
El origami modular en el paso de lo tridimensional a lo bidimensional, como estrategia para la enseñanza de las propiedades fundamentales en figuras geométricas

Juan David Andrade García
juan-david.555@hotmail.com

Roberto Andrés Gutiérrez Uribe
sacrificedark@hotmail.com

Nelly Yureima Martínez Camacho
yureimis14@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Resumen. El presente taller evidencia el uso de material didáctico (origami modular) para la enseñanza de la geometría centrándonos principalmente en la construcción de los sólidos platónicos, los cuales permitirán al estudiante trabajar implícitamente con las propiedades de los mismos a medida que los construyen, para posteriormente pasar a un reconocimiento explícito, donde se verán obligados a dirigir su atención a las figuras planas que los componen y un ulterior análisis de las propiedades de las últimas. Se dirige la atención del presente taller a los sólidos platónicos, por su importancia histórica en la geometría clásica al ser relacionados con los 4 elementos de la naturaleza y el universo.

Palabras claves: Materiales manipulativos, Geometría en tres dimensiones, geometría plana, Papiroflexia.

Presentación.

Es importante reconocer que en los primeros grados de educación formal, la enseñanza de la geometría ha separado las figuras tridimensionales de las bidimensionales, haciéndolas parecer como inconexas o simplemente desconociendo la importancia de unas en la construcción de las otras. Es por esto que con este trabajo se busca en primer lugar, resaltar la importancia de la enseñanza de las figuras tridimensionales y concretas para la posterior comprensión de las figuras bidimensionales e intangibles, pues en la instrucción de la geometría se debe evidenciar la conexión con el espacio que nos rodea, generando conocimientos aplicables a la vida práctica de los estudiantes. En segundo lugar hacer uso de material manipulativo, como

lo es el origami modular para que el estudiante en la construcción de poliedros específicamente platónicos, (como se irá aclarando a lo largo del trabajo) reconozca implícitamente la existencia de las propiedades fundamentales de los mismos y de las figuras planas contenidas en estos.

a) Marco teórico

Sólidos platónicos. Históricamente cada uno de los sólidos platónicos han estado relacionados con la naturaleza, vinculándose a los elementos que rigen el universo y los planetas que lo conforman, estas relaciones fueron establecidas por platón, las cuales dieron origen a cuatro poliedros:

Tetraedro (pirámide de 4 caras triangulares), el hexaedro (cubo de 6 caras cuadradas), el octaedro (sólido de 8 caras triangulares) y el icosaedro (poliedro de 20 caras triangulares). Los tres primeros fueron al parecer descubiertos por los babilónicos¹ y el cuarto fue añadido por los egipcios según Morilla, (2004). Platón logro relacionar la belleza de estos cuatro poliedros con uno faltante, el dodecaedro, que simbolizaría el universo (solido de 12 caras pentagonales). Sin lugar a duda Platón encontró una conexión entre la geometría y el universo. Por otro lado debido a la unificación del conocimiento en la que creían los antiguos griegos estos poliedros fueron relacionados con la emociones, el pensamiento la espiritualidad y la vida.

Papiroflexia. Los chinos fueron quienes crearon el papel, y se dice que fue en Japón donde por primera vez en el siglo XII se le dio forma a este material usado en ceremonias, y en envolturas para regalos. Según Harbin, (1968) los dos libros más antiguos que hablan de origami, son del año 1797 y en estos se refleja un aspecto más creativo que ceremonial, pues se basan en la construcción de animales y personajes de teatro. Ahora bien, es importante destacar que en los años ochenta el origami, tomo su representación más compleja (módulos), gracias a Tomoko Fuse en Japón.

Ahora bien, según Burgues, et, al (1991) la concepción del espacio en los individuos marca las pautas para la planificación del proceso enseñanza – aprendizaje de la geometría, el cual

¹ No se conoce con exactitud la fecha ni el origen del descubrimiento de los poliedros regulares.

debe estar orientado a favorecer el desarrollo gradual, por lo tanto es primordial tener una planificación progresiva y cíclica. Dicho progreso se puede lograr a través de las acciones con los objetos geométricos, puesto que la planeación debe dar la oportunidad de actuar en el espacio activamente. También es necesario que ésta, sea comunicativa y que favorezca tanto la representación gráfica como la expresión manual oral y escrita.

Dicha planeación debe estar orientada a recomendaciones generales como: el mundo real siempre debe estar relacionado con el estudio de la geometría, es decir, el niño debe tener la oportunidad de explorar las distintas relaciones espaciales en su entorno; la actividad de la geometría debe ser un factor positivo para la interacción del espacio y la representación mental de este, por lo tanto el currículo de la geometría debe relacionarse con los modelos de aprendizaje y conocimiento de los alumnos; por último se debe seguir con un proceso intelectual que debe ser gradual y progresivo, el cual empezaría con la “introducción informal”, mediante situaciones cotidianas que poco a poco se irán precisando y formalizando.

