

LOGO-TRIDIMENSIONAL COMO ESTRATÉGIA PARA A EXPLORAÇÃO DA GEOMETRIA ESPACIAL

M. Cecília C. Baranauskas*
Rosana G.S. Miskulin*

I - Introdução

LOGO GEOMÉTRICO é um subconjunto da linguagem de programação Logo, proposta por S. Papert, cuja idéia principal é a de um objeto (tartaruga) que pode mover-se em um plano, representado, por exemplo, pela tela do monitor. Os movimentos possíveis para esse objeto são o de deslocamento - para frente e para trás - e o de giro - para a direita e para a esquerda - sobre uma superfície plana. Dessa maneira os movimentos desse objeto, sob comando de um usuário, podem definir figuras geométricas.

LOGO TRIDIMENSIONAL é uma extensão do Logo Geométrico, proposta por H. Reggini, na qual os movimentos do objeto tartaruga não estão mais limitados a um plano, sendo possível "escapar" dele, inclinando-se, por exemplo. Dessa maneira, o micro-mundo da tartaruga passa a ter uma dimensão a mais através da incorporação de novas primitivas que

permitem a descrição de objetos no espaço, ou seja, a representação da forma dos objetos na tela do monitor.

Como uma extensão de Logo Geométrico a mesma metáfora de "ensinar algo à tartaruga" é usada como modelo de "programar". Também o uso do corpo (sintonicidade corporal) para refletir os movimentos da tartaruga torna-se ainda mais significativo, uma vez que agora temos que pensar na tartaruga no espaço. Ao nos deslocarmos no espaço tomamos conhecimento dos nossos próprios deslocamentos realizados. Esse aspecto é um ponto de partida para o desenvolvimento de conexões com a Geometria formal (Papert, 1985), e o uso do próprio processo de aprender, refletido na tartaruga, também continua válido. Entretanto, dois novos componentes ficam subjacentes ao micro-mundo do Logo tridimensional: o uso do espaço em lugar do plano onde as ações da tartaruga supostamente ocorrem e a projeção no plano da forma

* Membro do Núcleo de Informática Aplicada à Educação - NIED-UNICAMP.

resultante. Esses dois componentes, ao mesmo tempo em que aproximam o usuário do "real", pela descrição dos objetos através de sua forma concreta, colocam-no num sistema de representação bidimensional dos objetos, pelo uso de um plano (tela) como saída. Isso envolve novos processos mentais e computacionais relacionados à interpretação da imagem, necessários à "visualização" da representação bidimensional do objeto.

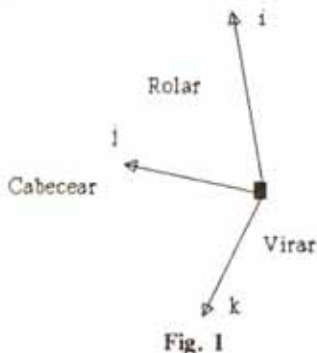
Neste trabalho, procurou-se levantar alguns pontos relacionados aos processos cognitivos e computacionais envolvidos no uso de LOGO TRIDIMENSIONAL a partir da observação de um grupo de educadores, interagindo nesse ambiente, e com experiência prévia em Logo. Realizou-se uma Mini-oficina, num total de 12 horas, distribuídas entre o desenvolvimento de atividades propostas e discussões em grupo.

II - O que é Logo-tridimensional

A proposta do Logo tridimensional é fornecer uma dimensão espacial ao micro-mundo da tartaruga, através da incorporação de novas primitivas que permitem a descrição de objetos no espaço. Para tal, associado à tartaruga existe um sistema de coordenadas (i, j, k) com origem em

seu centro, onde:

- ▶ o eixo i passa ao longo do eixo longitudinal da tartaruga, no sentido de sua cauda para sua cabeça;
- ▶ o eixo j passa ao longo de seu eixo transversal, da direita para a esquerda (sentido horário);
- ▶ o eixo k é perpendicular a i e a j (fig. 1).



