

ARGUMENTACIÓN EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA: DE LA INTERACCIÓN A LA INTERACTIVIDAD

Wilmer Ríos-Cuesta
Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
wilmer.rios@correounivalle.edu.co

Resumen

Los estudios sobre argumentación en matemáticas han centrado su mirada en la validación, discusión, confrontación y debate de las ideas en torno a una tarea. Se ha analizado el rol y la gestión del profesor en dicho proceso, así como la existencia o no de argumentos en clase, también se han identificado elementos para el diseño de tareas para promover la argumentación. Sin embargo, hacen falta investigaciones que muestren la articulación de las acciones del profesor con la de los estudiantes para ayudarles a producir argumentos y hacerlos evolucionar a estados adecuados de acuerdo con el desarrollo cognitivo. En este capítulo, se muestra la diferencia entre la interacción y la interactividad, así como el potencial para el desarrollo de estudios sobre argumentación en la que no sólo se analiza la actividad del profesor o del estudiante, sino que se mira en conjunto profesor-estudiante-contenido.

Palabras clave: Argumentación, Interacción, Interactividad, Mediación, Actividad conjunta

Abstract

Studies on argumentation in mathematics have focused on the validation, discussion, confrontation, and debate of ideas around a task. The role and management of the teacher in this process have been analyzed, as well as the existence or not of arguments in class, and elements for the design of tasks to promote argumentation have also been identified. However, there is a lack of research showing the articulation of the teacher's actions with those of the students to help them produce arguments and make them evolve to appropriate states according to cognitive development. In this chapter, we show the difference between interaction and interactivity, as well as the potential for the development of studies on argumentation in which not only the teacher's or the student's activity is analyzed, but also the teacher-student-content as a whole.

Key Words: Argumentation, Interaction, Interactivity, Interaction, Mediation, Joint activity

Introducción

Hace ya un par de décadas que el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics¹ [NCTM], 2000), señaló que uno de los objetivos de la educación matemática es ayudar a los estudiantes a argumentar matemáticamente sus producciones como una oportunidad para aprender matemáticas. Esto

¹ El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas es la organización de Educación Matemática más grande del mundo, proporciona visión, liderazgo y desarrollo profesional para apoyar a los profesores a garantizar un aprendizaje de las matemáticas de la más alta calidad para todos los estudiantes.

sugiere que la actividad matemática que se desarrolla en el aula debe girar en torno a la argumentación, la confrontación, el debate y la emisión de argumentos.

La actividad discursiva en el aula ofrece la oportunidad de aprender matemáticas mediante la confrontación de diversos puntos de vista y la discusión de las tareas en clase (Krummheuer, 2007). Durante este proceso, los estudiantes expresan sus ideas, verbalizan sus razonamientos y negocian significados que luego deben ser validados e institucionalizados por el profesor. Estas discusiones apuntan a la persuasión y el convencimiento y sitúan la argumentación en una perspectiva retórica (Durango, 2017; Habermas, 1999). En este escenario, la comunicación de razonamientos favorece la argumentación en clase de matemáticas (Chico, 2014), los cuales, deben ser guiados por el profesor para favorecer ciertos tipos de argumentos (Viholainen, 2011), o hacerlos evolucionar. Esta postura revela una característica de la argumentación en clase como un proceso sociocultural que depende de la interacción entre los participantes (Krummheuer, 1995). En consecuencia, el contexto puede influenciar la construcción de conocimientos (Vygotsky, 1995).

Al ser la argumentación una forma de comunicar razonamientos interesa la distinción que hace Harel (2008), entre los *modos de comprender* y *modos de pensar*. Los primeros son un producto cognitivo de los actos mentales y los segundos, una característica cognitiva de estos. Esta perspectiva, constituye un reto para los educadores matemáticos al buscar que sus acciones afecten los modos de comprender de los estudiantes y hacerlos evolucionar hacia otros estados que les permitan aprender matemáticas, lo cual requiere que se apoye en la argumentación.

