Básicos de Competencias con base en determinar cuánto se cubre de los temas en los planes de área de acuerdo con lo que se plantea en el documento oficial de los estándares. Resulta natural indagar sobre la relación entre lo que se encuentra en los planes de área y lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en el documento de los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006). Este atributo me debe permitir distinguir aquellos planes de área que siguen los lineamientos del MEN de aquellos que no lo hacen y, para los documentos que siguen los documentos oficiales, determinar en qué medida están relacionados. Dadas las

características del documento de referencia, para este atributo, centré mi atención en la dimensión conceptual del currículo.

### 3. METODOLOGÍA

En este apartado, describo la muestra de planes de área que se utilizó para analizar este atributo, la medida de análisis de este atributo y las variables que se construyeron.

#### 3.1. Muestra de planes de área

Para caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos en relación con el atributo alineación con los estándares, utilicé la muestra representativa de instituciones educativas que presenté en el capítulo 4. En este caso, tuve en cuenta tres características de las instituciones: el sector, la zona y el carácter. Las instituciones educativas colombianas pueden ser del sector oficial o no-oficial. La zona de ubicación de la institución puede ser rural o urbana. El carácter o modalidad corresponde con el tipo de educación que ofrecen las instituciones educativas y puede ser de carácter académico o técnico. De esta manera, construí  $2^3$  grupos de instituciones, esto es, ocho diferentes estratos que cumplen estas tres características. En la tabla 28, presento la información relacionada con los diferentes estratos, la cantidad de instituciones educativas que hay en cada estrato, la proporción del total de instituciones educativas y la cantidad de instituciones que se deben seleccionar para una muestra representativa de tamaño 212.

Tabla 28  
*Estratos de la muestra representativa*

| Estrato                     | Tamaño | Proporción | n  |
|-----------------------------|--------|------------|----|
| No Oficial-Rural-Académico  | 161    | 0,019      | 4  |
| No Oficial-Rural-Técnico    | 27     | 0,003      | 1  |
| No Oficial-Urbano-Académico | 1957   | 0,230      | 49 |
| No Oficial-Urbano-Técnico   | 457    | 0,054      | 11 |
| Oficial-Rural-Académico     | 1513   | 0,178      | 37 |
| Oficial-Rural-Técnico       | 1195   | 0,141      | 30 |

Tabla 28  
*Estratos de la muestra representativa*

|                          |      |       |     |
|--------------------------|------|-------|-----|
| Oficial-Urbano-Académico | 1508 | 0,178 | 37  |
| Oficial-Urbano-Técnico   | 1673 | 0,197 | 42  |
| Total                    | 8491 | 1,000 | 212 |

### 3.2. Obtención de la medida de alineación de un plan de área

Después haber definido la alineación con los estándares como la medida en que los planes de área de matemáticas abordan los contenidos propuestos en los estándares y al atender el proceso de codificación que se presentó en el capítulo de metodología (capítulo 4), cuantifiqué esa medida como el porcentaje de códigos que dicho plan de área comparte con los estándares. Para obtener esta medida, codifiqué, por un lado, el plan de área en los tres temas señalados y, por otro lado, el documento de los estándares en los mismos temas (como si este fuera un plan de área). El documento de los estándares fue codificado con 55 códigos para los tres temas, de los cuales 13 fueron para el tema de cónicas, 22 para el tema de la derivada, y 20 para el tema de estadística. La medida de alineación de un plan de área se obtiene al dividir la cantidad de códigos compartidos con los estándares entre los 55 códigos de los estándares (multiplicado por 100). Registré esta medida en una variable denominada Alineación. Por ejemplo, la alineación de un plan de área que comparte 11 códigos con el documento de los estándares es  $\frac{11}{55} \times 100\% = 20\%$ . Abordé la caracterización de los planes de área en relación con el atributo alineación con base en la variable Alineación.

## 4. RESULTADOS

En este apartado, presento los resultados correspondientes al atributo alineación con los estándares: los resultados de la alineación global, los resultados de la alineación de acuerdo con los estratos definidos, las inferencias a la población y los resultados de alineación por temas.

### 4.1. Alineación global

En la figura 27, presento el histograma de frecuencias de la variable Alineación para los 212 planes de área analizados. La prueba de Kolmogorov–Smirnov me permite afirmar, con un nivel de confianza del 95%, que los datos muestrales siguen una distribución normal.

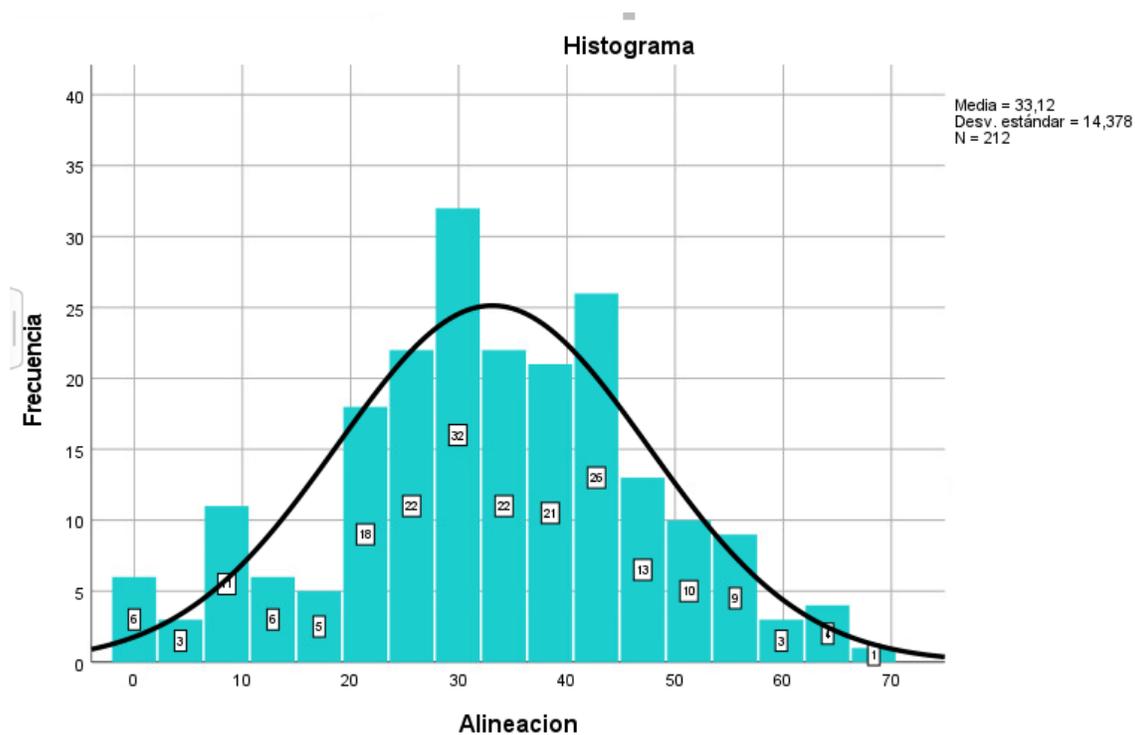


Figura 27. Histograma de frecuencias de la variable Alineación

Observo, en la figura 27, que hay 32 planes de área que están alineados con los estándares en un 32%, siendo esta la mayor frecuencia. Encuentro, en el primer cuartil, que los planes de área atienden a los estándares en un 24,78%; esto es, los planes de área comparten a lo sumo 14 códigos de los 55 posibles con este documento, mientras que en el tercer cuartil los planes de área atienden a los estándares en un 42,73%. El rango intercuartil es de 17,94%.

Al analizar la variable Alineación, encontré que la media muestral es de  $\bar{x} = 33,12\%$  y la desviación estándar es  $s = 14,38\%$ . Esto me permite interpretar que el porcentaje de códigos que comparten los planes de área con los estándares es bajo. Además, los datos muestrales presentan una dispersión alta. El rango muestral es de 67,52%. En la muestra encontré 6 planes de área cuya alineación con los estándares es del 0%, en tanto que existe por lo menos un plan de área que tiene una alineación del 67,52%.

Con una confianza del 95%, establecí que el valor de la media de poblacional está en el intervalo (31,16%, 35,06%) y el de la desviación poblacional en el intervalo (12,44%, 16,31%). Esta información me permite interpretar que los planes de área colombianos se alinean en promedio en poco menos de una tercera parte con los estándares.

#### 4.2. Alineación por estratos

A continuación, presento el análisis de la alineación de los planes de área con los estándares de acuerdo con tres categorías: área geográfica (rural y urbano), tipo de institución (público y privado) y tipo de educación media (académico y técnico). En la figura 28, presento las gráficas de cajas para las seis variables de estas tres categorías. Observo que las medianas de las seis variables son

muy parecidas, así como su dispersión. En la variable rural, encontré tres datos distantes que analizaré más adelante.

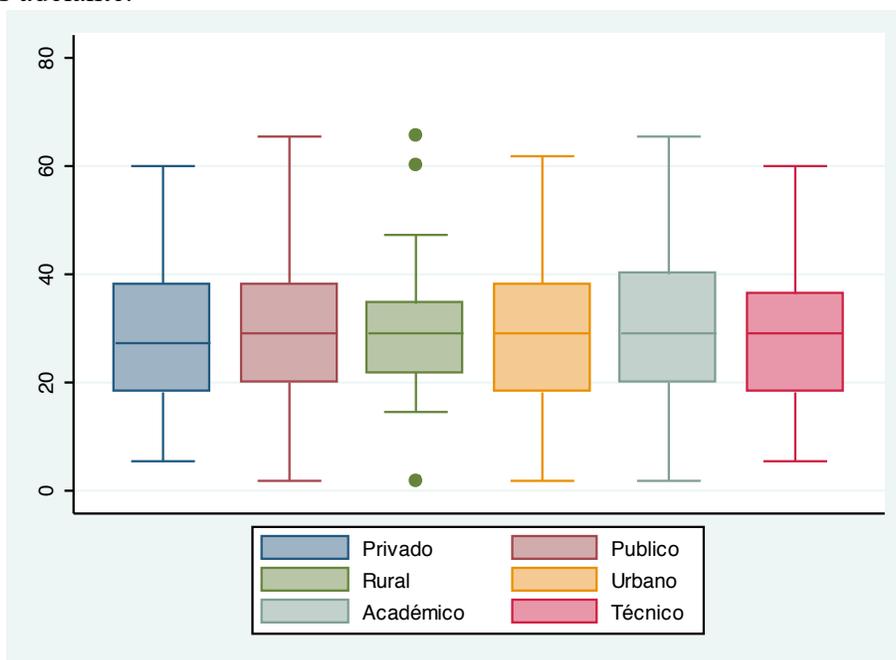


Figura 28. Diagrama de cajas para las seis variables

La alineación por tipo de institución me permite realizar la comparación entre las instituciones públicas y privadas. En la figura 29, presento los histogramas de frecuencias para la variable Alineación para las dos submuestras de este estrato.

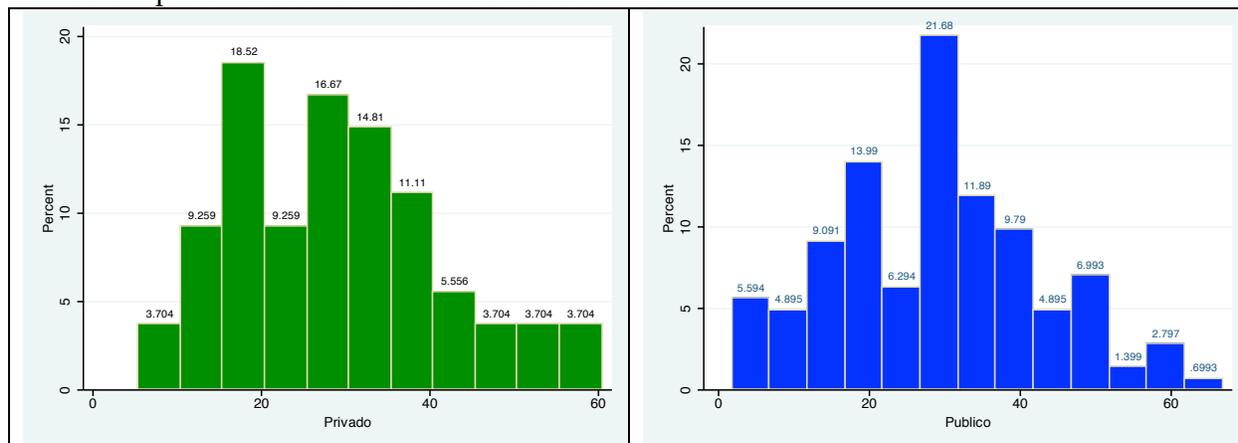


Figura 29. Histogramas de frecuencias para las variables público y privado

Completo esta información gráfica con la tabla 29, en la que presento tres estadísticos para las dos muestras de este estrato. A la luz de los estadísticos muestrales, encontré que la media de alineación de las instituciones educativas privadas es de  $\bar{x} = 28,92\%$ , mientras que la media de las instituciones educativas públicas es  $\bar{x} = 29,29\%$ .

Tabla 29  
*Estadísticos para tipo de institución*

| Descriptivo | N   | Media | Desviación estándar |
|-------------|-----|-------|---------------------|
| Privado     | 58  | 28,92 | 12,92               |
| Público     | 154 | 29,29 | 13,57               |

Con un nivel de confianza del 95%, no es posible rechazar la hipótesis nula de igualdad en medias y desviaciones estándar para las instituciones educativas públicas y privadas. Adicionalmente, no puedo rechazar la hipótesis nula de igualdad de distribuciones para ese nivel de confianza.

Al realizar la comparación entre las instituciones académicas y las técnicas, encontré que la media de alineación de las instituciones educativas académicas es de  $\bar{x} = 29,67\%$ , mientras que la media de las instituciones educativas técnicas es  $\bar{x} = 28,63\%$  y sus desviaciones son 13,98% y 12,63% respectivamente. En la figura 30, presento los histogramas para las dos variables de este estrato.

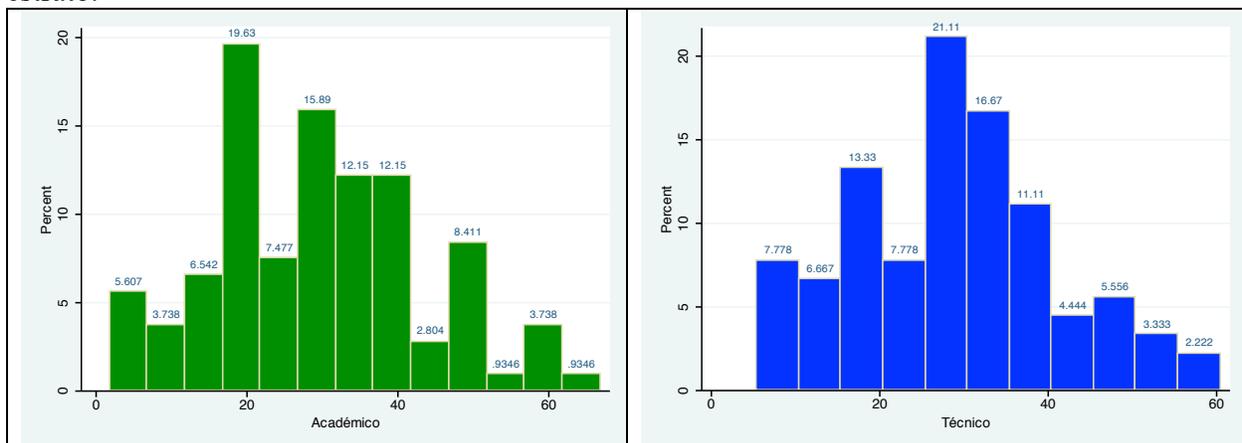


Figura 30. Histogramas de frecuencias para las variables académico y técnico

Con un 95% de confianza, concluyo que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de igualdad entre las medias y de igualdad entre las desviaciones estándar de la población de colegios académicos y técnicos. Tampoco puedo rechazar la hipótesis nula de igualdad de distribuciones.

Finalmente, analicé la alineación con los estándares entre las instituciones rurales y urbanas. En la figura 31, presento los histogramas para la variable Alineación en las submuestras de este estrato.

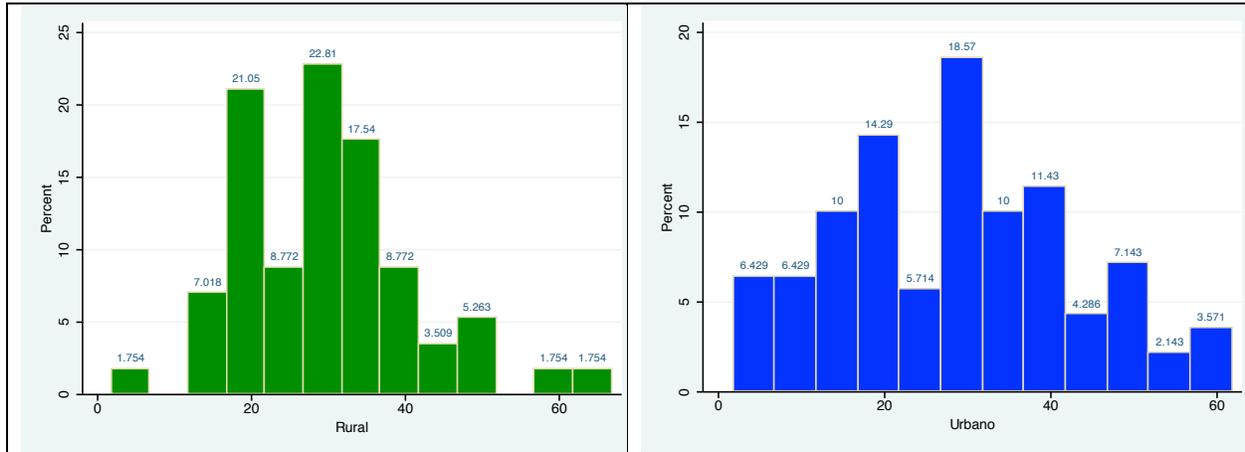


Figura 31. Histogramas de frecuencias para las variables rural y urbano

Al analizar la gráfica de la variable rural, encuentro que esta variable tiene tres valores atípicos. Procedí a realizar el análisis en este estrato eliminando estos valores. En la tabla 30, presento tres estadísticos para la variable Alineación en las submuestras de este estrato.

Tabla 30  
*Estadísticos por área geográfica*

| Descriptivo | n   | Media | Desviación estándar |
|-------------|-----|-------|---------------------|
| Rural       | 68  | 29,92 | 11,35               |
| Urbano      | 144 | 28,90 | 14,13               |

Encontré que la media de alineación de las instituciones educativas rurales es de  $\bar{x} = 29,92\%$ , mientras que la media de las instituciones educativas urbanas es  $\bar{x} = 28,90\%$ . Con un nivel de confianza del 95%, no puedo rechazar la hipótesis nula de igualdad de las medias para estas dos variables. Sin embargo, al excluir los tres datos distantes del estrato rural y realizar la prueba de hipótesis con hipótesis nula de igualdad de desviaciones estándar e hipótesis alternativa en la que la desviación estándar de urbano es mayor que rural, hay evidencias suficientes para rechazar la hipótesis nula a un nivel de confianza del 95%.

### 4.3. Alineación por temas

En este apartado, presento los resultados que se obtuvieron en relación con la alineación con los estándares para cada uno de los temas analizados en la presente investigación.

#### *Alineación del tema Cónicas*

Para el tema de cónicas, encontré que la variable *Alineación\_Cónicas* tiene un rango de 71,79 siendo 0 el menor valor y 71,79 el mayor valor. Esta variable tiene una media de  $\bar{x} = 31,46\%$ . La media de esta variable me indica que los 212 planes de la muestra comparten en promedio un

porcentaje de 31,46 con los estándares. Esta variable tiene una desviación estándar de  $s = 19,82\%$ . Presento los descriptivos de la variable *Alineación\_Cónicas* en la tabla 31.

Tabla 31  
*Descriptivos variable Alineación\_Cónicas*

| Descriptivo         | Valor   |
|---------------------|---------|
| Media               | 31,4586 |
| Moda                | 23,076  |
| Mediana             | 32,0512 |
| Desviación estándar | 19,8235 |
| Varianza            | 392,971 |
| Rango               | 71,79   |
| Mínimo              | 0       |
| Máximo              | 71,79   |

Encontré que 30 planes de área tienen alineación cero con los estándares en el tema de cónicas. También encontré que 45 planes de área atienden a los estándares sólo en el 23,08%, siendo este la mayor frecuencia. Hay 12 planes de área que tienen una alineación mayor al 60% con los estándares. En la figura 32, presento el histograma de frecuencias de la variable *Alineación\_Cónicas*.

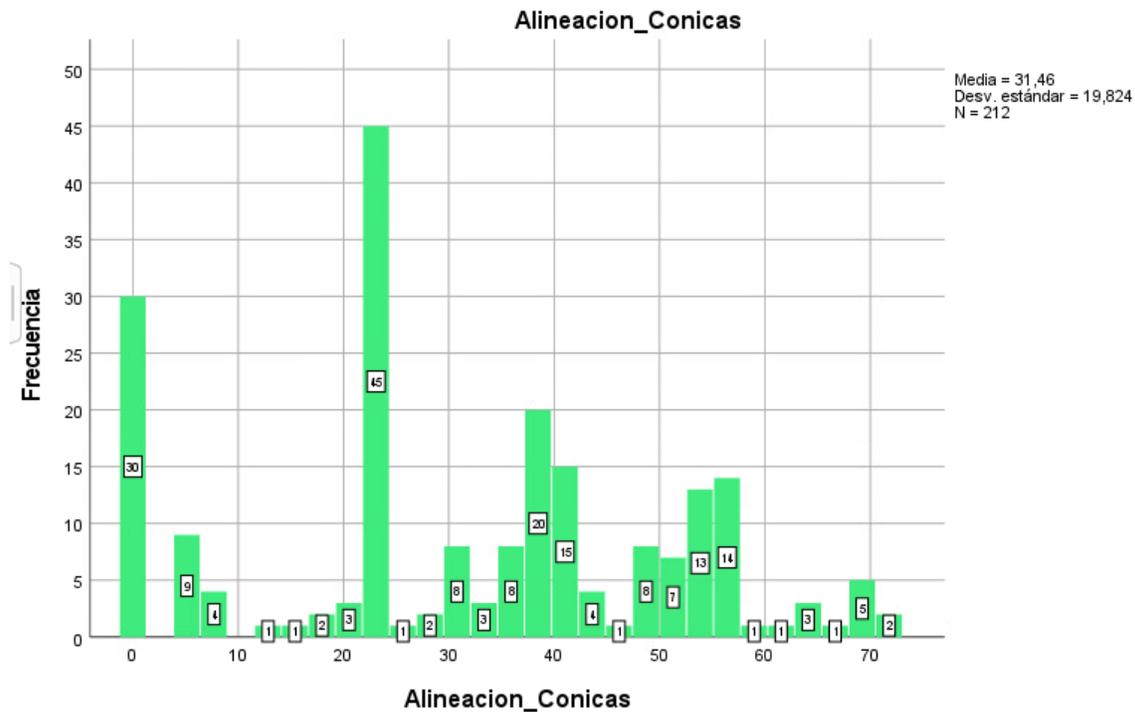


Figura 32. Histograma de frecuencias de la variable Alineación\_Cónicas

El intervalo de confianza a un nivel del 95% para la estimación de la media poblacional de esta variable es (28,77%, 34,14%). Asimismo, el intervalo de confianza para estimar la desviación poblacional con un nivel de confianza del 95% es (17,15%, 22,49%).

#### *Alineación del tema Derivada*

Para el tema de la derivada, encontré que la variable *Alineación\_Derivada* tiene un rango de 90,91, siendo 0 el menor valor y 90,91 el mayor valor, esto significa que hay al menos un plan de área que se adecúa en esa proporción con los estándares en este tema. Esta variable tiene una media de  $\bar{x} = 42,89\%$ . La media de esta variable me indica que los 212 planes de la muestra comparten en promedio un porcentaje de 42,89 con los estándares. Esta variable tiene una desviación estándar de  $s = 21,06\%$ . Presento los descriptivos de esta variable en la tabla 32.

Tabla 32  
*Descriptivos variable Alineación\_Derivada*

| Descriptivo         | Valor    |
|---------------------|----------|
| Media               | 42,8923  |
| Moda                | 0        |
| Mediana             | 45,4545  |
| Desviación estándar | 21.0633  |
| Varianza            | 443,6655 |
| Rango               | 90,91    |
| Mínimo              | 0        |
| Máximo              | 90,91    |

Encontré que 18 planes de área no comparten ningún código en el tema de derivada con los estándares, mientras que 20 planes de área se adecuan en un 40,91% siendo este la mayor frecuencia, seguido de 38 planes de área cuya alineación es en promedio entre 50% y 56,82%. En la figura 33, presento el histograma de frecuencias de la variable *Alineación\_Derivada*.

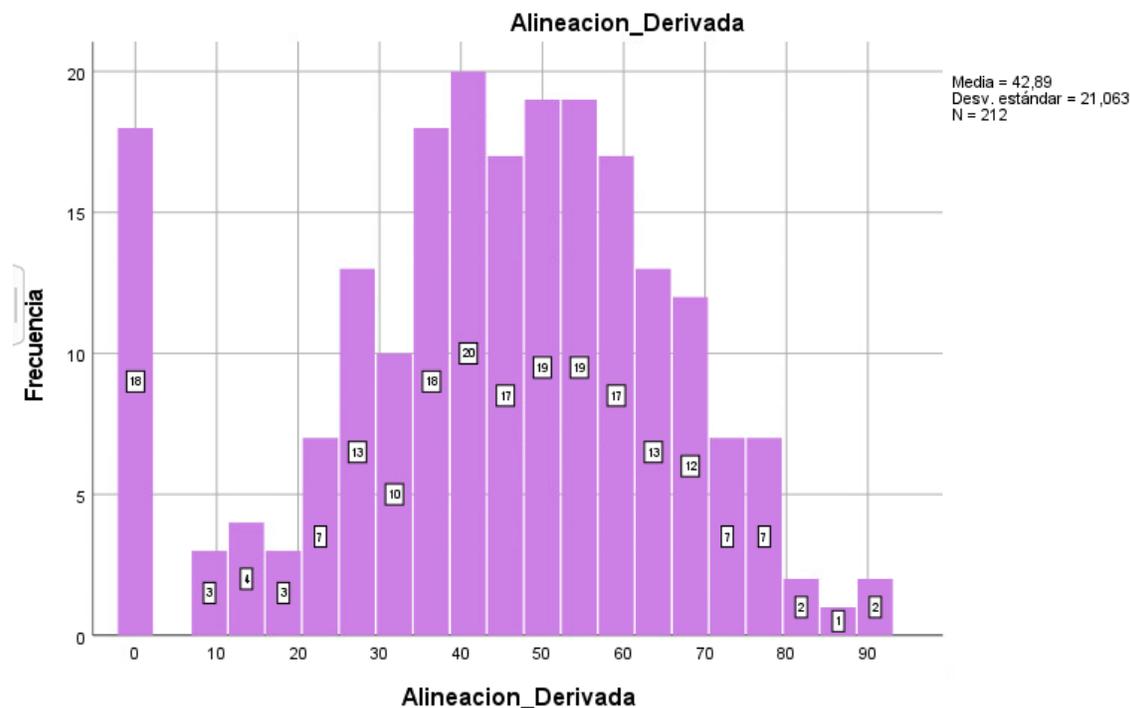


Figura 33. Histograma de frecuencias de la variable Alineación\_Derivada

El intervalo de confianza a un nivel del 95% para la estimación de la media poblacional de esta variable es (40.04%, 45.74%). Con base en este intervalo de confianza, puedo rechazar la hipótesis nula de que las medias de la variable *Alineación* y *Alineación\_Derivada* son iguales. Esto es, no hay evidencia significativa que me permita afirmar que las medias poblacionales son iguales. El intervalo de confianza para estimar la desviación poblacional a un nivel de confianza del 95% es (18.22%, 23.90%).

#### *Alineación del tema Estadística descriptiva*

Para el tema de la estadística descriptiva, encontré que la variable *Alineación\_Estadística* tiene un rango de 88,24, siendo 0 el menor valor y 88,24 el mayor valor, esto significa que los planes de área se adecuan en un 88,24% con los estándares en este tema. Esta variable tiene una media de  $\bar{x} = 22,36\%$ . La media de esta variable me indica que los 212 planes de la muestra comparten en promedio un porcentaje de 22,36 con los estándares. Sin embargo, esta variable tiene una desviación estándar de  $s = 21,29\%$ , lo cual indica que hay una gran variabilidad en la adecuación de los planes de área con los estándares. En la tabla 33, presento los descriptivos de la variable *Alineación estadística*.

Tabla 33  
*Descriptivos variable Alineación Estadística*

| Descriptivo         | Valor    |
|---------------------|----------|
| Media               | 22,36404 |
| Moda                | 0        |
| Mediana             | 20,5882  |
| Desviación estándar | 21,29469 |
| Varianza            | 453,4641 |
| Rango               | 88,23    |
| Mínimo              | 0        |
| Máximo              | 88,23    |

Encontré que 74 planes de área no comparten ningún código en el tema de estadística descriptiva. Procedí a revisar la codificación y encontré que hay planes de área que en la educación media abordan el tema de la probabilidad, mientras que el tema de la estadística descriptiva se estudia en los cursos inferiores. En la figura 34, presento el histograma de frecuencias de la variable *Alineación Estadística*.

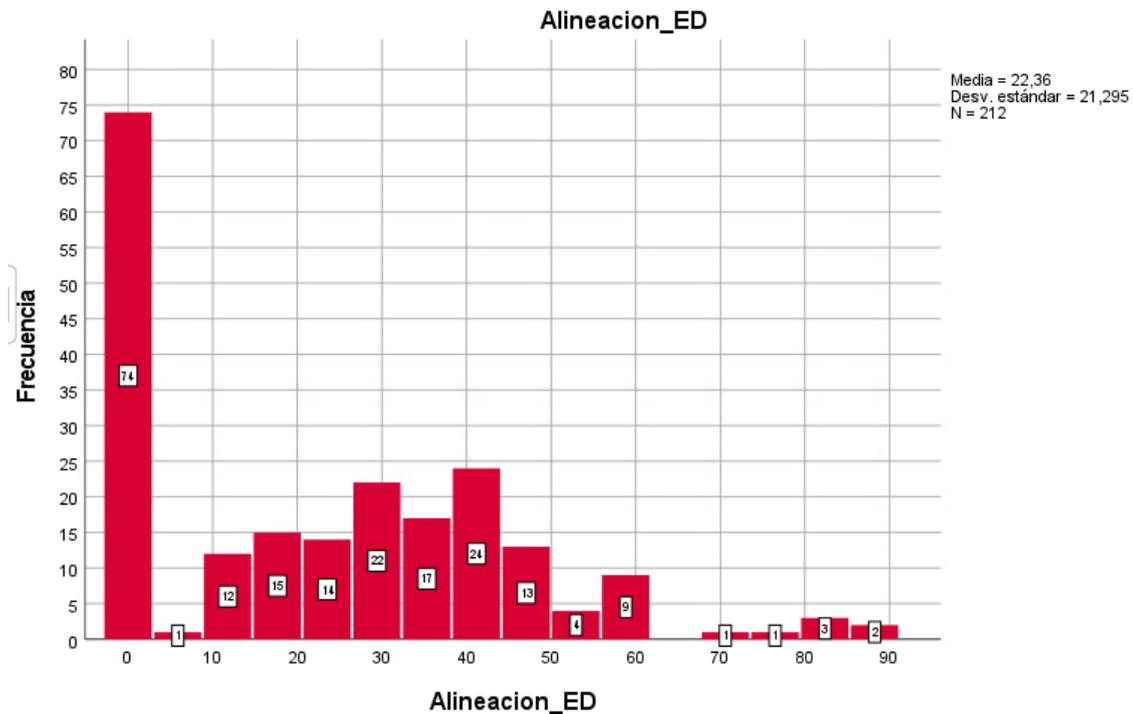


Figura 34. Histograma de frecuencias de la variable Alineación\_ Estadística

El intervalo de confianza a un nivel del 95% para la estimación de la media poblacional de esta variable es (19.48%, 25.25%). Con base en este intervalo de confianza, puedo rechazar la hipótesis nula de que las medias de la variable *Alineación* y *Alineación estadística* son iguales. Esto es, no hay evidencia significativa que me permita afirmar que las medias poblacionales son iguales. El intervalo de confianza para estimar la desviación poblacional a un nivel de confianza del 95% es (18.42%, 24,16%).

## 5. CONCLUSIONES

Encontré en la muestra que hay siete instituciones educativas que tienen una mejor alineación con los estándares. Estas instituciones educativas son de carácter público y ofrecen educación media en la modalidad académica. Dos instituciones son rurales y las otras cinco son urbanas. Por otro lado, encontré que hay 31 planes de área que tienen una alineación baja con los estándares. La baja alineación de los planes de área con los estándares que encontré en este estudio es un fenómeno que ya se ha puesto de manifiesto en otros estudios en los que se ha analizado la alineación entre estándares y el currículo (Polikoff et al., 2011), y las evaluaciones estandarizadas y el currículo (López, 2013). En estos estudios se concluye que hay muy poca alineación entre el currículo y los estándares (entre 17% y 27%). Se obtienen resultados similares para la alineación entre las evaluaciones estatales y los estándares.

Dada la importancia que, durante los últimos 15 años, el MEN ha dado a que las instituciones educativas atiendan los estándares (MEN, 2006), los resultados que presento en este estudio son preocupantes, puesto que, en un contexto de autonomía curricular como el colombiano, se aprecia que las instituciones educativas, al parecer, no pudieron adaptarse al documento de los estándares. Este resultado tiene una implicación en la política pública educativa, ya que proponer un documento curricular no significa que, al interior de los colegios, se va a implementar de forma automática y, en consecuencia, la calidad de la educación va a mejorar. Como lo muestro en este estudio, después de 15 años de esfuerzos, las instituciones educativas se están alineando de una manera muy débil a esas propuestas de parte del MEN. Sin embargo, el hecho de que haya planes de área que logren atender 36 de los 55 códigos (3,8%) permite pensar que atender los estándares no es una tarea imposible.

Resulta interesante indagar por qué no hay planes de área que se acerquen al 100% de alineación con los estándares. Puedo conjeturar que esto depende del nivel de concreción de la información que se presenta en los planes de área. En el siguiente capítulo, presento los resultados del atributo nivel de concreción. Entiendo que este documento está dentro del currículo oficial de las diferentes instituciones educativas. Sin embargo, constaté que, además de los planes de área, existen los planes de aula, documentos que contienen información más detallada sobre lo que se ejecuta en el aula de clase. No obstante, conjeturo que, ante la obligación de producir un documento de planificación institucional y la dificultad de los profesores para hacerlo, una cierta proporción de instituciones contrataron empresas que produjeron esos documentos, en un momento en el que no se habían publicado los estándares. La revisión del plan de área en un colegio es algo que, al parecer, se hace en un par de días al inicio de un curso académico.

En relación con la dispersión, encontré que las instituciones educativas abordan con gran variabilidad sus planes de área. Esto parece ser consecuencia del contexto de autonomía curricular, que ha generado gran variedad de aproximaciones a la planificación institucional. No obstante, encontré que se puede rechazar la hipótesis de igualdad de desviaciones estándar para el estrato de área geográfica.

El análisis de la alineación de los planes de área por temas, arrojó que hay gran dispersión en la alineación de los tres temas. Encontré que hay muy baja alineación en el tema de estadística. Este fenómeno puede darse dado que el tema de estadística descriptiva se aborda, en varios planes de área, en grados inferiores a décimo grado. Sin embargo, en el tema de cónicas y derivada también la alineación con los estándares es baja, dado que en promedio atienden en un 31% en cónicas y en un 40% en derivada. Esta situación pone de manifiesto que en los planes de área se atiende poco a los temas que se establecen en los estándares básicos de competencias.