Os movimentos da tartaruga no espaço estão definidos pelo seu giro ao redor dos eixos i, j, k e pelo seu deslocamento num plano. Assim, os comandos básicos que giram a tartaruga ao redor dos seus eixos são:

- ▶ rolar < ângulo > : gira a tartaruga ao redor de seu eixo longitudinal (i) um ângulo especificado por < ângulo > ;
- ▶ cabecear < ângulo > : gira a tartaruga ao redor de seu eixo transversal (j) um ângulo especificado por < ângulo > ;
- ▶ virar < ângulo > : gira a tartaruga de < ângulo > ao redor de seu eixo k,

em seu próprio plano.

A posição da tartaruga 3d é alterada através do comando "andar":

- ▶ <distância>: desloca a tartaruga de <distância> ao longo de seu eixo longitudinal, sem alterar seu plano ou sua direção.

Assim, "andar" equivale ao "parafrente" do Logo Bidimensional, assim como "virar" equivale ao "paraesquerda" no Logo bidimensional. A tartaruga consegue "escapar" do plano da tela através dos movimentos de "rolar" e "cabecear" (fig 1).

II.1 - As "Idéias poderosas" de Logo Tridimensional

Estender o micro-mundo da tartaruga para o espaço tridimensional significa integrar o Logo bidimensional no mundo real. O conhecimento do espaço e a projeção dos objetos espaciais torna-se disponível de forma simples e natural para "não-experts".

O Logo tridimensional propicia uma descrição da forma espacial de um objeto, através de ações sucessivas necessárias para se conseguir seus contornos. Essa descrição geométrica é intrínseca aos objetos.

Dessa forma, o computador se torna um meio de expressão tanto

científica como artística. Segundo palavras da Reggini (Reggini, 1986) "*O processo que uma pessoa usa para definir uma forma com Logo é similar ao trabalho de um artesão. Como o artista, o artesão se detém freqüentemente durante sua criação e a todo momento corrige e troca seus planos, à medida em que avança em seu trabalho. As ferramentas que usa não são complicadas, nem tampouco requerem um conhecimento profundo para serem manejadas, e cada forma determinada leva em si mesma uma marca característica que mostra estilo, conhecimento e sentido estético do artista que realiza a forma*". O uso de Logo como linguagem possibilita esse enfoque artesanal.

Como expressão científica, através do processo de transformar idéias em formas a partir da descrição da geometria intrínseca dos objetos e da visualização desses objetos representados na tela bidimensional, esse micro-mundo possibilita uma exploração informal da Geometria Espacial.

III - Relações entre as Geometrias

"Para Piaget, a separação entre o processo de aprendizagem e o que está sendo aprendido é um erro. Para entender como uma criança aprende

número, nós temos que estudar número. E temos que estudar a estrutura do número, uma tarefa séria do ponto de vista matemático. Por isso, não é incomum encontrar Piaget se referindo em um mesmo parágrafo ao comportamento de crianças pequenas e às preocupações dos matemáticos teóricos" (Papert, 1985).

A seguir, discutiremos algumas relações entre a Geometria da Tartaruga e as demais Geometrias.

O que é a Geometria da Tartaruga?

Reportando-nos a Abelson, "*É preciso lembrar-se de que o mais importante, quanto à Geometria da Tartaruga, é que ela é uma Matemática arquitetada para propiciar um aprendizado por tentativas e exploração e não apenas uma matemática que apresenta seus teoremas e suas provas"* (Abelson, 1981).

Por outro lado, analisando o contexto acima, observamos que a Matemática, como é "ensinada" nas escolas de um modo geral, é uma Ciência pronta, com conteúdos estanques, desvinculados totalmente da realidade e, mais ainda, com grande formalismo e abstração. É um ensino que se processa através da transmissão de fatos. Assim, a Matemática não cumpre o seu grande objetivo como Ciência, que é desenvolver o pensamento humano em todos os sentidos e direções, ou seja, transformar a concepção de mundo.

Em uma análise mais técnica, podemos dizer que a Geometria da Tartaruga caracteriza-se por um estilo diferente da Geometria Euclidiana, da Geometria Analítica e das demais Geometrias. Nela encontramos tanto o estilo axiomático de Euclides (lógico) quanto o de Descartes (analítico). Esses dois estilos acham-se inseridos no Logo, através do micromundo da Tartaruga. A Geometria da Tartaruga é um estilo computacional de Geometria que, por sua estrutura subjacente, faz uma abordagem construtivista da própria Geometria Euclidiana.