En la gestión que hace el profesor puede alentar la discusión de tareas en clase y generar procesos de argumentación, la cual contempla la interacción de varios participantes y por ello, no puede analizarse mediante la interpretación de una sola secuencia de enunciados sino por las interacciones de los participantes, por las justificaciones, garantías y refutaciones que ofrecen, esto se evidencia en la actividad matemática que desarrollan en el aula (Solar, 2009; Yackel, 2002).

Para desarrollar argumentación en el aula se requiere, por parte de los estudiantes, mayores niveles de argumentación matemática para convencer a sus compañeros de clase (Chico, 2014, 2018). Esto demanda que hagan más explícitos sus razonamientos por medio de argumentaciones que pueden ser aceptadas o rechazadas por sus compañeros (Weber *et al.*, 2008), y conlleva a que desarrollen habilidades como el análisis de las argumentaciones de sus compañeros para consolidar o rechazar su razonamiento.

Considerar la argumentación en clase como un proceso mediante el cual los estudiantes tienen la oportunidad de aprender matemáticas, tiene tres propósitos fundamentales los cuales se relacionan con la intencionalidad. El primero de ellos hace alusión a la negociación de significados y construcción de comunidades de práctica. El segundo tiene que ver con la interacción discursiva la cual afecta la cognición del sujeto en cuanto desarrolla competencias que le permiten ver la sociedad de manera diferente. El tercero se refiere al rol que desarrollan los participantes dado que se valora el aporte de todos en la construcción de conocimiento (Ruiz, 2012).

La construcción de comprensiones conjuntas y significativas del objeto de estudio ofrece la posibilidad de escuchar, debatir y confrontar ideas (Ruiz, 2012). Una enseñanza y aprendizaje fundamentada en el desarrollo de argumentos en la clase de matemáticas ayuda a los estudiantes a comprender los conceptos relevantes permitiendo que se desarrolle la parte cognitiva y la interacción social (Ríos-Cuesta, 2020). Esta postura se alinea con lo propuesto por Krummheuer (2015) quien resalta que la argumentación es una condición para aprender matemáticas que depende de la participación de los estudiantes y del compromiso con la construcción de conocimiento mediante prácticas explicativas y justificativas. Lo anterior sugiere que al interior del aula se creen espacios para que los estudiantes hagan públicos sus razonamientos e ideas, donde se favorezca el debate, la presentación y justificación de sus producciones (Jiménez-Aleixandre, 2010; Ruiz).

La discusión de tareas en clase puede provocar *conflictos cognitivos*, término usado por Piaget (1975) para referirse al desequilibrio entre la asimilación y la acomodación de un esquema conceptual que activa el estudiante al enfrentar una situación en la que su saber previo resulta insuficiente para lograr las coordinaciones necesarias para alcanzar el objetivo de la acción, provocando un *desequilibrio cognitivo* el cual buscará compensar con nuevas

abstracciones y/o generalizaciones modificando su estructura cognitiva, lo anterior mediante un proceso de asimilación y acomodación en respuesta al factor que genera el desequilibrio.

Al situar la enseñanza y aprendizaje en la comprensión del estudiante por medio de la comunicación, la confrontación y el debate de las ideas, desde una perspectiva socioconstructivista, se busca que los estudiantes construyan su conocimiento en vez de transmitírsele y se le da al lenguaje la función de orientar las construcciones que estos hacen. Esto supone romper el contrato didáctico tradicional centrado en la exposición, explicación y memorización de contenidos, y evolucionar hacia un nuevo contrato didáctico centrado en la acción del estudiante y la mediación del docente por medio de la interactividad, que se desarrolla en un medio adidáctico organizado para promover situaciones adidácticas de *acción, formulación y validación*, que evolucionan en el medio didáctico en el que el profesor produce *devoluciones del problema*, e *institucionalizaciones* del saber producido gracias a dicha interactividad que tiene por objetivo el aprendizaje, mediante la discusión de las tareas en clase.

