# CORRESPONDENCIA Y GENERALIZACIÓN DE ESTUDIANTES DE ÚLTIMO CURSO DE EDUCACIÓN INFANTIL

## Correspondence and generalization in students in their last year of early childhood education

Anglada, M. L.[a] y Cañadas, M. C.[b]

[a] Centro Adscrito de Magisterio Mª Inmaculada de Antequera, [b]Universidad de Granada

**Resumen**

*Este trabajo forma parte de una investigación sobre el pensamiento funcional en estudiantes de los primeros cursos. Nuestro objetivo principal es indagar sobre la capacidad de los alumnos de estas edades para identificar y expresar relaciones entre variables, y si generalizan estas relaciones. Realizamos este estudio con 25 estudiantes del último curso de educación infantil (5 años). Diseñamos y aplicamos una tarea de generalización que involucraba la función f(n)=n+2 en un contexto de trabajo con robots programables. Entre los resultados, destacamos que la mayoría de los estudiantes establecieron la relación de correspondencia en la tarea, y algunos generalizaron.*

**Palabras clave**: *generalización, educación infantil, pensamiento funcional, robótica educativa*

**Abstract**

*This paper is part of a research about students' functional thinking at their early stages. Our main research goal is to investigate the ability of students at these ages to identify and express relationships between variables, and whether they generalize these relationships. We conducted this study with 25 students from the last year of early childhood education (5 years old). We designed and applied a generalization task that involves the function f(n)=n+2 in a context of working with programmable robots. Among the results, we highlight that most of the students established the correspondence relationship in the task, and some of them generalized.*

**Keywords***: Early Childhood education, educational robotics, functional thinking, generalization*

## INTRODUCCIÓN

Numerosas investigaciones ponen de manifiesto que los niños desde edades muy tempranas evidencian signos propios del pensamiento algebraico. Desarrollar el pensamiento algebraico desde educación infantil no solo prepara a los alumnos para el álgebra en etapas posteriores; sobre todo, les ayuda desde muy pequeños a estructurar su pensamiento y a desarrollar su capacidad de razonar (Alsina y Giralt, 2017).

Uno de los enfoques para introducir el pensamiento algebraico en niveles elementales es el pensamiento funcional, un modo de pensamiento algebraico cuyo foco se sitúa en las funciones; entendiendo las funciones como una relación de dependencia entre cantidades covariantes. Este enfoque del álgebra es considerado por numerosos autores como el más adecuado para introducir el pensamiento algebraico en los primeros niveles (e.g., Carraher, Martínez, y Schliemann, 2008; Usiskin, 1999). El pensamiento funcional permite el uso del álgebra en situaciones concretas de una forma significativa (Drijvers, Dekker y Wijers, 2011) y promueve en los estudiantes la identificación de patrones y la generalización a través de las relaciones funcionales (Cañadas y Molina, 2016).

El trabajo en educación infantil debe basarse en experiencias perceptivo-motrices utilizando un material adecuado (Otten, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis y Heinze, 2019; Warren, Miller y Cooper, 2013). Nosotros vamos a utilizar robots programables adecuados a la edad de los estudiantes.

Anglada, M. L. y Cañadas, M. C. (2021). Correspondencia y generalización de estudiantes de último curso de Educación Infantil. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 125 – 132). Valencia: SEIEM.

Hasta el momento no tenemos constancia de que se hayan utilizado para trabajar el pensamiento funcional, menos aún en estos niveles.

Con este trabajo, partiendo de nuestros antecedentes (Castro, Cañadas y Molina, 2017; Majón, 2016), profundizamos en el pensamiento funcional de estudiantes de último curso de educación infantil (5 años). En particular, indagamos sobre su capacidad para identificar y expresar relaciones entre variables, y si generalizan.

## MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

El pensamiento funcional es la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (Cañadas y Molina, 2016). Este tipo de pensamiento tiene por objeto establecer relaciones de dependencia entre dos o más conjuntos de datos que están inmersos en una situación cotidiana para el estudiante (Cañadas y Fuentes, 2015). Estas relaciones, que llamamos relaciones funcionales, fueron clasificadas por Smith (2008) en tres tipos: recurrencia, correspondencia y covariación. En este trabajo nos centramos en la relación de correspondencia, que consiste en una regla que asocia a cada valor de la variable independiente un único valor de la variable dependiente. Identificar la correspondencia implica hallar la regla que permite determinar un valor de la variable dependiente dado un valor de la variable independiente (Blanton, Levi, Crites, Dougherty y Zbiek, 2011).

En el pensamiento funcional, la generalización se considera un elemento fundamental (Warren, Cooper y Lamb, 2006). Generalizar es pasar de lo particular a lo general y ver lo general en lo particular (Mason, 1996). Desde el enfoque funcional del pensamiento algebraico, la generalización incluye establecer relaciones generales entre cantidades que covarían, expresando dichas relaciones mediante diferentes representaciones (verbal, tabular, pictórica, manipulativa y simbólica), así como razonar con esas representaciones para analizar el comportamiento de la función (Blanton et al., 2011).

Las investigaciones realizadas hasta el momento han evidenciado que los estudiantes de educación primaria son capaces de identificar relaciones funcionales entre dos variables, representar esas relaciones de diferentes formas (incluyendo el simbolismo algebraico), generalizar relaciones entre dos variables y utilizar relaciones funcionales para interpretar problemas (e.g., Brizuela, Blanton, Sawrey, Newman-Owens y Gardiner, 2015; Cañadas, Brizuela y Blanton, 2016).

En este ámbito, las investigaciones con niños de educación infantil son muy escasas. En ocasiones, los niños de estas edades se incluyen en estudios donde participan también otros de educación primaria. Blanton y Kaput (2004) presentan un estudio que aborda cómo los alumnos desde 5 a 10 años trabajan con funciones. Los autores evidencian que los alumnos de 5 años establecieron correspondencias, relaciones de covariación y utilizaron tablas como medio para organizar las variables. Para ello, utilizaron materiales manipulativos. No hay evidencias de que los estudiantes generalizaran. Warren et al. (2013) investigan cómo escolares australianos de 5 a 9 años comprenden y expresan generalizaciones, y cómo identifican patrones y funciones. Se apoyan en un material concreto, una “máquina” que realiza transformaciones cuantitativas y cualitativas. Destacan que los gestos y acciones corporales tanto de los estudiantes como del investigador son una dimensión importante del proceso de generalización y que es determinante la inclusión de materiales manipulativos concretos.

En el contexto español, Majón (2016) describe y caracteriza el razonamiento inductivo de 12 estudiantes de 5 y 6 años al resolver un problema de generalización en un contexto funcional del algebra escolar. Los principales resultados muestran que los estudiantes identificaron patrones, justificaron sus respuestas y 1 estudiante de los 12 participantes generalizó la relación funcional involucrada en el problema. En la misma línea, Castro et al. (2017) realizan un estudio con otros 12 alumnos de 5 años, con objeto de identificar evidencias de pensamiento funcional en los estudiantes participantes en la investigación y describir el pensamiento funcional mostrado. Concluyen que estos estudiantes evidencian pensamiento funcional a través de las relaciones funcionales de correspondencia y covariación, llegando algunos a la percepción de patrones y a la generalización.

Diversos autores ponen de manifiesto la importancia de usar un material adecuado a estas edades y uno de ellos pueden ser los robots programables (Eck et al., 2013; Sánchez, Cózar y González-Calero, 2019). Alsina y Acosta (2018) han utilizado con éxito la robótica como recurso para trabajar con patrones en educación infantil, pero no encontramos evidencias de investigaciones sobre pensamiento funcional en esta etapa utilizando robots. El uso de robots y de la programación en bloques, adaptados a primeras edades escolares, se está extendiendo cada vez más como vía para la investigación y la innovación educativa (Bizarro, Luengo y Carvalho, 2018).

## OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

El objetivo general de nuestra investigación es describir el pensamiento funcional de estudiantes de último curso de educación infantil en el contexto español. Para alcanzar este objetivo planteamos los siguientes objetivos específicos:

OE1. Describir si los niños identifican la relación de correspondencia, en el trabajo con casos particulares o en el caso general de la función involucrada.

OE2. Identificar y describir las generalizaciones realizadas por los alumnos.

## MÉTODO

Este estudio es de tipo exploratorio y descriptivo. Trabajamos en un entorno de resolución de problemas utilizando como recurso un robot programable.

Los sujetos participantes fueron 25 niños del último año de educación infantil (5-6 años). Fueron 14 niñas y 11 niños de un colegio concertado de Antequera. La elección del centro escolar fue intencional, de acuerdo con los objetivos de investigación y la disponibilidad del centro y de los docentes.

En la recogida de datos participaron la investigadora (primera autora de este trabajo) y dos alumnas del Grado de Educación Infantil, que actuaron como asistentes de la investigadora y se encargaron de las grabaciones. Utilizamos una cámara fija ubicada al final del aula y una cámara móvil.

Respecto al papel del investigador que llevó a cabo las sesiones, no hubo una instrucción previa de los alumnos, y su intervención se limitó a hacer preguntas que provocaran desafíos y favorecieran la discusión y el diálogo con expresiones como: “qué pasaría si”, “supongamos que “... , además, las tareas propuestas eran autocorrectivas.

Para realizar las tareas usamos un robot programable tipo Logo, el ratón Code & Go que podemos ver en la Figura 1. Estos son robots de suelo que el usuario programa para ejecutar un movimiento o trayectoria,


Figura 1. Ratón code & go y tablero de juego

Trabajamos con las funciones f(n) = n y f(n) = n +2, en ambos casos la variable independiente es el número de veces que se pulsa la flecha azul, y la dependiente el número de casillas que el ratón recorre en el tablero. Para la primera función usamos siempre un ratón de color azul al que llamaremos Martina y para la segunda un ratón morado que llamaremos Bruno (en este caso, después de borrar cada vez, la investigadora da dos veces a la flecha azul sin que los alumnos lo perciban, con lo que el ratón recorre siempre dos casillas más que el número de veces que los niños le dan a la flecha azul).

A modo introductorio, realizamos una primera sesión de 90 minutos con toda la clase en la que trabajamos la función identidad directa e inversa. A continuación, organizamos a los niños en cinco grupos de cinco alumnos cada uno e implementamos una sesión de aproximadamente 60 minutos con cada uno. En esta sesión comenzamos repasando la función identidad directa e inversa y a continuación, pasamos a plantear preguntas que involucraban a la función f(n)=n+2. Comenzamos con ejemplos concretos en los que los alumnos solo tienen que observar qué hace el robot en cada caso.

Diez de los 25 niños del grupo no quisieron participar en las tareas o no respondieron. Por tanto, dados nuestros objetivos de investigación, en este trabajo nos centramos en los 15 alumnos restantes. A estos alumnos los simbolizaremos por An, n=1...15 para salvaguardar su identidad.

A medida que íbamos trabajando y observando las respuestas de los alumnos, decidimos utilizar la función inversa solo para casos particulares con números pequeños, de la misma forma, la generalización se planteó solo a los estudiantes que avanzaron en las preguntas sobre casos particulares pequeños y grandes.

En la Tabla 1 mostramos los distintos tipos de preguntas y ejemplos. Al plantearles preguntas sobre casos particulares, distinguimos entre números pequeños y grandes. Los números pequeños son del 1 al 12 porque los niños los conocen y están acostumbrados a trabajar con ellos. Al tener el tablero 12 casillas pueden basarse en un conteo y una manipulación. A partir de 12 son números grandes para ellos y tienen que realizar una abstracción. Nuestro objetivo no se centra en el cálculo, así que para que este no sea una dificultad añadida, para números grandes tomamos números acabados en 10.