Estabelecendo-se uma analogia entre Ponto para Euclides e Tartaruga para Papert, podemos dizer que, no primeiro caso, um ponto é definido como uma entidade que, embora possua uma posição, é desprovida de outras propriedades. O ponto é estático, possui apenas posição. Na Geometria da Tartaruga, por outro lado, a entidade fundamental é a Tartaruga (Papert, 1985). Ela não é desprovida de outras propriedades, podendo ser relacionada a coisas e pessoas; ela é dinâmica, pois, além de posição, possui também direção. Para Papert, a Tartaruga é como uma pessoa: - "*eu estou aqui, voltada para o norte*" -, ou como um animal, ou como um objeto.

Dessas similaridades provém a habilidade da Tartaruga em servir como uma primeira representação da Matemática formal para a criança.

IV - O Processo de Descrever Objetos no Espaço

Através do Logo bidimensional pode-se produzir, na tela, os mesmos resultados que seriam obtidos através de Logo tridimensional. Por exemplo, podemos definir procedimentos, usando Logo bidimensional, que produzam o desenho de um cubo, como o da figura 2.

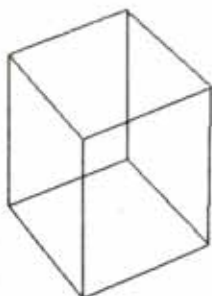


Fig. 2

Procedimentos:

```
ap cubo 1
aprenda cubo 1:/
un pd 45 pt 60 pe 45 ul
repita 4[pf: L pd 90]
pd 90 pf: V2 pe 90 un pf: V2 ul
repita 4[pf: l pd 90 ]
pA 1:/
pe 45 pf:/
pAL:/ un pc ul
fim
ap pa/
aprenda pa1:/
```

pd 45
repita 2[pt:l*rq 1/2 pe 135 pt: l pe 45]
fim

► Geometria plana intrínseca

O trabalho com Logo tridimensional concentra-se não na representação plana do objeto na tela, mas na descrição espacial do objeto. Dessa forma, o desenho de um cubo é produzido através da descrição dos movimentos - no espaço - que a tartaruga deve fazer para percorrer suas arestas (fig 3). Essa descrição geométrica do objeto lhe é intrínseca no sentido de que não faz referência a nenhum elemento externo a ele.

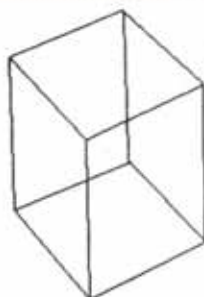


Fig.3

Procedimentos:

```
ap quadrado
aprenda quadrado
repita 4 [andar 30 virar 90]
fim
ap caixa
aprenda caixa
repita 4 [andar 30 desl cabecear 90]
```

tampa 1
tampa 2
fim

ap desl
un andar 30 ul
fim
ap tampa 1
aprenda tampa 1
un virar 90 andar 30 virar -90ul
rolar -90
quadrado
rolar 90
un virar -90
andar 30
virar 90 ul
fim

ap tampa2
aprenda tampa2
rolar 90
un virar -90 andar 30
virar 90 ul
quadrado
un virar -90 andar 30

► Geometria espacial intrínseca

A diferença, portanto, não está no resultado produzido na tela, mas nos processos mentais e computacionais de construção da figura.

Trata-se de proporcionar condições para que o usuário chegue à compreensão de que há 3 eixos básicos em torno dos quais é possível desenhar um sólido nas mais diferentes posições espaciais (fig 1).

Para chegar ao sistema computacional do LOGO TRIDIMENSIONAL, o sujeito realiza processos mentais que, segundo os estudos sobre abstração da teoria piagetiana, envolvem, conforme o nível de estruturação mental de cada um e do conhecimento do conteúdo envolvido no desenho em 3 dimensões, os seguintes itens:

- abstrações empíricas (o conhecimento é retirado diretamente do objeto);
- abstrações reflexivas (o conhecimento é retirado das coordenações das ações do sujeito sobre o objeto);
- abstrações refletidas (em que o sujeito reflete sobre os processos que realizou para chegar a estruturar logicamente o sólido na tela. O desenho das figuras geométricas no LOGO BI implica a coordenação dos movimentos de TRANSLAÇÃO e ROTAÇÃO. O mesmo ocorre no LOBO TRI. Porém, no sistema do LOGO BI, essa coordenação se dá em torno de 2 eixos: VERTICAL e HORIZONTAL, enquanto que no LOGO TRI acrescenta-se mais um eixo, o perpendicular à tela do monitor.