Si bien en los estudios sobre argumentación en educación matemática se ha analizado la actuación de los estudiantes en la construcción de los argumentos (Berciano *et al.*, 2017; Cervantes-Barraza & Cabañas-Sánchez, 2018; Estrella *et al.*, 2017; Fiallo & Gutiérrez, 2017), el rol de profesor en el desarrollo de la actividad discursiva en clase (Conner *et al.* 2014a; Molina & Pino-Fan, 2018; Otten *et al.*, 2017; Rasse & Solar, 2019), la forma como los profesores argumentan o dirigen la discusión de tareas en clase (Ayalon & Hershkowitz, 2018; Durango, 2017; Ríos-Cuesta, 2021; Toro, 2020; Toro & Castro, 2020; Yopp, 2015), las implicaciones de la interacción en la construcción de argumentos (Chico, 2014, 2018; Erkek & Işıksal-Bostan, 2019) y recientemente, argumentación colectiva (Chico, 2014; Conner *et al.*, 2014b; Solar, 2018), hacen falta estudios que analicen en conjunto las acciones del estudiante y profesor en torno a una tarea u objeto de conocimiento, situando la mirada en la articulación de sus acciones en la producción de argumentos.

‘Algunos’ estudios sobre argumentación basados en la interacción en el aula

Solar (2018) desarrolló un estudio sobre las implicaciones de la argumentación colectiva en el aula de matemáticas. Se basó en el modelo de Toulmin² y estudió el papel del profesor en ese proceso. Entre sus hallazgos se destaca la identificación de varias formas de pensamiento, la interacción dialógica que se gesta entre el profesor y los estudiantes y las herramientas que permiten abordar las contingencias en el aula. Además, resalta que es posible profundizar en el aprendizaje de los estudiantes usando el error como punto de partida, se le da mucha importancia al rol que desempeña el refutador en el modelo de Toulmin.

Sin embargo, Solar y Deulofeu (2016) reportan que los profesores que han sido formados en el aprendizaje de contenidos carecen de experiencias para gestionar los procesos de argumentación en el aula, al punto de que pueden llegar a confundirla con la explicación. Además, los estudiantes deben estar acostumbrados a debatir y confrontar sus ideas.

Benítez *et al.* (2016) involucraron dos grupos de estudiantes en la discusión de tareas en clase, con el propósito de analizar la producción del discurso, el razonamiento y la continuidad en la cadena de razonamientos usados para validar sus afirmaciones. En la presentación de argumentos para conocer el valor epistémico de los razonamientos de los estudiantes observó una transición desde los argumentos empíricos al uso de recursos analíticos, los cuales poco a poco se alejan de lo descriptivo y se acercan a los argumentos sustanciales. La discusión de tareas y la confrontación de las ideas desembocó el uso de conectores del discurso que apuntan a la generalización. En estas discusiones los estudiantes hicieron explícitos sus razonamientos para buscar la aceptación, rechazo o pertinencia del proceso.

Por su parte, Acosta y Hermosa (2015) encuentran que las interacciones sociales que se gestan en la discusión de las tareas en clase que usan el contexto sociocultural de los estudiantes, promueven aspectos metacognitivos y motivacionales que permiten establecer conexiones entre las matemáticas y el entorno social. La argumentación de las producciones

² El modelo de Toulmin ofrece elementos para analizar la estructura lógica de un argumento y está conformado por seis elementos que son los datos, permisos de inferir, el soporte o garantías, indicador de fuerza modal, las refutaciones potenciales y la conclusión.

como método de validación de su razonamiento movilizó aspectos motivacionales que activaron la participación y el compromiso por resolver la tarea.

En el mismo sentido, García (2015) sugiere que las prácticas de los profesores de matemáticas deben ofrecer una aproximación sociocultural que promueva en los estudiantes un aprendizaje situado en el contexto cotidiano, centrado en la construcción de significados compartidos que apunten a la mejora del discurso matemático. Lo anterior, requiere que se apoye de prácticas argumentativas en medio de una comunidad de aprendizaje. De igual modo, promover el desarrollo de tareas donde el estudiante “argumente en y con las matemáticas en niveles de complejidad crecientes” (p. 32).