Tabla 1
*Tipos de preguntas planteadas*

| Tipos de preguntas | Ejemplos de preguntas |
|---|---|
| Relación directa. Casos particulares | |
| Números pequeños | Coloca el ratón en la línea de salida, dale 2 veces a la flecha azul. ¿Qué ha pasado?... Si le damos 3 veces a la flecha azul y Bruno está en la línea de salida casilla[1] llegará Pon el queso en la casilla a la que crees que llegará”. Lo comprobamos. |
| Números grandes | Imaginamos que el camino es muy muy largo, ¿qué ocurre si le damos a la flecha azul 10 veces? ¿Y 20? ¿Y 100? |
| Relación inversa. Casos particulares | |
| Números pequeños | Colocamos el queso en la casilla 4, colocamos el ratón en la línea de salida y preguntamos: “¿cuántas veces tendrás que darle a la flecha azul para que Bruno llegue al queso? |
| Relación directa. Generalización | Los alumnos de la otra clase no han jugado nunca con Bruno, ¿puedes explicarles qué hace? |

[1] A las casillas las nombramos como casilla uno, casilla dos, casilla tres... evitando así el uso de ordinales.

La primera sesión nos sirvió como estudio piloto con la función identidad, particularmente en lo relativo al lenguaje, y para iniciar a los niños en el trabajo con robots; pero nuestro estudio se va a centrar en la función f(n)=n + 2.

## ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

Transcribimos las grabaciones en video, realizamos un análisis preliminar de los datos para definir las categorías de análisis con base en el objetivo de investigación, el marco conceptual y los antecedentes.

Para las preguntas que tienen que ver con casos particulares, usamos dos categorías de análisis: (a) no responde y (b) respuesta correcta/incorrecta. Para la pregunta sobre el caso general, las categorías son: (a) no responde y (b) expresa generalización, correcta o incorrecta. En la Tabla 2 recogemos las respuestas de los alumnos siguiendo las categorías de análisis establecidas.

Consideramos que un alumno ha sido capaz de establecer una relación de correspondencia cuando responde correctamente, al menos para dos casos particulares y/o al general.

Tabla 2
*Resultados para f(n) = n + 2*

| | Casos particulares | | | |
|---|---|---|---|---|
| Alumno | Relación directa n < 13 | Relación directa, n = 20, 100, 1000… | Relación inversa, n<13 | Relación directa Generalización |
| A1 | X* | NR | X* | - |
| A2 | X | X | X | NR |
| A3 | X | X | X | X* |
| A4 | X | X | X* | X* |
| A5 | X | X | X* | NR |
| A6 | X | X | X | X |
| A7 | X | X | X | X |
| A8 | X | X | X | X |
| A9 | NR | NR | NR | - |
| A10 | X | X* | X* | NR |
| A11 | X* | NR | X* | - |
| A12 | X* | NR | X* | - |
| A13 | X | NR | X* | - |
| A14 | X | NR | X* | - |
| A15 | X* | NR | X* | - |

*Nota*. *= Respuesta incorrecta; NR = No responde; - = No se le ha hecho la pregunta.

En la Tabla 2 observamos que la mayoría de los alumnos responden a las preguntas que se les plantean sobre casos particulares. Para la relación directa con números pequeños, de los 15 alumnos, 10 responden correctamente, 4 dan respuestas incorrectas y 1 no responde. Para la relación directa con números grandes responden correctamente 7, que ya habían respondido bien en el caso anterior, 1 da una respuesta incorrecta y 7 no responden. Para la relación inversa con números pequeños 5 alumnos responden correctamente, estos alumnos respondieron correctamente en los dos casos anteriores, 9 dan respuestas incorrectas y 1 no responde.

Podemos observar en la Tabla 2 que hay cinco alumnos que no han evidenciado ninguna relación de correspondencia entre las variables. En particular, A9 no contestaba o esperaba a que los demás lo hicieran por él; entre los que respondieron de forma incorrecta: A1, A11, A12 y A15 analizamos si, a pesar de esto, siguen alguna regularidad,; observamos que no elegían siempre la misma regularidad para responder, aunque todos sabían que el valor que tomaba la variable dependiente era mayor que el que tomaba la variable independiente. A siete estudiantes no se les plantearon preguntas sobre generalización.