Conseqüentemente, o desenho de um sólido, sem o recurso tecnológico da holografia, implica um tipo de raciocínio mais complexo para o

usuário, que terá de considerar movimentos da Tartaruga que não são os mesmos utilizados no LOGO BI, pois o LOGO TRI envolve a noção de profundidade, enquanto que, no plano, só se trabalha a altura e a largura.

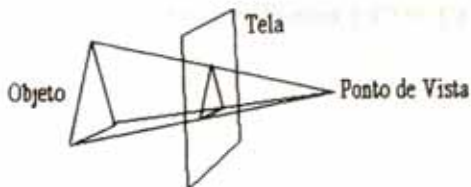


Fig. 4

V - O Processo de "Enxergar" uma Forma a Partir de sua Projeção Canônica

A representação da profundidade de um objeto era um problema nos tempos antigos. Os desenhos egípcios, por exemplo, eram representados sempre de perfil. Isso significa que não tínhamos a forma real dos objetos devido à ausência de perspectiva. Somente no século XVI é que Leonardo da Vinci (1452-1519) utilizou e explicou de modo claro e simples a perspectiva (Reggini, 1985).

Suponha que um observador vê um objeto através de uma janela de vidro. As linhas ligando o olho do observador aos pontos do objeto interceptam o vidro em um conjunto de pontos que formam a representação bidimensional do objeto (fig 4).

Fazendo uma analogia com o sistema de computador, a posição da janela (ou plano de representação) é a tela do monitor. O olho do observador (ou ponto de vista) está posicionado em uma linha perpendicular à tela através de seu centro. Assim, para desenhar um

objeto no Logo tridimensional, movemos a tartaruga ao longo das linhas desse objeto no espaço. O caminho feito pela tartaruga no espaço produz uma imagem (ou representação plana) que é a representação plana do objeto, visível na tela do monitor.

O processo mental de "enxergar" uma forma a partir de sua projeção canônica envolve um exercício de interpretação das imagens produzidas. Esse processo mental, segundo Piaget, envolve abstração refletida, pois além do usuário "ter em mente" o que vai representar, deverá refletir sobre o seu modo de pensar e tentar explicitar e interpretar as imagens produzidas. Nesse exercício estão igualmente envolvidos os processos mentais de abstrações, já citados, pois além do usuário "ter em mente o que vai representar, deverá refletir sobre o seu modo de pensar, e tentar explicitar as imagens produzidas até chegar a executá-las e conceituá-las segundo seu nível de estruturação mental".

VI - O Logo Tridimensional em Uso

A seguir, destacamos alguns aspectos levantados durante o trabalho com Logo tridimensional pelo grupo mencionado, que nos fazem refletir sobre as implicações de seu uso no contexto educacional.

VI.1 - O Objeto, sua descrição no espaço e sua representação na tela

O cenário inicial para trabalho no Logo Geométrico envolve a tartaruga e seus movimentos no plano (tela do micro). O usuário parte de representações e ensina à tartaruga a desenhá-las na tela. Por exemplo, quando uma criança define um procedimento para desenhar uma casinha, seu "objeto" já é uma representação plana da casinha (representação simbólica). O resultado produzido na tela reflete ou não suas intenções, mas, definindo um procedimento, ela está ensinando a tartaruga a produzir a mesma representação (fig 5).

O trabalho no Logo tridimensional envolve um trinômio: o objeto, sua descrição no espaço e sua representação na tela (em perspectiva). O usuário parte de um objeto "real". O



Fig. 5

procedimento reflete a forma desse objeto e também os processos mentais usados na representação do objeto real; além disso, a saída na tela é uma representação em perspectiva da forma do objeto. Dessa maneira, existem processos de codificação e decodificação envolvidos, onde o feedback depende de uma "interpretação" da imagem resultante como saída (fig 6).