El giro: de la interacción a la interactividad

Los estudios sobre argumentación en matemáticas se apoyan en la idea de *interacción* la cual puede verse como un proceso donde las acciones de los estudiantes dependen de la interpretación de un sistema de acciones, situando las acciones individuales dentro de un sistema de acciones colectivas en el marco de un sistema de referencia que puede ser la enseñanza de las matemáticas (Chico, 2014, 2018).

Delgado (1998) hace una distinción entre los tipos de interacción, la *interacción sujeto-medio* que implica una acción; la *interacción comunicativa* sujeto-sujeto que permite la organización de la actividad del sujeto y la producción de un mensaje por medio del lenguaje; y la *interacción de validación* sujeto-sujeto mediante una teoría que permite la construcción de juicios respecto al modelo de acción.

Sin embargo, consideramos que la interacción no es suficiente para las discusiones de las tareas en clase, el profesor debe *mediar* en los procesos cognitivos de los estudiantes para producir *desequilibrios*. En ese sentido, nos alineamos con el concepto de *interactividad* propuesto por Coll *et al.* (1992) definido como:

[...] la articulación de las actuaciones del profesor y de los alumnos [...] en torno a una tarea o un contenido de aprendizaje determinado, supone pues una llamada de atención sobre la importancia de analizar las actuaciones de los alumnos en estrecha vinculación con las actuaciones del profesor; y recíprocamente. (p. 204)

El concepto de interactividad es más amplio que el de interacción puesto que supera los intercambios verbales. Coll *et al.* (1992) definen la interactividad como “las formas de organización de la actividad conjunta en torno al contenido o tarea que están llevando a cabo los participantes” (p. 189). Desde esta perspectiva, la interactividad pretende analizar las actuaciones del profesor y los estudiantes en torno a una tarea (Onrubia, 1993a), y las vincula estrechamente al señalar que para entender las actuaciones de los estudiantes es necesario analizar las actuaciones del profesor y viceversa. Es decir, no se sitúa la mirada en un solo polo (estudiante, profesor o contenido) sino que se analizan en conjunto y se concretan en el estudio de los intercambios comunicativos que ocurren entre profesor y estudiante en relación con la tarea. Para ello es necesario que se den en un ambiente natural de clase dentro de un proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para analizar la interactividad, Coll *et al.* (1992) realizan dos exigencias que deben cumplirse y que sin ellas no es posible hacerlo. La primera es tener en cuenta la *dimensión temporal* dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, es decir, el momento en el que se producen. La segunda es definir de manera explícita y teóricamente las *unidades de análisis* para aplicarlas a los segmentos de actividad conjunta que se hayan determinado. En ese sentido, Coll *et al.* (2008) afirman que:

La unidad básica de este nivel de análisis es el «segmento de interactividad», definido como un fragmento de actividad conjunta que presenta una determinada estructura de participación y que mantiene una unidad temática. El segundo nivel, de naturaleza más molecular y que encaja en el anterior, se centra en los significados que los participantes negocian y co-construyen en el marco de las formas de organización y patrones de actuación que desarrollan. En este segundo nivel, la unidad básica de análisis es el «mensaje», definido como la expresión mínima, enunciada por alguno de los participantes, con significado en el contexto. En cada nivel, además, el modelo incluye unidades de análisis derivadas o «de segundo orden» («configuraciones de segmentos de interactividad», «configuraciones de mensajes») que surgen de la combinación o articulación de unidades básicas y que pueden concretarse de diversas formas. (p. 45-46)

Con las consideraciones anteriores, es importante resaltar la importancia que tienen las tareas, dado que en torno a ellas se articula la actividad conjunta. Esto significa que la naturaleza del contenido y las exigencias de las tareas que se propongan a los estudiantes repercuten en la forma como se podrían articular dichas acciones. En consecuencia, la actividad discursiva en el aula es fundamental para el análisis y observación de los segmentos de articulación de las actuaciones.

