

Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro

Maria Ângela Miorim*
Antonio Miguel*
Dario Fiorentini*

INTRODUÇÃO

O artigo "*ÁLGEBRA ou geometria: para onde pende o pêndulo?*", de nossa autoria, publicado na *Revista Pro-Posições*, vol.3, nº 1(7), março de 1992 (pp.39-54), suscitou, por parte de alguns colegas que atuam na área de Educação Matemática, considerações valiosas que, certamente, vêm contribuir para o aprofundamento das pesquisas que estamos desenvolvendo, já há algum tempo, sobre o ensino da álgebra elementar.

Os colegas que nos escreveram, apresentando seus comentários, foram: José Antonio Lopes (CEM-SP), Regina Maria Pavanello (UEM-PR) e Ednéia Poli Mignoni (UEL-PR).

Optamos por não reproduzir o artigo citado, uma vez que o leitor interessado poderá obtê-lo a partir das referências acima, nem reproduzir integralmente as cartas enviadas, pois estas não foram originalmente escritas com essa finalidade. Limitar-nos-emos aqui a tratar aquelas questões levantadas pelos leitores que julgamos fun-

damentais e que merecem, de nossa parte, uma melhor elucidação.

Entretanto, para situar melhor o leitor que não teve oportunidade de ler o artigo gerador de tais questões, iniciaremos o presente trabalho pela apresentação de suas principais idéias.

O MOVIMENTO PENDULAR ENTRE ÁLGEBRA E GEOMETRIA: UMA SÍNTESE

A partir da constatação da existência de uma atitude oscilatória e maniqueísta em relação a dois campos fundamentais - álgebra e geometria - do ensino da matemática elementar no Brasil, desde a década de 70, procuramos, no artigo "*ÁLGEBRA ou geometria: para onde pende o pêndulo?*", investigar as raízes dessa atitude através de um estudo histórico das formas de se encarar o ensino da álgebra e da geometria nos momentos mais significativos da educação matemática brasileira.

Tomando como marco fundamental o período em que ocorreu a

* Docentes do Departamento de Metodologia de Ensino - FE/UNICAMP

implantação no Brasil da chamada "Matemática Moderna", realizamos nosso estudo focalizando basicamente três momentos: o anterior, o concomitante e o posterior a essa implantação. Para tal, utilizamos, como fontes primárias, os livros didáticos, a legislação referente ao ensino secundário, os programas e propostas curriculares oficiais publicados desde o período imperial e, como fontes secundárias, os poucos estudos históricos sobre o ensino da matemática brasileira, sobretudo Dissertações e Teses de Mestrado ou Doutorado.

A seguir, apresentamos os principais resultados dessa investigação.

O primeiro período analisado - anterior ao Movimento da Matemática Moderna (MMM) - é o mais longo, pois vai desde 1799, momento em que a álgebra passa oficialmente a fazer parte do currículo da escola secundária, até o início da década de 60, quando se iniciam as discussões e as primeiras experiências relativas à introdução da "Matemática Moderna".

As principais conclusões da análise desse período, são:

- 1º) que o estudo completo da álgebra sucedia ao estudo completo da aritmética e antecedia o estudo completo da geometria;
- 2º) que parece ter prevalecido, ao longo do período, ao menos em nível de legislação, um certo equilíbrio enciclopédico entre os quatro campos (aritmética, álgebra, geometria e trigonometria) que constituíam a

educação matemática escolarizada;

- 3º) que, apesar da existência desse equilíbrio, parecia não haver, naquele momento, uma consciência clara da importância de cada um desses campos;
- 4º) que a falta de consciência era devida ao caráter reprodutivo e acrítico de nossa educação e da crença no valor cultural dos conteúdos;
- 5º) que os tópicos relativos à álgebra permaneceram praticamente inalterados durante todo o período;
- 6º) que, enquanto a geometria era considerada uma "matéria mais nobre", dotada de uma abordagem preponderantemente rigorosa e quase sempre axiomático-dedutiva, a álgebra era considerada uma "matéria mais instrumental", útil para a resolução de equações e problemas, recebendo uma abordagem quase sempre mecânica e automatizada, restringindo-se, sobretudo, às regras de transformação das expressões algébricas;
- 7º) por isso, no estudo da álgebra, geralmente, o cálculo algébrico precedia o estudo de equações, razões e proporções.