Fig. 6

O primeiro desequilíbrio em termos do trabalho com Logo tridimensional a partir da experiência no Logo bidimensional aconteceu, com o grupo, a partir da exploração dos comandos básicos da tartaruga 3d, onde

o modelo que os sujeitos tinham do sistema era o apresentado na figura 5. Assim, os primeiros conflitos que apareceram na tentativa de entender o sistema são ilustrados pelas frases de alguns dos sujeitos:

"existem relações entre o que se faz e o que aparece na tela".

"o que a gente programa tem 3 dimensões, o que a gente imagina tem 3 dimensões, o que a gente está vendo não tem 3 dimensões".

"quando se faz a figura se está sobre a figura (anda-se sobre a figura, corre-se a mão pela figura). Quando se quer ver a figura temos que estar fora do objeto".

VI.2 - O procedimento Logo definindo o objeto

Dessa maneira um resultado na tela não mais determina unicamente a figura. Por exemplo, que objeto representa a figura 7? Um cubo sólido, 3 planos ortogonais com a origem em direção ao fundo do papel ou 3 planos ortogonais com a origem em direção ao olho do observador?

A imagem mostrada não nos dá informações suficientes para respondermos. Poderia ser qualquer uma delas, dependendo da interpretação

que nosso sistema de reconhecimento de imagens fornece. O procedimento que gerou tal figura é que define o objeto, pois ele contém a descrição espacial deste. Exemplificando: um tetraedro sem a base: sua representação coincide com a representação do tetraedro. E assim com qualquer poliedro.

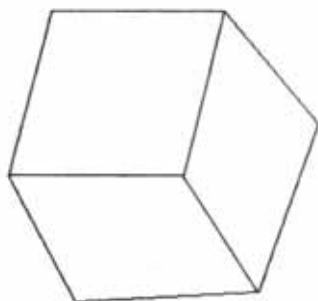


Fig. 7

VI.3 - Logo Bidimensional como um subconjunto de Logo Tridimensional

Os sujeitos de nossa observação apresentaram dificuldades ao tentar passar do Logo bidimensional para o tridimensional, entendendo este último como um conjunto de novas primitivas que foram incorporadas ao já conhecido ambiente da tartaruga. A primeira preocupação deles foi a de conhecer a **sintaxe** dessas novas primitivas, para incorporá-las ao repertório já conhecido. A dificuldade começou a partir de então

pois a **exploração** dessas novas **primitivas** tinha como contexto **mental** o Logo bidimensional. Essa má interpretação é auxiliada pela saída na tela (que continua sendo bidimensional) para movimentos que supostamente ocorreriam no espaço.

Logo tridimensional não é uma extensão no sentido de agregar novos comandos à tartaruga. Ele envolve **repensar** a tartaruga no espaço. Isso envolve enxergar a tartaruga no plano como uma restrição para o ambiente da tartaruga no espaço, e não simplisticamente atribuir-lhe novas primitivas.

Curiosamente, ocorre fato análogo com o ensino de Geometria nas escolas: a Geometria Plana é ensinada muito antes da Geometria Espacial. Algumas propostas têm sido feitas atualmente, em termos de pesquisa, justificando começar-se o estudo da Geometria pelo espaço. O Logo tridimensional colabora para a conscientização do espaço em que se vive, possibilitando o **aprender a aprender** sobre o espaço, sem os formalismos da Geometria Espacial.

VI.4 - Não ter medo de voltar para trás: a busca das origens

É freqüente, entre novatos aprendendo uma nova linguagem de

programação, uma preocupação excessiva com o aprendizado de **comandos**, confundindo aprender **comandos** com **aprender a escrever algoritmos**. Notamos algo semelhante quando da visão das novas primitivas tridimensionais como novos **recursos** a serem incorporados aos demais. A tentativa de entender os novos **comandos** desvinculada do entendimento do sistema como um todo (descrição da forma do objeto no espaço + sua representação em perspectiva) era agravada pelo conflito entre o que foi descrito (objeto em sua forma concreta) e o que a tela mostra (representação do objeto). Segundo PIAGET, é a partir de conflitos que o sujeito reflete sobre o seu modo de agir, pensar e reestrutura seus processos mentais. Tais conflitos é que proporcionarão ao sujeito condições de ultrapassar o LOGO BI e compreender o micro-mundo do LOGO TRI.