En tanto a las acciones del profesor, estas consisten en ofrecer “ayuda” mediante intervenciones que permitan orientar y sostener el proceso de aprendizaje dejando que sea el estudiante quien construya su conocimiento, de modo tal que el profesor debe hacer los ajustes pertinentes a la tarea y provocar desequilibrios cognitivos que el estudiante buscará compensar mediante nuevas abstracciones y generalizaciones (Mauri *et al.*, 2016). Para ello, es necesario construir *Zonas de Desarrollo Próximo*³ (Vygotsky, 1979), y proporcionar la ayuda que orienta la superación de dichos desequilibrios cognitivos que se expresa en el éxito de la acción gracias a las abstracciones que realiza el estudiante.

Esta ayuda responde a los cambios en el estado del conocimiento de los estudiantes y a sus necesidades educativas, en consecuencia, no pueden establecerse métodos estáticos para intervenir de manera homogénea en el aprendizaje de los estudiantes (Onrubia, 1993b; Rochera, 2000). Por ejemplo, al presentar un contenido por primera vez a los estudiantes estos ponen en juego sus conocimientos previos e interactúan con la tarea, a medida que avanzan en su aprendizaje y producto de la interacción con él, se van modificando los esquemas mentales, los cuales pasan a ser parte de la zona de desarrollo actual. Por lo tanto, una tarea no tiene la misma riqueza cognitiva cuando los estudiantes han estado interactuando con dicho contenido que cuando se presenta por primera vez.

De este modo, el profesor debe hacer variaciones en la ayuda que ofrece a los estudiantes de acuerdo con las comprensiones que estos van logrando y de los significados que van construyendo, la misión del profesor es, en últimas, determinar cómo y en qué sentido mediar en los procesos cognitivos de los alumnos para facilitar la construcción de conocimiento

³ Vygotsky define las Zonas de Desarrollo Próximo como lo que el estudiante es capaz de hacer con la ayuda o mediación de otro más experto.

mediante el desarrollo de situaciones adidácticas y devoluciones del problema en el marco de la teoría de situaciones didácticas.

Para alcanzar este propósito, Coll *et al.* (2008), sugieren realizar estudios que permitan identificar y caracterizar cómo y cuándo se producen segmentos de actividad conjunta adoptando secuencias didácticas (SD) o secuencias de actividad conjunta (SAC) como unidades de análisis, pero haciendo evaluaciones diagnósticas para conocer los conocimientos previos de los estudiantes y una evaluación final para conocer la evolución de los aprendizajes. Además, registrar en video las sesiones de clase y recoger las producciones de los alumnos.

A modo de cierre

El giro que se propone al dirigir los estudios sobre argumentación en matemáticas busca analizar la articulación de las acciones conjuntas del profesor y los estudiantes cuando media una tarea en un ambiente natural de clase. Además, ofrecer un análisis centrado en la actividad y en la evolución del aprendizaje a medida que se desarrolla un contenido. Si bien la interacción no desaparece del entorno educativo, se mira como una componente de la interactividad que le permite al profesor afectar los procesos cognitivos de los estudiantes y mediar en ellos.

REFERENCIAS

- Acosta, J., & Hermosa, R. (2015). La movilización de la Competencia Matemática “Razonar y Argumentar” a través del estudio de la Media Aritmética. *Amazonia Investiga*, 4(7), 6-18.
- Ayalon, M., & Hershkowitz, R. (2018). Mathematics teachers’ attention to potential classroom situations of argumentation. *Journal of Mathematical Behavior*, 49, 163-173. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.010>
- Benítez, A. A., Benítez, H., & García, M. L. (2016). La argumentación sustancial. una experiencia con estudiantes de nivel Medio superior en clases de matemáticas. *Educación Matemática*, 28(3), 175-216.
- Berciano, A., Jiménez-Gestal, C., & Salgado, M. (2017). Razonamiento y argumentación en la resolución de problemas geométricos en educación infantil: un estudio de caso. En