No hay claridad del vínculo entre el plan de área y lo que los profesores hacen en el aula. Tampoco se conoce la relación entre las características del plan de área y el rendimiento de los estudiantes en las pruebas estandarizadas. Estas son cuestiones que se pueden abordar en otros estudios. Queda por entender por qué la alineación es tan baja y de qué depende este resultado.

# 10. ATRIBUTO CUBRIMIENTO DE LOS TEMAS

Este capítulo tiene como propósito presentar el atributo cubrimiento de los temas. Presento la relevancia que tiene el problema del cubrimiento de los temas, el significado que se da en diferentes estudios a esta noción, los mecanismos para medirlo y los resultados que se obtienen en las distintas investigaciones. Después, propongo una definición del atributo, la metodología que usé para analizar los planes de área, los resultados que obtuve y las conclusiones.

## 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Numerosos investigadores han analizado el cubrimiento de los temas como una característica de los planes de estudios que permite identificar qué tanto se cubre, en esos planes de estudio, de los temas que están propuestos en el currículo oficial; es decir, qué tanto se ejecuta de dicho currículo oficial en el currículo operativo. Este currículo oficial está registrado, usualmente, mediante un conjunto de estándares nacionales, estatales o distritales o por medio de planes de estudios unificados. En general, entiendo el currículo oficial como aquellos documentos que un gobierno emite para fijar lo que espera que se enseñe en la escuela. El currículo operativo se plasma en distintos documentos, por ejemplo, en los planes de estudio de las instituciones (Nie, Cai y Moyer, 2009), en las pruebas de evaluación estandarizadas (Engel, Claessens, Watts y Farkas, 2016) o incluso en los libros de texto que se usan durante el proceso de enseñanza (Polikoff, 2015).

Analizar el cubrimiento de los temas consiste en analizar en qué medida los temas que se abordan en un documento de planes de estudio cubren los temas que, en un documento de referencia (como un documento de estándares), se espera que se cubran. De esta manera, analizar el cubrimiento de los temas permite evaluar la implementación del currículo en relación con las expectativas institucionales de los estudiantes y maestros (Baker, 2001). Se supone que los currículos que tengan un buen nivel de cubrimiento garantizan o implican mejores resultados en los aprendizajes de los estudiantes. El profesorado necesita tener un conocimiento de qué tanto se cubre de los temas en los planes de estudios para poder favorecer oportunidades de aprendizaje a sus estudiantes (Engel, Claessens y Finch, 2013; Engel et al., 2016; Rowan, Harrison y Hayes, 2004) y analizar el progreso de los estudiantes, medido por pruebas estandarizadas (Plewis, 1998).

A nivel administrativo, las entidades educativas también han de tener en cuenta la efectividad en la implementación de un currículo (Kulinna, Zhu, Kuntzleman y DeJong, 2002), especialmente en lo que está relacionado con los programas de formación profesional, dado que requieren determinar la medida de cubrimiento con el fin de evaluar los resultados de tales programas. Lo anterior

requiere analizar la relación entre la cobertura del contenido y la evaluación que tiene lugar en los cursos individuales que forman parte del plan del programa y sus metas y objetivos curriculares generales (Baker, 2001; Levy et al., 1999). Finalmente, existe una amplia creencia de que los patrones de gobernanza curricular dentro de los sistemas educativos tienen efectos significativos en la consistencia de la cobertura de contenido y, como resultado, en los “estándares” en todo el sistema (Westbury y Hsu, 1996).

### **1.1. Significado de la noción de cubrimiento de los temas**

Determinar el cubrimiento de los temas consiste en comparar lo que se hace en la planificación del currículo de las instituciones educativas y que queda plasmado en unos documentos institucionales (currículo operativo) en relación con lo que se espera o es ideal desde el punto de vista oficial, esto es, lo que un gobierno emite para fijar lo que espera que se enseñe en la escuela. En este sentido, el cubrimiento de los temas consiste en analizar la relación entre dos elementos de una pareja ordenada, de tal manera que, si se tiene la pareja  $(A, B)$ , el cubrimiento consiste en determinar qué tanto tiene A de lo que está establecido en un referente B. Así, encontré que existen varias duplas que involucran el significado de cubrimiento de los temas.

#### *Cubrimiento de un plan de estudios versus contenido que se enseña*

Existen estudios en los que se analiza el plan de estudios de matemáticas y los contenidos que realmente se enseñan en la práctica. Cabe destacar el estudio de Rowan et al. (2004), en el que se analiza la cobertura del contenido que realmente se enseña en las escuelas, así como la cobertura de contenido y la práctica docente dentro de cada escuela y entre las escuelas.

#### *Cubrimiento de un plan de estudios versus aprendizaje de los estudiantes*

Existen estudios que hablan de la cobertura del contenido en términos del aprendizaje de los estudiantes en relación con lo que se propone en el plan de estudios. Esto es, el plan de estudios es el referente para el análisis. Hay estudios que analizan la cobertura del contenido y las consecuencias de la variación en las oportunidades de aprender contenido matemático específico (Schmidt, Cogan, Houang y McKnight, 2011). Analizar las características importantes de los diferentes planes de estudio es fundamental para comprender sus efectos en el aprendizaje por parte de los estudiantes (Nie et al., 2009). Estos autores analizaron la forma como se abordó el concepto de variable en álgebra en un plan de estudios de secundaria basado en estándares y un plan de estudios más tradicional.

Hay estudios en los que se ha analizado la asociación entre la cobertura del plan de estudios de matemáticas de los niños pequeños y su progreso en las matemáticas, medido por pruebas estandarizadas. En este análisis se sugiere que los niños progresan un poco más en las clases en las que se cubre más del currículo de matemáticas y esa cobertura se corresponde con lo que se ha planteado en el plan de estudios (Plewis, 1998).

Schwartz et al. (2008) realizaron un estudio en el que relacionaron el desempeño de los estudiantes universitarios en los cursos introductorios de ciencias con la cantidad de contenido cubierto en sus cursos de ciencias de la escuela secundaria. Se estableció que los estudiantes que informaron haber cubierto al menos un tema principal en profundidad, durante un mes o más, en la escuela

secundaria, obtuvieron calificaciones más altas en ciencias universitarias que los estudiantes que informaron que no tenían cobertura en profundidad.

#### *Cubrimiento de los libros de texto*

Otros investigadores se han interesado por analizar una serie de problemas que limitan la implementación de estándares de contenido en el aula. Los materiales curriculares pueden estar entre las influencias más importantes en la instrucción de los maestros. A medida que se implementan los estándares, existe escepticismo sobre si los materiales curriculares están “alineados con el núcleo común”, es decir, con los estándares (Polikoff, 2015).

Spiller y Scovotti (2008) realizaron una investigación en la que analizaron cómo se abordan los conceptos de marketing directo e interactivo en los cursos introductorios de marketing de pregrado. A medida que los profesionales buscan más responsabilidad de sus esfuerzos de marketing, también la academia debe responder con contenido más relevante. Los resultados del análisis de contenido de los libros de texto sugieren que la cobertura de contenido de marketing directo e interactivo ha crecido significativamente durante la última década, pero los resultados de la encuesta del profesorado de marketing indican un rezago en la cobertura en el aula.

Schmidt y Houang (2014) examinaron dos cuestiones clave de implementación para las matemáticas: la cobertura docente, es decir, lo que los profesores cubren en la enseñanza de los contenidos, y la cobertura en los libros de texto disponibles. Las series de libros de texto populares se analizaron siguiendo los procedimientos de análisis de libros de texto desarrollados en TIMSS. Los resultados indicaron que los libros de texto de Estados Unidos, en general, no cubren todos los estándares en el grado octavo. En promedio, el 70% de los estándares estaban cubiertos en cada grado. En términos de cobertura de contenido, solo un promedio del 43% de la extensión de un libro cubrió los estándares de grado. El tiempo dedicado por los maestros estuvo más alineado con la cobertura sugerida del libro de texto que con los expertos que editan esos libros.

#### *Cubrimiento plan de estudios versus evaluación*

Otros autores han estudiado el cubrimiento de los planes de estudio en relación con la evaluación. En este sentido, los autores asumen el significado de cubrimiento como una medida o índice para analizar lo que se cubre de los temas en el plan de estudios, la relación con los objetivos de aprendizaje que se quieren alcanzar y las evaluaciones que se utilizan para valorar dichos aprendizajes (Anderson, 2002; Kulinna et al., 2002).

#### *Cubrimiento como alineación*

El cubrimiento puede interpretarse en términos de alineación, en el sentido de establecer una comparación entre distintas dimensiones de la planificación institucional (currículo operativo) con lo que está establecido en las leyes gubernamentales, distritales o locales —currículo oficial— (Anderson, 2002; Polikoff, 2015; Schmidt y Houang, 2014). En este sentido, lo que interesa es determinar qué tanto de lo que está contemplado en el plan de estudios cubre lo que está establecido en los estándares oficiales (Schmidt et al., 2002; Schmidt et al., 2005).

En Solano, Gómez, González y González-Ruíz (2020) estudié la alineación de los temas de los planes de área en relación con los estándares colombianos (ver capítulo 9). Algunos autores estudian el cubrimiento de los temas en términos de la alineación de los planes de estudio con los

estándares estatales y los libros de texto (Anderson, 2002; Polikoff, 2015; Schmidt y Houang, 2014; Troia, Olinghouse, Wilson, Stewart, Mo, Hawkins *et al.*, 2016). Squires (2013) habla sobre el modelo curricular equilibrado como el plan de estudios que está alineado entre lo que se planea, se enseña, y se evalúa. Tanto la cobertura de contenido como la oportunidad de aprender deben estar alineados con las actividades educativas, los materiales y las evaluaciones.

Algunos autores aseguran que la implementación del plan de estudios requiere que los estándares o requisitos basados en la disciplina incorporen tanto los ámbitos y secuencias curriculares como los del programa. Asegurar que estos estén presentes y alineados en el contenido del curso, las actividades y las evaluaciones para apoyar el éxito del estudiante requiere procesos de revisión y desarrollo formalizados y sistematizados (Arafeh, 2016).

Como acabo de presentar, el significado implícito del cubrimiento de los temas es que se están comparando dos objetos. El primer objeto es algo que se hace en la práctica: planificación curricular contemplado en un plan de estudios, enseñanza o uso de libros de texto. Este primer objeto se relaciona con un objeto referente que, aparentemente, es lo que se debería alcanzar: estándares de contenido u objetivos de aprendizaje. En esta investigación, comparé el plan de área con una descripción detallada del contenido que produce con base en el documento de los estándares. Se trata de una taxonomía ideal de los temas que se encuentran en ese documento. En este sentido, el elemento de la pareja desde el punto de vista práctico son los planes de área y los comparé con el objeto referente, en este caso, con un plan de área de referencia. Como ya lo mencioné con anterioridad (capítulo 4), construí el plan de área de referencia con base en el mapa conceptual de algo ideal sobre tres temas específicos: la derivada, las secciones cónicas y la estadística descriptiva.

## **1.2. Medida de cubrimiento**

En los estudios analizados existen varias formas de medir el cubrimiento de los temas. Troia *et al.* (2016) utilizaron el cubrimiento de los temas como una herramienta para medir la alineación. En este sentido, estos autores proponen medidas específicas de cubrimiento. Los estándares se evaluaron con base en una taxonomía que construyeron para determinar la amplitud de la cobertura de contenido (rango), con qué frecuencia se hizo referencia al contenido (frecuencia), el grado de énfasis en elementos de contenido variados (equilibrio) y el grado de superposición entre un conjunto de estándares y el conjunto de la taxonomía (alineación). En este estudio, los autores seleccionaron una muestra intencional de algunos estados para examinar sus estándares de escritura más recientes antes de la adopción de los Common Core State Standards (CCSS) y compararlos con los CCSS for writing and language (CCSS-WL). Seleccionaron un grupo de siete estados (AZ, CA, FL, KS, KY, MA y NY) que representaban a todas las regiones geográficas de los Estados Unidos, que eran grandes (CA, FL, NY) y pequeñas (AZ, KS, KY, MA) con respecto a la población total, y que incluían estados de bajo rendimiento (AZ, CA, KY) y de alto promedio (FL, KS, NY, MA) en la evaluación de escritura NAEP 2007 de alumnos de octavo grado. Estos autores construyeron una taxonomía de codificación que emplea cadenas amplias de contenido para designar los principales focos de instrucción y desarrollo por escrito, así como indicadores específicos dentro de cada cadena que proporcionan una elaboración categórica.

La taxonomía se derivó de varios marcos teóricos para asegurar una representación amplia del pensamiento actual sobre el desarrollo, la instrucción y la evaluación de la escritura. Específicamente, utilizaron el modelo cognitivo de escritura de Hayes (1996) para desarrollar dos líneas: (a)

procesos de escritura y (b) metacognición y conocimiento. Esta taxonomía de codificación les permitió diferenciar conjuntos de estándares en términos de sus elementos de contenido, que están vinculados a las teorías subyacentes sobre la escritura. Dentro de cada estado y grado, se codificaron todos los estándares que estaban claramente relacionados con la escritura, ya sea porque estaban en el dominio de la escritura o porque estaban dentro de los estándares más amplios del lenguaje inglés y hacían referencia explícita a la escritura. Para codificar el contenido de los estándares estatales de escritura, primero fue necesario tener en cuenta las diferentes formas en que los estados estructuran sus estándares. Los estándares de los estados están estructurados de diferentes maneras, algunos jerárquicamente con dos niveles (por ejemplo, niveles de detalle estándar y subordinado), tres niveles (por ejemplo, estándar principal, detalle subordinado y ejemplos específicos), o incluso cuatro niveles (por ejemplo, categoría de enfoque, estándar principal, detalle subordinado y ejemplos específicos), y algunos cuasi-jerárquicamente en los que la información en diferentes niveles no se alinea. Algunos estados incluyen información adicional en sus documentos de estándares como indicadores de desempeño, rúbricas de evaluación y justificación.

Para este estudio, los autores determinaron que la unidad de análisis de contenido es el nivel más bajo en el que la información se presentó de manera más consistente en un conjunto de estándares. Se aplicó un código individual dentro de una unidad de análisis de contenido solo una vez para evitar la duplicación, pero se podían asignar múltiples códigos diferentes a cualquier unidad dada. Las medidas que se construyeron para el análisis fueron rango, frecuencia, balance y alineación.

*Rango.* El rango corresponde con la amplitud de la cobertura de contenido. Esta medida se evaluó al calcular el rango en cada grado o banda de grado (por ejemplo, grados 9-10 y 11-12 para el CCSS). El rango es la proporción de indicadores para los cuales hay resultados (códigos asignados) del total de indicadores posibles en la taxonomía de codificación que para este estudio fue de  $n = 112$ . Los estándares con un rango más amplio cubren una mayor amplitud de contenido y, por lo tanto, exhiben un mayor grado de representatividad de las teorías subyacentes de la escritura aplicadas en el desarrollo de la taxonomía de codificación. También, los autores calcularon valores de rango para cada una de las siete categorías de contenido en cada grado o banda de grado.

*Frecuencia.* La frecuencia de la cobertura de contenido fue evaluada para calcular el número promedio de aciertos por indicador para el cual hubo al menos un acierto en cada grado o banda de grado. Una frecuencia más alta indica una cobertura más frecuente del rango de contenido representado en los estándares.

*Balance.* Los autores evaluaron la uniformidad de la distribución entre los indicadores en cada grado o conjunto de grados al calcular un índice de equilibrio o balance similar al utilizado por Webb y sus colegas en su trabajo sobre la alineación entre estándares y evaluaciones. Un índice de equilibrio de 1.0 indica un equilibrio perfecto porque cada indicador tiene un número equivalente de aciertos, lo que sugiere un énfasis equivalente a través de indicadores. Por el contrario, un índice de equilibrio cercano a 0 indica que un número desproporcionado de resultados corresponde a uno o dos indicadores, lo que sugiere una falta de énfasis equivalente en todos los indicadores.

*Alineación.* La alineación entre CCSS y WL de escritura de cada estado en cada grado o banda de grado se evaluó utilizando un método desarrollado por Surveys of Enacted Curriculum y utilizado

en estudios anteriores de alineación de contenido (Polikoff, 2015) en los que diversos estándares se asignan a un marco neutral. La alineación captura el grado de coincidencia exacta entre el contenido de los documentos del CCSS y WL y un índice de alineación es la representación cuantitativa del grado de coincidencia. Los valores del índice de alineación caen entre 0 y 1: 0 indica que no hay alineación y 1 indica una alineación perfecta. La alineación está fuertemente influenciada por el rango y la frecuencia.

La herramienta utilizada por Troia et al. (2016) se aproxima a lo que realizo en este estudio, dado que también codifiqué los estándares con base en un mapa conceptual que elaboré a partir del análisis didáctico de unos temas que escogí a priori (ver capítulo 4). La medida que utilicé para este estudio fue el rango.

Encontré otros estudios en los que se mide el cubrimiento de otra manera. Schmidt et al. (2002) identificaron los países que obtienen resultados A+ en las pruebas TIMSS y realizaron un mapeo de seguimiento de los temas generales (Schmidt et al., 2002), con el fin de comparar el contenido previsto con el que estaba consignado en los planes de estudio institucionales. Para lograr lo anterior, los autores solicitaron a los funcionarios de educación que indicaran para cada nivel y cada tema los diferentes temas que se encontraban en una extensa lista del mapeo y revisarían si coincidían con lo que se encontraba en el plan de estudios. En los estudios en los que se construyó una medida de cubrimiento, se procedió a realizar encuestas a los profesores para que determinaran si el número de objetivos de aprendizaje coincidía con lo que estaba planteado en los estándares (Kulinna et al., 2002).

### **1.3. Resultados de los estudios**

Existen diversas reflexiones sobre la idea de que se “cubren” muchos temas, pero con muy poca profundidad. Esta situación se presenta en los Estados Unidos, donde se evidenció que, tanto en los libros de texto como en los contenidos que enseñan los maestros, siempre se presentan más contenidos que en los países que están clasificados con calificación A+ en las pruebas estandarizadas (Schmidt et al., 2002; Schmidt et al., 2005).

Rowan et al. (2004) encontraron una gran variación en la cobertura del contenido que se enseña en las escuelas, así como una gran variación en la cobertura de contenido y la práctica docente dentro y entre las escuelas analizadas. También, Arafah (2016) analizó los cursos y programas de doctorado en una universidad estatal. Este autor concluyó que la capacidad de evaluar y mejorar el currículo es tan buena como los marcos conceptuales, métodos y herramientas disponibles.

Otros estudios (Schmidt y Houang, 2014) ponen de manifiesto que los libros de texto de Estados Unidos, en general, no cubren todos los estándares y que el tiempo dedicado por los maestros estuvo más alineado con la cobertura sugerida del libro de texto.

Schmidt et al. (2011) concluyeron que la relación entre la cobertura del contenido de matemáticas en el aula y el rendimiento de los estudiantes, medido por el puntaje en las pruebas TIMSS-R, demostró relaciones significativas entre el estatus socio económico, el rendimiento en matemáticas y la medida de cobertura de contenido a nivel de aula. Un modelo lineal jerárquico de tres niveles demostró un efecto significativo de la cobertura del contenido del aula con el logro de los estudiantes y se documentaron diferencias significativas en las oportunidades de aprendizaje de las matemáticas en función de la estructura del sistema educativo de los Estados Unidos.

Algunos estudios concluyen que una cobertura de contenido más rigurosa explica gran parte de la ventaja de rendimiento de los estudiantes en las clases (Gamoran, Porter, Smithson y White, 1997; Plewis, 1998; Schwartz et al., 2008). Por otro lado, también encontré que el análisis del cubrimiento de los temas en los planes de estudio permite rastrear el bajo rendimiento de los estudiantes en la escuela. Por ejemplo, Gamoran et al. (1997) evaluaron el éxito de los cursos de matemáticas de “transición” en California y Nueva York, que están diseñados para cerrar la brecha entre las matemáticas de preparación primaria y universitaria y proporcionar acceso a matemáticas más desafiantes y significativas para los estudiantes que ingresan a la escuela secundaria. Los autores plantean la hipótesis de que los cursos de transición —Matemáticas A en California y Stretch Regents y UCSMP Math en Nueva York— permiten a los estudiantes seguir el ritmo de aquellos que ingresan a cursos preparatorios para la universidad al cubrir contenido matemático riguroso usando una variedad de estrategias cognitivas.

En definitiva, encontré que el cubrimiento de los temas dentro de un plan de estudios forma un eje central de la calidad de la formación que reciben los estudiantes. También percibí la complejidad de una noción que afecta a distintas facetas de los currículos y a todos los agentes que intervienen en los procesos educativos. Mi objeto de estudio son los planes de área y el referente son unas estructuras conceptuales que construí con base en la estructura conceptual de tres temas específicos que se abordan en los estándares colombianos de matemáticas. Este estudio se parece a algunos de los estudios que he mencionado aquí en varios sentidos: hay estudios que han tenido como referente unas estructuras conceptuales llamadas taxonomías; hay estudios que el objeto que se ha estudiado para compararlo con el referente son planes de estudio; y la forma como voy a medir ese cubrimiento también se ha realizado en algunos otros estudios (rango). A continuación, concreto el atributo de los planes de área que denomino cubrimiento de los temas.

## 2. NOCIÓN DE CUBRIMIENTO DE LOS TEMAS

En este apartado, presento la definición del atributo cubrimiento de los temas y la relación con el plan de área de referencia.

### 2.1. Definición del atributo cubrimiento de los temas

Con el atributo cubrimiento de los temas, me interesaba conocer en qué medida un plan de área aborda los temas de las cónicas, la derivada y la estadística descriptiva en términos de los árboles que construí con base en el análisis de contenido (Ver capítulo 4).

En la figura 35, presento el árbol de temas de las cónicas en la parte que corresponde a la estructura conceptual. El primer grupo de temas corresponde a las definiciones. En el segundo grupo de temas, está la descripción detallada de la definición. En el tercer grupo de temas, se encuentran las definiciones de cada una de las cónicas y las propiedades. En el cuarto grupo de temas, están los elementos de las definiciones para cada una de las cónicas. Este último grupo no aparece en la figura 35 pero corresponde a las ramas que se abren después del tercer grupo.

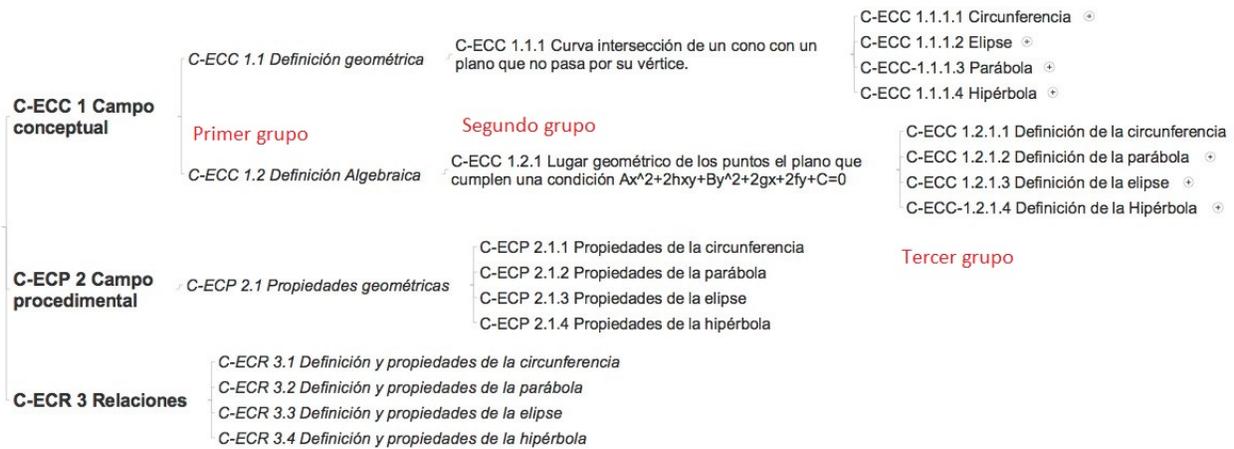


Figura 35. Árbol de temas de cónicas en la estructura conceptual por grupos

En la figura 36, presento el árbol de temas de la derivada correspondiente a la estructura conceptual. De acuerdo con el análisis de contenido, en el primer grupo de temas, están las formas de caracterizar la derivada; en el segundo grupo de temas, se encuentran las diferentes concepciones de la derivada; en el tercer grupo de temas, están los elementos de cada una de esas concepciones; y, en el cuarto, la ecuación de la recta tangente.



Figura 36. Árbol de temas de la derivada en la estructura conceptual por grupos

En la figura 37, presento el árbol de temas de la estadística descriptiva correspondiente a la estructura conceptual. En este árbol, están, en el primer grupo de temas, la definición de la estadística y los conceptos básicos de la estadística descriptiva; en el segundo, los diferentes conceptos básicos de la estadística descriptiva; en el tercero, los elementos que involucran cada uno de estos conceptos básicos; y, en el cuarto, las diferentes categorías de estos elementos.

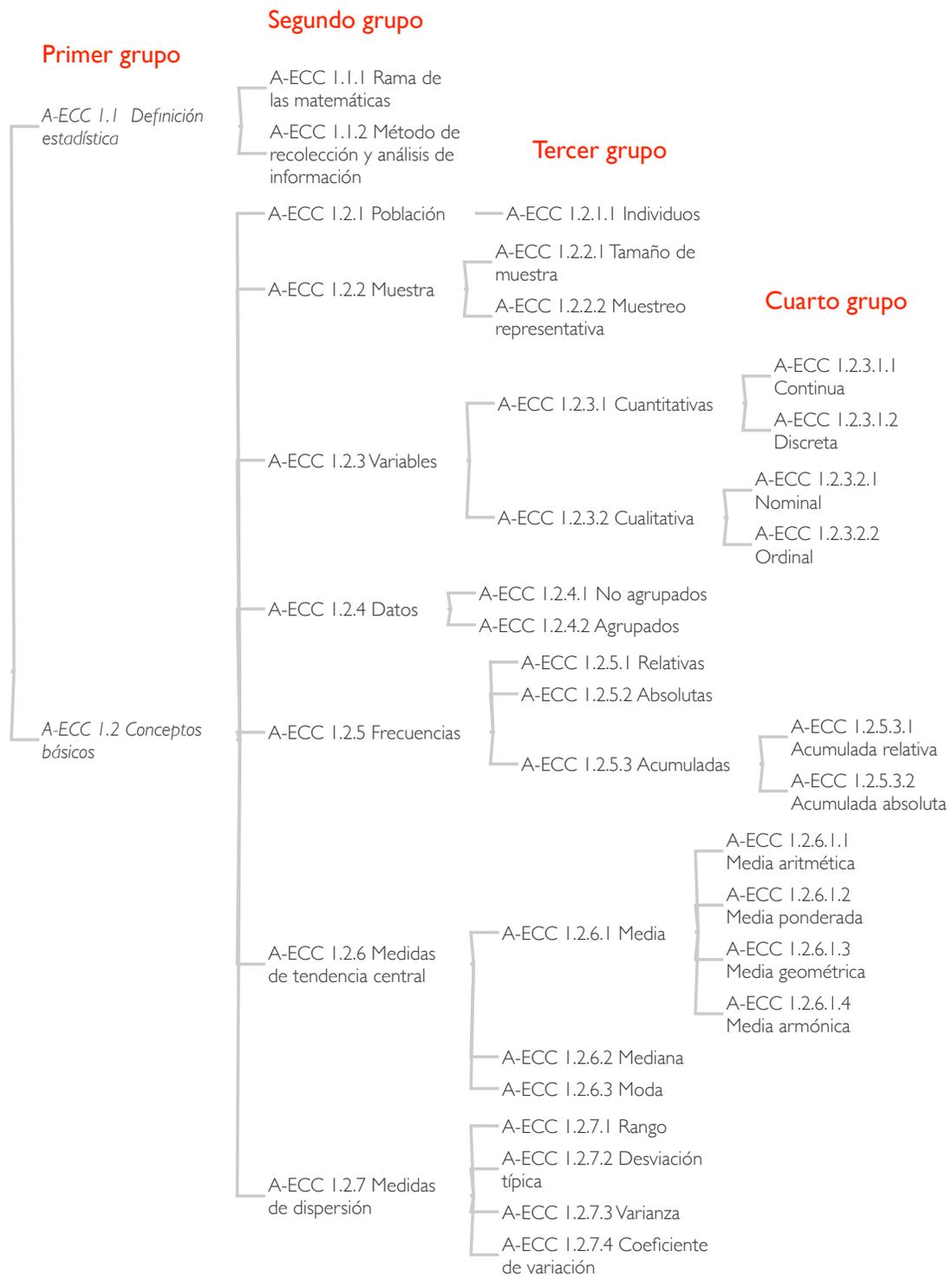


Figura 37. Árbol de temas de estadística descriptiva en la estructura conceptual por grupos

En los árboles anteriores, presenté la parte de la estructura conceptual del análisis de contenido de los temas. Para el atributo cubrimiento de los temas también se tienen en cuenta los conceptos pedagógicos de los sistemas de representación y la fenomenología. Como lo mencioné en el capítulo 4, los árboles completos de los tres temas se encuentran en los siguientes enlaces: cónicas (<https://bit.ly/3m5uiCO>), derivada (<https://bit.ly/3jyKM4N>) y estadística descriptiva (<https://bit.ly/2XFPR3N>).

## 2.2. Plan de área de referencia

Como lo mencioné en el capítulo 4, construí un plan de área de referencia (<https://bit.ly/3GgUm5P>) que me sirvió para establecer en qué medida los planes de área de la muestra cubren el contenido sugerido en el documento de los estándares (MEN, 2006).

# 3. METODOLOGÍA

En este apartado, presento las variables de análisis y describo el esquema metodológico para poder caracterizar este atributo.

## 3.1. Variable de estudio

Definí la medida de cubrimiento de un tema en un plan de área como la cantidad de hojas del árbol de temas de ese tema que han sido utilizadas para codificar al menos un segmento de texto del plan de área. Definí la medida de cubrimiento de los temas en un plan de área como la suma de las medidas de cubrimiento de los tres temas —cónicas, derivada y estadística descriptiva— que valoré en ese plan de área. Esta medida es muy similar a la utilizada por Troia et al. (2016) puesto que ellos codificaron los estándares de lenguaje con base en una taxonomía que elaboraron a partir del análisis de los CCSS.

Para calcular la medida de cubrimiento de cada uno de los temas, determiné si, para cada tema, en el plan de área, hay al menos un segmento de texto que lo trata. Después, procedí a contar los temas que cumplen con esa condición. Por ejemplo, supongamos que a un plan de área se le han asignado, en el tema de la estadística descriptiva, los códigos que resalté de color amarillo en la figura 38. En esta figura, hay unos códigos en color naranja. Estos códigos también quedan asignados al plan de área, dado que se debe entender que cuando una hoja del árbol de temas se ha usado para codificar un segmento de texto, ese segmento de texto también se refiere a todos sus antecesores.

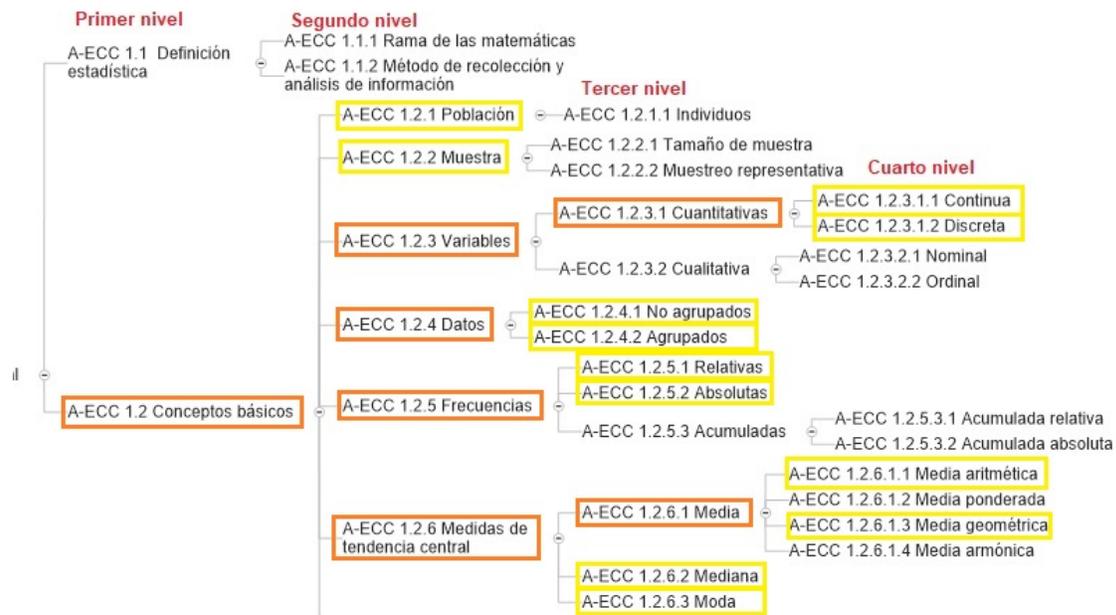


Figura 38. Códigos asignados a un plan de área en el tema de estadística descriptiva

La medida de cubrimiento para este plan de área en estadística descriptiva es de 19. Realicé el mismo procedimiento para cónicas y derivadas.

### 3.2. Cubrimiento del plan de área de referencia

Como lo describí con anterioridad, el plan de área que construí me sirve como referencia para establecer qué tanto se cubren los temas en los planes de área de la muestra. Para esto, calculé la medida de cubrimiento para los tres temas y el total para el plan de área de referencia. Presento estos resultados en la tabla 34.

Tabla 34  
*Cubrimiento del contenido del plan de área de referencia*

| Temas                   | Cubrimiento del contenido |
|-------------------------|---------------------------|
| Cónicas                 | 58                        |
| Derivada                | 54                        |
| Estadística descriptiva | 70                        |
| Total de los tres temas | 182                       |

### 3.3. Método de análisis

Con el fin de analizar los datos de la muestra y al tener como referente el plan de área que construí, definí una medida de distancia para comparar y determinar qué tanto los temas de los planes de área de la muestra cubren los temas del plan de área de referencia. Decidí construir esta medida dado que necesitaba medidas que me dieran indicaciones sobre cómo los planes de área satisfacían los lineamientos gubernamentales: quise saber en qué medida los planes de área de la muestra cubren los temas como se espera. Dado que los tres temas de estudio implican cantidades diferentes de estándares que deben atender, también quise medidas que me permitieran compararlos. Tomé la medida del plan de área de referencia como medida ideal de un plan de área. Es una medida ideal porque soy consciente de que es difícil que una institución educativa cumpla con todos los supuestos que usé para construir el plan de área de referencia. Diseñé dos medidas. Con la primera medida, quise establecer qué tanto se acercan al plan de área de referencia aquellos planes de área de la muestra que tienen más cubrimiento. Para ello, calculé la proporción del rango de la muestra en relación con la medida del plan de área de referencia. Con la segunda medida, calculé la proporción de la media del cubrimiento de la muestra en relación con la medida del plan de área de referencia. Por ejemplo, para el tema de cónicas, encontré que hay dos planes de área cuya medida de cubrimiento está muy cercana a la medida de cubrimiento del plan de área de referencia. Escogí el rango para calcular la distancia que hay entre esta medida y el valor del plan de área de referencia y calculé este porcentaje.

## 4. RESULTADOS ATRIBUTO CUBRIMIENTO

En este apartado, presento los estadísticos descriptivos e inferenciales del cubrimiento de cada uno de los temas y el cubrimiento total de los temas en los planes de área de la muestra.