Luego de tener en cuenta las bases de la planeación de la enseñanza aprendizaje de la geometría se debe plantear una instrucción, la cual conlleva según Burgues, et al (1991) “*Una comunicación sistemática de los conocimientos, habilidades y procesos espaciales*”. (p. 53)

Esta práctica está dirigida a estudiantes entre 7 y 8 años, por ello es importante mencionar como señala Burgues, et al (1991) después de tener una mínima orientación en el espacio pueden continuar con el proceso del aprendizaje de las primeras nociones básicas geométricas como: punto, línea, superficie, cuerpo geométrico entre otras, para esto nombra la construcción de cuerpos geométricos donde podrán adquirir concepciones como “*el punto como vértice, como elemento de una red plana de un cuerpo o figura, la línea como arista, como intersección de dos superficies, como conjunto de puntos ..*” (Burgues, et al 1991. (p. 72)) por ello considera que la construcción de poliedros regulares e irregulares es fundamental, para el reconocimiento de las propiedades, y suele ser productivo, ya que de esta manera los estudiantes encontrarán una relación entre la igualdad numérica entre los vértice, la relación entre vértice, aristas y caras.

Catalá, (1988) afirma que hay cuatro tipos de situaciones didácticas básicas en geometría: la geometría de los reflejos, la geometría de las sombras, la geometría efímera y la geometría de las formas naturales o artificiales; es en esta última en la que se va a desarrollar el presente taller; el cual se distingue porque se puede encontrar en un medio natural, artístico y tecnológico; donde las primeras experiencias dan inicio con la observación y finalizan con la intervención en los entornos, los cuales son adecuados para trabajar la geometría debido a que estos facilitan la intervención de la realidad; sin embargo el estudio de la geometría natural no debe basarse solo en el análisis del entorno, sino que también es fundamental que se desarrolle un análisis matemático para confirmar si lo estudiado es correcto y puede incidir para la formulación de nuevas propuestas. Por otra parte se establece que *“el entorno natural puede dar lugar a actividades de globalización donde las matemáticas y las ciencias experimentales hallen un bello canal de desarrollo conjunto”*. (Burgues, et al 1991. (p. 73)).

También es importante destacar el uso de recursos y materiales didácticos como el origami modular para la construcción de poliedros, ya que de esta forma se irá fundando el conocimiento acerca de las propiedades y características de las figuras tridimensionales como: los sólidos platónicos. Este recurso permite la interiorización del concepto a trabajar, pasando de la observación a la creatividad; por lo que se propone la construcción de figuras tridimensionales, las cuales aportaran tanto para el aprendizaje de las propiedades como el de los conceptos de la geometría; finalmente este material además de representar la realidad, también sirve para describirla.

Ahora bien, la habilidad para interpretar los contenidos matemáticos espaciales hace referencia a la capacidad de abstraer y esquematizar mentalmente las imágenes de las figuras geométricas que componen el espacio, mediante el ensamblaje, el ordenamiento y la estructuración de sus componentes. La habilidad para percibir e interpretar las formas de los objetos reales que conforman el espacio tridimensional, relacionándolas entre sí, es la habilidad de razonamiento espacial (Catalá, 1997)

Se requiere de la habilidad de: razonamiento espacial para la representación bidimensional, para transformar una percepción tridimensional en una representación bidimensional o

viceversa. Para la formación de esta habilidad es necesario hacer uso de acciones materiales para posteriormente transformarla en un plano meramente mental.

Ahora bien, con base en lo anteriormente dicho, es fundamental considerar la percepción de lo tridimensional como elemento básico para desarrollar la representación bidimensional, por lo que el proceso de enseñanza debe estar fundado en acciones materiales. A través de este proceso se logra formar la acción mental de transferencia de lo tridimensional a lo bidimensional y vice - versa.

b) Metodología.

Este taller está pensado para la enseñanza de geometría en niños de primaria por lo tanto es importante tener en cuenta los aspectos matemáticos que se trabajan, y el manejo de la geometría que los niños y el docente poseen pues este es diferente, por lo cual es de gran importancia construir las definiciones con las que se piensa trabajar de tal forma que estas no se conviertan en un obstáculo que dificulte el proceso de aprendizaje del estudiante. Considerando brevemente los niveles de razonamiento geométrico propuestos por Van Hiele, los niños difícilmente podrán concebir el término de poliedro desde una definición compleja que no deje campo a dudas ni contradicciones completamente, es por esto que es conveniente trabajar el aspecto matemático fundamentándonos en definiciones básicas pero formales como se muestra a continuación:

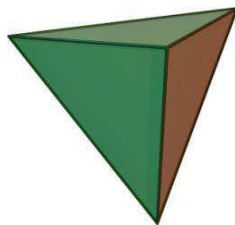
- a) Un poliedro es una región del espacio limitada por polígonos. Los poliedros están compuestos de:
- Caras, polígonos que conforman y delimitan el sólido.
 - Vértices, puntos donde se unen las aristas.
 - Arista, intersección de dos caras.