- J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo & J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 147-156). SEIEM.
- Cervantes-Barraza, J., & Cabañas-Sánchez, G. (2018). Argumentos formales y visuales en clase de geometría a nivel primaria. *Educación Matemática*, 30(1), 163-183. <https://doi.org/10.24844/EM3001.06>
- Chico, J. (2014). *Impacto de la interacción en grupo en la construcción de argumentación colectiva en clase de matemáticas* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Repositorio Institucional UAB. <https://ddd.uab.cat/record/128028>
- Chico, J. (2018). Impacto de la interacción en grupo en la producción de la lengua del álgebra en clase de matemáticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 14, 31-47. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i14.243>
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014a). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8>
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014b). Identifying Kinds of Reasoning in Collective Argumentation Identifying Kinds of Reasoning in Collective Argumentation. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(3), 181-200. <https://doi.org/10.1080/10986065.2014.921131>
- Coll, C., Colomina, J., Onrubia, J., & Rochera, M. J. (1992). Actividad conjunta y habla: una aproximación al estudio de los mecanismos de influencia educativa. *Journal for the Study of Education and Development, Infancia y Aprendizaje*, 15(59-60), 189-232.
- Coll, C., Onrubia, J., & Mauri, T. (2008). Ayudar a aprender en contextos educativos: el ejercicio de la influencia educativa y el análisis de la enseñanza. *Revista de Educación*, 346, 33-70.
- Delgado, C. (1998). *Estudio microgenético de esquemas conceptuales asociados a definiciones de límite y continuidad en universitarios de primer curso* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Repositorio Institucional UAB. <https://www.researchgate.net/profile/Cesar-Delgado->

2/publication/259999462_Delgado_C_Microgenesis_Limite_y_Continuidad/links/0046352efba12a3c8e000000/Delgado-C-Microgenesis-Limite-y-Continuidad.pdf

Durango, J. H. (2017). *Argumentación en geometría por maestros en formación inicial en práctica pedagógica: un estudio de caso* [Tesis doctoral, Universidad de Antioquia]. Repositorio Institucional UdeA. http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/2524/1/JC01091_johnhenrydurango_argumentaciongeometria.pdf

Erkek, Ö., & Işıksal-Bostan, M. I. (2019). Prospective Middle School Mathematics Teachers' Global Argumentation Structures. *International Journal of Science and Mathematics Education, 17*(3), 613-633. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9884-0>

Estrella, S., Olfos, R., Morales, S., & Vidal-Szabó, P. (2017). Argumentaciones de estudiantes de primaria sobre representaciones externas de datos: componentes lógicas, numéricas y geométricas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 20*(3), 345-370. <https://dx.doi.org/10.12802/relime.17.2034>

Fiallo, J., & Gutiérrez, A. (2017). Analysis of the cognitive unity or rupture between conjecture and proof when learning to prove on a grade 10 trigonometry course. *Educational Studies in Mathematics, 96*(2), 145-167. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9755-6>

García, B. (2015). Competencias matemáticas, expectativas de aprendizaje y enculturación matemática. *Escenarios, 13*(1), 22-33. <http://dx.doi.org/10.15665/esc.v13i1.549>

Habermas, J. (1999). *Teoría de la acción comunicativa I*. Grupo Santillana de Ediciones.

Harel, G. (2008). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. In B. Gold & R. Simons (Eds.), *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy* (pp. 265-290). Mathematical Association of America.

Jiménez-Aleixandre, M. P. (2010). *10 ideas clave. Competencias en argumentación y uso de pruebas*. Graó.

- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *Emergence of mathematical meaning* (pp. 229-269). Lawrence Erlbaum.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom. Two episodes and related theoretical abductions. *Journal of Mathematical Behavior*, 26, 60-82.
- Krummheuer, G. (2015). Methods for Reconstructing Processes of Argumentation and Participation in Primary Mathematics Classroom Interaction. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods* (pp. 51-74). Springer.
- Mauri, T., Onrubia, J., Coll, C., & Colomina, R. (2016). La calidad de los contenidos educativos reutilizables: diseño, usabilidad y prácticas de uso. *RED. Revista de Educación a Distancia*, 10(50), 1-9. <http://dx.doi.org/10.6018/red/50/8>
- Molina, Ó., & Pino-Fan, L. (2018). Diferencias entre discursos colectivos (verbales) e individuales (escritos) al hacer demostraciones en geometría: una explicación a partir del sistema de normas. *Educación Matemática*, 30(2), 73-105. <https://doi.org/10.24844/em3002.04>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Author.
- Onrubia, J. (1993a). Interactividad e influencia educativa en la enseñanza/aprendizaje de un procesador de textos: una aproximación teórica y empírica. *Anuario de Psicología*, 24(58), 83-103.
- Onrubia, J. (1993b). Enseñar: crear zonas de desarrollo próximo. En C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé & A. Zabala (Eds), *El constructivismo en el aula* (pp. 101-124). Graó.

- Otten, S., Bleiler-Baxter, S. K., & Engledowl, C. (2017). Authority and whole-class proving in high school geometry: The case of Ms. Finley. *Journal of Mathematical Behavior*, 46, 112-127. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.04.002>
- Piaget, J. (1975). *La equilibración de las estructuras cognitivas. Problema central del desarrollo*. Siglo XXI.
- Rasse, C., & Solar, H. (2019). ¿Quién tiene una respuesta diferente? Análisis del rol docente durante la argumentación en la clase de matemática. *Unión*, 56, 67–87.
- Ríos-Cuesta, W. (2020). Competencias de argumentación y modelización en estudiantes de secundaria: la necesidad de un cambio de paradigma en la Educación Matemática del Chocó, Colombia. *Pesquisa E Ensino*, 1, 1-21. <https://doi.org/10.37853/pqe.e202020>
- Ríos-Cuesta, W. (2021). Dificultades para argumentar el uso de registros semióticos en problemas de variación cuadrática. *Mendive. Revista de Educación*, 19(2), 446-457. <https://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/2373>
- Rochera, M. J. (2000). Interacción y andamiaje en el aula: el papel de los errores en la influencia educativa. *Cultura y Educación*, 17-18, 63-81.
- Ruiz, F. J. (2012). *Caracterización y evolución de los modelos de enseñanza de la argumentación en clase de ciencias en la educación primaria* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Repositorio Institucional UAB. <https://ddd.uab.cat/record/107591>
- Solar, H. (2009). *Competencias de modelación y argumentación en la interpretación de graficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Repositorio Institucional UAB. https://ddd.uab.cat/pub/tesis/2008/hdl_10803_4725/hsb1de1.pdf
- Solar, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, 1(74), 155-176. <https://doi.org/10.17227/rce.num74-6902>

- Solar, H., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1092-1112. <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13>
- Toro, J. A. (2020). *Argumentación del profesor durante la discusión de tareas en clase*. [Tesis doctoral, Universidad de Antioquia]. Repositorio Institucional UdeA. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/15619/3/ToroJorge_2020_Argumentaci%C3%B3nProfesorMatem%C3%A1ticas.pdf
- Toro, J. A., & Castro, W. (2020). Condiciones que activan la argumentación del profesor de Matemáticas en clase. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(1), 35-44. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i1.11>
- Viholainen, A. (2011). The view of mathematics and argumentation. In M. Pytlak, T Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 243-252). ERME.
- Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psíquicos superiores*. Grijalbo.
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje: Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. Paidós.
- Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H.S. (2008). Learning opportunities from group discussion: warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 247-261.
- Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *Journal for Research in Mathematical Education*, 27(4), 458-477.
- Yopp, D. A. (2015). Prospective elementary teachers' claiming in responses to false generalizations. *Journal of Mathematical Behavior*, 39, 79-99. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.06.003>