Procuramos, no artigo, discutir mais profundamente o dualismo metodológico presente nas abordagens da álgebra e da geometria. Para isso, tentamos buscar suas raízes no pensamento grego, notadamente no pensamento platônico.

* A relação de Dissertações e Teses pode ser encontrada nas páginas 77-94 desta revista.

Mostramos, depois, que tanto esse dualismo metodológico como o equilíbrio enciclopédico seriam fortemente abalados, a partir de 1960, com o aparecimento do *Movimento Modernista* no Brasil. Esse abalo decorre basicamente da tentativa de se unificar os três campos fundamentais da matemática, via introdução de elementos unificadores como a teoria dos conjuntos e as estruturas algébricas.

As principais alterações que diagnosticamos no ensino da matemática escolar brasileira, durante o período de implantação da *Matemática Moderna*, foram:

- 1º) a álgebra passa a ocupar um lugar de destaque, sobretudo em sua concepção modernista, tornando-se o elemento unificador e construtor do novo edifício matemático;
- 2º) os conjuntos numéricos e suas propriedades estruturais passam a ser a base da aritmética e da álgebra escolares;
- 3º) há uma tentativa de superar o caráter pragmático, mecânico e não-justificado do ensino da álgebra, substituindo-o por uma abordagem que enfatiza a precisão da linguagem matemática, o rigor e a justificação das transformações algébricas através das propriedades estruturais;
- 4º) a tentativa de substituir a abordagem preponderantemente euclidiana clássica da geometria por uma mais atualizada e rigorosa fracassa e, como consequência, o seu ensino - quando não abandonado - passa a assumir uma abordagem eclética.

Apesar de ter existido um consenso quanto à opção pela matemática de concepção estruturalista, o mesmo não ocorreu com relação às opções pedagógicas, sobretudo no que se refere às formas de se encarar o desenvolvimento cognitivo e o processo ensino-aprendizagem. Isso, como mostramos em nosso artigo, acabou contribuindo para que o MMM se tornasse *difuso e diferenciado*, uma vez que o seu ideário era assimilado, tanto pelos diversos grupos como pelos próprios professores que atuavam no ensino de 1º e 2º graus, de forma acrítica e mixada por forças provenientes do movimento educacional mais amplo, como, por exemplo, a corrente pedagógica hegemônica naquela época no país - o tecnicismo - o que contribuiu, inclusive, para que se fizessem leituras behavioristas do construtivismo estrutural piagetiano.

Assim, o MMM não apenas não conseguiu dar conta da crise em que se encontrava o ensino da matemática como, segundo alguns educadores matemáticos, contribuiu ainda mais para seu agravamento. As críticas e a busca de novas alternativas começaram a surgir a partir da segunda metade da década de 70. Uma dessas críticas - talvez a mais contundente - diz respeito ao *abandono* do ensino da geometria. Ocorre, então, por parte dos educadores matemáticos, um esforço no sentido de recuperar o ensino da geometria. Isso, entretanto, não significou um retorno à sua abordagem euclidiana clássica.