#### 4.1. Cubrimiento de las cónicas

En la figura 39, presento el histograma de frecuencias de la variable cubrimiento de las cónicas para los 212 planes de área analizados. Hay 28 planes de área (13,2%) que no cubren el tema de las cónicas dado que no les asigné ninguna hoja del árbol de cónicas. Seguidamente, encontré que hay 22 planes de área (10,4%) con un cubrimiento de temas menor o igual a 10; 52 planes de área (24,5%) con un cubrimiento entre 10 y 20; 63 planes de área (29,7%) con un cubrimiento entre 20 y 30; hay 33 planes de área (15,6%) con un cubrimiento entre 30 y 40; hay 11 planes de área (5,2%) con un cubrimiento entre 40 y 50, y hay 3 planes de área (1,4%) con un cubrimiento entre 50 y 60. En la figura 39, señalé con un rectángulo rojo el valor del cubrimiento de cónicas del plan de área de referencia que es 58.

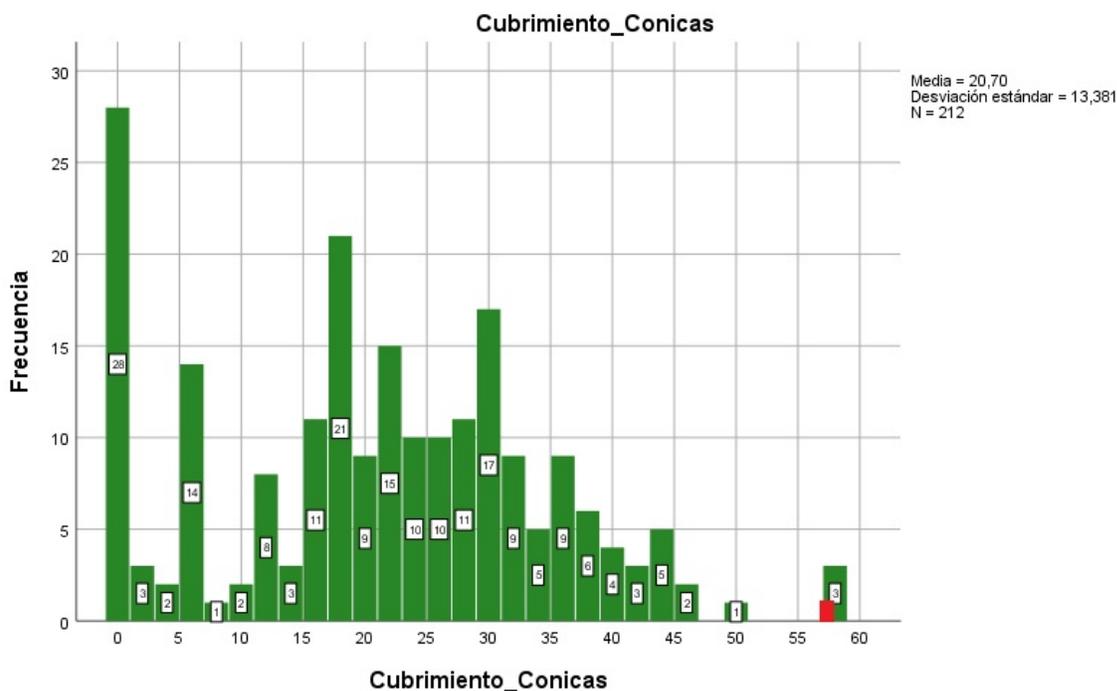


Figura 39. Histograma de frecuencias de la variable cubrimiento cónicas

Dado que hay 28 planes de área que no cubren los temas de las cónicas, decidí realizar dos análisis de esta variable: el primero sobre el total de la muestra y el segundo en la submuestra que no contiene los 28 planes de área cuyo cubrimiento es cero. En la tabla 35, presento los descriptivos de la variable. Encontré que su media es de  $\bar{x} = 20,70$ . Para la submuestra de 184 planes de área, la media es  $\bar{x} = 23,84$ .

Tabla 35  
*Estadísticos descriptivos cubrimiento de cónicas*

| Estadístico | Muestra |        |
|-------------|---------|--------|
|             | 212     | 184    |
| Media       | 20,70   | 23,85  |
| Desviación  | 13,38   | 11,44  |
| Varianza    | 179,05  | 130,92 |
| Rango       | 58      | 57     |
| Mínimo      | 0       | 1      |
| Máximo      | 58      | 58     |

Al comparar estas medias con el cubrimiento de cónicas del plan de referencia, encontré que, en promedio, los planes de área de la muestra cubren aproximadamente un tercio del tema de cónicas, dado que el plan de área de referencia aborda 58 hojas del árbol, mientras que en la muestra se aborda, en promedio entre 20 y 23 hojas del árbol. No obstante, observé que solo tres planes son iguales, con una medida de 58, a la medida del plan de área de referencia.

Con una confianza del 95%, establecí que el valor de la media poblacional para la variable cubrimiento de las cónicas está en el intervalo (18,89 , 22,51), y el valor de la media poblacional de los planes de área que cubren el tema de las cónicas está en el intervalo (22,18 , 25,51).

#### 4.2. Cubrimiento de la derivada

En la figura 40, presento el histograma de frecuencias de la variable cubrimiento de la derivada para los 212 planes de área analizados. En la figura 40, observé que hay 24 planes de área (11,32%) que no cubren el tema de la derivada. Seguidamente, encontré que hay 27 planes de área (12,73%) con un cubrimiento de temas menor o igual a 10; 70 planes de área (33,02%) con un cubrimiento entre 10 y 20; 60 planes de área (28,30%) con un cubrimiento entre 20; hay 27 planes de área (12,74%) con un cubrimiento entre 30 y 40; hay 5 planes de área (2.36%) con un cubrimiento entre 40 y 50; y 3 planes de área (1,42%) con un cubrimiento mayor de 50. En la figura 40, señalé con un rectángulo rojo el valor del cubrimiento de la derivada del plan de área de referencia que es 54.

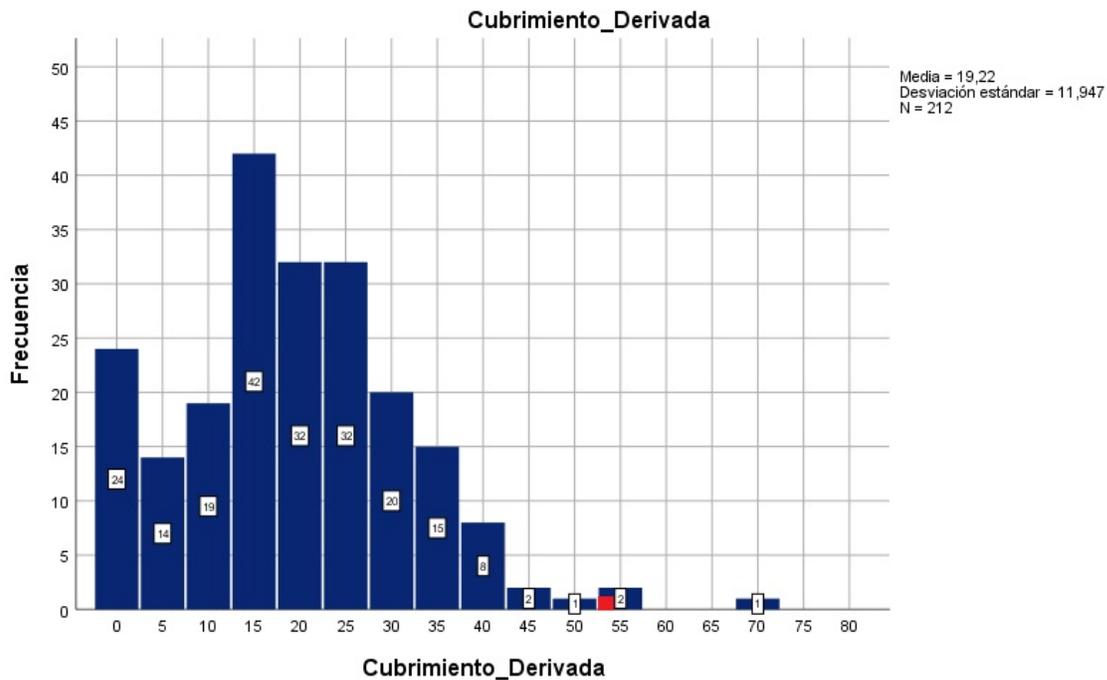


Figura 40. Histograma de frecuencias de la variable cubrimiento de la derivada

Dado que hay 24 planes de área que no cubren los temas de la derivada, decidí realizar dos análisis de esta variable: el primero sobre el total de la muestra y el segundo en la submuestra que no contiene los 24 planes de área cuyo cubrimiento es cero. En la tabla 36, presento los estadísticos descriptivos de la variable. Encontré que su media es de  $\bar{x} = 19,22$ . Para la submuestra de 188 planes, la media es de  $\bar{x} = 21,22$ .

Tabla 36

*Estadísticos descriptivos cubrimiento de derivada*

| Estadístico | Muestra |        |
|-------------|---------|--------|
|             | 212     | 188    |
| Media       | 19,22   | 21,22  |
| Desviación  | 11,95   | 10,72  |
| Varianza    | 142,74  | 114,97 |
| Rango       | 69      | 68     |

Tabla 36  
*Estadísticos descriptivos cubrimiento de derivada*

| Estadístico | Muestra |     |
|-------------|---------|-----|
|             | 212     | 188 |
| Mínimo      | 0       | 1   |
| Máximo      | 69      | 69  |

En la tabla 36, encontré que, al eliminar los datos que son cero, la dispersión no cambia significativamente, dado que, en la muestra completa, es de 11,95 y, en la submuestra, la desviación es de 10,72. Al comparar estas medias con el cubrimiento de derivada del plan de área referencia, encontré que, en promedio, los planes de área de la muestra cubren poco el tema de derivada, dado que el plan de área de referencia aborda 54 hojas del árbol, mientras que, en la muestra, se aborda en promedio entre 19 y 22 hojas del árbol: menos de la mitad de lo que está cubierto en el plan de área de referencia. Sin embargo, hay 3 planes de área (1,41%) que cubren más de lo que se cubre en el plan de área de referencia.

Con un nivel de confianza del 95%, establecí que el valor de la media poblacional para la variable cubrimiento de la derivada está en el intervalo (17,60, 20,84) y el valor de la media poblacional de los planes de área que cubren el tema de la derivada está en el intervalo (19,70, 22,75).

### 4.3. Cubrimiento de la estadística descriptiva

En la figura 41, presento el histograma de frecuencias de la variable cubrimiento de la estadística descriptiva para los 212 planes de área analizados. En la figura 41, observé que hay 74 planes de área (34,91%) que no cubren el tema de la estadística descriptiva. Seguidamente, encontré que hay 35 planes de área (16,51%) con un cubrimiento menor o igual a 10; 40 planes de área (18,87%) con un cubrimiento entre 10 y 20; 34 planes de área (16,04%) con un cubrimiento entre 20 y 30; hay 20 planes de área (9,43%) con un cubrimiento entre 30 y 40; hay 7 planes de área (3,30%) con un cubrimiento entre 40 y 50; y hay 2 planes de área (0,94%) con un cubrimiento mayor de 60. En la figura 41, señalé con un rectángulo de color azul el valor del cubrimiento de estadística descriptiva del plan de área de referencia que es de 70.

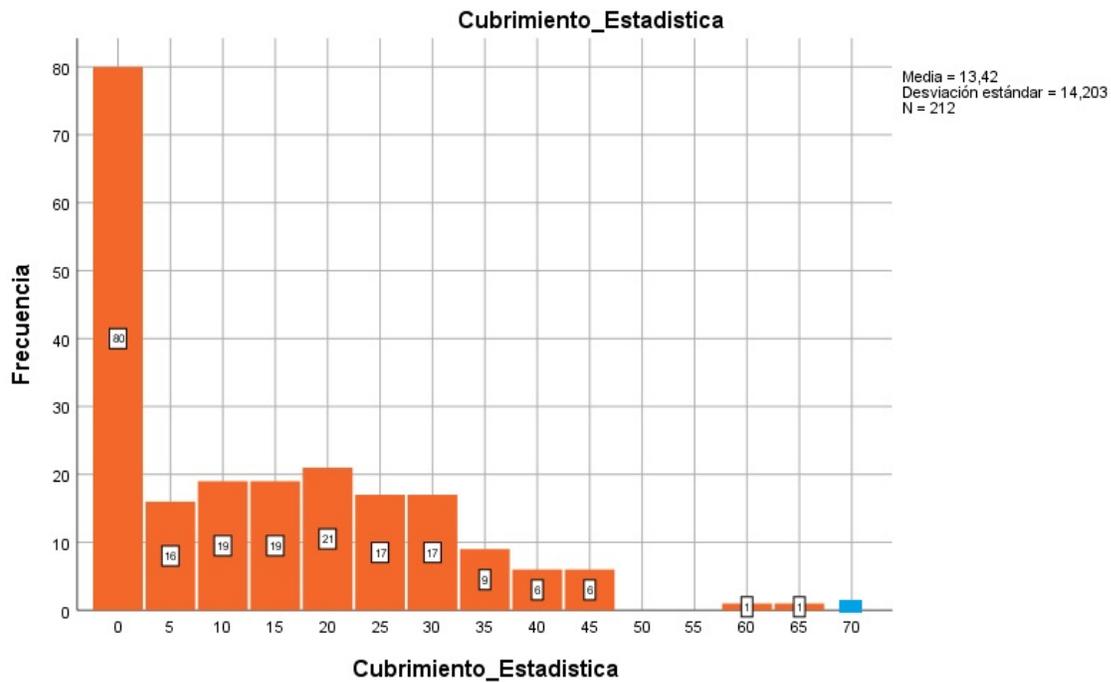


Figura 41. Histograma de frecuencias de la variable cubrimiento de la estadística

Para esta variable, realicé el mismo procedimiento de analizar el total de la muestra y la submuestra de 138 planes de área que cubren el tema de estadística descriptiva. En la tabla 37, presento los descriptivos de la variable. Encontré que su media es de  $\bar{x} = 13,42$ . Para la submuestra de 138 planes de área, la media es de  $\bar{x} = 20,62$ .

Tabla 37

Estadísticos descriptivos cubrimiento de estadística descriptiva

| Estadístico | Muestra |        |
|-------------|---------|--------|
|             | 212     | 138    |
| Media       | 13,42   | 20,62  |
| Desviación  | 14,20   | 12,69  |
| Varianza    | 201,72  | 161,14 |
| Rango       | 66      | 65     |

Tabla 37

*Estadísticos descriptivos cubrimiento de estadística descriptiva*

| Estadístico | Muestra |     |
|-------------|---------|-----|
|             | 212     | 138 |
| Mínimo      | 0       | 1   |
| Máximo      | 66      | 66  |

En la tabla 37, observo que, al comparar estas medias con el cubrimiento de estadística descriptiva del plan de referencia, en promedio los planes de área de la muestra cubren muy poco el tema, dado que el plan de área de referencia aborda 70 hojas del árbol, mientras que en la muestra se aborda, en promedio entre 13 y 20 hojas del árbol.

Con una confianza del 95%, establecí que el valor de la media poblacional para la variable cubrimiento de la estadística descriptiva está en el intervalo (11,50, 15,34), y el valor de la media poblacional de los planes de área que cubren el tema de la estadística descriptiva está en el intervalo (18,49, 22,76).

**4.4. Cubrimiento de los temas**

En la figura 42, presento el histograma de frecuencias de la variable cubrimiento para los 212 planes de área analizados. En la figura 42, encontré que hay 20 planes de área (9,43%) con un cubrimiento entre 0 y 20; 47 planes de área (22,17%) con un cubrimiento entre 20 y 40; 59 planes de área (27,83%) con un cubrimiento entre 40 y 60; 48 planes de área (22,64%) con un cubrimiento entre 60 y 80; 17 planes de área (8,01%) con un cubrimiento entre 80 y 100; 10 planes de área (4,72%) con un cubrimiento entre 100 y 120; y 3 planes de área (1,41%) con un cubrimiento mayor de 120. En la figura 42, señalé con un rectángulo de color rojo el valor del cubrimiento de los temas del plan de área de referencia que es de 182.

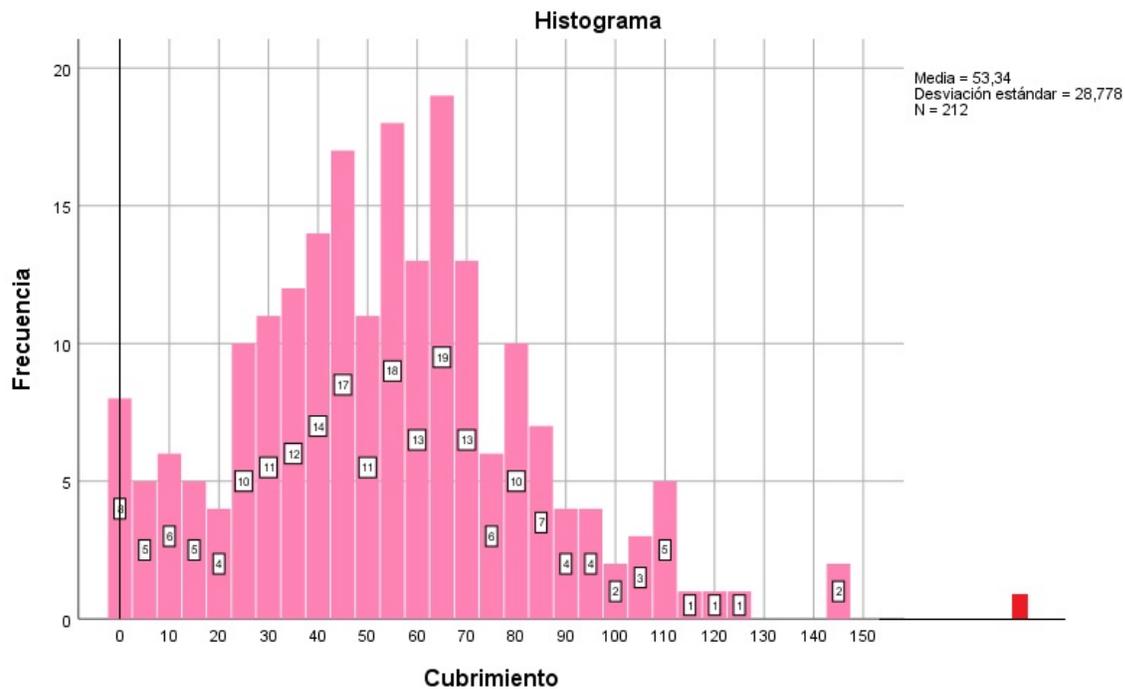


Figura 42. Histograma de frecuencias de la variable cubrimiento

Dado que hay 8 planes de área que no cubren los tres temas, decidí realizar dos análisis de esta variable: el primero sobre el total de la muestra y el segundo en la submuestra que no contiene los 8 planes de área cuyo cubrimiento es cero. En la tabla 38, presento los descriptivos de la variable. Encontré que su media es de  $\bar{x} = 53,34$ . Para la submuestra de 204 planes, la media es de  $\bar{x} = 55,44$ .

Tabla 38

Estadísticos descriptivos cubrimiento

| Estadístico | Muestra |        |
|-------------|---------|--------|
|             | 212     | 204    |
| Media       | 53,34   | 55,44  |
| Desviación  | 28,78   | 27,28  |
| Varianza    | 828,15  | 744,25 |
| Rango       | 147     | 144    |

Tabla 38  
*Estadísticos descriptivos cubrimiento*

| Estadístico | Muestra |     |
|-------------|---------|-----|
|             | 212     | 204 |
| Mínimo      | 0       | 3   |
| Máximo      | 147     | 147 |

Encontré que la media de la variable cubrimiento es muy baja en relación con el cubrimiento del plan de área de referencia cuyo cubrimiento es de 182. Con una confianza del 95%, establecí que el valor de la media poblacional para la variable cubrimiento está en el intervalo (49,45, 57,24) y el valor de la media poblacional de los planes de área que cubren los temas está en el intervalo (51,67, 59,20).

#### 4.5. Relación con el plan de área de referencia

Como ya lo describí con anterioridad, construí dos medidas para poder comparar las medidas de las muestras y sacar conclusiones. La primera medida consiste en calcular la proporción del rango de la muestra en relación con la medida del plan de área de referencia. La segunda medida consiste en calcular la proporción de la media del cubrimiento de la muestra en relación con la medida del plan de área de referencia. Por ejemplo, para el tema de cónicas, encontré que hay tres planes de área cuya medida de cubrimiento es igual a la medida de cubrimiento del plan de área de referencia. Escogí el rango para calcular la distancia que hay entre esta medida y el valor del plan de área de referencia y calculé este porcentaje. Sin embargo, observé que, para el tema de la derivada, hay 3 planes de área cuya medida es mayor que el valor del plan de área de referencia. También, decidí calcular la distancia que hay entre la media de cubrimiento de los planes de área de la muestra en los diferentes temas y el valor del plan de área de referencia para poder determinar qué porcentaje de cubrimiento hay en la muestra. Presento estos resultados en la tabla 39.

Tabla 39  
*Comparación de porcentajes con la medida del plan de área de referencia para cada tema*

| Temas                   | Rango   | Media  |
|-------------------------|---------|--------|
| Cónicas                 | 98,27%  | 41,12% |
| Derivada                | 125,92% | 39,30% |
| Estadística descriptiva | 92,86%  | 29,45% |
| Total de los tres temas | 80,77%  | 30,51% |

Encontré que, para este atributo, los planes de área de la muestra cubren, en términos de la media, el 41% de lo propuesto para el tema de cónicas, el 39% de lo propuesto para el tema de la derivada y el 29% de lo propuesto para estadística descriptiva. Esto indica que, en los planes de área de la muestra, se cubren los temas en menor proporción de lo que está planteado en el plan de área de referencia, especialmente en el tema de la estadística descriptiva. En relación con el rango, encontré que la observación de la muestra que tiene mayor valor cubre un 98% del plan de área de referencia para el tema de cónicas, el 92% de la estadística descriptiva, y excepcionalmente, el 125% del tema de la derivada. Observé que, a pesar de que, en estadística descriptiva, el conjunto de planes de área de la muestra cubre solamente el 29%, hay por lo menos una institución educativa cuya medida de cubrimiento representa el 92% de lo que se cubre en el plan de área de referencia. Encontré que hay dos instituciones educativas que se acercan a las medidas de cubrimiento del plan de área de referencia; sin embargo, estas no son necesariamente la misma institución educativa dado que, al analizar en conjunto los tres temas, el porcentaje de cubrimiento es 80% de lo que se cubre en el plan de área de referencia.

## 5. CONCLUSIONES

Una vez analizados los resultados, puedo concluir que, en los planes de área de la muestra, el cubrimiento de los temas es superficial para el tema de estadística descriptiva (29%) y la derivada (39%), mientras que, para el tema de cónicas, se logra un poco más de cubrimiento (41%), pero, en ninguno de los tres temas, se cubre si quiera el 50% de lo planteado en el plan de área de referencia. Sin embargo, encontré que hay por lo menos 3 planes de área en los que se cubre más en el tema de derivada que en el plan de área de referencia, aunque en el resto de la muestra se alcance sólo a un porcentaje menor que la mitad de los códigos asignados. Esta situación pone de manifiesto que, probablemente, en relación con el cubrimiento de los temas, las instituciones educativas no pueden abordar los temas de matemáticas tal y como los estándares esperan que se haga.

Lo anterior demuestra que, como lo pone de manifiesto Troia et al., (2016), los estándares con un rango más amplio cubren una mayor amplitud de contenido de acuerdo con los árboles que se han construido, como se observa en la tabla 35 en relación con el tema de cónicas y los resultados en la tabla 39. Sin embargo, resulta extraño que para el tema de estadística ocurra lo contrario: a mayor número de estándares, menos cubrimiento en los planes de área de la muestra. Una conjetura que tengo al respecto es que los profesores no se sienten cómodos con el pensamiento aleatorio y, probablemente, intenten evitar este tema. Adicionalmente, es posible que, en algunas instituciones, cuando, al diseñar el plan de área, se deje este tema de la estadística para lo último y cuando se llega a esto no se alcance a enseñar. También, creo que, para la educación media, se abordan temas que estén relacionados con la probabilidad y el conteo, dado que en los estándares también se proponen estos temas para el pensamiento aleatorio.

No obstante, encontré que para el tema de la derivada hay 3 estándares propuestos y su cubrimiento en los planes de área de la muestra alcanza solamente el 46% en relación con el plan de área de referencia, aunque haya un par de instituciones educativas en los que su plan de área cubre más el tema de derivada que el plan de área de referencia.

Dado que el plan de área de referencia está basado en los estándares, considero que ese plan de área es factible, aunque tiene unas características ideales, en el sentido de que en la institución educativa hipotética se asignan y se dedican efectivamente todas las horas de matemáticas que supuse. Hay evidencia de que el plan de área de referencia no es absolutamente imposible, porque, por lo menos en un tema y una medida, hay dos instituciones que coinciden con la medida de este plan de área y, por lo menos en un tema, lo superan.

También, los resultados, además de hablar de los planes de área, pueden estar hablando de los estándares: las instituciones están diciendo que no hay tiempo para hacer todo lo que los estándares piden, por ejemplo, en el tiempo. Probablemente existan instituciones educativas que no asignen el mismo número de horas para matemáticas, aunque, en el plan de área de referencia supuse que no hay paro de maestros, no hay días cívicos, ni culturales o institucionales y que son seis horas efectivas semanales para matemáticas en los grados 10 y 11.

También, observo que hay planes de área que sí abordan las cuestiones propuestas en los estándares, pero tratan estas cuestiones de forma muy general. Esto lo confirmé con lo que encontré en los datos, dado que estos dan cuenta de una gran variabilidad en el cubrimiento de los temas. En consecuencia, puedo afirmar que, de acuerdo con lo que se proponen en los estándares, los planes de área no siguen los lineamientos propuestos en este documento. Al parecer, esto es una consecuencia de la autonomía curricular de la que gozan las instituciones educativas para construir sus planes de área.

Revisé algunos documentos para establecer por qué no hay cubrimiento de la estadística descriptiva en los grados décimo y undécimo y encontré que estos temas se abordan en los grados inferiores, en tanto que, en la educación media, algunos planes de área abordan el tema de conteo y la probabilidad. De igual forma, procedí a revisar el por qué no se abordan las cónicas, y en contadas ocasiones, observé que este tema se aborda en noveno grado.

# 11. ATRIBUTO NIVEL DE CONCRECIÓN

Este capítulo tiene como propósito presentar el atributo nivel de concreción. Presento la relevancia que tiene analizar el nivel de concreción de los temas, el significado que se da en diferentes estudios a esta noción, los mecanismos para medirlo y los resultados que se obtienen en las distintas investigaciones. Después, presento la definición del atributo, la metodología, los estadísticos descriptivos e inferenciales de la variable nivel de concreción de los temas para la muestra de planes de área, y los resultados y las conclusiones.

## 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

El atributo nivel de concreción ha surgido de una manera bastante natural al tratar de analizar el cubrimiento de los temas ya que el estudio resulta más completo si se añade, como complemento a la amplitud, una valoración de la profundidad con la que se tratan los temas. El nivel de cubrimiento de los temas trata la extensión de los temas tratados, pero este análisis quedaría escaso si no se indica también la profundidad con la que se cubren dichos temas en los planes de área. Esta profundidad es la característica que se valora en el atributo nivel de concreción.

Sin embargo, en la revisión de la literatura se debe resaltar que existe una dicotomía entre el cubrimiento y la concreción. Esta dicotomía se plantea como la dualidad de “amplitud versus profundidad” que caracteriza dos filosofías educativas separadas y competidoras sobre las cuales casi todos los educadores tienen opiniones apasionadas. En un extremo está el énfasis en la “cobertura total” o “amplitud”: una visión de que los estudiantes están mejor atendidos al conocer una gran cantidad de temas relevantes para una disciplina (Schwartz et al., 2008). Algunos maestros creen que tienen la obligación, como mínimo, de cubrir la más amplia gama de los conceptos que los estudiantes pueden encontrar en una prueba estandarizada. La visión alternativa se caracteriza por los términos “cobertura profunda”, “comprensión en muchos niveles” o simplemente “profundidad”. En esta posición, los educadores sostienen que hay ciertos conceptos fundamentales que son más importantes o beneficiosos para dominar que otros y que dedicar el tiempo a dichos conceptos, a expensas de cubrir muchos otros temas, es una estrategia mucho más productiva. Este problema no es nuevo. Las creencias sobre el carácter y la importancia del conocimiento científico, así como la naturaleza del aprendizaje y los alumnos, impactan las posiciones de los educadores que se han replanteado con respecto a la cobertura de los temas.

Los libros de texto de ciencias contribuyen a fomentar esta tensión pedagógica (Kesidou y Roseman, 2001). Los editores incluyen capítulos sobre todos los temas posibles, para mejorar las posibilidades de adopción de un libro de texto, creando así un plan de estudios “enciclopédico”. Los colectivos encargados de seleccionar el texto tienen, naturalmente, una gama de puntos de vista sobre lo que es importante, y con suficiente variación en los puntos de vista, la colección de

posibles temas ha llevado a que los libros de texto de ciencias se conviertan en tomos masivos con poco enfoque o relevancia para los estudiantes.

Aunque la dicotomía “profundidad versus amplitud” ayuda a capturar la imaginación de los educadores al describir y pensar sobre los objetivos del programa en educación, Wineburg (1997) señala que la dicotomía también empobrece la discusión al enmascarar y sobregeneralizar competencias valiosas como ser capaz de diferenciar, evaluar, integrar y calificar conceptos, ideas y hechos en una disciplina. Los términos no distinguen entre conocimiento sustantivo y conocimiento epistemológico, es decir, “conocimiento” versus “saber cómo”. Wineburg (1997) afirma que, si bien la visión de “milla de ancho y pulgada de profundidad” ha ayudado a dramatizar el problema de la amplitud frente a la profundidad, el eslogan también sugiere que solo una de las dos posiciones educativas tiene sentido.

Hirsch (2001) analizó esta problemática y concluyó que Estados Unidos tiene una historia de intervenciones educativas tanto liberales como conservadoras, lo que lleva a una “polarización prematura”. Los ejemplos que ofrece este autor incluyen lenguaje completo versus fonética o usar calculadoras versus memorizar las tablas de multiplicar. Dichas dicotomías tienen el efecto de terminar las conversaciones demasiado rápido antes de desarrollar una posición bien razonada. La polaridad sugerida en el debate limita la capacidad para comprender las fortalezas en cada posición. Por ejemplo, Hirsch (2001) ofrece dos principios educativos que parecen estar en conflicto:

*La mejor manera de aprender un tema es aprender sus principios generales y estudiar una amplia cantidad de ejemplos diversos que ilustran esos principios y el conocimiento amplio es la mejor entrada a un conocimiento profundo... El conflicto sugerido solo existe porque nos hemos acostumbrado a la polaridad "esloganizada" entre la comprensión profunda y el aprendizaje de memoria de meros hechos. (p. 23)*

Mientras que la preferencia por la profundidad de los temas se ha vuelto popular entre muchos educadores, otros argumentan que los estudiantes tendrán mejores aprendizajes si el péndulo se balancea hacia el cubrimiento de los temas. Aunque los estándares científicos estatales en los Estados Unidos se basan en los puntos de referencia de la AAAS Benchmarks o en los Estándares Nacionales de la NRC, los estados típicamente aumentan estos estándares nacionales con muchos más temas (Schmidt et al., 2005).

En respuesta a puntos de vista en blanco y negro, algunos autores toman una posición más matizada en el debate. Wright (2000) aboga por un enfoque equilibrado por diferentes razones. Este autor afirma que el equilibrio entre las dos posiciones es importante y necesario para mantener el entusiasmo que los estudiantes muestran por la ciencia durante sus años de primaria. Por lo tanto, los estudiantes en las escuelas secundarias deberían tener la opción de elegir entre cursos que desarrollen alfabetización a través de descripciones generales y aquellos que desarrollen aspirantes científicos a través de estudios en profundidad. En ambos casos, una nueva posición emerge de la aparente dicotomía. Sin embargo, esta posición, como todas las demás, se basa en la experiencia personal y la evidencia anecdótica, no en la investigación empírica.

Aunque la cuestión de la profundidad versus la amplitud ha sido reconocida por varios campos como importante, la disponibilidad de estudios para ayudar a los educadores a apoyar sus posiciones es escasa.

### 1.1. Significado de la noción de concreción de los temas

La noción de concreción o profundidad de los temas ha sido tratada en distintas áreas de conocimiento. Por ejemplo, en el ámbito de la historia, para responder la pregunta ¿qué se entiende entonces por la noción de profundidad de conocimiento de una materia? algunos autores reflexionan sobre ¿qué significa tener un conocimiento profundo de la Revolución Americana, la Guerra Civil o la Depresión? Si profundidad significa la capacidad de identificar innumerables hechos discretos sobre la Revolución o la Guerra Civil, entonces la persona que conozca esto podría hacerlo y enseñaría cualquiera de esos temas (Wineburg, 1997). Esto es, alguien que posee profundidad en el conocimiento sobre estos temas puede separar la periferia del centro, puede ver el bosque sobre los árboles, y poseer el conocimiento organizado para poder interconectar las redes de significado y la importancia.

Wineburg (1997) resalta las categorías que utiliza para explorar la noción de profundidad de conocimiento. Dichas categorías son (a) la *diferenciación*, que hace referencia a la comprensión individual de múltiples facetas de un concepto o evento; (b) la *elaboración*, que aborda el conocimiento de los detalles sobre estos eventos o conceptos; (c) la *calificación*, que ubica este conocimiento dentro de un marco epistemológico, al hablar de cuestiones de contexto histórico y la naturaleza incierta y tentativa del conocimiento histórico; y (d) la *integración*, que aborda los vínculos causales y temáticos.

En lugar de tratar la profundidad versus amplitud como opciones a lo largo de un continuo, Schwartz et al. (2008) asumieron cada una como categorías definidas por el tiempo que un maestro invierte o se dedica a temas dentro de una disciplina. A continuación, presento el enfoque del trabajo realizado por estos autores.

### 1.2. Medida de la concreción de los temas

Schwartz et al. (2008) realizaron su estudio con base en datos recopilados de estudiantes universitarios matriculados en cursos introductorios de ciencias. El proyecto utilizó encuestas para recopilar datos de estudiantes matriculados en 55 colegios y universidades de una muestra original de 67 instituciones en los 50 estados. Los autores aplicaron un enfoque de muestreo aleatorio estratificado para agrupar los colegios y universidades de acuerdo con el tamaño de la matrícula de pregrado. Para estudiantes universitarios matriculados, las tres categorías que utilizaron fueron pequeñas (<3.000), medianas (entre 3.000 y 10.000) y grandes (> 10.000).

Al principio del proyecto de investigación, los autores decidieron centrarse en los cursos universitarios y aplicar el formato de curso más común: grandes conferencias acompañadas de sesiones de recitación más pequeñas y períodos de laboratorio separados. También, los autores realizaron una serie de encuestas sobre 18.000 estudiantes de pregrado de toda la secuencia de cursos introductorios a las ciencias universitarias. Estos autores tomaron a los estudiantes matriculados en el primer curso de cada secuencia durante el semestre de otoño para lograr un alto nivel de uniformidad en la experiencia del curso de ciencias universitarias de los participantes. Por lo tanto, en este estudio, comenzaron con 11.064 estudiantes en las disciplinas de biología, química y física.