É interessante notar que, assim como muitas pessoas acreditam não ter aptidão para a Matemática, encontramos também pessoas que se dizem inaptas para a Geometria Espacial por não conseguirem **enxergar** objetos tridimensionais pelas suas representações em perspectivas.

Essa barreira não parece muito diferente da "matofobia" (Papert 80). Quebrar essa barreira envolve muitas vezes uma mudança na nossa postura de aprendizes. Os sujeitos começaram a progredir no trabalho quando voltaram

ao concreto, tocaram os objetos e até voltaram ao **passo a passo** em termos de programação. Ou seja, os sujeitos se voltaram para o aspecto figurativo: a presença do objeto era necessária para poder haver uma reflexão mais complexa ao nível mental. A representação imagética é transformada numa representação gráfica.

VI.5 - Desenvolvimento tecnológico: a saída holográfica e/ou Geradores de Conflitos Cognitivos

Um **micro-mundo** tridimensional **ideal** para exploração do espaço talvez devesse ter como dispositivo de saída uma tela holográfica, de maneira a não se necessitar da existência de um processo de codificação e decodificação entre a descrição da forma de um objeto e sua visualização na tela. Por outro lado, o tipo de limitações impostas pela tela bidimensional nos leva a praticar a habilidade de lidar com representações de formas espaciais como as que aprendemos a admirar em outros contextos (por exemplo, o das artes). Essas limitações também exigem do usuário uma abstração e uma reflexão mais complexas, exigem percepções, visualizações corretas e, conseqüentemente, um raciocínio mais

elaborado. Os processos mentais do usuário do LOGO TRIDIMENSIONAL são próprios do período operatório formal, em que o sujeito reflete sobre suas conceitualizações; no caso, reflete sobre a idéia, o conceito de um sólido, para depois representá-lo em 3 dimensões, ou seja, parte de uma idéia geométrica para uma forma geométrica.

VI.6 - O tema da oficina e a dinâmica do grupo

A oficina de trabalho que inspirou nossa análise teve como tema "O papel da descrição, depuração e reflexão na aprendizagem". Esse tema norteou a dinâmica do grupo e inspirou discussões proffcuas a respeito do processo pelo qual cada um individualmente passou, aprendendo a aprender "Logo Tri". Por outro lado, possibilitou-nos uma visão das dificuldades e das possibilidades de trabalho com Logo tridimensional para a exploração informal da geometria espacial.

BIBLIOGRAFIA

- ABELSON, H. e DISESSA, A. *Turtle Geometry*. The MIT Press, 1981.
DIENES, Z.P. e GOLDING, E.W. *Exploração do Espaço e Prática da medição*, 1974.

- DOLLE, J.M. *Para Compreender Jean Piaget: Uma Iniciação à Psicologia Genética Piagetiana*, 1974.
- GILLIÉRON, C. *Da Epistemologia Piagetiana a uma Psicologia da Criança em Idade Pré-Escolar*, 1979.
- PAPERT, S. *Logo: Computadores e Educação*, 1985.
- REGGINI, H. *Ideas y Formas, Explorando el espacio com Logo*. Ediciones Galápagó, septiembre, 1985.
- REGGINI, H. *Computadoras; Creatividad o Automatismo?*, 1988.
- MARGARET GRAMMER Vallejos - "Reggini's Logo: Not just for kids". *Argentina news*, December, 85.
- REGGINI, H. "Explorando formas espaciales con Logo". *Revista de arquitetura tecnologia y diseno*, enero/febrero, 1986.
- REGGINI, H. "Exploring 3-dimensional space with Logo". *Micromath*, Spring, 1986.
- REGGINI, H. "Construcción de formas espaciales en Computadoras". *La Ingenieria*, Diciembre, 1986.
- REGGINI, H. "Seminário de Logo Tridimensional". NIED-UNICAMP, Novembro, 1989.

AGRADECIMENTO

Gostáramos de agradecer a valiosa contribuição da Prof^a Maria Tereza Mantoan nos ajudando a entender e analisar, sob a ótica da Teoria de Piaget, os processos que ocorreram no uso da LOGO - Tridimensional.