Em nosso artigo, mostramos como esse esforço de recuperação da geometria se faz presente nas recentes

propostas curriculares oficiais e nos livros didáticos atuais. A última *Proposta Curricular do Estado de São Paulo* (1988), por exemplo, procura colocar a geometria no mesmo nível de destaque e de importância que a álgebra ocupava anteriormente, qual seja, a de desempenhar o papel de unificadora dos vários campos da matemática e de principal intermediária entre as linguagens naturais e o formalismo matemático. O número de pesquisas, por exemplo, desenvolvidas na década de 80 sobre o ensino de álgebra ou geometria, atestam isso. De fato, se considerarmos apenas as 145 Teses/Dissertações de Mestrado ou Doutorado produzidas no Brasil, na década de 80, encontraremos 15 relacionadas especificamente ao ensino de geometria contra praticamente nenhuma sobre o ensino da álgebra elementar*. Esses fatos, entre outros, nos levaram a concluir que estamos vivendo atualmente um segundo "abandono", agora o do ensino da álgebra.

O artigo, a partir do estudo desenvolvido, termina concluindo que parece existir, no Brasil, uma atitude oscilatória e maniqueísta em relação aos dois campos fundamentais da matemática - a álgebra e a geometria - direcionando os estudos, as reflexões e os debates sobre o ensino da matemática elementar. Essa atitude surge sempre que se procura superar uma dicotomia pela ênfase no pólo oposto àquele que vem sendo priorizado. Acreditamos que a possibilidade de superação dessa atitude

passa, necessariamente, pela busca dos fundamentos histórico-epistemológicos e sócio-culturais das principais áreas da matemática e pela consideração das possibilidades psicocognitivas dos estudantes.

COMENTANDO ALGUMAS QUESTÕES LEVANTADAS A PARTIR DO ARTIGO

1. O papel desempenhado por Euclides Roxo nas decisões sobre o ensino da matemática

Comentamos, em nosso artigo, que a Reforma Francisco Campos (1931) foi responsável pela unificação, em uma disciplina denominada *Matemática*, dos quatro ramos da matemática - Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria - tratados, até então, como disciplinas isoladas no currículo escolar brasileiro.

Antônio José Lopes, considerando essa afirmação e o pronunciamento feito por Luis Alberto Brasil no II Congresso Brasileiro de Educação Piagetiana (Rio, 1984), de que "...na transição do ensino compartimentalizado para a 'matemática', este teve um papel importante e determinante...", solicita-nos maiores esclarecimentos sobre o papel que Euclides Roxo teria desempenhado na história do ensino da matemática brasileira, especialmente no momento considerado.

Apesar de não existir, até o

* Na década de 80 foram produzidas duas Dissertações focalizando de modo parcial e secundário a álgebra: uma (Ref.046) trata do ensino de funções através de módulos instrucionais e a outra (Ref.066) envolve sistemas lineares.

presente momento, qualquer estudo específico sobre a dimensão do trabalho intelectual e a influência político-pedagógica de Euclides Roxo no ensino da matemática no Brasil, é possível, através da leitura de obras esparsas sobre a história da educação brasileira e sobre o ensino da matemática daquele período, levantar algumas conjecturas a respeito dessa influência.

Euclides Roxo surgiu como elemento decisivo para o ensino da Matemática no momento em que, em nosso país, apareceram, a partir da década de 20, no plano pedagógico, os ideais "escola-novistas".

Roxo filiava-se à concepção pragmática da matemática, defendida pelos representantes do movimento renovador do ensino da matemática (Félix Klein, Henri Poincaré, Boutroux, Tannery e outros) e à concepção empírico-ativista do processo ensino-aprendizagem subjacentes ao paradigma escola-novista, assimilado, em nosso país, via pragmatismo norte-americano, principalmente através do pensador John Dewey.

Euclides Roxo, então professor catedrático do colégio Pedro II do Rio de Janeiro - escola que ditava as diretrizes para o ensino secundário no Brasil -, seria o maior defensor das propostas do movimento reformador do ensino da matemática que teve sua origem na Alemanha e na Inglaterra no final do século XIX e que foi, segundo Félix Klein, "motivado pela mudança da tendência geral da cultura em nossa época, a qual é, no fim das contas, a origem geral de renovação educacional (escola nova)" (Apud Roxo, 1937; p.56).