Aunque una definición más compleja de lo que es un poliedro contiene muchas más especificaciones acerca de sus características, consideramos esta es suficiente para generar un conocimiento significativo de acuerdo al nivel de razonamiento de los niños.

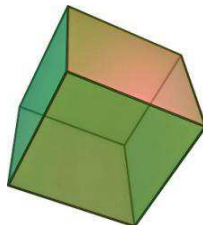
- b) Después de esto es necesario definir el concepto de polígono: la geometría clásica define un polígono como una región del plano delimitada por dos o más segmentos. A pesar que ésta definición es algo vaga con respecto a las demás, satisface muchas de las condiciones globales que definen un polígono y se puede vincular fácilmente a conceptos asociados como la delimitación que genera la línea poligonal

Ahora bien, el taller se desarrollara en torno a los polígonos de platón debido a su curiosa naturaleza. A continuación se da una breve definición de cada uno de ellos:

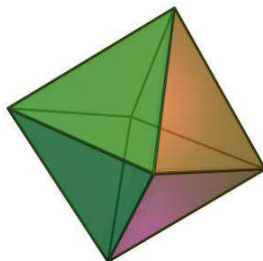
Tetraedro: sólido de 4 caras iguales en donde cada cara es un triángulo equilátero



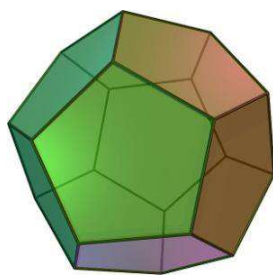
Hexaedro o cubo: sólido conformado por 6 cuadrados iguales.



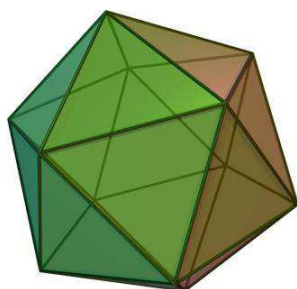
Octaedro: sólido de 8 caras correspondiente a triángulos equiláteros iguales



Dodecaedro: es un poliedro de 12 caras de forma pentagonal.



Icosaedro: 20 triángulos equiláteros iguales delimitan el poliedro llamado icosaedro



Inicialmente se hará una breve introducción de lo que será el desarrollo del taller haciendo explícito el objetivo fundamental de la actividad asociado a los conceptos geométricos que se trabajaran, el conocimiento y las temáticas se abordaran de manera progresiva a medida que se trabaja con el origami y se explicara la importancia y la relación que hay entre el pensamiento matemático y el arte en este caso el “origami”.

La organización de los participantes en la primera sesión, será de forma individual, pues es importante que cada uno de ellos tenga la posibilidad de interactuar implícitamente con las propiedades de los poliedros y polígonos. La segunda sesión se trabaja en grupos, para que se implemente la interacción y socialización entre ellos mismos.

Además es importante resaltar los roles que cumplirán las talleristas y los participantes:

Rol del participante. El participante debe ser quien realice las actividades propuestas, además debe ser participe a la hora de socializar el trabajo desarrollado. Además de esto debe cooperar con la organización oportuna y rápida del grupo, sin hacer actividades que interrumpan a sus compañeros o generen distracción, convirtiéndose en un ente social que es capaz de trabajar en grupo de forma amable y productiva.

Rol del tallerista. Cada uno de los talleristas, contribuirá con la organización, participación y socialización de cada uno de los grupos de trabajo que se hayan establecido o de cada estudiante según la actividad, en búsqueda de propiciar un ambiente favorable en el desarrollo de la misma; será un instructor a la hora de dar a conocer las características y propiedades de las figuras tridimensionales, las cuales los participantes ya debieron de haber reconocido de forma implícita.

c) Sesiones.

Sesión N° 1. El taller inicia con una explicación acerca de lo que es un modulo bajo su definición matemática, se dará a entender los diferentes módulos que se usaran y sus características geométricas propias, vistas como figuras planas.

Las primeras figuras que se trabajaran será el hexaedro y el tetraedro (elementos asociados a los elementos tierra y fuego según platón) dado que estas tienen mayor facilidad para su ensamblaje.

Esta figuras son construidas a partir de un mismo modulo conocido como Sonobè.