Sobre la base de estos datos, para el propósito del análisis, los autores definieron dos variables binarias para analizar la amplitud y profundidad de la siguiente manera. La amplitud se estableció en 1 si el estudiante informó que se dedicó al menos una cantidad de tiempo en cada uno de los temas mencionados; la variable era 0 si el alumno informaba que no le dedicaba tiempo a uno o

más de los temas mencionados. La profundidad se estableció en 1 si el estudiante informó que tomó 1 mes o gastó más tiempo en al menos uno de los temas mencionados (es decir, exposición durante un mes, un semestre o de manera recurrente). Fue 0 de lo contrario. Esta caracterización difiere del supuesto común de que profundidad y amplitud son opuestos. Los autores encontraron que no lo son. Las correlaciones entre estas dos variables calculadas para cada sujeto son biología 0,01, química 0,02, física 0,05 y 0,03 en general. Estas cifras de correlación resultantes indican que estas medidas, tal como se definen en este análisis, parecen no estar relacionadas.

Aunque estos son promedios en las tres ciencias, surge otro patrón interesante al observar la coincidencia de no cubrir temas y pasar tiempo enfocado en los temas. Aproximadamente dos tercios de todos los estudiantes informaron que su curso de escuela secundaria enfatizó uno o más temas durante un mes o más, o que era un tema recurrente. Esto significa que una gran fracción de los estudiantes estuvieron expuestos a un plan de estudios en el que al menos un tema fue enfatizado en gran profundidad. Además, los estudiantes encuestados se dividieron en términos generales, en relación con la amplitud de la cobertura, ya que la porción más pequeña pasó al menos unas semanas en cada tema enumerado, y el resto informó que al menos un tema enumerado no estaba cubierto en absoluto.

### **1.3. Resultados de las investigaciones**

Como resultados principales del estudio, Schwartz et al. (2008) encontraron que la característica analítica más llamativa es la consistencia de los resultados que revela las mismas tendencias en las disciplinas de biología, química y física. Además, el contraste de las asociaciones positivas entre profundidad y rendimiento y las asociaciones negativas entre amplitud y rendimiento es sorprendente, aunque no significativo en todos los casos. Teniendo en cuenta la naturaleza generalizada de los análisis que realizaron, la característica más notable de estos resultados se deriva no solo de la magnitud de los coeficientes, sino más bien de las tendencias y su importancia. Aquí, las asociaciones positivas entre la profundidad del estudio y el rendimiento siguen siendo significativas, mientras que la asociación negativa entre la amplitud del estudio y el rendimiento conserva su importancia en el análisis realizado en biología. Aunque esta asociación no es significativa en los análisis de química y física, la tendencia negativa es consistente con el resultado para la biología.

Lo que esos resultados revelan es que, aunque la opción de profundizar en el estudio tiende a tener una asociación significativa y positiva con el rendimiento, la elección de realizar un estudio de amplitud también parece tener implicaciones. Estos parecen ser aquellos estudiantes cuyos maestros eligen una amplia cobertura de contenido, quienes, en promedio, no experimentan ningún beneficio.

Los hallazgos van en contra de las posiciones filosóficas que favorecen la amplitud o las que abogan por un equilibrio entre profundidad y amplitud (Wright, 2000). Los resultados también muestran que los maestros de los estudiantes en la encuesta están tomando decisiones sobre qué temas dejar de lado y cuáles enfatizar. Este resultado es particularmente importante dado que los maestros de ciencias de la escuela secundaria a menudo se enfrentan a elecciones que requieren equilibrar el tiempo de clase disponible y el contenido del curso. Parece que incluso los maestros que intentan seguir el enfoque de “lo mejor de ambos mundos”, al mezclar la cobertura de contenido en profundidad y amplitud, no brindan, en promedio, una ventaja para sus estudiantes que

continúan estudiando ciencias en la universidad sobre sus compañeros cuyos maestros se enfocaron en profundidad de cobertura de contenido (Schwartz et al., 2008).

Schmidt et al. (2005) argumentan que los profesores estadounidenses trabajan en un contexto que exige que se enseñen muchas cosas, pero nada en profundidad, a pesar de tener unos estándares y, por lo tanto, se están promulgando planes de estudio, que son “una milla de ancho y una pulgada de profundidad”. Estos autores afirman que una respuesta popular, de un estudio como TIMSS, a esta situación es culpar a los maestros, “pero los profesores de nuestro país están simplemente haciendo lo que les hemos pedido que hagan: ‘Enséñeles todo lo que usted puede. No se preocupe por la profundidad. Tu objetivo es enseñar 35 cosas brevemente, no 10 cosas bien’” (p. 540)

Los estudios presentados muestran, en todo caso, que resulta relevante analizar de forma complementaria, el cubrimiento y la concreción de los temas tratados, y que los resultados que se obtengan de estas dos características en los planes de estudio, pueden relacionarse con el rendimiento de los estudiantes. Paso, por tanto, a definir el atributo nivel de concreción que utilicé en este estudio, así como el método para valorarlo.

## 2. NOCIÓN Y CÁLCULO DE CUBRIMIENTO DE LOS TEMAS

En este apartado, presento la noción del atributo nivel de concreción de los temas y la forma de calcularlo.

### 2.1. Noción del atributo

Utilicé una noción cualitativa y otra cuantitativa del atributo nivel de concreción de los temas.

#### *Noción cualitativa*

El atributo nivel de concreción me permite establecer el nivel de detalle, especificidad o profundidad con que, en un plan de área, se presenta la información de un tema, en la dimensión conceptual. Para un tema dado, y con referencia al árbol de ese tema (ver capítulo 4), el nivel de concreción de un plan de área se corresponde con la profundidad con la que, en ese plan de área, se alcancen las ramas del árbol de ese tema.

Como se observa en la figura 43, el árbol de códigos tiene diferentes niveles de concreción; en este caso, cuatro niveles de concreción. Lo que me interesa es tener la medida de concreción de ese tema. Para lograr esto, tomo, por ejemplo, las ramas de color amarillo que están en la figura 43 y cuento dichas ramas. También, en la figura 43 hay ramas de color naranja, porque, al tener asignado una rama (color amarillo), se toman inmediatamente las ramas de niveles anteriores.

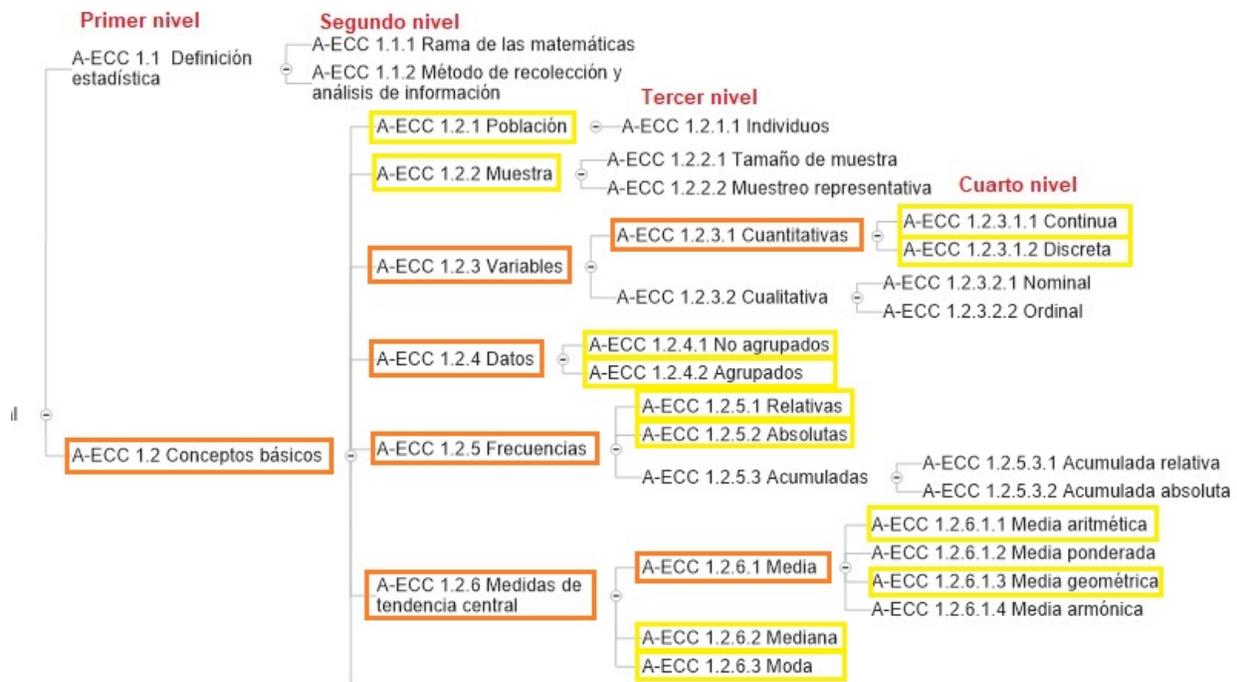


Figura 43. Cuatro niveles de profundidad en una parte del árbol del tema de estadística descriptiva

En la figura 43, encuentro, en el primer nivel de profundidad, la definición de estadística y los conceptos básicos; en el segundo, los diferentes conceptos básicos de la estadística descriptiva; en el tercero, los elementos que involucran los conceptos básicos de la estadística; y en el cuarto, las categorías en las que se dividen dichos conceptos básicos.

### Noción cuantitativa

El nivel de concreción de un tema en un plan de área corresponde al nivel de profundidad con el que se abordan los temas en relación con los árboles de códigos que construí para esta investigación (ver capítulo 4). Esto es, obtuve la valoración cuantitativa del atributo nivel de concreción de un tema en un plan de área al calcular la cantidad de segmentos de texto del plan de área que trata ese tema ponderados según el nivel de profundidad que alcancen las ramas del árbol de dicho tema. Como se observa en la figura 43, el árbol de un tema se extiende, en profundidad, hacia la derecha. A medida que se extiende las ramas de estos árboles, el nivel de información tiene mayor especificidad en cada una de sus hojas. A continuación, presento la forma como se calcula la medida del nivel de concreción y presento el ejemplo para el caso de la figura 43.

### 2.2. Cálculo de la medida del nivel de concreción de un tema

El nivel de concreción de un tema se calcula mediante la fórmula:

$$\text{Nivel de concreción de un tema} = \sum_{k=1}^n k \times A_k$$

donde  $k$  es cada uno de los niveles de profundidad del árbol del tema,  $A_k$  es la cantidad de hojas de nivel  $k$  en el árbol de ese tema que han sido asignados a al menos un segmento de texto en el plan de área correspondiente al tema, y  $n$  es el nivel mayor que tiene el árbol en dicho tema.

Para el caso de la figura 43, encontré que hay cuatro códigos asignados en el cuarto nivel, hay ocho códigos asignados en el tercer nivel, hay seis códigos asignados en el segundo nivel, y hay un código asignado en el nivel 1. El nivel de concreción para el tema de la figura 43 es

$$\text{Nivel de concreción del tema} = \sum_{k=1}^4 k \times A_k = 4 \times 4 + 8 \times 3 + 6 \times 2 + 1 \times 1 = 53$$

En consecuencia, el nivel de concreción del tema de la figura 43 es 53.

### **2.3. Cálculo del nivel de concreción total de un plan de área**

Para calcular el nivel de concreción total en un plan de área en este estudio, procedí a calcular la suma del nivel de concreción de los tres temas considerados. En el caso de que un plan de área no aborde la dimensión conceptual de los contenidos, se le asignará nivel de concreción cero.

## **3. METODOLOGÍA**

En este apartado, presento las variables de análisis y describo el esquema metodológico para caracterizar este atributo.

### **3.1. Variables de estudio**

Las variables que definí para caracterizar este atributo son el nivel de concreción del tema cónicas, nivel de concreción del tema derivadas, nivel de concreción del tema estadística descriptiva y nivel de concreción total del plan de área. Estas variables se calculan con las fórmulas del apartado anterior. Los valores que tomen estas variables me permitieron distinguir aquellos planes de área que tienen mayor especificidad o profundidad en la información. Como lo expliqué arriba, si a un plan de área se le han asignado, en el tema de la estadística descriptiva, los códigos que resalté de color amarillo en la figura 43, entonces su nivel de concreción en el tema de la estadística descriptiva es  $1 + 6 \times 2 + 8 \times 3 + 4 \times 4 = 53$ .

### **3.2. Nivel de concreción del plan de área de referencia**

Calculo la medida del nivel de concreción para los tres temas y el total para el plan de área de referencia y presento estos resultados en la tabla 40.

Tabla 40  
*Nivel de concreción del plan de área de referencia*

| Temas                   | Nivel de concreción |
|-------------------------|---------------------|
| Cónicas                 | 165                 |
| Derivada                | 120                 |
| Estadística descriptiva | 160                 |
| Total de los tres temas | 445                 |

A continuación, presento los resultados para este atributo.

## 4. RESULTADOS

En este apartado, presento los estadísticos descriptivos e inferenciales del nivel de concreción de cada uno de los temas y el nivel de concreción total de los temas en los planes de área de la muestra. Este apartado tiene dos partes: una relacionada con el nivel de concreción en los tres temas de los planes de área de la muestra y otra en que se comparan esos resultados con el nivel de concreción del plan de área de referencia.

### 4.1. Nivel de concreción de las cónicas

En la figura 44, presento el histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción de las cónicas para los 212 planes de área analizados. Encontré que hay 55 planes de área (25,9%) que tienen un nivel de concreción entre 0 y 25. Seguidamente, hay 63 planes de área (29,7%) con un nivel de concreción entre 25 y 50; 32 planes de área (15,1%) con un nivel de concreción entre 50 y 75; 31 planes de área (14,6%) con un nivel de concreción entre 75 y 100; 21 planes de área (9,9%) con un nivel de concreción entre 100 y 125; 7 planes de área (3,3%) con un nivel de concreción entre 125 y 150; y 3 planes de área (1,4%) con un nivel de concreción entre 150 y 175. En la figura 2, señalé con un rectángulo de color rojo el valor del nivel de concreción en cónicas del plan de área de referencia que es de 165.

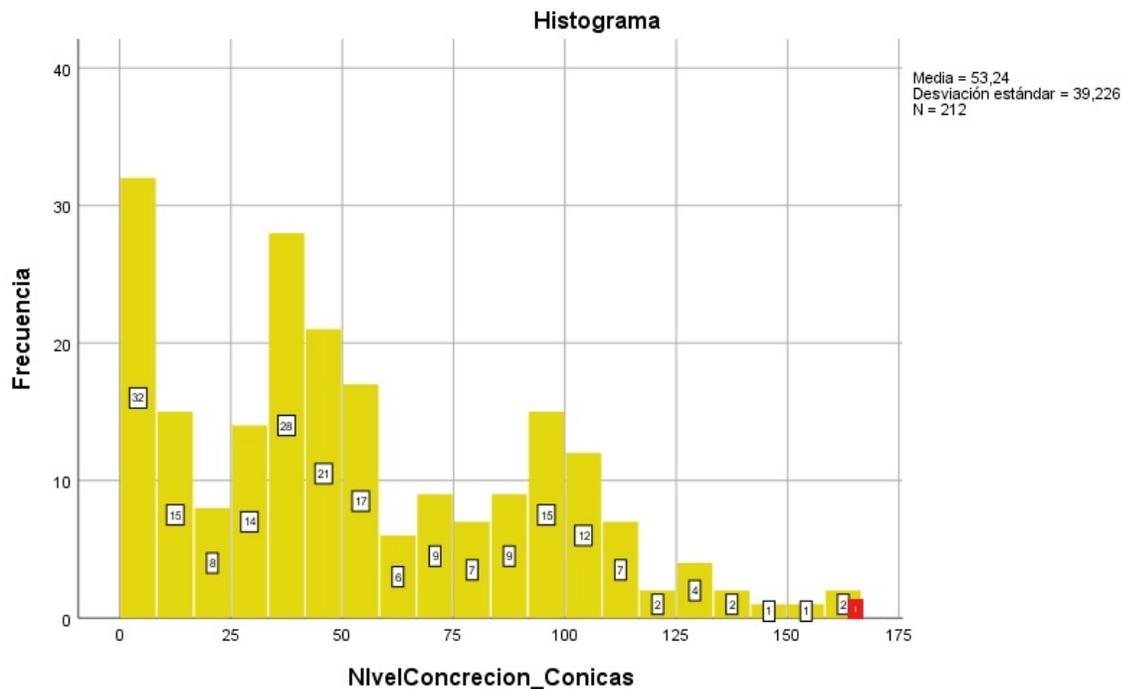


Figura 44. Histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción de cónicas

Puedo añadir, además, que de los 32 planes de área que, como se observa en la figura 42, están en la primera barra vertical, 28 de ellos tienen nivel de cubrimiento cero dado que no abordan el tema de cónicas. Puesto que estos planes de área representan una cantidad importante, decidí realizar dos análisis de esta variable: el primero sobre el total de la muestra y el segundo en la submuestra que no contiene los 28 planes de área cuyo nivel de concreción es cero. En la tabla 41, presento los descriptivos de la variable en los dos análisis. Encontré que la media de la muestra es de  $\bar{x} = 53,24$ . Para la submuestra de 184 planes, la media es de  $\bar{x} = 61,34$ .

Tabla 41

Estadísticos descriptivos nivel de concreción de cónicas

| Estadístico | Muestra |         |
|-------------|---------|---------|
|             | 212     | 184     |
| Media       | 53,24   | 61,34   |
| Desviación  | 39,22   | 35,70   |
| Varianza    | 1538,66 | 1274,46 |

Tabla 41

*Estadísticos descriptivos nivel de concreción de cónicas*

| Estadístico | Muestra |     |
|-------------|---------|-----|
|             | 212     | 184 |
| Rango       | 164     | 163 |
| Mínimo      | 0       | 1   |
| Máximo      | 164     | 164 |

Observo que la media de los planes de área es muy baja en relación con el nivel de concreción de cónicas del plan de área de referencia, que es de 165. Con nivel de confianza del 95%, establecí que el valor de la media poblacional para la variable nivel de concreción de las cónicas está en el intervalo (47,92, 58,55), y el valor de la media poblacional de los planes de área que cubren el tema de cónicas está en el intervalo (56,14, 66,53).

**4.2. Nivel de concreción de la derivada**

En la figura 45, presento el histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción de la derivada para los 212 planes de área analizados. En la figura 45, encontré que hay 68 planes de área (32,1%) cuyo nivel de concreción está entre 0 y 25. Seguidamente, hay 56 planes de área (26,41%) con un nivel de concreción entre 25 y 50; 63 planes de área (29,72%) con un nivel de concreción entre 50 y 75; 19 planes de área (8,96%) con un nivel de concreción entre 75 y 100; 3 planes de área (1,41%) con un nivel de concreción entre 100 y 125; y 3 planes de área (1,41%) cuyo nivel de concreción es mayor de 125. En la figura 45, señalé con un rectángulo de color rojo el valor del nivel de concreción en derivada del plan de área de referencia que es de 120.

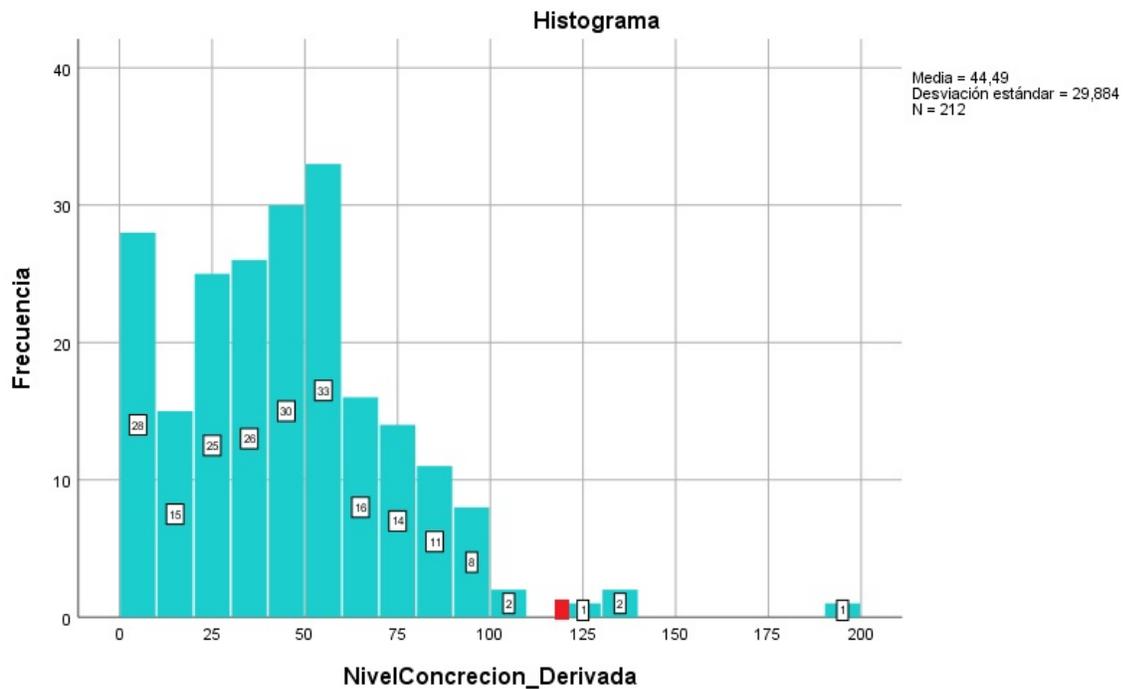


Figura 45. Histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción de la derivada

De los 28 planes de área que aparecen en la primera barra, 24 de ellos tienen nivel de concreción 0. En la tabla 42, presento los descriptivos de la variable nivel de concreción de la derivada para la muestra de 212 planes de área y la submuestra de 192 planes de área que no contienen los 24 planes cuyo nivel de concreción en la derivada es cero. Encontré que la media de la muestra es de  $\bar{x} = 44,49$ . Para la submuestra, la media es de  $\bar{x} = 49,12$ .

Tabla 42

Estadísticos descriptivos nivel de concreción de derivada

| Estadístico | Muestra |        |
|-------------|---------|--------|
|             | 212     | 188    |
| Media       | 44,49   | 49,12  |
| Desviación  | 29,88   | 27,53  |
| Varianza    | 893,04  | 757,75 |
| Rango       | 191     | 189    |

Tabla 42

*Estadísticos descriptivos nivel de concreción de derivada*

| Estadístico | Muestra |     |
|-------------|---------|-----|
|             | 212     | 188 |
| Mínimo      | 0       | 2   |
| Máximo      | 191     | 191 |

Observo que la media de los planes de área es muy baja en relación con el nivel de concreción de derivada del plan de área de referencia que es de 120. Con una confianza del 95%, establezco que el valor de la media poblacional para la variable nivel de concreción de la derivada está en el intervalo (40,44, 48,53) y el valor de la media poblacional de los planes de área que cubren el tema de la derivada está en el intervalo (45,20, 53,04). También, observo que hay varios planes de área que tienen niveles de concreción mayores que el del plan de área de referencia y algunos de ellos tienen un nivel de concreción sustancialmente mayor.

**4.3. Nivel de concreción de estadística descriptiva**

En la figura 46, presento el histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción de la estadística descriptiva para los 212 planes de área analizados. Observo que hay 114 planes de área (53,77%) cuyo nivel de concreción está entre 0 y 25. Seguidamente, hay 48 planes de área (22,64%) con un nivel de concreción entre 25 y 50; 28 planes de área (13,20%) con un nivel de concreción entre 50 y 75; 14 planes de área (6,6%) con un nivel de concreción entre 75 y 100; 6 planes de área (2,83%) con un nivel de concreción entre 100 y 125; y 2 planes de área (0,94) con un nivel de concreción entre 150 y 175. En la figura 46, señalé con un rectángulo de color rojo el valor del nivel de concreción en estadística descriptiva del plan de área de referencia que es de 160.

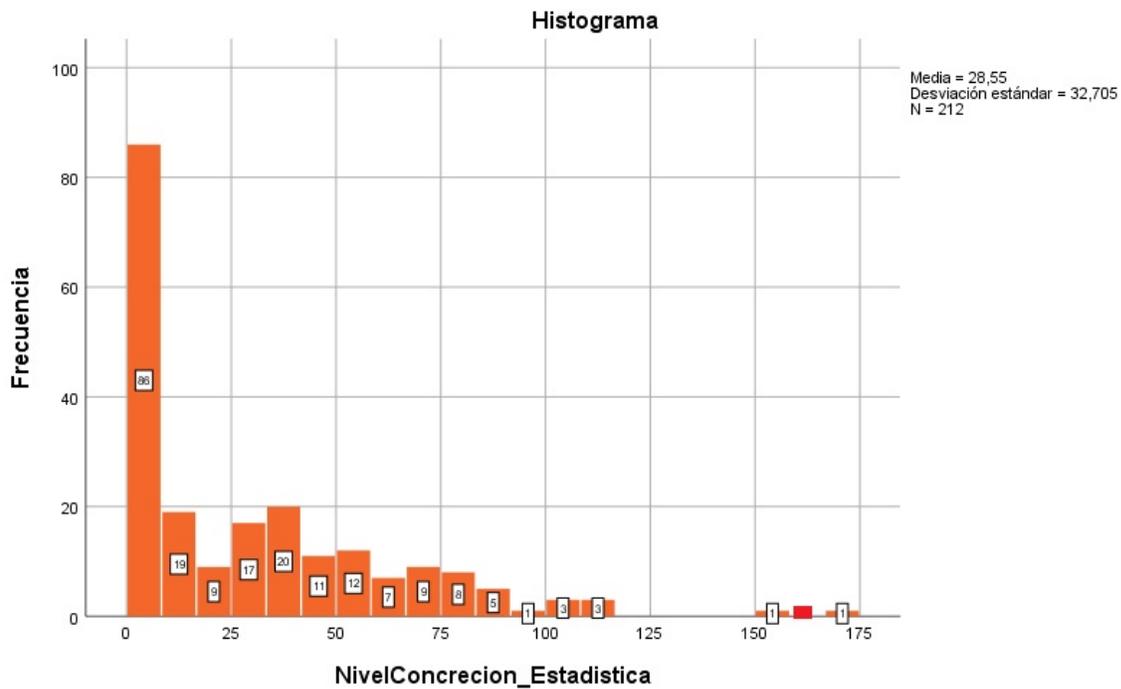


Figura 46. Histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción de la estadística

De los 86 planes de área reflejados en la primera barra de la Figura 4, 74 tienen nivel de concreción cero. En la tabla 43, presento los descriptivos de la variable nivel de concreción de la estadística descriptiva para la muestra de 212 planes de área y la submuestra de 138 planes de área que no incluye los 74 planes de área con nivel de concreción cero. Encontré que la media de la muestra es de  $\bar{x} = 28,55$ . Para la submuestra la media es  $\bar{x} = 43,86$ .

Tabla 43

*Estadísticos descriptivos nivel de concreción de estadística descriptiva*

| Estadístico | Muestra |        |
|-------------|---------|--------|
|             | 212     | 138    |
| Media       | 28,53   | 43,86  |
| Desviación  | 32,71   | 31,16  |
| Varianza    | 1069,62 | 971,15 |

Tabla 43

*Estadísticos descriptivos nivel de concreción de estadística descriptiva*

| Estadístico | Muestra |     |
|-------------|---------|-----|
|             | 212     | 138 |
| Rango       | 171     | 171 |
| Mínimo      | 0       | 1   |
| Máximo      | 171     | 170 |

Observo que la media de los planes de área es muy baja en relación con el nivel de concreción de estadística descriptiva del plan de área de referencia que es de 160. Con una confianza del 95%, establezco que el valor de la media poblacional para la variable nivel de concreción de estadística descriptiva está en el intervalo (24,11, 32,98) y el valor de la media poblacional de los planes de área que cubren el tema de la estadística descriptiva está en el intervalo (38,60, 49,10). También, observo que hay un plan de área que tiene un nivel de concreción mayor que el del plan de área de referencia.

#### 4.4. Nivel de concreción de los tres temas

En la figura 47, presento el histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción para los 212 planes de área analizados. Observo que hay 37 planes de área (17,42%) cuyo nivel de concreción está entre 0 y 50; hay 49 planes de área (23,11%) cuyo nivel de concreción está entre 50 y 100; 64 planes de área (30,19%) cuyo nivel de concreción está entre 100 y 150; 34 planes de área (16,04%) cuyo nivel de concreción está entre 150 y 200; 18 planes de área (8,49%) cuyo nivel de concreción está entre 200 y 250; y 10 planes de área (4,71%) cuyo nivel de concreción es mayor de 250.

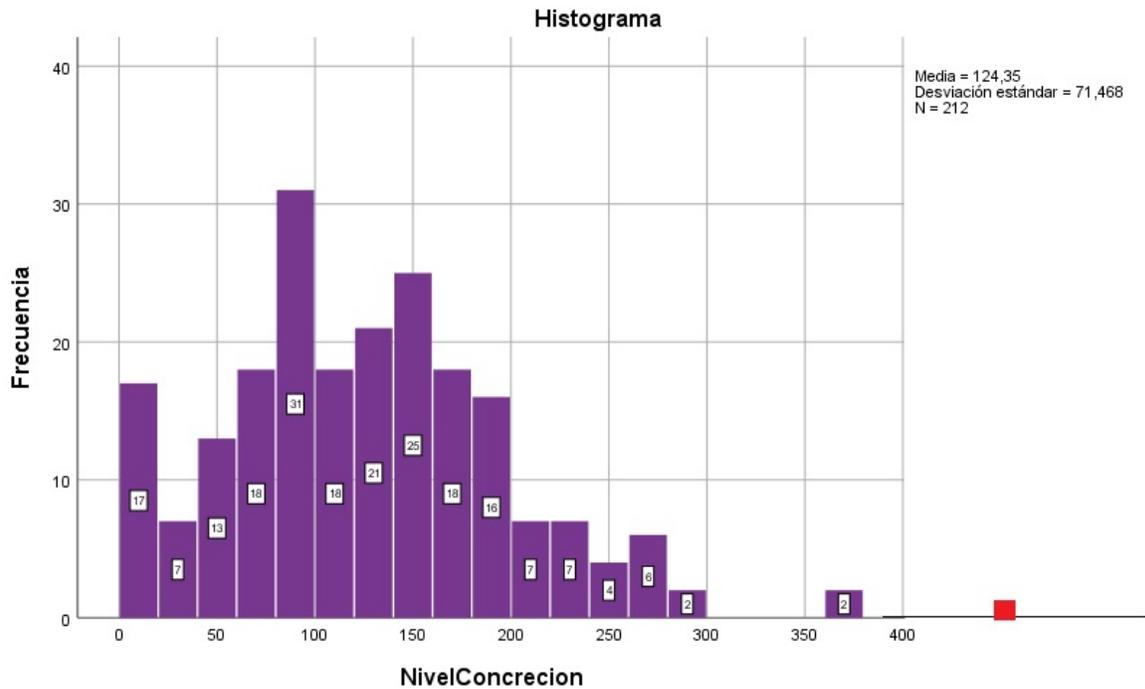


Figura 47. Histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción

Al considerar los 212 planes de área, observo que 8 de ellos tienen nivel de concreción 0 en los tres temas considerados. En la tabla 44, presento los descriptivos de la variable nivel de concreción para la muestra de 212 planes de área y la submuestra de 204 planes que no contiene los planes cuyo nivel de concreción es cero. Encontré que su media es de  $\bar{x} = 124,35$ . Para la submuestra, la media es de  $\bar{x} = 129,23$ .

Tabla 44

*Estadísticos descriptivos nivel de concreción*

| Estadístico | Muestra |         |
|-------------|---------|---------|
|             | 212     | 204     |
| Media       | 124,35  | 129,23  |
| Desviación  | 71,47   | 69,38   |
| Varianza    | 5107,66 | 4675,64 |
| Rango       | 376     | 376     |

Tabla 44  
*Estadísticos descriptivos nivel de concreción*

| Estadístico | Muestra |     |
|-------------|---------|-----|
|             | 212     | 204 |
| Mínimo      | 0       | 2   |
| Máximo      | 376     | 374 |

Encontré que la media de la variable nivel de concreción es muy baja en relación con el nivel de concreción del plan de área de referencia cuya medida es de 445. Con una confianza del 95%, establezco que el valor de la media poblacional para la variable nivel de concreción está en el intervalo (114,68, 134,03) y el valor de la media poblacional de los planes de área que tienen algún nivel de concreción está en el intervalo (119,79, 138,67).

#### **4.5. Relación con el plan de área de referencia**

Con el fin de profundizar en la comparación de los datos de la muestra con el plan de área de referencia, construí dos medidas para comparar las medidas de las muestras y sacar conclusiones. La primera medida consiste en calcular la proporción del rango del cubrimiento de la muestra en relación con la medida del plan de área de referencia. La segunda medida consiste en calcular la proporción de la media del cubrimiento de la muestra en relación con la medida del plan de área de referencia. Construí estas dos medidas para comparar y determinar qué tan satisfactorio es el nivel de concreción de los planes de área de la muestra en relación con el nivel de concreción del plan de área de referencia. Presento estos resultados en la tabla 45.

Tabla 45

*Comparación de porcentajes con la medida del plan de área de referencia para cada tema*

| Temas                   | Rango   | Media  |
|-------------------------|---------|--------|
| Cónicas                 | 99,39%  | 32,26% |
| Derivada                | 159,17% | 37,07% |
| Estadística descriptiva | 106,88% | 17,83% |
| Total de los tres temas | 84,49%  | 27,94% |

Encontré que, para este atributo, la proporción de la media de los planes de área de la muestra en relación con la medida del plan de área de referencia es del 32,26% para el tema de cónicas, del 37,07% para el tema de la derivada y del 17,83% para estadística descriptiva. Esto me indica que en los planes de área de la muestra el nivel de concreción es menor en proporción al plan de área de referencia, especialmente en el tema de la estadística descriptiva.

También, encontré que, para el tema de cónicas, las observaciones de la proporción del rango en la muestra hay al menos un plan de área de la muestra cuyo rango representa el 99,39% del rango del plan de área de referencia, mientras que para el tema de la derivada y estadística descriptiva las observaciones de las proporciones sobrepasan el valor de la media del plan de área en 159% y 106% respectivamente.

Observo que hay una diferencia importante entre cónicas y derivada. En cónicas, hay al menos un plan de área que llega a cubrir, en la proporción del rango, el 99.39% de lo que cubre el plan de área de referencia (164 de 165 códigos) y, en derivada, hay al menos un plan de área que cubre, en proporción, el 159,17% (191 de 120 de códigos). En cónicas, la media representa 32% del nivel de concreción del plan de área de referencia, mientras que, en derivada, este porcentaje es de 37%. Encontré que para estadística descriptiva la media del nivel de concreción es solo del 17% de lo que se propone en el plan de área de referencia. Estos datos me permiten concluir que los planes de área colombianos tienen un nivel de concreción muy por debajo de lo que se espera, de acuerdo con lo que propone el legislador en el documento de los estándares. De hecho, encontré evidencia de que el plan de área de referencia es posible desde el punto de vista del atributo nivel de concreción, porque, para por lo menos un tema, hay dos de instituciones que superan la medida de este plan de área.

#### **4.6. Alineación y nivel de concreción**

Analice si existe correlación entre la alineación con los estándares y el nivel de concreción con que se presenta la información en los planes de área y encontré que, con un P valor de  $0,307 * E^{-5}$ ,

puedo rechazar la hipótesis nula que  $H_0: r = 0$ . Lo anterior indica que sí hay una correlación entre las dos variables.