As diretrizes gerais desse movimento reformador eram assim percebidas por Pierre Boutroux, no prefácio de sua obra "*Les principes de L'Analyse Mathématique*" de 1914:

"O ensino das matemáticas sofreu recentemente, quase em todos os países, uma transformação notável. Até há pouco, eram a estrutura da demonstração, o encadeamento impecável das proposições que preocupavam nossos mestres. Hoje visa-se, ao contrário, a tornar *intuitivas* as concepções matemáticas, isto é, a apresentá-las sob uma forma viva e concreta; não se separam de suas aplicações e espera-se, desse modo, fazer com que elas correspondam a necessidades reais, que não meras estruturas de silogismos, elaborados, em horas de lazer por espíritos sutis ou maníacos". (Apud Roxo, 1937, p.57).

Além das teses do uso de aplicações no ensino da matemática e de sua articulação com outras áreas de conhecimento e da defesa de uma abordagem preponderantemente intuitiva da matemática, o movimento reformador defendia também a tese da *unificação*, no ensino secundário, das diferentes áreas da matemática, até então estudadas sem nenhuma articulação.

Assim posicionava-se Klein com relação a essa separação:

"Na minha opinião ainda se estabelece, ao menos externamente, demasiada separação entre a aritmética e a geometria,

embora no fundo, haja muitas vezes uma dependência mútua.

O princípio da pureza dos métodos que pode ser uma causa interessante nas especializações superiores da Universidade, é infelizmente também observado, às vezes, na escola secundária: *geométrica geometrica*, não introduzir nenhuma noção numérica na geometria; a *álgebra* ainda bem que não precisa das muletas da geometria; na *aritmética*, nada de figuras! ... Tais são os clamores que se ouvem freqüentemente em honra da pureza dos métodos. Não precisamos insistir sobre o caráter anti-pedagógico dessa orientação. É evidente que, à escola secundária, cujo escopo é fornecer uma cultura geral, compete apresentar a matemática como um organismo cujas partes estão em viva e animada correlação.

Quando na vida se nos apresenta um problema de matemática a ser resolvido com certa urgência, não há tempo para indagar se se trata de um problema de geometria, de álgebra ou de aritmética. Temos de nos virar com um conjunto de conhecimentos matemáticos" (Apud Roxo, 1937, p. 149).

Outra tese dizia respeito à necessidade de substituir assuntos antiquados por outros de maior valor educativo e utilitário, que, no entender de Félix Klein, seriam: o conceito de função, a representação gráfica e as noções de cálculo diferencial.

Praticamente todas as teses defendidas pelo movimento renovador foram introduzidas no Brasil graças à influência de Euclides Roxo. Primeiramente, através de uma modificação dos programas de matemática do Colégio Pedro II, em 1928, e do lançamento de seu livro "*Curso de Matemática Elementar*", em 1929, 1930 e 1932, que seguiam a orientação do movimento renovador. Em segundo lugar, e de forma mais abrangente, através da Reforma Francisco Campos (1931), que, segundo Roxo, "adotou o nosso ponto de vista" (p. 153).

De fato, nas instruções pedagógicas apresentadas pela Reforma Francisco Campos, a idéia de unificação dos diferentes campos da matemática se fazia presente:

"A matemática será sempre considerada como um conjunto harmônico cujas partes estão em viva e íntima correlação. A acentuação clara dos três pontos de vista - aritmética, álgebra e geometria - não deve, por isso, estabelecer barreiras intransponíveis, que impeçam o estudante de perceber as conexões entre aquelas disciplinas" (In: Bicudo, 1942, p. 157).

O estabelecimento da unidade, porém, é percebido como possível - como ocorrerá também mais tarde com o movimento da Matemática Moderna - através da introdução de conteúdos matemáticos unificadores, no caso, o conceito de função, como retrata a seguinte passagem da Portaria Ministerial de 30/06/1931:

"Para dar unidade à matéria, es-

tabelecendo-se essa estreita correlação entre as diversas modalidades do pensamento matemático, será adotada, como idéia central do ensino, a noção de função, apresentada, a princípio intuitivamente e desenvolvida, nas séries sucessivas do curso, de modo gradativo, tanto sob a forma geométrica como sob a analítica" (In: Bicudo, 1942, p.157).