Los participantes del taller contarán con hojas de origami de forma cuadrada de las cuales cortaran rectángulos correspondientes a la mitad del área del cuadrado y con una base igual a su lado correspondiente, la relación matemática sugiere que para poder cumplir estas condiciones es necesario cortar el cuadrado original por la mediatriz de uno de sus lados.

Igualmente el desarrollo en la construcción del modulo esta asociada a dobleces correspondientes a aspectos geométricos de figuras planas como bisecciones, mediatrices, traslaciones en ángulos y lados, etc. esto con el fin de transformar una figura inicialmente dada en otra a partir d transformaciones geométricas puesto que de esto se trata el origami.

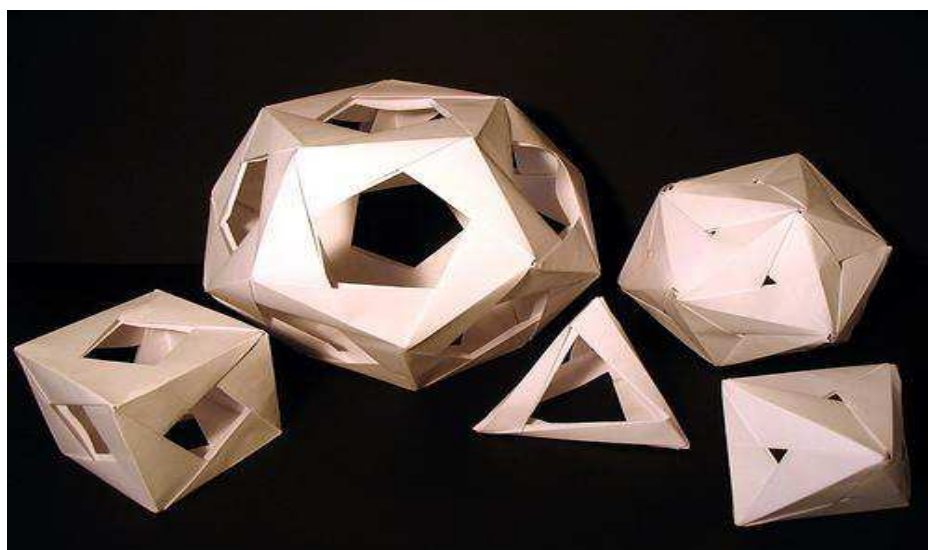
Es importante tener presente que debido a la naturaleza de este trabajo se esta manipulando material tridimensional en todo momento, pero se esta usando como una representación de figuras bidimensionales como lo son los polígonos con el fin de hacer explicito de una manera tangible sus características.

El hexaedro se construye a partir de 6 módulos de Sonobè, mientras que el tetraedro necesita de 2 modulos. Tal vez su construcción no presente mayor reto pero lo que se busca fundamentalmente es exponer todos los aspectos matemáticos implícitos en dicha

construcción. El objetivo de esta sesión es construir estos dos sólidos abordando los aspectos de la geometría básica y algunos datos históricos como la curiosa relación que tienen con los 4 elementos de la naturaleza puesto que esta actividad esta pensada para niños de primaria de diferentes niveles

Sesión N° 2. La segunda sesión estará encaminada hacia las mismas finalidades de la primera con la diferencia que se tendrá en cuenta los aspectos didácticos relacionados con el origami. Se trabajara con tres grupos diferentes clasificados según las destrezas en el arte manual que tengan los participantes puesto que la construcción de de los sólidos restantes supone un reto mayor.

Octaedro, icosaedro y dodecaedro son los sólidos restantes y cada uno con un nivel de dificultad diferente. Lo que se busca es a partir de la construcción y el trabajo matemático realizado, culminar una socialización en donde se exponga las diferencias entre las construcciones, aunque se presentaran muestras previas al taller, la verdadera importancia en la enseñanza matemática se basa en la construcción del conocimiento que se genere.



(Sólidos platónicos²)

² Imagen tomada de: <http://fiveprime.org/hivemind/Tags/poliedro/Interesting>

d) Bibliografía

BADILLA, J. (2007) El origami y la geometría. V Congreso sobre Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora. Pág. 9

BURGUES, C., FORTUNY, J. & CATALÁ, A. (1991) Materiales para construir la geometría. Madrid. Síntesis. Pág. 168

CATALÁ, A. (1997) ¿Por qué geometría? Síntesis. Pág. 176

CATALÁ, A. (1988) Invitación a la didáctica de la geometría. Síntesis. Pág. 144

HARBIN, R. (1968) Como aprender papiroflexia. España. Ceac. Pág. 15-20

MORILLA, B. (2004) Pitágoras: el hijo del silencio. Mr. Ediciones.

**Volver al índice
Talleres**