En la figura 48, presento el diagrama de dispersión de estas dos variables. El valor de  $r^2 = 0,1059$  indica que el 10,59% de la variación de la alineación con los estándares puede explicarse por el nivel de concreción. Además, teniendo en cuenta la ecuación de la recta de regresión,  $y = 12,18x + 1,497$ , interpreto que por cada aumento de una unidad en el nivel de concreción hay un aumento del 12,18% de alineación de los planes de área con los estándares

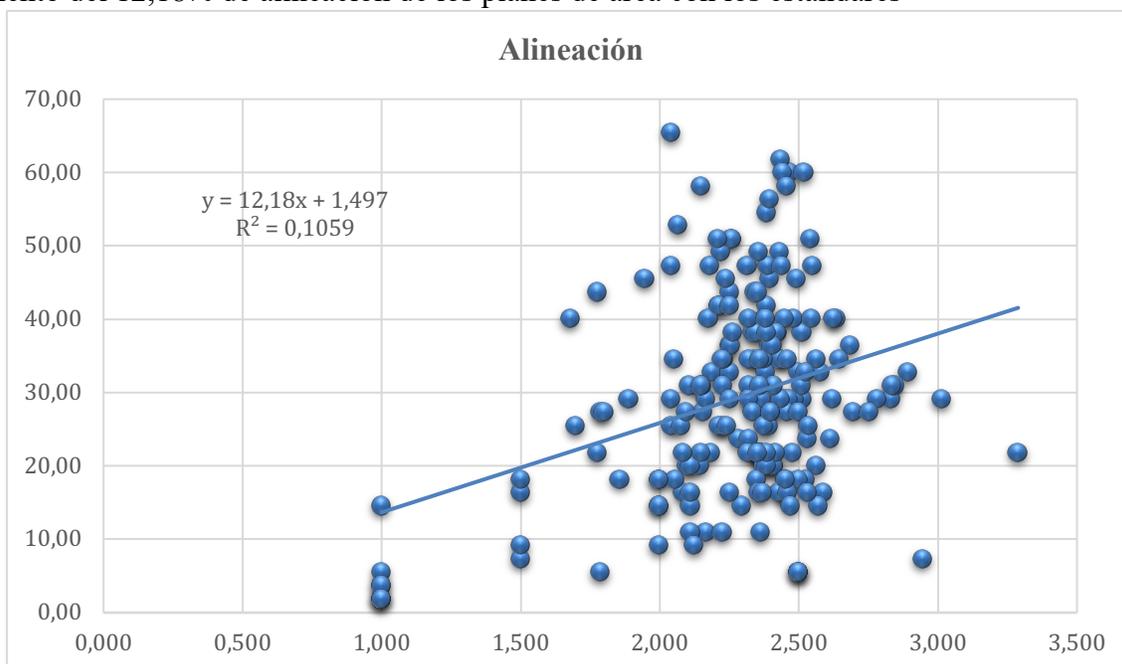


Figura 48. Diagrama de dispersión de la alineación y el nivel de concreción

Al observar la figura 48, procedí a estudiar la correlación entre la alineación y el nivel de concreción de aquellos planes de área que tienen una concreción menor que 1,5. En este análisis incluí 15 planes de área con alineación y nivel de concreción nula que había excluido en la muestra original. Al hacerlo, encontré que  $r^2 = 0,6416$ . En consecuencia, puedo decir que el 64,16% de la variación de la alineación de los planes de área puede explicarse por el nivel de concreción, para ese rango de concreción.

## 5. CONCLUSIONES

Encontré que, en los planes de área de la muestra, el nivel de concreción con el que se abordan los tres temas analizados es muy bajo en comparación con el plan de área de referencia: cónicas (32%), derivadas (37%), estadística descriptiva (17%) y los tres temas en conjunto (27%). Estos resultados coinciden con lo que se ha encontrado en la literatura sobre la poca profundidad con que se abordan los temas (Schmidt et al., 2005; Schwartz et al., 2008), dado que hay muy poco nivel de concreción cuando se compara con el plan de área de referencia.

En el análisis de la alineación de los planes de área con los estándares, encontré que hay 26 planes de área con muy baja alineación. Estos 26 planes de área con más baja alineación son también aquellos que tienen menor nivel de concreción. Por consiguiente, esta baja alineación se explica porque estos planes de área no abordan los temas con suficiente detalle y no pueden compartir códigos con los estándares.

El hecho de que haya algunas, aunque sean pocas, instituciones educativas para las que, en al menos un tema, la medida se acerca o supera a la del plan de área de referencia, me permite argumentar que el plan de área de referencia es factible. No obstante, encontré que los planes de área colombianos tienen una concreción muy superficial de los temas cuando se comparan con el plan de área de referencia. Esta situación pone de manifiesto que las instituciones educativas no pueden abordar los temas de matemáticas tal y como los estándares esperan que se haga, en el sentido de su concreción. La anterior situación coincide con lo que Schmidt et al. (2005) y Schwartz et al. (2008) ponen de manifiesto en sus investigaciones sobre planes de estudio en los que se abordan muchos temas pero no se profundiza en ellos.

Puedo formular algunas conjeturas de explicación de estos resultados. Por ejemplo, es posible que el tiempo que los profesores estiman al momento de diseñar el plan de área para tratar un tema sea diferente del tiempo que yo preví para el plan de área de referencia. Probablemente existan instituciones educativas que no asignen la cantidad de horas para matemáticas que yo establecí para el plan de área de referencia (seis horas efectivas semanales en los grados 10 y 11). Esto coincide con lo que se ha visto en la literatura, puesto que el tiempo puede ser un factor muy influyente entre la dicotomía del cubrimiento y la profundidad de los temas (Schwartz et al., 2008)

Encontré que los planes de área analizados no satisfacen los requerimientos de los estándares porque, al tener un plan de área de referencia que pretende abordar los estándares y además es factible, los documentos de la muestra se acercan muy poco a estas medidas. Encontré planes de área en los que para los tres temas analizados su nivel de concreción es muy diferente. Por ejemplo, hay planes de área que no tratan el tema de cónicas y por consiguiente su nivel de concreción es 0. Esta situación pone de manifiesto que en los planes de área de la muestra no se están satisfaciendo los requerimientos de los estándares y se esperaría que sí lo hicieran dado que en el plan de área de referencia sí se tratan. Al parecer, esto es una consecuencia de la autonomía curricular de que gozan las instituciones educativas para construir sus planes de área.

Encontré que hay planes de área que no hacen referencia a los contenidos ya que se concentran en expectativas de aprendizaje generales. Entre los que abordan los contenidos, encontré que hay planes de área que mencionan los contenidos y los estándares simplemente como etiquetas, pero cuando se analizan estas etiquetas desde un punto de vista curricular, no se profundiza en ellas. El nivel de concreción de estos planes de área es bajo. Hay planes de área que sí abordan las cuestiones propuestas en los estándares, pero tratan estas cuestiones de forma muy general. Confirmé lo anterior con lo que encontré en los datos, dado que estos dan cuenta de una gran variabilidad en el nivel de concreción de los diferentes temas.

He revisado algunos documentos para analizar por qué el nivel de concreción de la estadística descriptiva en los grados décimo y undécimo es 0 y encontré que estos temas se abordan en los grados inferiores, en tanto que, en la educación media, algunos planes de área abordan el tema de conteo y la probabilidad. Sin embargo, una conjetura sobre por qué en el tema de estadística descriptiva el nivel de concreción es tan bajo es que los profesores, probablemente, no se sienten

cómodos con el pensamiento aleatorio y pueden evitarlo en la planificación curricular. Otra conjetura es que cuando los maestros están diseñando el plan de área dejan la estadística para el final del curso y, cuando llegan a esta parte del plan de área, se dan cuenta de que el tiempo que tienen es muy limitado. De igual forma, procedí a revisar por qué no se abordan las cónicas, y en contadas ocasiones, encuentro que este tema se aborda en noveno grado.

# 12. ATRIBUTO COHERENCIA

Este documento tiene como propósito presentar la revisión de la literatura, la definición, el método de análisis y los resultados de los atributos coherencia entre expectativas de aprendizaje y coherencia entre dimensiones del currículo.

## 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

En la revisión de la literatura, encontré diferentes aproximaciones a la idea de coherencia curricular y a los diferentes elementos que la componen. En este apartado, presento el interés de analizar la noción de coherencia curricular, los distintos significados que se dan a esa noción en la literatura, los mecanismos que se emplean para determinar si un currículo es o no coherente y los principales resultados de los estudios sobre coherencia curricular.

### 1.1. Interés de analizar la noción de coherencia curricular

Numerosos investigadores han analizado la coherencia curricular como una característica de los planes de estudios que condiciona el éxito educativo y que involucra a distintos agentes. Así, el profesorado necesita percibir la coherencia del plan de estudios para poder planificar y llevar a cabo su trabajo con garantías (Schmidt et al., 2002; Schmidt et al., 2005); los estudiantes pueden construir una comprensión profunda e interconectada de la disciplina que estudian cuando esta se presenta de modo coherente y aparece vinculada a sus conocimientos previos (Fortus y Krajcik, 2012; Sikorski y Hammer, 2017); un currículo planificado de modo coherente promueve mejores resultados de los estudiantes en las pruebas estandarizadas nacionales o internacionales —por ejemplo, en las pruebas TIMSS, (Schmidt et al., 2005; Schmidt y Houang, 2012)—; un currículo coherente con el tipo de profesional que quiere formar garantiza el conocimiento profesional esencial y evita la disparidad (Imam, 2018); y las administraciones educativas a nivel distrital y nacional también han de tener en cuenta la coherencia de los planes de estudio para poder emprender reformas educativas exitosas (Sullanmaa, Pyhältö, Pietarinen y Soini, 2019).

Por otro lado, también observé que la coherencia debe buscarse explícitamente en el diseño de los planes de estudios, pues con cierta frecuencia los estudiantes cursan planes de estudio en los que hay cierta descoordinación entre distintas dimensiones del currículo. Por ejemplo, Schmidt et al. (2002) presentan una reseña sobre los datos encontrados en el Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS) en el que se proporciona evidencia de que los estudiantes y docentes estadounidenses están en gran desventaja por la falta de un currículo coherente de matemáticas, así como de textos, materiales y capacitación acordes al currículo. Shwartz, Weizman, Fortus, Krajcik y Reiser (2008) muestran que muchos currículos de ciencias carecen de coordinación y coherencia en el tiempo y en los temas tratados. Ellos realizaron un proyecto (IQWST) para

diseñar unidades didácticas de ciencias coherentes. Precisamente en ese contexto, han surgido iniciativas bien conocidas desde el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) para lograr la coherencia necesaria (Reys, Dingman, Sutter y Teuscher, 2005; Watanabe, 2007).

En definitiva, observé que la coherencia de los diferentes elementos que componen los planes de estudios y de estos planes con el entorno en el que se implementan es un eje central de la calidad de la formación que reciben los estudiantes. También percibí la complejidad de una noción que afecta a distintas facetas de los currículos y a todos los agentes que intervienen en los procesos educativos. En las secciones siguientes, profundizo en estas cuestiones.

## **1.2. Significados de la noción de coherencia curricular**

En la literatura, encontré diferentes significados de la noción de coherencia curricular. Desde una perspectiva holística e integradora del currículo, Beane (1995) plantea una definición formal de coherencia curricular como la relación del todo con sus partes. Al entender el plan de estudios como un todo, este autor establece que hay coherencia cuando hay conexión entre los objetivos formativos, el contenido, las prácticas de enseñanza, las experiencias de aprendizaje y la evaluación, de forma que se da al plan de estudios un sentido global. Numerosos estudios adoptan este enfoque y sostienen que la alineación entre esos elementos es la base para el diseño e implementación de planes de estudios eficaces (ver, por ejemplo, Alcoba, 2013; Fortus y Krajcik, 2012; Fortus, Sutherland Adams, Krajcik y Reiser, 2015; Schmidt et al., 2002; Sullanmaa et al., 2019).

Este planteamiento holístico se ha visto complementado por otros significados de la coherencia particularizados en distintos elementos del currículo o en relaciones entre dos o más de dichos elementos. Entre los enfoques particularizados a un elemento del currículo, destaco, por un lado, los centrados en analizar la organización del contenido a enseñar y, por otro lado, los que ponen el foco de atención en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Entre los enfoques que relacionan distintos elementos del currículo, encontré significados de la coherencia que afectan a dimensiones del currículo que se encuentran en el mismo nivel y otras que afectan a niveles distintos. Siguiendo a Jin, Mikeska, Hokayem y Mavronikolas (2019), denominaré coherencia horizontal a las primeras y coherencia vertical a las segundas. Describo a continuación los enfoques más relevantes para esta investigación.

### *Coherencia centrada en el contenido a enseñar*

Si me centro en el contenido a enseñar, encontré que un currículo es coherente cuando estructuralmente los contenidos a enseñar se relacionan entre sí de una forma lógica en el contexto de cada disciplina. Se plantea una secuencia de temas que refleja la naturaleza secuencial o jerárquica del contenido disciplinario del que se deriva el tema. También se espera que haya conexiones multidisciplinarias lógicas entre los contenidos que se enseñan.

Los estudios que adoptan este significado de la coherencia suelen referirse a este tipo de relación como *alineación entre los temas* (Fortus et al., 2015). Este significado se divide en tres acepciones diferentes. La primera implica la profundidad en la que un tema debe ser estudiado. Esto significa una alineación en la secuencia de temas dentro de un grado y a través de todos los grados (Shwartz et al., 2008). La segunda idea de coherencia curricular como alineación se define como “comprensión integrada”. Esto es el conjunto deseado de conexiones entre las ideas que se proponen entre distintos temas que los estudiantes necesitan mientras progresan en la escuela (Roseman,

Linn y Koppal, 2008). La tercera idea se centra en la articulación a lo largo del tiempo de una secuencia lógica y jerárquica del contenido (Fortus y Krajcik, 2012; Schmidt et al., 2002).

Los currículos coherentes desde la perspectiva del contenido se preocupan de organizar y secuenciar las ideas de forma lógica y jerárquica para construir una comprensión interconectada de los conceptos, desde las nociones más elementales a las más profundas. Como ejemplo relevante, está la publicación de “Puntos Focales del Currículo para Matemáticas de Prekinder a Grado 8: Una Búsqueda de Coherencia” (NCTM, 2006). Este es un intento de identificar y secuenciar de forma coherente los temas matemáticos importantes en los niveles de prekinder a octavo grado.

### *Coherencia centrada en el aprendizaje de los estudiantes*

Encontré en la literatura que hay dos formas de mirar la coherencia centrada en el aprendizaje. La primera se basa en la naturaleza del aprendizaje y la segunda se refiere a los medios que se usan para generar el aprendizaje. Autores, como Jin et al. (2019), denominan al enfoque basado en la naturaleza del aprendizaje *coherencia de desarrollo* y usan la noción de progresión de aprendizaje para describir la coherencia como una evolución desde el pensamiento intuitivo hasta el pensamiento científico. Las progresiones de aprendizaje son descripciones de cómo los estudiantes desarrollan la comprensión de los conceptos y procedimientos disciplinarios clave dentro y entre varios grados.

El enfoque basado en los medios que se usan para generar el aprendizaje está entroncado con una variedad de elementos curriculares. Si, entre ellos, me centro en la dimensión cognitiva del currículo, puedo decir que un currículo es coherente cuando las competencias que se pretenden desarrollar se relacionan adecuadamente con los objetivos generales y específicos que se plantean en cada tema, y cuando todo ello sirve para desarrollar el perfil de estudiante o profesional que se desea en el contexto del plan formativo. Estos enfoques de la coherencia se reflejan en la distribución sistemática y ordenada de las expectativas de aprendizaje en cada uno de los grados particulares de un plan de estudios y a través de los distintos grados. Mediante estos enfoques se promueve la elaboración de currículos basados en estándares de aprendizaje, que deben aparecer descritos con distinto nivel de concreción y deben distribuirse con una cierta lógica a lo largo de la etapa escolar.

En el ámbito de las matemáticas, la coherencia entre estándares de aprendizaje es un factor predictivo del tipo de aprendizaje que se mide en pruebas internacionales como TIMSS (Schmidt et al., 2005) y nacionales como NAEP (Schmidt y Houang, 2012).

### *Coherencia horizontal*

Como lo indiqué con anterioridad, agrupé bajo el término coherencia horizontal a todos aquellos enfoques que analizan dos o más elementos curriculares que están en el mismo nivel del currículo. Los elementos más frecuentes son los contenidos, las expectativas o las finalidades del aprendizaje, los métodos de enseñanza o la evaluación. Describo algunas formas de concretar la coherencia horizontal utilizando estos elementos según distintos autores.

Dos elementos del currículo cuya relación suele aparecer de manera frecuente en los análisis de coherencia son las finalidades del aprendizaje y las metodologías de enseñanza que se llevan a cabo en el aula. Por ejemplo, Alcoba (2013) utiliza el término *alineamiento* para referirse a la relación de coherencia que debe existir entre los diferentes elementos del currículo y se centra en

la relación que debe existir entre las finalidades educativas y los métodos de enseñanza. Este autor basa su noción de coherencia en la eficacia de la instrucción. Al partir de un listado de finalidades educativas, entendidas como expectativas de aprendizaje de distintos tipos, y de métodos de enseñanza y, por medio de un panel de expertos, establece la relación entre ambos para identificar los métodos de enseñanza que son más eficaces en el desarrollo de las diferentes finalidades educativas.

Los métodos de enseñanza también forman parte del significado de coherencia que adoptan Fortus y Krajcik (2012), pero en su caso se centran en los materiales y las guías que apoyan a los alumnos en la construcción de ideas esenciales. Esto es, hay coherencia cuando las actividades de enseñanza que se proponen son adecuadas para desarrollar el nuevo aprendizaje esperado en los estudiantes, expresado en términos de estándares de contenido o de metas de aprendizaje, y cuando los materiales que se emplean realmente dan soporte al tipo de aprendizaje que se quiere lograr.

Los contenidos también forman parte esencial de la noción de coherencia para algunos autores. Por ejemplo, Rata (2019) describe y justifica un modelo teórico llamado “Coherencia del diseño curricular” para captar las relaciones complejas e interdependientes entre conceptos, contenidos y competencias. Para este autor, la incoherencia proviene de una bifurcación de “habilidades” versus “conceptos” y un énfasis excesivo en el contenido fragmentado sin integración conceptual. Jin et al. (2019) dan significado a la noción de coherencia por medio de los contenidos, la instrucción y la evaluación

Otros autores, con el propósito de diseñar currículos coherentes a partir de directrices nacionales, se centran en las relaciones entre las expectativas de aprendizaje que se deben considerar, el contenido y las actividades de enseñanza. Por ejemplo, Shwartz et al. (2008) señalan que, para lograr un currículo coherente, en primer lugar, se deben seleccionar los estándares del currículo nacional que se van a utilizar para plantear expectativas de aprendizaje. Con base en los estándares escogidos, se debe formular un conjunto de expectativas de aprendizaje coherente. Seguidamente, se deben crear y mantener conexiones visibles entre esas expectativas de aprendizaje y las actividades de enseñanza a desarrollar dentro del aula. Finalmente, se debe buscar la coherencia temporal, al organizar secuencialmente los contenidos, los objetivos de aprendizaje y las prácticas de enseñanza a lo largo de las unidades durante un año o un período de años.

### *Coherencia vertical*

Bajo el término coherencia vertical están todos aquellos enfoques que analizan dos o más elementos curriculares que están en distinto nivel del currículo; por ejemplo, las relaciones entre la instrucción en el aula y las evaluaciones a gran escala, o las conexiones entre la planificación curricular que se lleva a cabo en los centros y las políticas educativas nacionales. Aunque este tipo de coherencia vertical está mucho más disperso en la literatura, presento seguidamente algunos enfoques que considero relevantes para esta investigación.

La relación entre las políticas y la práctica educativa real es un tema del máximo interés en términos de coherencia. Bajo este planteamiento, autores como Sarmiento y Tovar (2007) describen la coherencia como el grado de correspondencia entre las partes de una institución, y entre éstas y la institución como un todo. Estos autores reconocen más de un significado para la noción de coherencia y lo concretan de dos formas: la adecuación de las políticas y de los medios que se disponen para implementarlas; y el grado de correlación existente entre lo que la institución y el

programa planifican y lo que efectivamente realizan. Llevan a cabo un estudio de coherencia en la universidad, la facultad y los programas de estudios, y concluyen que a nivel de la facultad hay coherencia entre los documentos curriculares, pero es incipiente a nivel de los programas académicos.

Otros estudios buscan la idea de coherencia en las relaciones entre los cambios curriculares a nivel nacional a gran escala y la interpretación que llevan a cabo los responsables en la construcción de los planes de estudios concretos. Son estudios que tratan de comprender el impacto de las reformas educativas, cuestión que queda condicionada por la percepción que reciben las partes interesadas responsables de los planes de estudios. Por ejemplo, Pietarinen, Pyhältö y Soini (2017) argumentan que la implementación de una reforma curricular siempre implica la traducción de las nuevas ideas en nuevas prácticas educativas, lo que implica procesos complejos de creación de sentido. Así, esta noción de coherencia tiene en cuenta el establecimiento de relaciones entre distintos elementos del currículo, pero además contempla la percepción de los agentes educativos a nivel local sobre las normativas curriculares. Sullanmaa et al. (2019) profundizan en esta idea al argumentar que los currículos, además de presentar alineación entre objetivos, contenido y evaluaciones, y de contemplar las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje, deben prestar atención a que los agentes educativos locales comprendan la coherencia que se quiere dar al currículo a nivel estatal.

En sentido similar, otro elemento que algunos autores incorporan a los significados de la coherencia curricular es la capacitación y el desarrollo profesional del profesorado que implementa los planes de estudios. Por ejemplo, Schmidt et al. (2002) encontraron que los docentes de los países de mayor rendimiento académico no solo tienen directrices coherentes con un plan de estudios nacional, sino que también dotan a los docentes de herramientas (guías didácticas, libros de texto y formación inicial) que los capacitan para comprender e implementar la coherencia pretendida de los currículos.

### **1.3. Mecanismos para determinar la coherencia curricular**

Dentro de los mecanismos utilizados para determinar la coherencia curricular, encontré estudios en los que se analiza el currículo unificado estatal o distrital y se compara con las evaluaciones estandarizadas (Schmidt et al., 2002; Schmidt et al., 2005; Schmidt y Houang, 2012). En estos estudios, se analizan los temas que se proponen en el currículo unificado y se comparan con los temas que se evalúan en las diferentes pruebas. Para llevar a cabo estos análisis se suelen utilizar técnicas de regresión y análisis de covarianza para evaluar la relación entre la proximidad de los estándares estatales y el desempeño de los estudiantes.

También, hay estudios que han realizado análisis documentales aplicando criterios de coherencia y pertinencia a los documentos institucionales seleccionados de la universidad, la facultad y de los programas académicos que se ofertan (Sarmiento y Tovar, 2007). En otros estudios se han analizado los materiales, recursos y las guías que utilizan los maestros en las aulas de clase con el fin de determinar cómo favorecen el logro de las expectativas de aprendizaje en los estudiantes (Fortus y Krajcik, 2012; Fortus et al., 2015; Sikorski y Hammer, 2017).

Encontré estudios en los que se analiza la coherencia entre los contenidos propuestos en el plan unificado y las expectativas de aprendizaje planteadas (Fortus y Krajcik, 2012; Rata, 2019), se analizan los contenidos propuestos en un plan de estudios en un año y a través de los años

(Fortus y Krajcik, 2012; Schmidt et al., 2002; Shwartz et al., 2008) y se analiza la triada currículo, instrucción y evaluación (Jin et al., 2019).

#### **1.4. Resultados de estudios sobre coherencia curricular**

Dentro de los resultados de la coherencia curricular, encontré los trabajos orientados al diseño de currículos coherentes. Por ejemplo, Alcoba (2013) pone de manifiesto que no se ha establecido un modelo que relacione de forma clara el diseño y ejecución de guías académicas y las finalidades educativas para el desarrollo de competencias profesionales. Sarmiento y Tovar (2007) encontraron que existe algo de coherencia y pertinencia de los documentos curriculares en los diferentes niveles analizados, aunque en otros la relación es incipiente.

Encontré, dentro de los trabajos que analizan la coherencia de los contenidos como elemento clave en la definición de coherencia, que la coherencia de contenidos es un predictor del rendimiento de los estudiantes. Estos estudios indican que la coherencia entre unidades didácticas permitió a los estudiantes desarrollar una comprensión más profunda y duradera de los conceptos. Por otro lado, la coherencia curricular basada en la integración de nociones de distintas disciplinas artísticas en contextos de pensamiento creativo, colaborativo y crítico favoreció el desarrollo de competencias y habilidades de los estudiantes (Carlisle, 2011; Fortus et al., 2015).

Los estudios que analizan la coherencia de las expectativas de aprendizaje como elemento clave en la definición de coherencia ponen de manifiesto que, cuando el currículo adopta los estándares comunes nacionales, los estudiantes tienen mejor rendimiento en las pruebas estandarizadas (Schmidt et al., 2002; Schmidt et al., 2005). No obstante, al controlar los datos demográficos relacionados con el nivel socioeconómico y la pobreza, se encuentra que los estados con los estándares comunes, en promedio, obtuvieron puntajes más altos en las evaluaciones estatales (Schmidt y Houang, 2012).

Finalmente, dentro de los trabajos que se centran en la comprensión del profesorado sobre los documentos curriculares oficiales, encontré que la percepción de coherencia tiene un impacto en la reforma educativa tanto para la escuela como para la sociedad (Pietarinen et al., 2017). Asimismo, la relación entre las estrategias de implementación en el proceso curricular y la coherencia del currículo básico oficial mostraron que la coherencia curricular contribuye al impacto esperado de la reforma en el desarrollo del nivel escolar (Smith, 2019; Sullanmaa et al., 2019).

## **2. NOCIÓN DE COHERENCIA**

Con base en la revisión de la literatura presentada en el apartado anterior y dado que existen varias aproximaciones a la noción de coherencia, asumí la posición de la noción de coherencia entre las diferentes dimensiones del currículo. También analicé la coherencia entre dos o más elementos curriculares que están en el mismo nivel del currículo. En este sentido, analicé la relación de coherencia entre los siguientes elementos: contenidos, las expectativas o las finalidades del aprendizaje, los métodos de enseñanza y la evaluación. A continuación, presento la idea general de coherencia.

## 2.1. Coherencia

La noción general de coherencia se refiere a establecer la relación lógica que se da entre los significados que provienen de dos observaciones, en este caso, de dos segmentos de texto. La noción de coherencia entre elementos curriculares se refiere a la alineación o relación lógica existente entre dichos elementos. Digo que hay coherencia entre dos segmentos de texto en un plan de área, si los significados de estos segmentos están relacionados lógicamente o válidamente, sin contradicción ni oposición, en el contexto de dicho plan de área. Más adelante, defino las relaciones de coherencia que estudié.

A nivel operativo es más fácil identificar la incoherencia, como propiedad opuesta a la coherencia, dado que se puede reconocer fácilmente la falta de relación lógica entre segmentos de texto. En este sentido, definí la incoherencia de la siguiente manera: dos segmentos de texto en un plan de área son incoherentes si no hay una relación lógica o válida entre sus significados en el contexto de dicho documento. Esto es, digo que hay incoherencia entre dos segmentos de texto si, o bien hay una contradicción entre sus significados, o bien no hay una relación entre ellos debiendo haberla.

Puedo generalizar estas definiciones de coherencia e incoherencia entre parejas de segmentos de texto a un segmento de texto y un conjunto de segmentos de texto de la manera siguiente. Digo que hay incoherencia entre un segmento de texto A y un conjunto de segmentos de texto B, si A es incoherente con todos los segmentos de texto de B. Dicho de otra manera, hay coherencia entre un segmento de texto A y los segmentos de texto de B si hay al menos un segmento de texto de B que es coherente con A.

Para poder concretar la noción de coherencia, es necesario identificar los elementos curriculares sobre los que analicé este atributo, dado que me interesó saber cómo funciona la noción de coherencia en el análisis curricular de un documento de plan de área. Realicé el siguiente análisis (a) al interior de cada dimensión del currículo y (b) entre dimensiones del currículo. En el primer caso, centré la atención en la coherencia al interior de la dimensión cognitiva. La información que presentan los planes de área de la muestra no es suficiente para hacer este análisis en las demás dimensiones del currículo. En el segundo caso, realicé un análisis más detallado de la coherencia entre las dimensiones del currículo.

## 3. COHERENCIA AL INTERIOR DE LA DIMENSIÓN COGNITIVA

La noción de coherencia al interior de la dimensión cognitiva o coherencia entre expectativas de aprendizaje consiste en establecer si la información que se presenta en los diferentes tipos de expectativas está relacionada de forma lógica. Esta relación lógica se refiere a la posibilidad de inferir, de forma evidente, que una expectativa de un determinado tipo contribuye al desarrollo de al menos una expectativa de aprendizaje de otro tipo que se encuentra en un nivel superior. En la figura 49, presento los diferentes niveles de expectativas de aprendizaje.

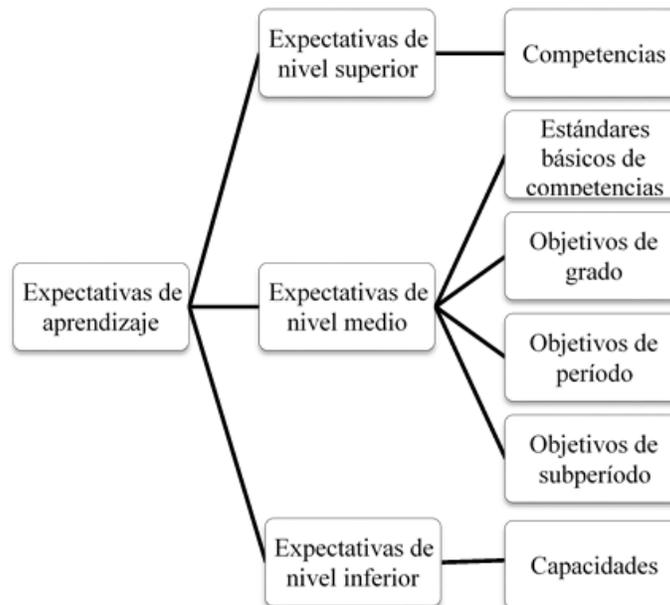


Figura 49. Niveles de expectativas de aprendizaje

De acuerdo con la figura 49, encontré que, dentro de las expectativas de nivel medio, están los estándares básicos de competencias, los objetivos de grado, los objetivos de período y los objetivos de subperíodo. Decidí no considerar en este análisis los objetivos de grado dado que no en todos los planes de área se proponen estos objetivos, como lo indiqué en el capítulo 6. También, decidí no incluir las capacidades dado que solamente en 9 planes de área se proponen capacidades. En consecuencia, decidí analizar los siguientes tipos de incoherencia.

*Incoherencia entre objetivos de subperíodo y objetivos de período.* Hay incoherencia entre un objetivo de subperíodo y los objetivos de período si dicho objetivo de subperíodo no contribuye a ningún objetivo de período que se formule en ese mismo período. Denominé esta incoherencia como incoherencia tipo 1.

*Incoherencia entre objetivos de período y estándares.* Hay incoherencia entre un objetivo de período y los estándares si dicho objetivo de período no contribuye a ningún estándar que se formule en ese mismo período. Denominé esta incoherencia como incoherencia tipo 2.

*Incoherencia entre objetivos de período y competencias.* Hay incoherencia entre un objetivo de período y las competencias, si dicho objetivo de período no contribuye al logro de ninguna de las competencias que se proponen. Denominé esta incoherencia como incoherencia tipo 3.

### 3.1. Método

El método para registrar la información relacionada con el atributo coherencia entre expectativas de aprendizaje consiste en identificar aquellas expectativas de aprendizaje para las que hay incoherencia y etiquetarlas con un código. Para cualquiera de los tres tipos de incoherencia que presenté en el apartado anterior, tengo dos conjuntos de expectativas de aprendizaje: uno de nivel inferior (p. ej., objetivos de subperíodo) y otro de nivel superior (p. ej., objetivos de período). Mi

propósito fue establecer la proporción de expectativas de aprendizaje de nivel inferior que presentan incoherencias. Para cada expectativa de aprendizaje de nivel inferior, establecí si esa expectativa de aprendizaje contribuye a al menos una expectativa de aprendizaje de nivel superior. Si esta condición no se cumple, establecí que esa expectativa de aprendizaje de nivel inferior presenta una incoherencia y la etiqueté. Para hallar la proporción que busco, dividí la cantidad de expectativas de aprendizaje de nivel inferior que presentan incoherencias por la cantidad total de expectativas de aprendizaje de nivel inferior. Realicé este procedimiento para cada tipo de incoherencia, para obtener tres variables de proporción. Calculé la variable de proporción de incoherencia global, al evaluar la suma total de los tres tipos de incoherencia, sobre el total de objetivos de subperíodo (reiterados dos veces) y de los objetivos de período. Seguidamente, hallé los estadísticos descriptivos de estas variables de proporción.

### 3.2. Resultados

Presento los resultados para la incoherencia global y para los cuatro tipos de incoherencia propuestos.

#### *Incoherencia global entre expectativas*

De los 212 planes de área de la muestra, encontré que hay 80 planes de área (37,73%) en los que se pone de manifiesto al menos una incoherencia de alguno de los tres tipos propuestos. Para esta submuestra de 80 planes de área, encontré que la media de la variable incoherencia global entre expectativas de aprendizaje es de  $\bar{x} = 15,77$  y la desviación estándar es de  $s = 15,30$ . Encontré que hay 40 planes de área cuyo porcentaje de incoherencia está entre el 1% y el 12%, 23 planes de área que tienen una incoherencia entre el 12% y el 23%, 12 planes de área que tienen una incoherencia entre el 23% y el 34%, dos planes de área que tiene una incoherencia entre el 34% y el 45%, un plan de área que tiene una incoherencia entre el 45% y el 56% y un plan de área que tiene una incoherencia entre el 67% y el 78%. En la figura 50, presento el histograma de esta variable para la submuestra considerada.

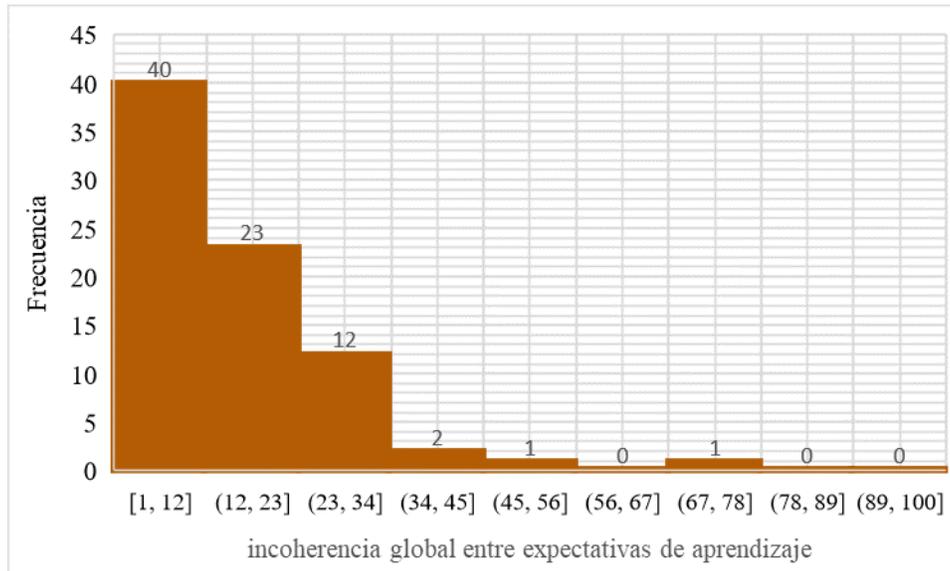
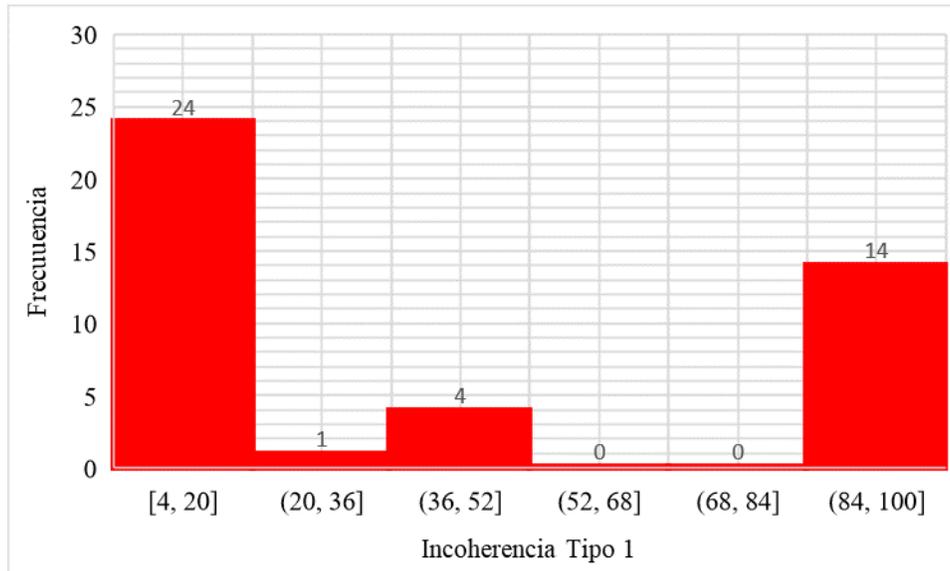


Figura 50. Histograma de la variable incoherencia global

Para la muestra completa de los 212 planes de área, encontré que la media es  $\bar{x} = 5,98$  y la desviación estándar es de  $s = 12,12$ . Con un nivel de confianza del 95%, encontré que el intervalo de confianza para la media poblacional es  $(4,33, 7,63)$ .