E mais adiante acrescenta:

"A noção de função constituirá a idéia coordenadora do ensino. Introduzida, a princípio, intuitivamente, será depois desenvolvida sob feição mais rigorosa, até ser estudada, na última série, sob ponto de vista geral e abstrato. Antes mesmo de formular qualquer definição e de usar a notação especial, o professor não deixará, nas múltiplas ocasiões que se apresentarem, tanto em álgebra como em geometria, de chamar a atenção para a dependência de uma grandeza em relação a outra ou como é determinada uma quantidade por uma ou por várias outras.

A representação gráfica e a discussão numérica devem acompanhar, constantemente, o estudo das funções e permitir, assim, uma estreita conexão entre os diversos ramos das matemáticas elementares..." (In: Bicudo, 1942, p.159).

A argumentação contida nas

instruções pedagógicas da Reforma Francisco Campos em relação à forma de se buscar a unidade dos campos fundamentais da matemática no ensino secundário, via conceito de função, está, como já assinalamos, baseada nas idéias defendidas por Roxo. Isso se confirma quando fazemos a leitura comparativa do texto legal e do capítulo VIII do livro "*A Matemática na Educação Secundária*" de Roxo. Nesse capítulo, intitulado "A noção de função como idéia axial do ensino", Roxo tece inúmeras considerações sobre os seguintes tópicos: a importância da idéia de função, o aspecto matemático da idéia de funcionalidade, o conceito de função, o conceito de função como idéia unificadora do ensino, o conceito de função em vista dos principais objetivos do ensino da matemática, o conceito de função como idéia vivificadora do ensino, a importância do conceito de função na preparação para o ensino superior, modo pelo qual deve ser desenvolvida a noção de função no ensino secundário, objetivos da educação do pensamento funcional, utilização do conceito de função no estudo da álgebra, a transformação e a resolução de fórmulas e a utilização do conceito de função em geometria (Roxo, 1937, pp.171-195).

Entretanto, o ideário do movimento renovador do ensino da matemática na década de 30 em nosso país não conseguiu impor-se sem resistências. A oposição mais contundente foi, provavelmente, a do Padre Arlindo Vieira (1936), que, apoiando-se nas opiniões de alguns professores de matemática, dentre eles o emérito professor do Colégio Pedro II, Joaquim

Ignácio de Almeida Lisboa, assim expressava a sua indignação diante da forma como o movimento renovador operacionalizou o seu ideário através das recomendações para a reorganização dos programas e métodos de ensino da matemática na escola secundária:

"A matemática desapareceu do ensino secundário. Eis o triste resultado do que se chama enfatuadamente a *moderna orientação do ensino da matemática* (grifos do autor), e é apenas uma orientação brasileira, atestando a nossa incompetência pedagógica. As verdadeiras demonstrações, os raciocínios perfeitos, o rigor e a lógica da ciência, tudo o que faz a beleza e a imensa utilidade da matemática, foi abolida do ensino oficial... Nos programas oficiais brasileiros, não há mais nem teoria, nem rigor matemático... Reduziu tudo a uma pequena coleção de receitas... Estudou curiosidades; não sabe matemática e não raciocina... Os livros que obedecem a esta falsa diretriz são simples inventários de fatos isolados, de exercícios infantis, de noções erradas, livros que envenenam a mocidade em vez de lhes inspirar o amor da ciência e o hábito do estudo... Os que pretendem realmente aprender nada encontram nessas páginas vazias... Em geral, os autores que seguem os atuais programas oficiais, tomaram por modelo livros americanos ou alemães para escolas profis-

sionais elementares. E é isso que impingem, no Brasil, aos estudantes do curso secundário... Querem restringir as possibilidades incalculáveis das novas gerações a um mundo sem pensamento, sem imaginação" (Apud Martins, 1984, pp.113-114).