Observamos que de 10 alumnos que responden correctamente a la pregunta para la función directa con números pequeños, 7 también lo hacen con números grandes y 5 con la relación inversa.

Respecto a la generalización, los estudiantes A3 y A4 generalizaron de forma incorrecta. Identificaron una correspondencia, pero la expresión de la generalización no es correcta. Al ver que dándole dos veces iba al cuatro, estos alumnos conjeturaron que la regla era “el doble”. A pesar de que mostramos que no era así mediante un contraejemplo, mantuvieron su conjetura.

En el siguiente fragmento del diálogo con A3 y A4 sobre qué es lo que hace

Bruno.

A3: Que si le damos dos se va al doble.

Investigadora (I): Ajá, porque el doble de dos es...

A3: Cuatro

I : ¿Y cuál sería el doble de tres?

A3: Cinco

I : Pues mira a ver, pongo tres dedos y otros tres, ¿eso es el doble no?

A3: Sí

I : Pues cuenta cuántos dedos te enseño.

A3: Seis.

(...)

A4: Se va a los dobles, al número doble de ese número.

(...)

I : Entonces, ¿qué hace?

A3: El doble.

Tres alumnos —A6, A7 y A8— descubren pronto la generalización y la expresan verbalmente, los tres la expresan de la misma forma: refiriéndose a qué ocurre cuando se le da un número de veces cualquiera a la flecha azul: “se salta dos”. Estos alumnos respondieron correctamente a todas las preguntas de los casos anteriores.

## CONCLUSIONES

En este trabajo abordamos el pensamiento funcional en educación infantil. En ese nivel educativo hemos encontrado pocos antecedentes a nivel internacional. En concreto, el uso de robots no ha sido abordado en el contexto del pensamiento algebraico en las primeras edades. Estas dos razones hacen que este trabajo sea innovador y lo consideremos una primera aproximación en el contexto de una investigación más ambiciosa. La relevancia de la tecnología y los beneficios del pensamiento funcional son los fundamentos de nuestro estudio.

Evidenciamos que hay niños del último curso de educación infantil (5-6 años) que identifican la relación de correspondencia en una tarea que involucra la función $f(n) = n + 2$ cuando trabajan con casos particulares y en algunos casos llegan a expresar una generalización. La mayoría lo hacen de forma correcta. Estos resultados están en consonancia con nuestros antecedentes (Blanton y Kaput, 2004; Castro et al., 2017; Majón, 2016). Como hemos recogido en los resultados, hubo alumnos que identificaron la generalización pero no expresaron corectamente la regla de correspondencia, observamos que en los casos particulares establecieron correctamente la correspondencia para números pequeños y grandes. Es posible que la expresión de la generalización como “el doble”se deba a sus conocimientos previos sobre esta noción. Estos niños habían trabajado la idea de doble de una cantidad previamente pero también podrían haberlo confundido con sumar dos en caso de que no hubieran interiorizado correctamente su significado.

Entre los niños que no identificaron la relación de correspondencia, algunos expresaron ciertas regularidades. Por ejemplo, decían: "Bruno siempre se pasa"; indicando así que la variable independiente tomaba siempre un valor mayor que la dependiente, aunque no llegaran a cuantificar la regularidad.

Respecto al uso de los robots, hemos comprobado que ha sido un elemento motivador para los niños, en consonancia con trabajos previos (e.g., Sánchez et al., 2019). También percibimos que la actividad habría sido más ágil si cada niño hubiera tenido un robot en lugar de tener que compartir. Esto lo reconocemos como una debilidad y lo consideraremos para el futuro. En general, el acceso a ciertas herramientas y no a otras tiene un impacto en el desempeño de los niños en distintas tareas, con lo cual hay que atender no solo a las consignas específicas, sino también a las herramientas a las que damos acceso (Brizuela y Blanton, 2014). Sería interesante profundizar en cómo los diferentes contextos de enseñanza y aprendizaje afectan en la manera en la que los estudiantes se acercan a la generalización.