*Incoherencia entre objetivos de subperíodo y objetivos de período*

Para la incoherencia entre objetivos de subperíodo y período, encontré que hay 43 planes de área (20% del total de 212 planes de área) que tienen al menos una incoherencia de este tipo. La media de esta variable, para ese conjunto de 43 planes de área, es de  $\bar{x} = 43,82$  con una desviación estándar de  $s = 41,16$ . Encontré que hay 24 planes de área cuyo porcentaje de incoherencia entre objetivos de período y subperíodo está entre el 4% y el 20%, un plan de área cuya incoherencia está entre el 20% y el 36%, cuatro planes de área cuya incoherencia está entre el 36% y el 52%, y 14 planes de área con un nivel de incoherencia entre el 84% y el 100%. En la figura 51, presento el histograma de esta variable.



*Figura 51.* Histograma de la variable incoherencia entre objetivos de período y subperíodo

Para la muestra completa de los 212 planes de área, encontré que la media es  $\bar{x} = 8,93$  y la desviación estándar es de  $s = 25,53$ . Con un nivel de confianza del 95% encontré que el intervalo de confianza para la media poblacional es (5,45, 12,40).

*Incoherencia entre objetivos de período y estándares*

Para la incoherencia entre objetivos de subperíodo y período, encontré que hay 16 planes de área (7,5% del total de 212 planes de área) que tienen al menos una incoherencia de este tipo. La media de esta variable, para ese conjunto de 16 planes de área, es de  $\bar{x} = 46,46$  con una desviación estándar de  $s = 21,52$ . Encontré que hay cinco planes de área cuyo porcentaje de incoherencia entre objetivos de período y subperíodo está entre el 16% y el 33%, ocho planes de área cuya incoherencia está entre el 33% y el 50%, un plan de área cuya incoherencia está entre el 50% y el 66%, un plan de área con un nivel de incoherencia entre el 66% y el 83%, y un plan de área con un nivel de incoherencia entre el 83% y el 100%. En la figura 52, presento el histograma de esta variable.

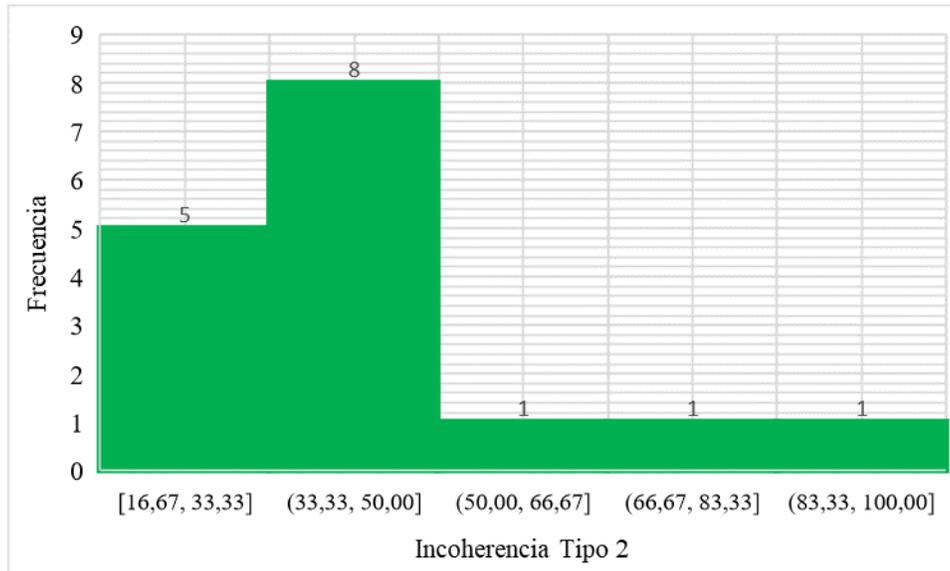


Figura 52. Histograma de la variable incoherencia entre objetivos de período y estándares

Para la muestra completa de los 212 planes de área, encontré que la media es  $\bar{x} = 3,51$  y la desviación estándar es de  $s = 13,57$ . Con un nivel de confianza del 95% encontré que el intervalo de confianza para la media poblacional es (1,67, 5,34).

#### *Incoherencia entre objetivos de periodo y competencias*

Para la incoherencia entre objetivos de período y competencias, encontré que hay 42 planes de área (19,8% del total de 212 planes de área) que presentan al menos una incoherencia de este tipo. La media de esta variable, en el conjunto de esos 42 planes de área, es de  $\bar{x} = 20,37$  con una desviación estándar de  $s = 18,55$ . Encontré que hay 30 planes de área que tienen una incoherencia entre el 4% y el 20%, ocho planes de área con una incoherencia entre el 20% y el 36%, dos planes de área que tienen una incoherencia entre el 36% y el 52%, un plan de área cuyo nivel de incoherencia está entre el 68% y el 84% y un plan de área cuyo nivel de incoherencia está entre 84% y el 100%. En la figura 53, presento el histograma de esta variable.

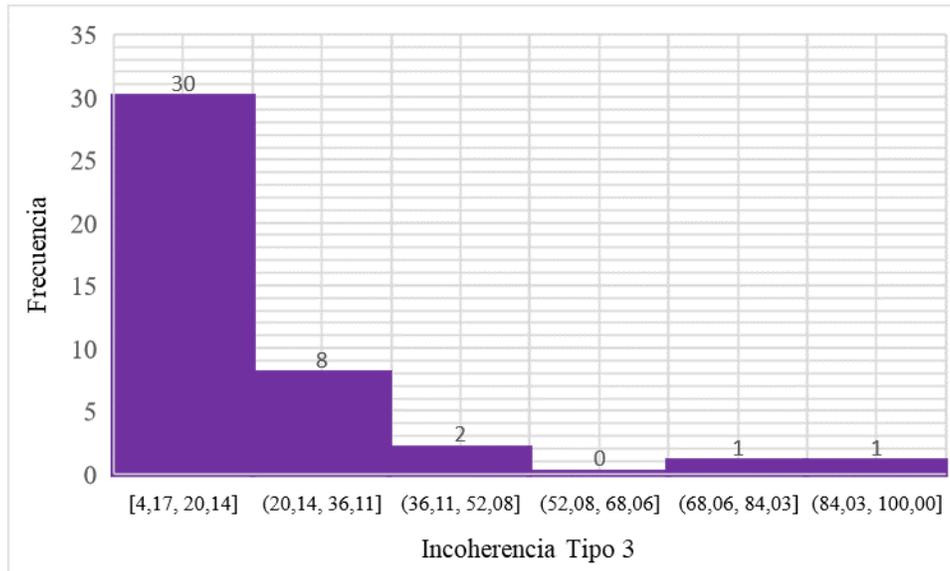


Figura 53. Histograma de la variable incoherencia entre competencias y objetivos de período

Para la muestra completa de los 212 planes de área, encontré que la media es  $\bar{x} = 7,71$  y la desviación estándar es de  $s = 21,91$ . Con un nivel de confianza del 95% encontré que el intervalo de confianza para la media poblacional es (4,73, 10,68).

## 4. COHERENCIA ENTRE DIMENSIONES DEL CURRÍCULO

La coherencia entre dimensiones del currículo consiste en establecer si la información que se presenta en las diferentes dimensiones del currículo está relacionada de forma lógica y válida. Busqué establecer la coherencia en las seis combinaciones de parejas de dimensiones del currículo: (conceptual, cognitiva), (conceptual, formativa), (conceptual, social), (cognitiva, formativa), (cognitiva, social) y (formativa, social).

Desde un punto de vista operativo, y al considerar que la coherencia es complementaria de la incoherencia, fue más sencillo definir e identificar la incoherencia en los planes de área. De hecho, la pregunta que respondí es ¿qué tan incoherentes son las cuatro dimensiones de un plan de área? Analicé la incoherencia entre las seis parejas posibles de dimensiones de dos formas: específica y general. La incoherencia específica registra cuál es la dimensión que genera o es “culpable” de la incoherencia, mientras que la incoherencia general identifica incoherencia sin que se pueda señalar su origen. Concreto seguidamente estas definiciones, el método que empleé para identificarlas y el análisis realizado.

### 4.1. Incoherencias específicas

Dados dos conjuntos A y B, digo que un elemento  $a$  de A presenta una incoherencia específica si  $a$  hace referencia a “información” que no se considera en ningún elemento de B. En este caso, digo que el origen o el “culpable” de la incoherencia es  $a$ . La definición de incoherencia es simétrica para las dimensiones que se desean analizar. Es decir, para dos dimensiones del currículo A y B,

establecí las incoherencias de los elementos de A en su relación con la información en B y viceversa. Usé esta definición de incoherencia específica para las seis parejas de dimensiones del currículo mencionadas, lo que da lugar a los códigos de incoherencia específica que aparecen en la figura 54 y que describo a continuación.

CE.1.2.1. Un segmento de texto de la dimensión conceptual presenta una incoherencia específica con la dimensión cognitiva si el concepto o procedimiento al que hace referencia no se corresponde con ninguna de las expectativas de aprendizaje.

CE.1.2.2. Un segmento de texto de la dimensión cognitiva presenta una incoherencia específica con la dimensión conceptual si la expectativa de aprendizaje a la que hace referencia involucra un contenido que no se ha planteado en la dimensión conceptual.

CE.2.2.1. Un segmento de texto de la dimensión conceptual presenta una incoherencia específica con la dimensión formativa si el concepto o procedimiento al que hace referencia no se corresponde con las metodologías de enseñanza que se proponen.

CE.2.2.2. Un segmento de texto de la dimensión formativa presenta una incoherencia específica con la dimensión conceptual si la metodología de enseñanza que describe no se corresponde con los conceptos y procedimientos que se contemplan en la dimensión conceptual.

CE.3.2.1. Un segmento de texto de la dimensión conceptual presenta una incoherencia específica con la dimensión social si hace referencia a un concepto o un procedimiento para el cual no se proponen criterios de evaluación.

CE.3.2.2. Un segmento de texto de la dimensión social presenta una incoherencia específica con la dimensión conceptual si el criterio de evaluación al que hace referencia no es válido para valorar los conceptos y procedimientos propuestos en el mismo periodo.

CE.4.2.1. Un segmento de texto de la dimensión cognitiva presenta una incoherencia específica con la dimensión formativa si la expectativa de aprendizaje a la que hace referencia no se corresponde con las metodologías de enseñanza descritas en la dimensión formativa.

CE.4.2.2. Un segmento de texto de la dimensión formativa presenta una incoherencia específica con la dimensión cognitiva si la metodología de enseñanza a la que hace referencia no se corresponde con las expectativas de aprendizaje descritas.

CE.5.2.1. Un segmento de texto de la dimensión cognitiva presenta una incoherencia específica con la dimensión social si para la expectativa de aprendizaje a la que hace referencia no se proponen criterios de evaluación.

CE.5.2.2. Un segmento de texto de la dimensión social presenta una incoherencia específica con la dimensión cognitiva si el criterio de evaluación al que hace referencia no es válido para valorar las expectativas de aprendizaje propuestas.

CE.6.2.1. Un segmento de texto de la dimensión formativa presenta una incoherencia específica con la dimensión social si la metodología de enseñanza no se corresponde con los criterios de evaluación propuestos.

CE.6.2.2. Un segmento de texto de la dimensión social presenta una incoherencia específica con la dimensión formativa si el criterio de evaluación al que hace referencia no se corresponde con las metodologías de enseñanza que se proponen en el mismo periodo.

Mi interés se centró en establecer la cantidad de incoherencias que surgen de cada dimensión. Por ese motivo, agrupé las 12 incoherencias en 4 grupos, uno por cada dimensión del currículo. En la figura 54, presento las diferentes incoherencias contempladas en esta investigación. Por ejemplo, el segundo grupo recoge las incoherencias específicas con origen en la dimensión cognitiva, es decir, reúne las incoherencias CE.1.2.2, CE.4.2.1 y CE.5.2.1.

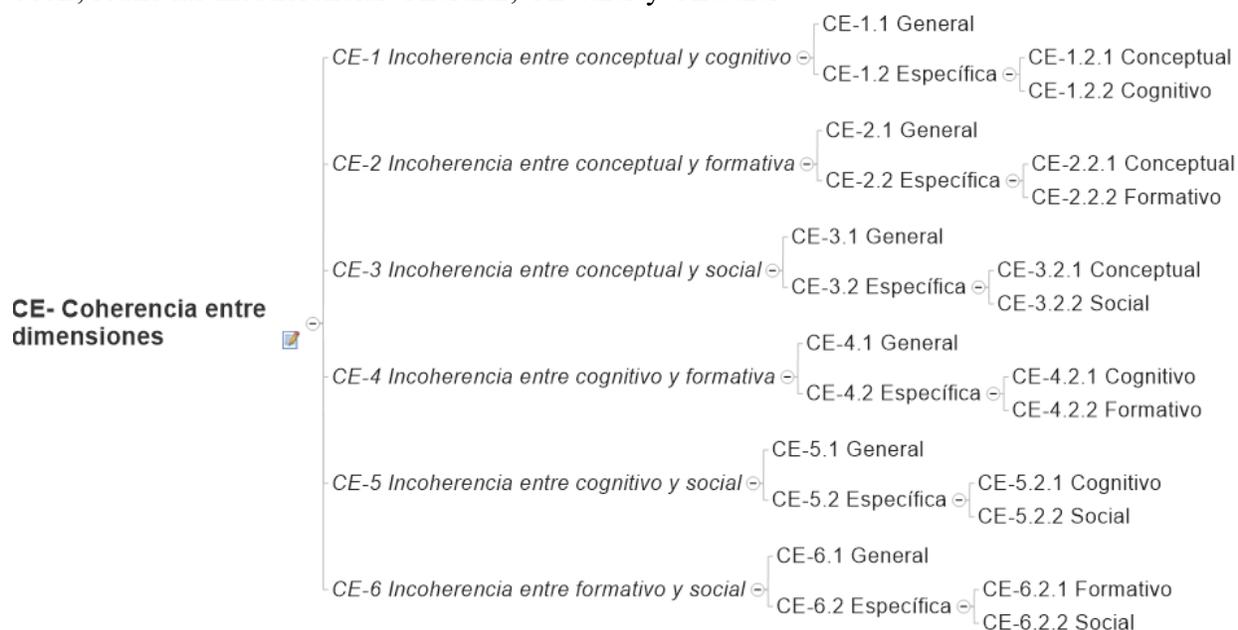


Figura 54. Incoherencias entre dimensiones

En el siguiente apartado, explico cómo obtuve los resultados.

#### 4.2. Método

El método para registrar la información relacionada con el atributo coherencia específica entre dimensiones consistió en identificar aquellos segmentos de texto que presentan incoherencias y etiquetarlos con un código. Esto significó que, si encontraba un segmento de texto que corresponde a la dimensión conceptual que no está relacionado de forma lógica y válida con ningún segmento de texto de la dimensión cognitiva, entonces le asignaba un código de incoherencia específica a ese segmento de texto. Este código me permitió identificar la dimensión que genera la incoherencia. Para determinar las incoherencias generadas por una dimensión procedí a sumar todas las incoherencias generadas en dicha dimensión y calculé la proporción sobre el total de códigos de esa dimensión. Realicé este procedimiento para cada dimensión, para obtener cuatro variables de proporción. Por ejemplo, para determinar las incoherencias generadas por la dimensión cognitiva procedí a sumar las variables de frecuencias CE-1.2.2, CE-4.2.1 y CE-5.2.1

que están en la figura 54. Luego, procedí a calcular la proporción de incoherencias sobre el total de códigos que han sido asignados en dicho plan de área.

### 4.3. Resultados

A continuación, presento los resultados para las cuatro variables de incoherencia específica que describí en el apartado anterior.

#### *Incoherencia específica con origen en la dimensión conceptual*

Hay 78 planes de área (36,8% del total de 212 planes de área) en los que se presenta una incoherencia generada por la dimensión conceptual. Esta variable tiene una media de  $\bar{x} = 6,02$  y la desviación estándar es de  $s = 4,35$ . Observé que hay 32 planes de área que presentan una proporción de incoherencias originadas en la dimensión conceptual menor del 4%, 22 planes de área que tienen una incoherencia originada por la dimensión conceptual entre el 4% y el 7%, 12 planes de área que tienen una incoherencia generada por la dimensión conceptual entre el 7% y el 10%, seis planes de área que tienen una incoherencia entre el 10% y el 13%, tres planes de área con una incoherencia entre el 13% y 16%, y tres planes de área con una incoherencia generada por la dimensión conceptual entre el 16% y el 19%. En la figura 55, presento el histograma de esta variable.

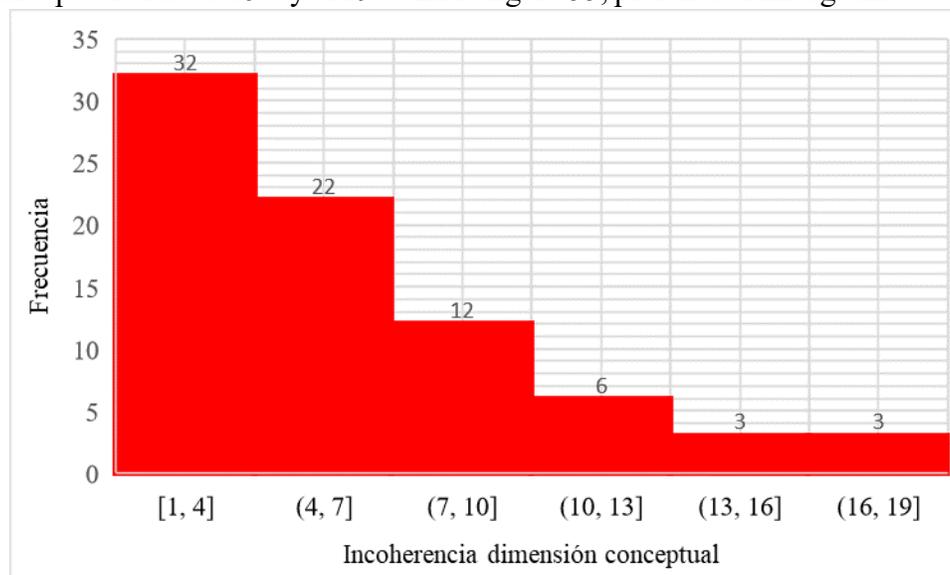


Figura 55. Histograma Incoherencia con origen en la dimensión conceptual

Para la muestra completa de los 212 planes de área, calculé los estadísticos descriptivos de la variable incoherencia generada por la dimensión conceptual y encontré que la media es  $\bar{x} = 2,21$  y la desviación estándar es de  $s = 3,92$ . Con un nivel de confianza del 95% encontré que el intervalo de confianza para la media poblacional es (1,69, 2,75).

#### *Incoherencia específica con origen en la dimensión cognitiva*

Hay 74 planes de área (35% del total de 212 planes de área) en los que se presenta una incoherencia generada por la dimensión cognitiva. Esta variable tiene una media de  $\bar{x} = 4,13$  y la desviación

estándar es de  $s = 3,37$ . Observé que hay 43 planes de área que presentan una proporción de incoherencias originadas en la dimensión cognitiva menor del 4%, 13 planes de área que tienen una incoherencia generada por la dimensión cognitiva entre el 4% y el 6%, seis planes de área con una incoherencia generada por la dimensión cognitiva entre el 6% y el 9%, cinco planes de área con una incoherencia entre el 9% y el 11%, un plan de área con una incoherencia entre el 11% y el 14%, un plan de área con una incoherencia entre el 14% y el 16%, y un plan de área con una incoherencia entre el 16% y el 19%. En la figura 56, presento el histograma de esta variable.

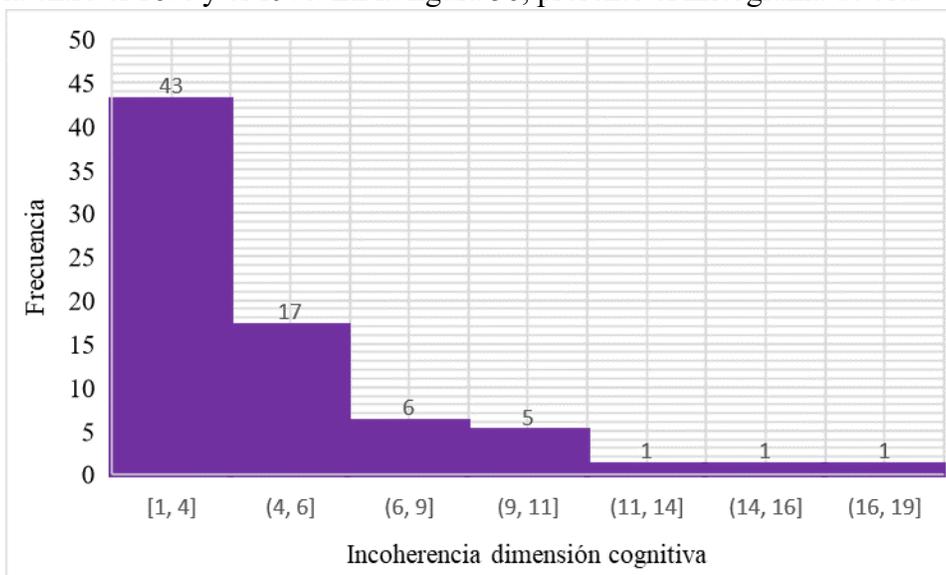


Figura 56. Histograma Incoherencia con origen en la dimensión cognitiva

Para la muestra completa de los 212 planes de área, calculé los estadísticos descriptivos de la variable incoherencia generada por la dimensión cognitiva y encontré que la media es  $\bar{x} = 1,57$  y la desviación estándar es de  $s = 3,42$ . Con un nivel de confianza del 95% encontré que el intervalo de confianza para la media poblacional es (1,11, 2,04).

#### *Incoherencia específica con origen en la dimensión formativa*

Hay 17 planes de área (8% del total de 212 planes de área) en los que se presenta una incoherencia causada por la dimensión formativa. Esta variable tiene una media de  $\bar{x} = 4,71$  y la desviación estándar es de  $s = 3,29$ . Observo que hay nueve planes de área tienen una proporción de incoherencias originadas en la dimensión formativa menor del 3%, un plan de área con una incoherencia generada por la dimensión formativa entre el 3% y el 5%, cuatro planes de área con una incoherencia generada por la dimensión formativa entre el 5% y el 7%, un plan de área con una incoherencia entre el 8% y el 10%, y dos planes de área con una incoherencia entre el 10% y el 12%. En la figura 57, presento el histograma de esta variable.

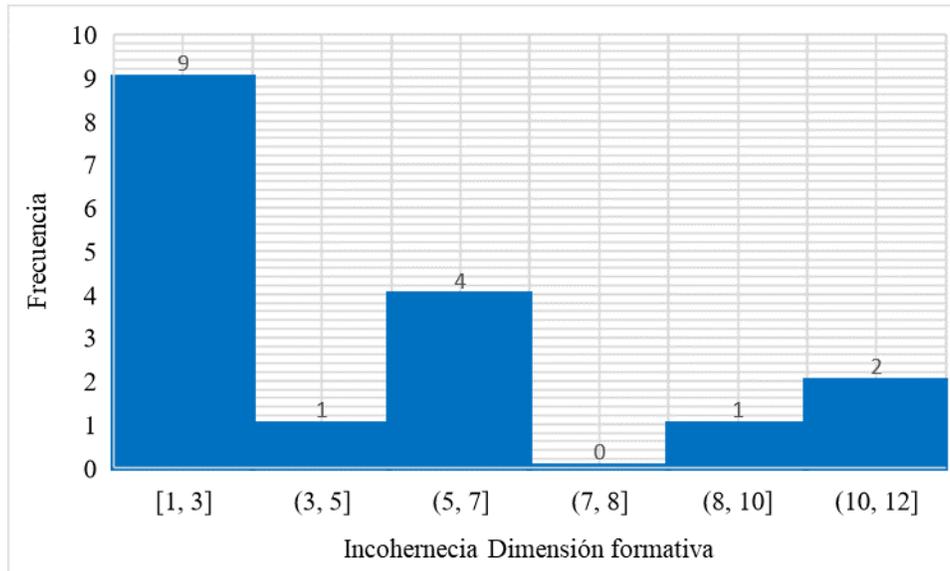
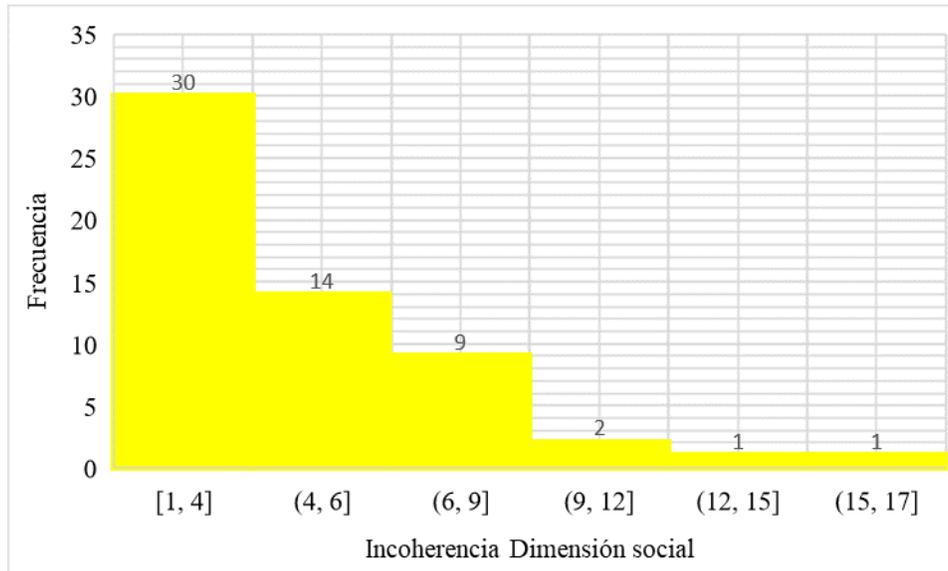


Figura 57. Histograma Incoherencia con origen en la dimensión formativa

Para la muestra completa de los 212 planes de área, calculé los estadísticos descriptivos de la variable incoherencia generada por la dimensión formativa y encontré que la media es  $\bar{x} = 1,13$  y la desviación estándar es de  $s = 4,72$ . Con un nivel de confianza del 95% encontré que el intervalo de confianza para la media poblacional es (0,49, 1,77).

#### *Incoherencia específica con origen en la dimensión social*

Hay 57 planes de área (26,9% del total de 212 planes de área) en los que se presenta una incoherencia causada por la dimensión social. Esta variable tiene una media de  $\bar{x} = 4,57$  y la desviación estándar es de  $s = 3,02$ . Observo que hay 30 planes de área que presentan una proporción de incoherencias originadas en la dimensión social menor del 4%, 14 planes de área con una incoherencia originada en la dimensión social entre el 4% y el 6%, nueve planes de área con una incoherencia originada en la dimensión social entre el 6% y el 9%, dos planes de área con una incoherencia entre el 9% y el 12%, y dos planes de área con una incoherencia entre el 12% y el 17%. En la figura 58, presento el histograma de esta variable.



*Figura 58.* Histograma Incoherencia con origen en la dimensión social

Para la muestra completa de los 212 planes de área, calculé los estadísticos descriptivos de la variable incoherencia generada por la dimensión social y encontré que la media es  $\bar{x} = 3,29$  y la desviación estándar es de  $s = 7,69$ . Con un nivel de confianza del 95% encontré que el intervalo de confianza para la media poblacional es (2,25, 4,33).

Realicé un ANOVA para determinar si había una igualdad de medias entre las incoherencias causadas por las diferentes dimensiones y debo rechazar la hipótesis de igualdad de medias con un p-valor de 0,012.

#### 4.4. Incoherencias generales

Hay incoherencia general entre dos dimensiones A y B cuando lo que se aborda en una dimensión de manera global no tiene nada que ver con lo que se aborda en otra dimensión de manera global. En este caso, no se encuentra ninguna relación entre ninguno de los segmentos de texto de A con los segmentos de texto de B, y viceversa. Obsérvese que basta verificarlo con una de las dos dimensiones.

El máximo de incoherencias generales que puede tener un plan de área es seis: (conceptual, cognitiva), (conceptual, formativa), (conceptual, social), (cognitiva, formativa), (cognitiva, social) y (formativa, social), porque la noción de incoherencia general no afecta a segmentos de texto sino a las dimensiones completas, y la incoherencia no se genera en ninguna de las dos, por lo que no importa el orden. Un plan de área “completamente incoherente” presenta las seis incoherencias generales y tiene una medida de incoherencia general del 100%. Un plan de área que presente tres incoherencias generales será incoherente en un 50%. Así pues, para calcular la variable de proporción de incoherencia general de un pan de área, conté la cantidad de incoherencias generales entre sus dimensiones (CE-1.1, CE-2.1, CE-3.1, CE-4.1, CE-5.1 y CE-6.1 en la figura 54) y dividí ese valor entre 6.

Encontré que hay 14 planes de área (6,6% del total de 212 planes de área) en los que se presenta al menos una incoherencia general entre dimensiones. Esta variable tiene una media de  $\bar{x} = 20,24$  y la desviación estándar es de  $s = 7,10$ . Encontré que hay 11 planes de área con una incoherencia general del 16,67% y hay 3 planes de área con una incoherencia general del 33,33%.

## 5. CONCLUSIONES

La coherencia es un atributo importante de los documentos curriculares, como los planes de área. Las incoherencias en un plan de área indican que ese documento se construyó sin atender la relación lógica que debe existir entre sus elementos y dimensiones. Este tipo de situación puede hacer inviable el documento en su papel de guía de la planificación institucional y de base para la planificación de aula. Por esta razón, es importante destacar que, de la muestra global, una cuarta parte de los planes de área presentan incoherencias entre las expectativas de aprendizaje, 40% presentan al menos una incoherencia entre las dimensiones y 6,6% presentan al menos una incoherencia general. A continuación, analizo e interpreto estos resultados generales.

De los 53 planes de área que tienen al menos una incoherencia de cualquier tipo en las expectativas de aprendizaje, encontré que 42 planes de área tienen incoherencia tipo 1, 16 tienen incoherencia tipo 2, 43 planes de área tienen incoherencia tipo 3, y 18 planes tienen incoherencia tipo 4. En estos documentos, la redacción de las expectativas de aprendizaje en los planes de área no tiene en cuenta los vínculos entre los distintos niveles.

De los 42 planes de área que presentan una incoherencia tipo 1, encontré que la media de esta variable es muy alta: más de una tercera parte de los objetivos de periodo que no contribuyen al logro de las competencias. Esto sugiere que, en estos planes de área, se atiende poco a la relación entre las competencias y los objetivos de periodo propuestos. Esta misma situación se presenta en las incoherencias tipo 3, para las que encontré que la tercera parte de los objetivos de subperíodo no contribuyen al logro de los objetivos de período. Estos resultados ponen de manifiesto que, en estos planes de área, se incluyen expectativas de aprendizaje de diferentes niveles, pero no se atiende a cómo unas expectativas de aprendizaje de un nivel pueden contribuir al logro de las expectativas de aprendizaje de nivel superior.

Encontré que una de las principales causas de incoherencias se debe al tema o contenido: se proponen objetivos de período o subperíodo que involucran un tema particular, y se plantean estándares que no abordan dicho contenido. Otra causa principal de incoherencia se da entre los objetivos de período y estándares con las competencias, dado que se plantean objetivos de período que no contribuyen a la competencia que se espera desarrollar. Esta situación se da con más frecuencia entre la competencia resolución de problemas y los objetivos de período.

En relación con la incoherencia entre dimensiones, encontré que alrededor del 40% de los planes de área presentan por lo menos una incoherencia entre las diferentes dimensiones y en consecuencia esta medida es importante y preocupante, dado que se espera que no se presente ninguna incoherencia entre dimensiones.

Las incoherencias generales son una manifestación muy fuerte de la incoherencia en un plan de área. Aunque sólo se presenta este tipo de incoherencia en 14 planes de área, con una media de 20,24%, puedo decir que, en estos documentos, se plantean cuestiones que no están relacionadas.

Estos planes de área manifiestan problemas estructurales de diseño: la información que se presenta en una dimensión no está relacionada con la información en otra dimensión. Que el 6,6% de los planes de área presenten esta situación es un dato preocupante.

# 13. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

En este capítulo, expongo las conclusiones de este estudio. Presento una síntesis del problema de investigación, del marco conceptual, del marco metodológico, de los objetivos de investigación y de los principales resultados. Hago una reflexión sobre los resultados y establezco su relación con lo que se ha encontrado en la literatura de investigación. Presento la discusión y, finalmente, las limitaciones del estudio.

## 1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La autonomía curricular se estableció hace 30 años en la Ley 115 General de Educación (MEN, 1994). Esta norma buscaba que cada institución educativa pudiera construir su propio proyecto educativo institucional PEI (Montoya, 2016) y adaptara su plan de área a su contexto. La norma requiere que el Ministerio de Educación proponga lineamientos curriculares que expresen los aprendizajes mínimos que los estudiantes deben lograr en un período de tiempo. Cada institución produce su plan de área y, por consiguiente, existe una gran diversidad en la planificación curricular dentro de las instituciones educativas en el área de matemáticas. Esta diversidad condiciona los logros de los estudiantes en matemáticas en las diferentes instituciones educativas y, en consecuencia, influye en el nivel global que se alcanza en las evaluaciones nacionales e internacionales sobre matemáticas. Mi interés fue caracterizar esta diversidad de los planes de área de matemáticas de las instituciones educativas de educación media colombianas, con el fin de describir su diversidad, identificar y analizar sus características, y establecer su relación con los lineamientos curriculares propuestos por el MEN. Esta información puede permitir a las administraciones educativas y al profesorado adoptar decisiones para mejorar el nivel educativo en matemáticas.

## 2. MARCO CONCEPTUAL

Para caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos, utilicé los planteamientos teóricos desarrollados por Rico (1997) y Gómez (2018). Estos autores se basan en la concepción del currículo como un plan de formación que contempla unas dimensiones e involucra unos niveles de concreción o desarrollo. Las dimensiones del currículo son las siguientes: conceptual, cognitiva, formativa y social. Presento estas dimensiones en la figura 59.