A reação, contudo, não se confinou ao âmbito das discussões teóricas. A partir do momento em que o ideário da nova orientação "demonstrou" na prática a sua "fragilidade", a reação se estendeu também aos autores de compêndios didáticos. De fato, no prefácio de seu "Lições de Álgebra Elementar" de 1938, A. Serrão assim se expressa:

"As nossas 'Lições de Álgebra Elementar' foram escritas visando guiar os alunos do curso complementar e os candidatos ao exame de admissão para a escola militar no estudo da álgebra. Encarando a questão sob esse ponto de vista e dada a deficiência dos conhecimentos apresentados pelos que terminam a 5ª série do Curso Fundamental, procuramos no nosso compêndio trazer o leitor desde os prolegômenos até a teoria das equações lineares, exposta com auxílio de determinantes.

A falta de preparo acima aludida é, em geral, motivada pela *falsa orientação* dada aos nossos atuais programas de Matemática do Curso Fundamental, *dos quais se exclui todo e qualquer raciocínio, limitando-se o aluno a decorar fórmulas e regras várias.*

de emprego imediato.

Essa orientação, dita moderna e contra a qual precisamos reagir, faz com que o aluno não consiga, na maior parte dos casos, vencer a transição que lhe é imposta pelos programas dos cursos complementares" (Serrão, 1938; grifos nossos).

2. O isomorfismo entre as estruturas mentais básicas da inteligência e as da nova matemática

Discutiremos aqui um comentário - que transcrevemos abaixo - feito por Pavanello que, provavelmente foi gerado pelo modo como expressamos nosso ponto de vista no artigo anterior. Na verdade, esse ponto de vista coincide com o de Pavanello e tentaremos aqui esclarecê-lo melhor. Esse comentário diz respeito à defesa feita por Piaget (1968), em seu artigo "*Las estructuras matemáticas y las estructuras operatorias de la inteligencia*", da existência de um isomorfismo entre as estruturas mentais básicas da inteligência e as da "nova matemática", isto é, da forma como a matemática aparece sistematizada na obra do Grupo Bourbaki.

Pavanello afirma que essa tese piagetiana precisa ser melhor entendida e esclarece-nos o modo pelo qual ela não deve ser entendida. Isto é, não se deve inferir dela que: a) "a aquisição de uma determinada estrutura cognitiva pelo indivíduo torna-o consciente dessa aquisição"; b) "a função da atividade escolar seja ensinar (grifos de Pavanel-

lo) a estrutura, ao contrário, Piaget diz que esta função é proporcionar oportunidades para que o indivíduo possa, por si mesmo, adquiri-las".

Em primeiro lugar, acreditamos que Pavanello interpreta corretamente a tese piagetiana. O próprio Piaget já fazia essa mesma advertência, ainda que não restrita à questão das estruturas, mas apontando para a significação geral da passagem de suas teses psicológicas para o plano didático. No artigo "*L'initiation aux mathématiques modernes, les mathématiques modernes et la psychologie de l'enfant*", Piaget (1966) afirma que:

1. "é perfeitamente possível e desejável a realização de uma profunda reforma do ensino na direção da matemática moderna uma vez que, de modo realmente notável, ela parece muito mais próxima das operações espontâneas ou naturais do sujeito (criança ou adolescente) do que o estava o ensino tradicional, demasiado tributário da história".

2. "Não há nada que nos impeça - e, ao contrário, tudo nos obriga a isso - prever uma mudança em todos os níveis, não só no ensino secundário, mas também no ensino primário e inclusive pré-escolar, posto que uma organização razoável das ações - das ações sim - da criança, em oposição aos discursos conjuntistas... pode servir de preparação para a utilização das funções, dos conjuntos, das operações igualmente qualita-