**Agradecimiento**

Este trabajo se ha realizado como parte de los proyectos con referencias EDU2016-75771 y PID2020-113601GB-I00, financiados por la Agencia Estatal de Investigación (AEI) de España y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER).

## REFERENCIAS

Alsina, Á. y Acosta, Y. (2018). Iniciación al álgebra en Educación Infantil a través del pensamiento computacional: una experiencia sobre patrones con robots educativos programables. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 52*, 218-235.

Alsina, Á. y Giralt, I. (2017). Introducción al álgebra en educación infantil: un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones. *Didácticas Específicas, 16*, 113-129.

Bizarro, N., Luengo, R. y Carvalho, J. L. (2018). Desarrollo de nociones espaciales básicas a través del trabajo con robótica educativa en el aula de educación infantil y análisis de datos cualitativos con software *WebQDA. CIAIQ2018, 1*.

Blanton, M. y Kaput, J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. En M. Johnsen y A. Berit (Eds.), *Proceedings of the 28th International Group of the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 135-142). Bergen, Noruega: Bergen University College.

Blanton, M., Levi, L., Crites, T., Dougherty, B. y Zbiek, R. M. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in Grades 3-5.* Reston, EE. UU.: NCTM.

Brizuela, B. M. y Blanton, M. (2014). El desarrollo del pensamiento algebraico en niños de escolaridad primaria. *Revista de Psicología (UNLP), 14*, 37-57.

Brizuela, B. M., Blanton, M., Sawrey, K., Newman-Owens, A. y Gardiner. A. (2015). Children's use of variables and variable notation to represent their algebraic ideas. *Mathematical Thinking and Learning, 17*(1), 34-63.

Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Blanton, M. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior, 41*, 87-103. http://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.004

Cañadas, M. C. y Fuentes, S. (2015). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: Un estudio exploratorio. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 211-220). Alicante, España: SEIEM.

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruiz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Granada, España: Comares.

Carraher, D. W., Martínez, M. V. y Schliemann, A. D. (2008). Early Algebra and mathematical generalization. *ZDM*, *40*(1), 3-22.

Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 6* (2) 1-13.

Drijvers, P., Dekker, T. y Wijers, M. (2011). Algebraic education: Exploring topics and themes. En P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education* (pp. 5-26). Rotterdam, Países Bajos: Sense Publishers.

Eck, J., Hirschmugl-Gaisch, S., Hofmann, A., Kandlhofer, M., Rubenzer, S. y Steinbauer, G. (2013). Innovative concepts in educational robotics: Robotics projects for kindergartens in Austria. *Austrian Robotics Workshop 2013*, *14*, 12.

Majón, M. V. (2016). Generalización y razonamiento inductivo de alumnos de Educación Infantil en tareas de patrones numéricos (Trabajo de Fin de Master). Universidad de Granada, España.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. En N. Bednarz, C. Kieran y L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching* (pp. 65-86). Dortrech, Paises Bajos: Kluwer Academic Publishers.

Otten, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Veldhuis, M. y Heinze, A. (2019). Developing algebraic reasoning in primary school using a hanging mobile as a learning supportive tool. Infancia y Aprendizaje, 42(3), 615-663. https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/02103702.2019.1612137

Sánchez, E., Cózar, R. y González-Calero, J. A. (2019). Robótica en la enseñanza de conocimiento e interacción con el entorno. Una investigación formativa en educación infantil. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado 94*, 11-28

Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En J. Kaput, D. Carraher, y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates/Taylor y Francis Group and NCTM.

Usiskin, Z. (1999). Why is algebra important to learn (Teachers, this one's for your students!). Algebraic Thinking Grades K-12: *Readings from NCTM's school-based journals and other publications*, 22-30.

Warren, E. y Cooper, T. J. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom, 11* (1), 9-14.

Warren, E., Cooper, T. J. y Lamb, J. T. (2006). Investigating functional thinking in the elementary classroom: Foundations of early algebraic reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, *25*(3), 208-223.

Warren, E., Miller, J. y Cooper, T. J. (2013). Exploring young students' functional thinking. *PNA, 7*(2), 75-84.