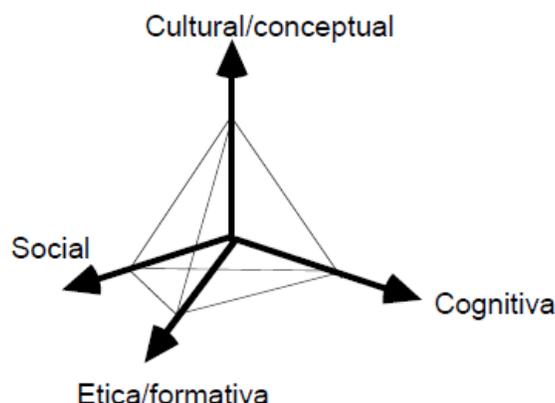


Figura 59. Dimensiones del currículo (Rico et. al., 1997, p. 388)

Los niveles de concreción del currículo son los siguientes: disciplinas académicas, sistema educativo, planificación para los profesores y planificación local. El problema de caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos se encuentra ubicado en el nivel de la planificación para los profesores. No obstante, usé conceptos y técnicas del modelo de análisis didáctico (Gómez, 2018) que se encuentra en el nivel de la planificación local para analizar los planes de área de matemáticas colombianos. En la dimensión conceptual, el análisis didáctico se ocupa de los contenidos y los temas. En la dimensión cognitiva, el análisis didáctico comprende el aprendizaje y el estudiante. En la dimensión formativa, el análisis didáctico se ocupa de la enseñanza. En la dimensión social, el análisis didáctico está relacionado con la evaluación.

Con base en este marco conceptual, definí cinco atributos de caracterización para analizar la diversidad que tienen los documentos de planes de área colombianos. Estos atributos son: tratamiento didáctico de los temas, alineación con estándares, nivel de concreción de los temas, cubrimiento de los temas y coherencia.

El atributo tratamiento didáctico de los temas consiste en determinar cómo es el tratamiento de cada uno de los temas de las matemáticas escolares en los documentos de planes de área. Analicé este atributo desde el punto de vista de las cuatro dimensiones del currículo. En la dimensión conceptual, el tratamiento didáctico corresponde a analizar la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología. En la dimensión cognitiva, este atributo analiza las expectativas de aprendizaje y las limitaciones de aprendizaje que se plantean en los documentos de planes de área. En la dimensión formativa, el tratamiento didáctico se ocupa de analizar los elementos de la enseñanza y los esquemas de enseñanza que se proponen en los planes de área. En la dimensión social, el tratamiento didáctico busca analizar los criterios e instrumentos de evaluación que se tienen en cuenta para valorar los logros de los estudiantes y los tipos de evaluación que se implementan.

El atributo alineación con los estándares consiste en determinar la medida en que los planes de área se ajustan a los lineamientos propuestos por el MEN en el documento de los estándares. El atributo nivel de concreción de un plan de área es el nivel de detalle o especificidad con el que se presenta la información en la dimensión conceptual en ese documento. El cubrimiento de los temas es un atributo que permite comparar cuánto se cubre de los temas en los planes de área. Para

establecer esta comparación, se construye previamente un plan de área de referencia alineado con los documentos normativos. La coherencia es un atributo que permite analizar si la información que se plantea en los documentos de planes de área está relacionada en forma lógica entre las diferentes dimensiones del currículo y, particularmente, con las expectativas de aprendizaje.

### 3. MARCO METODOLÓGICO

En este estudio, analicé los planes de área de los grados décimo y undécimo. Revisé los estándares básicos de competencias en la educación media con el fin de determinar cuáles eran los temas de las matemáticas escolares que más se abordaban. Encontré que, en educación media, los temas que más se abordan son las secciones cónicas, la derivada y la estadística descriptiva. Estos temas involucran cuatro de los cinco pensamientos matemáticos. Una vez seleccionados los temas de las matemáticas escolares que tuve en cuenta para este estudio, construí unos árboles de codificación para esos temas a partir de su análisis didáctico.

Los planes de área colombianos son similares en su estructura: tienen un discurso introductorio, unas mallas curriculares y un discurso final. En la figura 60, presento las fuentes de información seleccionadas en los planes de área de acuerdo con su estructura.

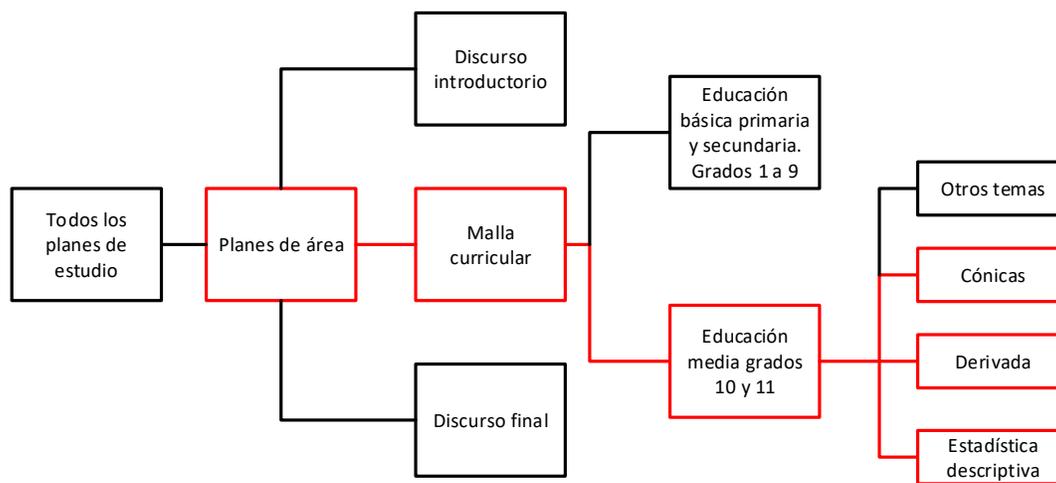


Figura 60. Proceso de concreción de las fuentes de información de la investigación

Encontré dos bases de datos de las instituciones educativas colombianas. La primera base de datos contiene un total de 11.998 instituciones educativas<sup>4</sup>. La segunda base de datos está conformada por 9.189 instituciones educativas<sup>5</sup>. Realicé la intersección de las dos bases de datos y construí una base de datos de 8.491 instituciones educativas. A partir de esta nueva base de datos, construí una

<sup>4</sup> Ministerio de Educación Nacional: <http://sineb.mineducacion.gov.co/bcol/app?service=page/Buscando-ColegioBasico>

<sup>5</sup> ICFES: <http://www.icfes.gov.co/investigadores-y-estudiantes-posgrado/acceso-a-bases-de-datos>

muestra representativa de 212 instituciones educativas. Para recolectar los planes de área, realicé llamadas telefónicas, envíe correos electrónicos y visité varias instituciones educativas del país. Los documentos se recibieron vía correo electrónico.

Para codificar los 212 planes de área de la muestra, utilicé como referentes metodológicos principales los árboles de codificación los temas y el plan de área de referencia. Después de la codificación de los planes de área, construí, para cada atributo y subatributo, variables de proporción que me permitieron resumir los datos que resultaron de la codificación; calculé los estadísticos descriptivos correspondientes; realicé pruebas de hipótesis para hacer inferencias; construí intervalos de confianza para la población; y construí medidas de distancia para analizar los diferentes atributos.

#### 4. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Con el fin de abordar el problema de investigación, planteé el siguiente objetivo general de investigación: caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos desde una perspectiva curricular. Este objetivo de investigación se desarrolló por medio de la caracterización de una muestra de planes de área en relación con los cinco atributos que definí y que implicó establecer los objetivos específicos correspondientes: caracterizar el tratamiento didáctico de los temas; establecer la alineación con los estándares; determinar cuál es el nivel de concreción; establecer el nivel de cubrimiento de los temas; y determinar la coherencia entre dimensiones y entre expectativas de aprendizaje.

#### 5. PRINCIPALES RESULTADOS

Los resultados de este estudio ponen de manifiesto que hay diversidad en los planes de área de educación media. Esta diversidad se manifiesta fundamentalmente en la falta de homogeneidad de los resultados obtenidos en los atributos en los tres temas matemáticos elegidos y en la escasa alineación de los planes de área con los estándares propuestos por el MEN. También se pone de manifiesto que los planes de área poseen varias carencias y limitaciones en la mayoría de los aspectos analizados.

Al analizar el tratamiento didáctico de los temas, encontré que, en la dimensión conceptual, hay diversidad de aproximaciones a los temas de las matemáticas escolares. En los planes de área, el tema de cónicas se aborda más desde lo conceptual, mientras que, para el tema de la derivada, su tratamiento es procedimental. En el tema de estadística descriptiva, su tratamiento didáctico tiende a ser más equilibrado. Desde el punto de vista de las representaciones, los temas se abordan más desde su representación simbólica, aunque hay una gran diversidad de representaciones en los distintos planes de área. Los contextos que más se utilizan son los matemáticos para el caso de las cónicas y los no matemáticos para los otros dos temas. El tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva gira alrededor de las expectativas de aprendizaje de nivel medio establecidas en los estándares básicos de competencias. La dimensión formativa se aborda poco en los planes de área de la muestra. En esta dimensión, se pone de manifiesto que el esquema de enseñanza que más se utiliza es el tradicional. Finalmente, la dimensión social se aborda muy superficialmente.

En pocos planes de área se plantean instrumentos de evaluación. Los criterios de evaluación están relacionados con los temas de las matemáticas escolares.

En relación con el atributo alineación con estándares, encontré que los planes de área de la muestra se alinean en promedio en un tercio con lo propuesto por el MEN. El nivel de concreción de los temas es bajo para los temas de cónicas y derivada, y es más bajo para estadística descriptiva. El cubrimiento de los temas también es bajo para cónicas y derivada y más bajo para estadística descriptiva. Los temas se abordan con muy poca profundidad; esto es, los temas se cubren con poco nivel de concreción y superficialidad. Finalmente, en los planes de área, identifiqué que la cuarta parte de las incoherencias se da entre los diferentes niveles de expectativas de aprendizaje. También, hay algunos planes de área que presentan incoherencias entre las dimensiones del currículo.

A continuación, presentaré estos resultados con más detalle, organizados de acuerdo con cada uno de los objetivos específicos.

### **5.1. Atributo tratamiento didáctico de los temas**

En relación con el atributo tratamiento didáctico de los temas, encontré que, para la dimensión conceptual, hay una gran variabilidad en el tratamiento de los temas desde su estructura conceptual. Aunque el tratamiento didáctico depende del tema, evidencié que, para el tema de cónicas, se da un mayor énfasis a los conceptos, en tanto que para el tema de la derivada el énfasis se concentra en los procedimientos. En el tema de estadística descriptiva, encontré que se abordan tanto conceptos como procedimientos de forma interrelacionada. Encontré que el intervalo de confianza para la media de la proporción de segmentos de texto en la muestra de planes de área que abordan al menos un tema es (55,58, 60,98), mientras que para la muestra de planes de área que abordan los tres temas es (56,10, 61,60). En términos de los sistemas de representación, encontré que los temas se abordan principalmente desde la representación simbólica seguido de su representación gráfica. Realicé una prueba de hipótesis de igualdad de medias de las variables simbólico y gráfico en los sistemas de representación y encontré que debo rechazar la hipótesis de igualdad de medias para los datos de la muestra de los planes de área que abordan al menos un tema y los planes de área que abordan los tres temas con p-valores de  $4,64E-53$  y  $3,48E-43$ , respectivamente. Realicé un ANOVA de igualdad de medias para el sistema de representación simbólico y encontré que, para los temas de cónicas y derivada, y la muestra que aborda al menos uno de los temas y aborda los tres temas, no se rechaza la hipótesis, con un p-valor de 0,46. Esto indica que las medias poblacionales en estas cuatro muestras son iguales, excepto para el tema de estadística cuya media es de 54,70. En relación con el concepto pedagógico de la fenomenología, encontré que, para el tema de cónicas, la aproximación al contenido se hace en los contextos matemáticos mientras que, para los temas de la derivada y la estadística descriptiva, esta aproximación se realiza desde los contextos no matemáticos. En relación con la muestra de los planes de área que abordan al menos un tema, encontré que el intervalo de confianza para la media poblacional de la variable contextos matemáticos es (40,22, 50,07), mientras que para la muestra que abordan los tres temas es (11,48, 49,40).

La dimensión cognitiva gira alrededor de las expectativas de nivel medio que se plantean en los estándares. Encontré que la competencia que más se propone es la de razonar, argumentar e interpretar. En relación con los estándares, encontré que, para el pensamiento espacial, se hace

mayor énfasis en la identificación de las características de localización y las propiedades geométricas. En el pensamiento variacional, el énfasis está en la interpretación de la derivada como razón de cambio y pendiente de la recta tangente, así como en el cálculo de las reglas de derivación y su relación entre lo simbólico y lo gráfico. En el pensamiento aleatorio, se da especial énfasis al uso de las medidas de localización, centralización y dispersión. En relación con los objetivos de grado, encontré que se plantea un objetivo de grado para cada año escolar. Para los objetivos de período, encontré que, en el 30,19% de los planes de área de la muestra, se plantean los estándares como objetivos de período. En relación con los objetivos de subperíodo, hay 39% de los objetivos de subperíodo relacionados con la derivada, el 38% con cónicas y el 22% con estadística descriptiva. Las expectativas de nivel inferior se abordan en 9 planes de área de la muestra y las limitaciones de aprendizaje no se abordan en ningún documento de la muestra. Finalmente, encontré que, en el 33% de los documentos de la muestra, se plantea al menos una expectativa de aprendizaje de carácter afectivo.

La dimensión formativa del currículo se aborda en el 71% de los planes de área de la muestra. Encontré que el esquema de enseñanza que más se propone es el tradicional. En relación con los elementos de enseñanza, las fichas-taller son las más utilizadas, seguido por los recursos informáticos.

La dimensión social se aborda en el 84% de los planes de área. Los criterios de evaluación relacionados con temas son los que más se utilizan en los planes de área (casi el 93%). El instrumento de evaluación que más se utiliza es la evaluación escrita individual y el tipo de evaluación que más se usa es la formativa.

## **5.2. Atributo alineación con estándares**

En relación con el atributo alineación con los estándares, la prueba de Kolmogorov–Smirnov me permitió afirmar, con un nivel de confianza del 95%, que los datos muestrales siguen una distribución normal. Los planes de área están alineados en promedio en un 33% con los estándares. Esto me permite interpretar que el porcentaje de códigos que comparten los planes de área con los estándares es bajo. Encontré que hay solo siete instituciones educativas cuyos planes de área tienen una mayor alineación con los estándares. Entre ellos, hay planes de área que se acercan al 100% de alineación con los estándares. Estas instituciones educativas son de carácter público y ofrecen educación media en la modalidad académica. Dos instituciones son rurales y las otras cinco son urbanas. Hay 26 planes de área con muy baja alineación con los estándares.

El intervalo de confianza a un nivel del 95% para la estimación de la media poblacional de la variable alineación en el tema de cónicas es (21.53%, 26.19%); para el tema de la derivada la media poblacional de esta variable es (34.82%, 40.26%); y, para el tema de estadística descriptiva, la media poblacional de esta variable es (20.52%, 26.43%).

## **5.3. Atributo nivel de concreción**

El nivel de concreción con el que se abordan los tres temas analizados es bajo en comparación con el plan de área de referencia: cónicas (32%), derivadas (37%) estadística descriptiva (17%) y los tres temas en conjunto (27%). Estos resultados coinciden con lo que se ha encontrado en la literatura sobre la poca profundidad con que se abordan los temas. Hay algunos planes de área que superan lo propuesto en el plan de área de referencia. El nivel de concreción en el tema de cónicas

es, en promedio, 61,34%; en el tema de la derivada es 49,12%; y en el tema de estadística descriptiva es 43,86%. Encontré que la media de la variable nivel de concreción es muy baja en relación con el nivel de concreción del plan de área de referencia cuya medida es de 445. Con una confianza del 95%, establecí que el valor de la media poblacional para la variable nivel de concreción está en el intervalo (114,68, 134,03) y el valor de la media poblacional de los planes de área que tienen algún nivel de concreción está en el intervalo (119,79, 138,67).

Encontré que la proporción de la media de los planes de área de la muestra en relación con la medida del plan de área de referencia es del 32,26% para el tema de cónicas, del 37,07% para el tema de la derivada y del 17,83% para estadística descriptiva. Esto me indica que, en los planes de área de la muestra, el nivel de concreción es menor en proporción al plan de área de referencia, especialmente en el tema de la estadística descriptiva.

#### **5.4. Atributo cubrimiento de los temas**

En relación con el atributo de cubrimiento de los temas, encontré que, para el tema de estadística descriptiva, el cubrimiento es del 29%, en derivada es del 39%, mientras que, para el tema de cónicas, se logra un cubrimiento del 41% en relación con lo que se cubre en el plan de área de referencia. Encontré que hay 3 planes de área en los que se cubre más en el tema de derivada que en el plan de área de referencia, aunque en el resto de la muestra se alcance sólo a un porcentaje menor al 50% de los códigos asignados.

Encontré que la media de la variable cubrimiento es muy baja en relación con el cubrimiento del plan de área de referencia cuyo cubrimiento es de 182. Con una confianza del 95%, establecí que el valor de la media poblacional para la variable cubrimiento está en el intervalo (49,45, 57,24) y el valor de la media poblacional de los planes de área que cubren los temas está en el intervalo (51,67, 59,20).

#### **5.5. Atributo coherencia**

Analicé el atributo coherencia en dos sentidos: la coherencia entre las dimensiones del currículo y, adicionalmente, dentro de la dimensión cognitiva, la coherencia entre los distintos niveles de expectativas de aprendizaje. Las incoherencias entre dimensiones arrojaron los siguientes resultados: el 36% de incoherencias son generadas por la dimensión conceptual, el 35% son causadas por la dimensión cognitiva, el 26% son por la dimensión social y el 8% por la dimensión formativa. Hay 6,6% de planes de área que presentan al menos una incoherencia general. Es decir, en estos planes de área, hay al menos una incoherencia entre dimensiones.

En relación con la coherencia entre expectativas de aprendizaje, encontré que el 25% de las incoherencias son entre los diferentes niveles de expectativas de aprendizaje. Esto significa que en la cuarta parte de los planes de área de la muestra no se tienen en cuenta los diferentes niveles de jerarquía que hay entre esas expectativas

Una vez presentados los resultados, puedo decir que he logrado los objetivos que me propuse en esta investigación, dado que he podido caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos de manera general y he logrado caracterizar estos documentos curriculares en términos de los diferentes atributos que establecí para el estudio.

## 6. ANÁLISIS CURRICULAR DE PLANES DE ESTUDIO

El análisis de un plan de estudios desde una perspectiva curricular no es una tarea sencilla. Como lo he mostrado a lo largo de este documento, diversos investigadores se han interesado por problemas relacionados con el problema de investigación que abordé en este estudio. La mayoría de estas investigaciones se han realizado en el entorno anglosajón y han abordado cuestiones concretas de los planes de estudio. Se han realizado muy pocas investigaciones sobre esta problemática en Colombia.

Yo me propuse caracterizar los planes de área colombianos de matemáticas de la educación media desde una perspectiva integral. Dado que un plan de área es un diseño curricular, decidí abordar el problema desde una perspectiva curricular. No encontré estudios que proporcionasen un método detallado de análisis de los documentos curriculares desde esta perspectiva. Caracterizar un plan de área implica, en primera instancia, identificar qué características curriculares se deben estudiar. Para ello, establecí que un plan de área debe ser un documento completo, detallado y coherente que esté alineado con los lineamientos curriculares y aborde los temas con una perspectiva didáctica. La alineación con los lineamientos curriculares y la perspectiva didáctica son características necesarias de un plan de área para que este documento pueda contribuir, dentro de la institución, al aprendizaje de los estudiantes. Las características de completitud, detalle y coherencia son características que todo documento debe tener y que, en este estudio, yo abordé desde una perspectiva curricular.

Considero que, además de los resultados obtenidos sobre los planes de área de matemáticas colombianos, una de las contribuciones importantes de este estudio consiste en responder, de manera global, integrada y coherente a la pregunta ¿qué características de un plan de área de matemáticas se deben estudiar y cómo hacerlo? Las características que mencioné en el párrafo anterior, y que dieron lugar los atributos de análisis que estructuran este estudio, son mi respuesta a esa pregunta. Con base en la revisión de la literatura y en un marco curricular (Gómez, 2018; Rico, 1997), yo construí un marco conceptual en el que cada atributo tiene un significado concreto. Esta precisión conceptual es un aporte a la literatura sobre análisis curricular.

Asignar un significado concreto, fundamentado y claro a los atributos fue el paso previo para hacerlos operacionales desde un punto de vista metodológico. Para cada atributo, establecí medidas (basadas en esos significados) y procedimientos que me permitieron caracterizar los planes de área y lograr los objetivos específicos del estudio. Los árboles de códigos y el plan de área de referencia fueron dos herramientas clave para dar significado a los atributos analizados. Adicionalmente, al tener en cuenta la naturaleza de cada atributo, establecí variables y procedimientos estadísticos adaptados al tipo de datos que se podían obtener en los planes de área de matemáticas. Considero que el conjunto de procedimientos que diseñé para analizar los atributos, desde el punto de vista metodológico, es otra contribución destacable de este estudio.

La revisión de la literatura que realicé me permite afirmar que, si bien hay numerosas investigaciones de carácter curricular, se han realizado muy pocos estudios con la amplitud y profundidad que propongo en esta investigación.

## 7. CONCLUSIONES

En relación con el atributo tratamiento didáctico de los temas, en la dimensión conceptual, mi conjetura era que la estructura conceptual de los temas se abordaba equilibradamente entre conceptos y procedimientos, pero encontré que esto solo se cumplió en el tema de la estadística descriptiva. En el tema de estadística, los conceptos y procedimientos se presentan de forma interrelacionada y puede ser esta la razón por la cual sólo en este tema se cumplió la conjetura. Hay temas que permiten hacer más énfasis en los conceptos (cónicas) y otros temas permiten enfatizar en los procedimientos (derivada). Este resultado concuerda con el hallado por Pino-Fan et al. (2013) quienes pusieron de manifiesto algunos sesgos en los significados de la derivada privilegiados por el currículo. En términos de los sistemas de representación, encontré que, en los planes de área, no se explicita el uso de los diferentes sistemas de representación, excepto por el simbólico y el gráfico, tal y como lo expresan Batanero et al. (2014), quienes, después de una revisión de los libros de texto, solicitaron introducir los gráficos estadísticos desde el primer curso. Encontré que el tratamiento didáctico de los temas para el concepto pedagógico de la fenomenología depende del tema. Por ejemplo, para el tema de cónicas, se estudian más las propiedades geométricas. Mientras que la introducción al tema de la derivada se realiza principalmente desde sus aplicaciones a la física. Para el tema de estadística descriptiva, se hace énfasis en los contextos no matemáticos tal y como lo refiere en el documento de los estándares. Los resultados de los sistemas de representación están relacionados con los hallazgos hechos por Aguayo-Arriagada et al., (2016) ya que, en ese estudio, encontraron que el uso de los sistemas de representación es uno de los aspectos que más llama la atención, dado que existe un mayor énfasis en las representaciones gráficas y se deja la decisión del uso de material concreto a los profesores. De igual forma, Bulut (2007) argumenta que, después de la revisión del currículo de Turquía, hubo una mayor incorporación de la resolución de problemas en contextos de la vida real.

Encontré que los planes de área difieren mucho en el tratamiento de la dimensión cognitiva. Encontré que, en general, la dimensión cognitiva gira en torno a las expectativas de nivel medio contempladas en los estándares, pero se abordan muy poco las competencias, en contraposición con lo establecido por el MEN en el documento de los estándares básicos de competencias y la OCDE. Para los objetivos de período, encontré que hay planes de área en los que se plantean los estándares como objetivos de período. Esto es contradictorio con la idea de que los estándares están pensados como expectativas de aprendizaje que se logran en un período de dos años, y no en un período académico cuya duración máxima oscila entre 2 o 3 meses.

En la dimensión formativa, encontré una situación de incoherencia en relación con los esquemas de enseñanza, dado que, en algunos documentos curriculares, había un discurso introductorio en el que se realizaban planteamientos de un esquema de enseñanza no tradicional, pero, al analizar sus mallas curriculares, identifiqué una estructura más centrada en la memorización y mecanización, que son pilares del esquema de enseñanza tradicional. Encontré que el esquema de enseñanza que más se usa es el tradicional. Esta situación pone de manifiesto que el esquema de enseñanza está centrado en los contenidos y no en el desarrollo de competencias, como lo pude evidenciar en la dimensión cognitiva en la que no se les daba mucho énfasis a las competencias, pero sí a los estándares.

Para la dimensión social, encontré que se da más énfasis a los criterios de evaluación relacionados con contenidos (93%), en tanto que el 42% menciona criterios de evaluación de tipo afectivo.

Desde el punto de vista de la alineación, los planes de área de la muestra ponen de manifiesto que no se adecúan a los estándares pretendidos. En este sentido, tener un documento curricular oficial, como es el documento de los Estándares Básicos de Competencias, no es certeza de que, en las instituciones educativas, se tenga en cuenta o se siga totalmente ese documento. Esta es una de las conclusiones de mayor interés para la administración educativa y el profesorado. Las condiciones de autonomía curricular pueden ser las responsables de esta característica. Estos hallazgos coinciden con otros estudios que evidencian este fenómeno de baja alineación con los estándares (Polikoff et al., 2011). Algunos planes de área se acercan al 100% de alineación con los estándares. Esto significa que sí se pueden atender a los estándares en los documentos de planes de área. También evidencio que aquellos planes de área que tienen muy poca alineación con los estándares también tienen un nivel de concreción muy bajo.

En relación con el atributo de cubrimiento de los temas, encontré que hay gran variabilidad en el cubrimiento de los temas. Hay dos instituciones educativas en las que su plan de área cubre más el tema de derivada que nuestro plan de área de referencia. No obstante, en general, encontré que el nivel de concreción con el que se abordan los tres temas analizados es muy bajo en comparación con el plan de área de referencia. En consecuencia, considero que las instituciones educativas tienen dificultades para abordar los temas tal y como está propuesto en el documento de los estándares, aunque hay algunas instituciones que sí lo logran. Esta situación coincide con lo que Schmidt et al. (2005) y Schwartz et al. (2008) ponen de manifiesto en sus investigaciones sobre planes de estudio en los que se abordan muchos temas pero no se profundiza en ellos.

En relación con el atributo de coherencia, encontré que hay varias incoherencias que dan cuenta de que, al parecer, lo que se plantea en los planes de área de matemáticas no tiene una relación lógica y organizada entre los elementos y las dimensiones del currículo. Las incoherencias relacionadas con las expectativas de aprendizaje se presentan porque no se tienen en cuenta los diferentes niveles de jerarquía que hay entre dichas expectativas. También, hay muy poca relación entre la contribución de las expectativas de subperíodo con los objetivos de período. Es preocupante que existan incoherencias en los documentos de planes de área dado que este documento se convierte en el instrumento que guía la actuación del profesor en el aula con el fin de brindarles oportunidades de aprendizaje a los estudiantes.

## 8. DISCUSIÓN

Los resultados de este estudio dan cuenta de que la introducción de la autonomía curricular en la Ley 115 General de educación (MEN, 1994) tuvo muy buenas intenciones para que las instituciones educativas construyeran sus propios currículos al adaptarlos a sus propios contextos y necesidades, pero esto no se ha logrado. Aunque no he hablado de calidad de planes de área, los resultados ponen de manifiesto que los planes de área son deficientes: poseen varias carencias y limitaciones en la mayoría de los aspectos analizados. Al parecer, el propósito de la autonomía curricular puso a las instituciones en una situación desconocida para la que no estaban preparadas

y generó documentos en los que no es claro que se propongan elementos que contribuyan al aprendizaje de los estudiantes. Sorprende que, después de 27 años, estas dificultades no se hayan podido superar. En consecuencia, los resultados de este estudio informan a diferentes agentes como el Ministerio de Educación, las Secretarías de Educación, las mismas instituciones educativas y el profesorado sobre las características de los planes de área. Esta es una cuestión que no se había abordado con el nivel de detalle con que lo he realizado en este trabajo.

El Ministerio de Educación establece unos documentos curriculares que se espera sirvan de guía para que los profesores al interior de las instituciones educativas construyan sus planes de área, con el fin de ofrecer oportunidades a los estudiantes para que aprendan. En consecuencia, el papel que juegan los planes de área dentro de la institución educativa es muy importante como guía institucional para el profesorado. No tengo evidencia del papel real que juega el plan de área en la institución educativa en relación con lo que hace el profesor en el aula de clase. No obstante, es muy preocupante que los planes de área tengan unas características que no son las ideales, en general, y me hace pensar que, si los profesores toman estos documentos como guía, lo que aprenden los estudiantes puede tener muchas carencias respecto de lo que se espera que aprendan. En el caso de que el profesorado estuviese ignorando el plan de área a la hora de diseñar su plan de aula, la situación también sería preocupante, pues indicaría una ausencia de referentes que actuaran como control de calidad de los procesos educativos sobre la enseñanza de las matemáticas que se desarrollan en las instituciones y en las aulas.

Desde la perspectiva de las instituciones educativas, podemos afirmar que la interpretación que se hace de los referentes curriculares nacionales durante su adaptación al contexto de los estudiantes de la institución no es, en general, la más apropiada. La heterogeneidad que detecté en los planes de área hace pensar que los logros de los estudiantes pueden variar mucho de unas instituciones a otras. Sin embargo, el sentido de la autonomía curricular no debería ser este, sino flexibilizar los procesos de enseñanza, al mantener una coherencia interna en el planteamiento de la institución, abarcar los contenidos necesarios, con un tratamiento didáctico adecuado, sin perder de vista la necesidad de lograr unas metas comunes en las etapas obligatorias de la enseñanza de las matemáticas.

En consecuencia, a partir de los resultados obtenidos, considero relevante sugerir que el Ministerio, cuando haga propuestas de política pública educativa para cambiar o implementar en el currículo de las instituciones educativas, se ocupe también de realizar el seguimiento de esta política hasta el aula en términos de qué significa el alcance de una reforma o implementación de nuevos criterios curriculares. Sin duda, hacer el seguimiento a esta implementación requiere de una adecuada formación al profesorado y un acompañamiento a las instituciones educativas para que estas políticas no se queden solamente en el papel.

Un proceso de implementación bien organizado desde los documentos nacionales hasta el aula mejora el rendimiento de los estudiantes. Shwartz et al. (2008), sugieren que, para lograr un currículo coherente, en primer lugar, se deben seleccionar los estándares del currículo nacional que se van a utilizar para plantear expectativas de aprendizaje. Con base en los estándares escogidos, se debe formular un conjunto de expectativas de aprendizaje coherente; seguidamente, se deben crear y mantener conexiones visibles entre esas expectativas de aprendizaje y las actividades de enseñanza a desarrollar dentro del aula; finalmente, se debe buscar la coherencia temporal, al organizar secuencialmente los contenidos, los objetivos de aprendizaje y las prácticas de enseñanza

a lo largo de las unidades durante un año o un período de años. Adicionalmente, es necesario acompañar al profesorado: Schmidt et al. (2002) encontraron que los docentes de los países que logran obtener un mayor rendimiento académico no solo tienen directrices coherentes con un plan de estudios nacional, sino que también dotan a los docentes de herramientas (guías didácticas, libros de texto y formación) que los capacitan para comprender e implementar la coherencia pretendida de los currículos.

Tengo la convicción de que al interior de cada institución se hace un gran esfuerzo para construir un plan de área. A la luz de los resultados, doy cuenta de que las instituciones educativas y sus profesores necesitan capacitación adicional para realizar apropiadamente esta tarea. Aunque no tengo evidencia acerca de con qué frecuencia real se hace la revisión del plan de área —posiblemente en los periodos de planificación institucional que están establecidos en las semanas institucionales al inicio de cada año escolar, a mitad de año y al finalizar el año escolar—, también es recomendable revisar los documentos de plan de área con periodicidad suficiente para que las modificaciones y ajustes necesarios incorporen la información de la experiencia de los profesores al implementar el plan de área en sus clases. Los atributos que aportó en este trabajo para realizar el análisis de los planes de área de matemáticas también pueden constituir un referente interesante para que el profesorado elabore los planes de área al buscar un adecuado tratamiento didáctico de los temas, mejorar la alineación con estándares, lograr un profundo nivel de concreción de los temas, buscar un cubrimiento suficiente y mantener la coherencia entre los niveles y dimensiones del currículo.

## 9. LIMITACIONES

En esta investigación, me centré en el estudio de los planes de área de matemáticas de la educación media en tres temas: cónicas, derivadas y estadística descriptiva. Esto implica que quedan abiertas cuestiones en relación con si los resultados que obtuve se mantienen para todos los temas de la educación media, los demás niveles educativos en matemáticas y las demás disciplinas que se abordan en la educación básica.

En diversos lugares del documento relaciono las características del plan de área con el aprendizaje de los estudiantes. Esta relación pasa por considerar el papel del plan de área dentro de una institución en los planes de aula de los profesores y su implementación en el aula. En este estudio, no abordé estas cuestiones.

Yo habría podido explorar y comparar las características de los planes de área de acuerdo con variables como el carácter de las instituciones (oficial y privada), su localización (rural y urbana) y el tipo de educación media que se aborda en la institución. Me acerqué parcialmente a esta exploración en el atributo alineación con los estándares, pero no lo hice para los demás atributos.

## 10. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

Vale la pena enfatizar que este estudio es una primera aproximación al análisis de la implementación de la autonomía curricular en las instituciones educativas. En este sentido, este estudio es, tal vez, la primera fotografía que se toma desde que se implementó la autonomía curricular y, en

consecuencia, es una primera descripción de las consecuencias directas de que las instituciones educativas gocen de autonomía para construir y adaptar sus planes de área. De esta manera, quedan abiertas líneas de investigación a futuro, con el fin de profundizar en aquellos aspectos que no se abordaron en esta investigación, como son, por ejemplo, entrevistar a los docentes, coordinadores y/o rectores de las instituciones educativas para tener un conocimiento más amplio de qué es lo que sucede al interior de las instituciones educativas en el momento de la revisión y planificación de los documentos curriculares; establecer con qué frecuencia se realiza el ejercicio de análisis, revisión y reestructuración de dicho documento; caracterizar las decisiones que se toman al momento de la reestructuración de los planes de área con base en la revisión del plan de área del año escolar anterior; determinar la importancia que se le da al plan de área dentro de la institución educativa; identificar los usos que los docentes dan a este documento para planear sus clases; y establecer si este documento es sólo un requisito para satisfacer los requerimientos que demanda la Ley. Estas son algunas de las cuestiones que sugieren nuevas líneas de investigación sobre el uso y la importancia que se le da al plan de área y que no abordé en este estudio.

# AGRADECIMIENTOS

Primero quiero agradecer a Dios, porque ha sido su misericordia la que me ha sostenido durante estos casi 8 años y fue su diestra poderosa la que me sustentó y guió en las diferentes situaciones y circunstancias que se presentaron en este proceso. Son muchas personas a las que debo agradecer, que me excuso de antemano por no nombrarlas a todas. A mis hermanos, Sergio y Arnulfo por el apoyo incondicional que siempre he recibido de ellos. A mis directores, Pedro y María José, por toda su paciencia, su dedicación, sus comentarios y orientaciones. Esta investigación no hubiera sido posible sin su acompañamiento. Realmente, un privilegio poder contar con su apoyo. A mis colegas y amigas, Paola Castro, Silvia Pabón, y Milena Alcocer. Sus comentarios, consejos, orientaciones y regaños siempre fueron bien recibidos. A mis maestros del doctorado, especialmente a la profesora Irma, muchas gracias por ayudarme en mi formación como investigadora. A los demás amigos, familiares y colegas que estuvieron presentes durante todo este tiempo. Finalmente, al grupo de investigación “ued – una empresa docente”, la Facultad de Educación de la Universidad de los Andes y Minciencias por su apoyo laboral y financiero durante este posgrado.

## 11. REFERENCIAS

- Aguayo-Arriagada, C., Piñeiro, J. L. y Flores, P. (2016). Introducción de la división en libros de texto chilenos. 127 - 131.
- Alcaraz, F. y García, J. J. (2004). *Evaluación criterial del área de matemáticas*: WK Educación.
- Alcaraz, F. D. (2003). Un modelo de evaluación criterial para el área de Matemáticas en la Enseñanza Obligatoria. *Ensayos: Revista de la Facultad de Educación de Albacete*(18), 225.
- Alcoba, J. (2013). Organización de los métodos de enseñanza en función de las finalidades educativas: El alineamiento curricular en Educación Superior. *Profesorado*, 17, 241 - 255.
- Alsina, A. y Coronata, C. (2015). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 23-36.
- Amaro, G., Hernández, L. A. y Slisko, J. (2019). La proporcionalidad en libros de texto mexicanos de educación básica. Aspectos conceptuales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 125 - 133.
- Anderson, L. W. (2002). Curricular Alignment: A Re-examination. *Theory into Practice*, 41(4), 255-260.
- Andonegui, M. (2016). Análisis de las rutas de aprendizaje subyacentes en los textos de matemática de primaria de la colección bicentenario. El caso de la sustracción. *IX Congreso Venezolano de Educación Matemática*, 283 - 296.
- Andonegui, M. y Pérez, J. (2003). Análisis de los contenidos geométricos de los libros de texto de Matemática de educación básica a la luz de los planteamientos teóricos del modelo de Van Hiele. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16(1), 154 - 160.
- Ángel, M. P. y Rojas, A. (2013). El caso de los procesos infinitos en los libros de texto de matemáticas en 8° y 9°. *Comunicación presentada en Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática*.
- Arafeh, S. (2016). Curriculum mapping in higher education: a case study and proposed content scope and sequence mapping tool. *Journal of Further and Higher Education*, 40(5), 585-611.
- Arteaga, P., Gea, M. M., Contreras, J. M. y Cañadas, G. (2012). Gráficos estadísticos en una serie de libros de educación primaria. *XIV Congreso de Educación y Aprendizaje Matemático*, 139 - 148.
- Atanasova-Pacemska, T., Koceva Lazarova, L. y Miteva, M. (2017). *Analysis of math teaching methodology*.
- Avila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. *Educación Matemática*, 31(2), 22 - 60.
- Baig, F. (2015). Application of Teaching Methods in Mathematics at Secondary Level in Pakistan. *Pakistan Journal of Social Sciences (PJSS)*, 35.
- Baker, M. y O'Brien, W. (2020). Rethinking outdoor leadership: an investigation of affective abilities in Australian higher education curriculum. *Journal of Adventure Education and Outdoor Learning*, 20, 202 - 216.

- Baker, R. N. (2001). The mathematics syllabus and adult learners in community colleges: Integrating technique with content. *Community College Journal of Research & Practice*, 25(5-6), 391-402.
- Barboza, J., Arias, E. y Garrido, J. (2015). La adición en los textos del programa todos aprender-MEN. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 300 - 306.
- Barrantes, M., López, M. y Fernández, M. Á. (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. *PNA*, 9(2), 107 - 127.
- Batanero, C., Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y Gea, M. M. (2014). Sentido de los gráficos estadísticos en los libros de texto de educación primaria.
- Bayés, A. S. y Goded, P. A. (2003). Estudio de la estructura de las unidades didácticas en los libros de texto de matemáticas para la educación secundaria obligatoria. *Educación matemática*, 15(1), 67-98.
- Beane, J. A. (1995). Toward a Coherent Curriculum. *The 1995 ASCD Yearbook*.
- Bishop, A., FitzSimons, G., Seah, W. T. y Clarkson, P. (1999). Values in Mathematics Education: Making Values Teaching Explicit in the Mathematics Classroom. En *Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education*. Melbourne, Australia.
- Bishop, A. J. (2016). What Would the Mathematics Curriculum Look Like if Instead of Concepts and Techniques, Values Were the Focus? *Mathematical cultures Birkhäuser, Cham*, 181 - 188.
- Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm, T., et al. (2014). Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33, 72 - 87.
- Bravo, A. S. y Cantoral, R. (2012). Los libros de texto de Cálculo y el fenómeno de la Transposición Didáctica. *Educación matemática*, 24(2), 91-122.
- Bulut, M. (2007). Curriculum reform in Turkey: A case of primary school mathematics curriculum. *Eurasia journal of mathematics, science and technology education*, 3(3), 203 - 212.
- Bumpus, E. C., Vinco, M. H., Lee, K. B., Accurso, J. F. y Graves, S. L. (2020). The Consistency of Expectations: An Analysis of Learning Objectives Within Cognitive Assessment Course Syllabi. *Teaching of Psychology*.
- Cañadas, M. C., Gómez, P. y Pinzón, A. (2018). Análisis de contenido. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 53-112). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Carlisle, K. (2011). INSPIRE The Quest for Coherent Curriculum Through a Performing Arts-Focused Curriculum Integration Project. *Middle Grades Research Journal*, 6.
- Carretero, R., Coriat, M. y Nieto, P. (1993). *Etapa 12/16. Área de matemáticas: secuenciación, organización y actividades de aula*. Granada: Universidad de Granada.
- Cefai, C., Bartolo, P. A., Cavioni, V. y Downes, P. (2018). Strengthening social and emotional education as a core curricular area across the EU: A review of the international evidence.
- Choe, H. J. (2014). Study of analysis about learning objectives of informatics textbooks in middle school using Anderson's taxonomy of educational objectives. *The Journal of Korean association of computer education*, 17, 51 - 63.

- Claros, F. J., Sánchez, M. T. y Coriat, M. (2014). Marco teórico y metodológico para el estudio del límite.
- Codes, M., González, M. T., Monterrubio, M. C. y Delgado, M. L. (2010). El análisis matemático a través de las situaciones reales presentes en los libros de texto de educación secundaria. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIV Simposio de la SEIEM* (pp. xx-xx). Lérida: SEIEM.
- Conejo, L., Arce, M. y Ortega, T. (2014). Justificación de las reglas de derivación en libros de texto de cuatro editoriales desde LGE hasta LOE.
- De Castro Hernández, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *UNIÓN: Revista iberoamericana de educación matemática*(11), 59-77.
- Del Pino, O., Galaz, J., Gutiérrez, M., Rodríguez, J. y Villalobos, J. (2016). Comparación de textos escolares en la unidad función cuadrática y ecuación de segundo grado.
- DeMers, M. N. (2009). Using intended learning objectives to assess curriculum materials: The UCGIS body of knowledge. *Journal of Geography in Higher Education*, 33, S70-S77.
- Díaz-Levicoy, D., Piñero, J. L., Pinto, E. y Cortés, C. (2016). Enseñanza de la estadística y la probabilidad en octavo año de educación primaria chilena: un estudio con libros de texto. *INTEREDU. Investigación Sociedad y Educación*, 1(6), 7-30.
- Engel, M., Claessens, A. y Finch, M. A. (2013). Teaching students what they already know? The (mis) alignment between mathematics instructional content and student knowledge in kindergarten. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 35(2), 157-178.
- Engel, M., Claessens, A., Watts, T. y Farkas, G. (2016). Mathematics Content Coverage and Student Learning in Kindergarten. *Educational researcher*, 45(5), 293-300.
- Farfán, R. y López, A. (2007). Análisis de un libro de texto de primer grado de la educación secundaria bajo un acercamiento socioepistemológico. *Memoria de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, 506 - 513.
- Fernández-Mosquera, E. y Mejía, M. F. (2010). Análisis de textos escolares para el diseño de situaciones de enseñanza.
- Flores Samaniego, A. H. y Gómez Reyes, A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación matemática*, 21(2), 117-142.
- Flórez, R. (2000). *Evaluación pedagógica y cognición*. Bogotá: McGraw-Hill.
- Fortus, D. y Krajcik, J. (2012). Curriculum coherence and learning progressions. *Second international handbook of science education*, 783 - 798.
- Fortus, D., Sutherland Adams, L. M., Krajcik, J. y Reiser, B. (2015). Assessing the role of curriculum coherence in student learning about energy. *Journal of Research in Science Teaching*, 52, 1408-1425.
- Gamoran, A., Porter, A. C., Smithson, J. y White, P. A. (1997). Upgrading High School Mathematics Instruction: Improving Learning Opportunities for Low-Achieving, Low-Income Youth. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 19(4), 325-338.
- García, J. (2003). Didáctica de las ciencias: resolución de problemas y desarrollo de la creatividad.(1ra ed.) Bogotá: Cooperativa editorial magisterio Gonzales, R.(1998).

- Psicología educacional de las matemáticas. *Revista de investigación en psicología*. Lima, 1, 09-40.
- García, J. y Dolores, C. (2016). Conexiones matemáticas entre la derivada y la integral: Una revisión de libros de texto de bachillerato. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 1, 325-333.
- Goded, P. A. (2006). Propuestas alternativas de evaluación en el aula de matemáticas. *Enfoques actuales en la didáctica de las Matemáticas*, 187.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-293.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gómez, P. (2010). *Diseño curricular en Colombia: el caso de las matemáticas*. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada.
- Gómez, P. (2016). *Apuntes sobre la noción de currículo. Módulo 1 de MAD 5*. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Gómez, P. (Ed.). (2018). *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares*. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Gómez, P., Mora, M. F. y Velasco, C. (2018). Análisis de instrucción. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 197-268). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Gómez, P. y Restrepo, Á. (2012). Procesos de planificación en matemáticas y autonomía escolar. En ASCOFADE, Universidad de Antioquia, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad Pedagógica Nacional, Universidad del Valle y Universidad Pedagógica Nacional de México (Eds.), *Memorias del III congreso internacional y VIII nacional de investigación en educación, pedagogía y formación docente* (pp. 1386-1399). Bogotá: Editor.
- González, E. M. L., Guerrero, A. C. y Yáñez, J. C. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *Avances de investigación en educación matemática*(8).
- González, M. J. y Gómez, P. (2014). Conceptualizing and describing teachers' learning of pedagogical concepts. *Australian Journal of Teacher Education*, 39(12), 13-30.
- González, M. J. y Gómez, P. (2018). Análisis cognitivo. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 113-196). Bogotá: Universidad de los Andes.
- González, M. T. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389 - 408.
- Habaneck, D. V. (2005). An examination of the integrity of the syllabus. *College Teaching*, 53, 62 - 64.
- Handal, B. y Herrington, A. (2003). Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform. *Mathematics education research journal*, 15, 59 - 69.

- Hartel, R. W. y Foegeding, E. A. (2004). Learning: Objectives, competencies, or outcomes? *Journal of Food Science Education*, 3, 69-70.
- Hirsch, E. D., Jr. (2001). Seeking Breadth and Depth in the curriculum. *Educational Leadership*, 59, 22 - 25.
- Højgaard, T. (2019). Competencies and textbook development: a three-dimensional content model enacted in the danish textbook series matematrix for grades k–9. *Platforms as Infrastructures for Mathematics Teachers' Work With Resources*, 16, 197.
- Højgaard, T. y Sølberg, J. (2019). Competencies and Curricula: Two Case Stories of Two-Dimensional Curriculum Development. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 7, 50 - 60.
- Homa, N., Hackathorn, J., Brown, C. M., Garczynski, A., Solomon, E. D., Tennial, R., et al. (2013). An Analysis of Learning Objectives and Content Coverage in Introductory Psychology Syllabi. *Teaching of Psychology*, 40(3), 169-174.
- Hubwieser, P. (2008). *Analysis of learning objectives in object oriented programming*. Trabajo presentado en International Conference on Informatics in Secondary Schools-Evolution and Perspectives.
- Hurtado, M. P. V. (2016). Modelos pedagógicos y reflexiones para las pedagogías del Sur. *Boletín Redipe*, 5(11), 40-55.
- ICFES. (2014). *Sistema Nacional de Evaluación Estandarizada de la Educación. Alineación del examen SABER 11°*. Bogotá, Colombia: Autor.
- Imam, T. (2018). Curriculum coherence when subject-specific standards are absent: a case study using coursework-based master of finance programs at Australian universities. *Studies in Higher Education*, 43(7), 1135 - 1147.
- Jansen, J. D. (1998). Curriculum reform in South Africa: A critical analysis of outcomes-based education. *Cambridge journal of education*, 28, 321 - 331.
- Jin, H., Mikeska, J. N., Hokayem, H. y Mavronikolas, E. (2019). Toward coherence in curriculum, instruction, and assessment: A review of learning progression literature. *Science Education*, 103, 1206 - 1234.
- Kang, W. y Kilpatrick, J. (1992). Didactic Transposition in Mathematics Textbooks. *For the Learning of Mathematics*, 12(1), 2-7.
- Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan.
- Karns, J. M., Burton, G. E. y Martin, G. D. (1983). Learning objectives and testing: an analysis of six principles of economics textbooks, using Bloom's taxonomy. *The Journal of Economic Education*, 14, 16 - 20.
- Kesidou, S. y Roseman, J. E. (2001). How well do middle school science programs measure up? Findings from Project 2061's curriculum review. *Journal of Research in Science Teaching*, 39(6), 522 - 549.
- Kulinna, P. H., Zhu, W., Kuntzleman, C. y DeJong, G. (2002). Evaluation of a Statewide Curriculum Implementation Using a Content Coverage Index. *Measurement in Physical Education and Exercise Science*, 6(2), 127-142.

- Kurz, A., Elliott, S. N., Wehby, J. H. y Smithson, J. L. (2010). Alignment of the Intended, Planned, and Enacted Curriculum in General and Special Education and Its Relation to Student Achievement. *The Journal of Special Education*, 44(3), 131-145.
- Lessani, A., Yunus, A. y Bakar, K. (2017). Comparison of new mathematics teaching methods with traditional method. *People: International Journal of Social Sciences*, 3, 1285 - 1297.
- Levy, J., Burton, G., Mickler, S. y Vigorito, M. (1999). A curriculum matrix for psychology program review. *Teaching of Psychology*, 26(4), 291-296.
- Lopez, A. A. (2013). Alineación entre las evaluaciones externas y los estándares académicos: El caso de la prueba Saber de Matemáticas en Colombia. *Relieve. Revista electrónica de investigación y evaluación educativa*, 19(2), 1-16.
- López, A. A. (2013). Alineación entre las evaluaciones externas y los estándares académicos: El Caso de la Prueba Saber de Matemáticas en Colombia. *Relieve. Revista electrónica de investigación y evaluación educativa*, 19(2), 1-16.
- Martín, C. M. (2002). Criterios para el análisis de libros de texto desde la perspectiva de la Didáctica de la Matemática.: Aplicación a la estadística y probabilidad. En *Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 373-385): Universitat d' Alacant/Universidad de Alicante.
- McGehee, J. J. y Griffith, L. K. (2001). Large-scale assessments combined with curriculum alignment: Agents of change. *Theory into Practice*, 40(2), 137-144.
- Melo, L. M. G. y Portillo, Y. M. P. (2013). Límite de funciones, sistemas de representación y estándares de calidad: una metodología de análisis de textos escolares. *Sigma*, 11(1), 26-38.
- MEN. (1994). *Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación*. Bogotá: Autor.
- MEN. (1998a). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá: Ministerio de educación.
- MEN. (1998b). *Lineamientos generales de procesos curriculares. Hacia la construcción de comunidades educativas autónomas*. Bogotá: Autor.
- MEN. (2002a). *Decreto 230 de 2002. Por el cual se dictan normas en materia de currículo, evaluación y promoción de los educandos y evaluación institucional*. Bogotá: MEN.
- MEN. (2002b). *Decreto 1850. Por el cual se reglamenta la organización de la jornada escolar y la jornada laboral de directivos docentes y docentes de los establecimientos educativos estatales de educación formal, administrados por los departamentos, distritos y municipios certificados, y se dictan otras disposiciones*. Bogotá: Ministerio de educación.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Autor.
- MEN. (2009). *Decreto 1290. Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media*. Bogotá: Autor.
- MEN. (2015). *Derechos básicos de aprendizaje*. Bogotá: Autor.
- Michael, I. (2015). *Factors Leading to Poor Performance in Mathematics Subject in Kibaha Secondary Schools*. Tesis de no publicada, The Open University of Tanzania, Tanzania.
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2013). Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias. Descargado el 30/1/2014, de <https://goo.gl/Xwmerl>

- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de educación.
- Molano, M. (2011). Carlos Eduardo Vasco Uribe. Trayectoria biográfica de un intelectual colombiano: una mirada a las reformas curriculares en el país. *Revista Colombiana de Educación*, 61, 161-198.
- Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2011a). Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas. *PNA*, 5(3), 105 - 127.
- Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2011b). Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas. *PNA*, 5, 105 - 127.
- Montoya, J. (2016). *El campo de los estudios curriculares en Colombia*. Bogotá.
- Moyer, J. C., Robison, V. y Cai, J. (2018). Attitudes of high-school students taught using traditional and reform mathematics curricula in middle school: A retrospective analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 98, 115 - 134.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- NCTM. (2006). Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence. *National Council of Teachers of Mathematics*.
- Negrín, M. (2009). Los manuales escolares como objeto de investigación. *Educación, lenguaje y sociedad*, 6(6), 187-208.
- Nie, B., Cai, J. y Moyer, J. (2009). How a standards-based mathematics curriculum differs from a traditional curriculum: With a focus on intended treatments of the ideas of variable. *ZDM Mathematics Education*, 41(6), 777-792.
- Noreen, R. y Rana, A. M. K. (2019). Activity-Based Teaching versus Traditional Method of Teaching in Mathematics at Elementary Level. *Bulletin of Education and Research*, 41, 145 - 159.
- OCDE. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y solución de problemas*. París: OCDE.
- OCDE. (2009). *Informe TALIS. La creación de entornos eficaces de enseñanza y aprendizaje. Síntesis de los primeros resultados*. Madrid: Santillana.
- Ocoró, L. V. y Ocoró, S. (2016). Análisis de las medidas de tendencia central en dos libros de textos escolares de grado séptimo: el caso de la media aritmética.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. París, Francia: OCDE.
- OECD. (2013). PISA 2012 assessment and analytical framework. Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy. Descargado el 30/1/2014, de <https://goo.gl/QSBfcC>
- Ortiz, J. J., Batanero, C. y Serrano, L. (1996). Las frecuencias relativas y sus propiedades en los textos españoles de bachillerato. *Revista EMA*, 2(1), 19-36.
- Panasuk, R., Stone, W. y Todd, J. (2002). Lesson planning strategy for effective mathematics teaching. *Education*, 122(4), 808-828.
- Panasuk, R. M. y Sullivan, M. M. (1998). Need for lesson analysis in effective lesson planning. *Education*, 118, 330 - 345.
- Panasuk, R. M. y Todd, J. (2005). Effectiveness of lesson planning: Factor analysis. *Journal of Instructional Psychology*, 32(3), 215-232.

- Pérez, M. C. M. y del Rincón, T. O. (2009). Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. En *Investigación en educación matemática XIII* (pp. 37-54): Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Perkins, D. (1999). ¿Qué es la comprensión? En *La enseñanza para la comprensión*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Perkins, D. y Blythe, T. (1994). Putting understanding up front. *Educational leadership*, 51, 4.
- Pietarinen, J., Pyhältö, K. y Soini, T. (2017). Large-scale curriculum reform in Finland—exploring the interrelation between implementation strategy, the function of the reform, and curriculum coherence. *The Curriculum Journal*, 28, 22 - 40.
- Pino-Fan, L. R., Castro, W. F., Godino, J. D. y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 129 - 150.
- Piñeiro, J. L., Pinto, E. y Díaz-Levicoy, D. (2015). ¿Qué es la Resolución de Problemas? *Boletín REDIPE*, 4(2), 6-14.
- Plewis, I. (1998). Curriculum coverage and classroom grouping as explanations of between teacher differences in pupils' mathematics progress. *Educational Research and Evaluation*, 4(2), 97-107.
- Polikoff, M. S. (2015). How well aligned are textbooks to the common core standards in mathematics? *American Educational Research Journal*, 52(6), 1185-1211.
- Polikoff, M. S., Porter, A. C. y Smithson, J. (2011). How well aligned are state assessments of student achievement with state content standards? *American Educational Research Journal*, 48(4), 965-995.
- Polikoff, M. S., Zhou, N. y Campbell, S. E. (2015). Methodological choices in the content analysis of textbooks for measuring alignment with standards. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 34(3), 10-17.
- Porter, A. (2002). Measuring the content of instruction: Uses in research and practice. *Educational researcher*, 31(7), 3 - 14.
- Porter, A. C. y Smithson, J. L. (2001). Defining, Developing, and Using Curriculum Indicators. *CPRE Research Report Series*.
- Porter, A. C. y Smithson, J. L. (2002). Alignment of assessments, standards, and instruction using curriculum indicator data. En *Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA*.
- Prendes Espinosa, M. P. (1997). Evaluación de manuales escolares. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 9, 21-50.
- Ramos, L. A. y Casas, L. M. (2016). Demanda cognitiva en estándares educativos y evaluación en álgebra. En A. Berciano, C. Fernández, T. Fernández, J. L. González, P. Hernández, A. Jiménez, J. A. Macías, F. J. Ruiz y M. T. Sánchez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 633). Málaga, España: Universidad de Málaga.
- Rata, E. (2019). Knowledge-rich teaching: A model of curriculum design coherence. *British Educational Research Journal*, 45, 681 - 697.
- Remillard, J. T., Harris, B. y Agodini, R. (2014). The influence of curriculum material design on opportunities for student learning. *ZDM*, 46, 735-749.

- Reys, B., Dingman, S. W., Sutter, A. y Teuscher, D. (2005). Development of state-level mathematics curriculum documents: Report of a survey. *Center for the Study of Mathematics Curriculum publications (MU)*.
- Riazi, A. M. y Mosalanejad, N. (2010). Evaluation of Learning Objectives in Iranian High-School and Pre-University English Textbooks Using Bloom's Taxonomy. *TESL-EJ*, 13.
- Rico, L. (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis.
- Roach, A. T., Elliott, S. N. y Webb, N. L. (2005). Alignment of an alternate assessment with state academic standards: Evidence for the content validity of the Wisconsin alternate assessment. *The Journal of Special Education*, 38(4), 218-231.
- Romero, I. y Gómez, P. (2018). Análisis de actuación. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 269-301). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Roseman, J. E., Linn, M. C. y Koppal, M. (2008). Characterizing curriculum coherence. *Designing coherent science education: Implications for curriculum, instruction, and policy*, 13 - 36.
- Rowan, B., Harrison, D. y Hayes, A. (2004). Using Instructional Logs to Study Mathematics Curriculum and Teaching in the Early Grades. *The Elementary School Journal*, 105, 103-127.
- Sarmiento, P. y Tovar, M. C. (2007). El análisis documental en el diseño curricular: Un desafío para los docentes. *Colombia Médica*, 38, 54 - 63.
- Schmidt, W., Cogan, L., Houang, R. y McKnight, C. (2011). Content Coverage Differences across Districts/States: A Persisting Challenge for U.S. Education Policy. *American Journal of Education*, 117(3), 399-427.
- Schmidt, W. y Houang, R. (2014). US mathematics textbooks in the Common Core era: A first look. *Development (ICMT-2014)*, 59.
- Schmidt, W., Houang, R. y Cogan, L. (2002). A coherent curriculum: The case of mathematics. *American Education Research Journal*, 1-17.
- Schmidt, W., Wang, H. y McKnight, C. (2005). Curriculum coherence: An examination of US mathematics and science content standards from an international perspective. *Journal of curriculum studies*, 37, 525-559.
- Schmidt, W. H. y Houang, R. T. (2012). Curricular Coherence and the Common Core State Standards for Mathematics. *Educational Researcher*, 41(8), 294-308.
- Schmidt, W. H. y Prawat, R. S. (2006). Schmidt, W. H., & Prawat, R. S. (2006). Curriculum coherence and national control of education: issue or non-issue?. *Journal of curriculum studies*, 38(6), 641 - 658.
- Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author. *For the learning of mathematics*, 7(3), 41 - 51.
- Schwartz, M., Sadler, P., Sonnert, G. y Tai, R. (2008). Depth versus breadth: How content coverage in high school science courses relates to later success in college science coursework. *Science Education*, 93(5), 798 - 826.
- Seah, W. T., Andersson, A., Bishop, A. y Clarkson, P. (2016). What would the mathematics curriculum look like if values were the focus? *For the Learning of Mathematics*, 36, 14 - 20.

- Shwartz, Y., Weizman, A., Fortus, D., Krajcik, J. y Reiser, B. (2008). The IQWST experience: Using coherence as a design principle for a middle school science curriculum. *The Elementary School Journal*, 109, 199 - 219.
- Sikorski, T. R. y Hammer, D. (2017). Looking for coherence in science curriculum. *Science Education*, 101(6), 929 - 943.
- Smith, J. (2019). Curriculum coherence and teachers' decision-making in Scottish high school history syllabi. *The Curriculum Journal*, 30, 441 - 463.
- Solano, S., Gómez, P., González, M. J. y González-Ruiz, I. (2020). Alineación de los planes de área colombianos con los estándares básicos de competencias en matemáticas. *Perfiles Educativos*, 42(168), 124-138.
- Spiller, L. y Scovotti, C. (2008). Curriculum Currency: Integrating Direct and Interactive Marketing Content in Introductory Marketing Courses. *Journal of Marketing Education*, 30(1), 66-81.
- Squires, D. A. (2013). The Balanced Curriculum Model: Description and Results, *SAGE Open* (Vol. 3).
- Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del curriculum*. Madrid: Morata.
- Sullanmaa, J., Pyhältö, K., Pietarinen, J. y Soini, T. (2019). Curriculum coherence as perceived by district-level stakeholders in large-scale national curriculum reform in Finland. *The Curriculum Journal*, 30, 244 - 263.
- Thompson, D. R. (2014). Reasoning-and-proving in the written curriculum: Lessons and implications for teachers, curriculum designers, and researchers. *International Journal of Educational Research*, 64, 141 - 148.
- Todd, J. (2005). Analysis of the Empirical Evidence of Factors in the Systematic Lesson Planning of Mathematics Teachers in Low-Performing Urban Middle Schools. En *2005 Annual Spring Colloquium Journal* (pp. 13).
- Travers, K. J. y Westbury, I. (1989). *The IEA study of mathematics I: Analysis of mathematics curricula*. Oxford: Pergamon Press.
- Triola, M. (2009). *Estadística* (10 ed.). México: Pearson.
- Troia, G. A., Olinghouse, N. G., Wilson, J., Stewart, K. A., Mo, Y., Hawkins, L., et al. (2016). The Common Core Writing Standards: A Descriptive Study of Content and Alignment with a Sample of Former State Standards. *Reading Horizons*, 55(3), 98-141.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2014). Enseñanza de la Probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 85, 5-23.
- Watanabe, T. (2007). In pursuit of a focused and coherent school mathematics curriculum. *The Mathematics Educator*, 17(1).
- Webb, N. L. (1997a). *Criteria for alignment of expectations and assessments in mathematics and science education (Council of Chief State School Officers and National Institute for Science Education Research Monograph No. 6)*. Madison, WI: University of Wisconsin–Madison, Wisconsin Center for Education Research.
- Webb, N. L. (1997b). *Criteria for Alignment of Expectations and Assessments in Mathematics and Science Education. Research Monograph No. 6*.

- Westbury, I. y Hsu, C.-S. (1996). Structures of Curriculum Governance and Classroom Practice in Mathematics. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 18(2), 123-139.
- Wineburg, S. (1997). Beyond breadth and depth: Subject matter knowledge and assessment. *Theory into Practice*, 36(4), 255 - 261.
- Wright, P. (2000). Balancing breadth versus depth—An impossible task? *Studies in Science Education*, 35(1), 187 - 189.
- Zabala, J. G. (2010). ¿Cómo hacer frente a la complejidad de las competencias desde el diseño curricular?: un problema de ingeniería curricular. *Aula de innovación educativa*, 6 - 11.
- Ziebell, N. y Clarke, D. (2018). Curriculum alignment: performance types in the intended, enacted, and assessed curriculum in primary mathematics and science classrooms. *Studia paedagogica*, 23(175 - 203).

# LISTA DE FIGURAS

|  |     |
|--|-----|
| Figura 1. De la normativa al plan de aula (Gómez, 2018).....   | 16  |
| Figura 2. Adaptación de la gráfica de las dimensiones del currículo (Rico, 1997) .....                                       | 17  |
| Figura 3. Procedimiento metodológico.....  | 28  |
| Figura 4. Camino para la caracterización de cada atributo en los planes de área colombianos ...                              | 29  |
| Figura 5. Proceso de concreción de las fuentes de información del estudio.....   | 33  |
| Figura 6. Extracto de plan de área de referencia en la dimensión cognitiva .....   | 35  |
| Figura 7. Conceptos relacionados con las secciones cónicas .....   | 36  |
| Figura 8. Extracto de plan de área de referencia en la dimensión conceptual.....   | 37  |
| Figura 9. Extracto de plan de área de referencia en la dimensión social.....   | 38  |
| Figura 10. Extracto de plan de área de referencia en la dimensión formativa.....   | 39  |
| Figura 11. Árbol de códigos para el tema de cónicas en la dimensión conceptual.....  | 40  |
| Figura 12. Árbol de códigos dimensión cognitiva.....   | 41  |
| Figura 13. Árbol de códigos dimensión formativa .....  | 42  |
| Figura 14. Árbol de códigos dimensión social.....  | 43  |
| Figura 15. Codificación de un plan de área .....   | 44  |
| Figura 16. Codificación de un estándar .....   | 44  |
| Figura 17. Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual del currículo .....                                 | 56  |
| Figura 18. Fracción del árbol de códigos en la dimensión conceptual para el tema de cónicas...                               | 57  |
| Figura 19. Fracción del árbol de códigos del concepto pedagógico sistemas de representación para el tema de la derivada..... | 58  |
| Figura 20. Atributo Tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva .....                                       | 83  |
| Figura 21. Elementos de una tarea (Gómez et al., 2018).....  | 99  |
| Figura 22. Estructura dimensión formativa .....  | 101 |
| Figura 23. Resultados esquemas de enseñanza.....   | 103 |
| Figura 24. Estructura de la dimensión social.....  | 110 |
| Figura 25. Gráfico de líneas de los tres tipos de criterios de evaluación.....   | 111 |
| Figura 26. Gráfico de líneas de los diferentes instrumentos de evaluación.....   | 113 |
| Figura 27. Histograma de frecuencias de la variable Alineación .....   | 121 |
| Figura 28. Diagrama de cajas para las seis variables.....  | 122 |
| Figura 29. Histogramas de frecuencias para las variables público y privado.....  | 122 |
| Figura 30. Histogramas de frecuencias para las variables académico y técnico .....   | 123 |
| Figura 31. Histogramas de frecuencias para las variables rural y urbano .....  | 124 |
| Figura 32. Histograma de frecuencias de la variable Alineación_Cónicas .....   | 126 |
| Figura 33. Histograma de frecuencias de la variable Alineación_Derivada.....   | 128 |
| Figura 34. Histograma de frecuencias de la variable Alineación_Estadística.....  | 130 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 35. Árbol de temas de cónicas en la estructura conceptual por grupos .....                            | 139 |
| Figura 36. Árbol de temas de la derivada en la estructura conceptual por grupos .....                        | 139 |
| Figura 37. Árbol de temas de estadística descriptiva en la estructura conceptual por grupos....              | 140 |
| Figura 38. Códigos asignados a un plan de área en el tema de estadística descriptiva .....                   | 142 |
| Figura 39. Histograma de frecuencias de la variable cubrimiento cónicas.....                                 | 144 |
| Figura 40. Histograma de frecuencias de la variable cubrimiento de la derivada .....                         | 146 |
| Figura 41. Histograma de frecuencias de la variable cubrimiento de la estadística .....                      | 148 |
| Figura 42. Histograma de frecuencias de la variable cubrimiento.....   | 150 |
| Figura 43. Cuatro niveles de profundidad en una parte del árbol del tema de estadística<br>descriptiva ..... | 159 |
| Figura 44. Histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción de cónicas.....                      | 162 |
| Figura 45. Histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción de la derivada .....                 | 164 |
| Figura 46. Histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción de la estadística .....              | 166 |
| Figura 47. Histograma de frecuencias de la variable nivel de concreción.....                                 | 168 |
| Figura 48. Diagrama de dispersión de la alineación y el nivel de concreción.....                             | 171 |
| Figura 49. Niveles de expectativas de aprendizaje .....  | 181 |
| Figura 50. Histograma de la variable incoherencia global .....   | 183 |
| Figura 51. Histograma de la variable incoherencia entre objetivos de período y subperíodo ....               | 184 |
| Figura 52. Histograma de la variable incoherencia entre objetivos de período y estándares .....              | 185 |
| Figura 53. Histograma de la variable incoherencia entre competencias y objetivos de período                  | 186 |
| Figura 54. Incoherencias entre dimensiones .....   | 188 |
| Figura 55. Histograma Incoherencia con origen en la dimensión conceptual .....                               | 189 |
| Figura 56. Histograma Incoherencia con origen en la dimensión cognitiva.....                                 | 190 |
| Figura 57. Histograma Incoherencia con origen en la dimensión formativa.....                                 | 191 |
| Figura 58. Histograma Incoherencia con origen en la dimensión social .....                                   | 192 |
| Figura 59. Dimensiones del currículo (Rico et. al., 1997, p. 388).....                                       | 196 |
| Figura 60. Proceso de concreción de las fuentes de información de la investigación .....                     | 197 |

# ÍNDICE DE TABLAS

|                |     |
|----------------|-----|
| Tabla 1 .....  | 18  |
| Tabla 2 .....  | 30  |
| Tabla 3 .....  | 34  |
| Tabla 4 .....  | 47  |
| Tabla 5 .....  | 47  |
| Tabla 6 .....  | 48  |
| Tabla 7 .....  | 59  |
| Tabla 8 .....  | 62  |
| Tabla 9 .....  | 62  |
| Tabla 10 ..... | 63  |
| Tabla 11 ..... | 63  |
| Tabla 12 ..... | 64  |
| Tabla 13 ..... | 65  |
| Tabla 14 ..... | 66  |
| Tabla 15 ..... | 67  |
| Tabla 16 ..... | 68  |
| Tabla 17 ..... | 69  |
| Tabla 18 ..... | 79  |
| Tabla 19 ..... | 79  |
| Tabla 20 ..... | 86  |
| Tabla 21 ..... | 87  |
| Tabla 22 ..... | 88  |
| Tabla 23 ..... | 89  |
| Tabla 24 ..... | 90  |
| Tabla 25 ..... | 104 |
| Tabla 26 ..... | 105 |
| Tabla 27 ..... | 112 |
| Tabla 28 ..... | 119 |
| Tabla 29 ..... | 123 |
| Tabla 30 ..... | 124 |
| Tabla 31 ..... | 125 |
| Tabla 32 ..... | 127 |
| Tabla 33 ..... | 129 |
| Tabla 34 ..... | 143 |
| Tabla 35 ..... | 145 |

|                |     |
|----------------|-----|
| Tabla 36 ..... | 146 |
| Tabla 37 ..... | 148 |
| Tabla 38 ..... | 150 |
| Tabla 39 ..... | 152 |
| Tabla 40 ..... | 161 |
| Tabla 41 ..... | 162 |
| Tabla 42 ..... | 164 |
| Tabla 43 ..... | 166 |
| Tabla 44 ..... | 168 |
| Tabla 45 ..... | 170 |