ENSINO DA MATEMÁTICA: REFLEXÕES PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Edmar H. Rabelo*
Sérgio A. Lorenzato**

Introdução

A melhoria da qualidade do ensino da matemática tem constituído um desafio constante para todos que vêm se preocupando com o ensino deste conhecimento, mas via de regra as buscas têm se limitado apenas a mudanças de métodos, de técnicas ou de seqüências curriculares. Não descartamos a possibilidade de que métodos, técnicas e propostas curriculares possam ter influências positivas na melhoria da qualidade, mas acreditamos que uma mudança significativa só se concretizará através de uma mudança efetiva de postura, uma mudança de **filosofia pedagógica** que atinja, em última instância, o âmbito social. E, no nosso entender, o início de tal mudança deverá ter lugar na prática da sala de aula, pois neste labor está a possibilidade da busca de atitudes mais positivas tanto de alunos como de professores, não só com relação ao conhecimento matemático como também com relação ao seu ensino e a sua aprendizagem.

É preciso que a escola estabeleça uma relação diferente com o conhecimento e com a sociedade. Será que a abordagem, no sentido apenas lógico do conhecimento que a escola vem fazendo, é a ideal para a aprendizagem? Será que uma outra que considere mais os aspectos psicológicos e/ou históricos deste conhecimento não seria mais adequada? Qual será a importância da representação dos conceitos do senso comum que uma criança traz consigo para a escola sobre os objetos de conhecimentos? Qual é o valor da linguagem **natural** do aluno numa sala de aula? Qual será a influência da maneira como ensinamos nas dificuldades de aprendizagem da matemática? Será que mudanças seqüênciais permitem justificativas diversas daquelas que dizem respeito ao próprio conteúdo?

Apresentamos aqui uma

---

* Docente da Universidade Federal de Minas Gerais e mestrando em educação pela FE/UNICAMP.

** Docente do Departamento de Metodologia de Ensino da FE/UNICAMP.

experiência que pode sugerir respostas a várias perguntas como estas.

Pressupostos

Dificuldade é um dos termos comumente usados no ambiente escolar. Gostaríamos, inicialmente, de levantar uma possível categorização, segundo a visão que temos, para esse termo. Sem estabelecer ordem de importância, há: 1) as **dificuldades** inerentes ao próprio conhecimento matemático, ou seja, quanto aos aspectos lógicos do conhecimento; 2) as **dificuldades** que encontramos para realizar um trabalho para o seu ensino, ou seja, tudo que diz respeito aos métodos, técnicas, etc e 3) as **dificuldades** inerentes à aprendizagem, aquelas relacionadas à apropriação do conhecimento pelo aprendiz, ou seja, aos aspectos psicológicos.

Em termos escolares, os conteúdos programáticos quase sempre estão organizados segundo o critério da graduação das **dificuldades** no seu aspecto lógico, que, ao nosso ver, como profissionais em educação, estão normalmente compartimentalizados e seqüenciados, tendo em vista a nossa expectativa comum, na qual os alunos vão avançando gradativamente na aquisição do conhecimento científico que a escola assim pretende que eles adquiram. Esse modelo clássico de conceber o ensino está fundamentalmente baseado na idéia e na prática que temos de fazer uma escola para a transmissão de conhecimento através da transmissão de informação. Ou seja, a escola detém o conhecimento e sua única função é passá-lo tal qual se encontra, pronto e acabado, a seus alunos, informando-os sobre ele, acreditando e esperando que o estudante se aproprie dessa informação e a transforme em conhecimento. Entende-se aqui informação como simples dado armazenado arbritariamente na memória o que, segundo AUSUBEL (1980), resulta numa aprendizagem mecânica que se produz quando uma "*nova informação não se relaciona a conceitos já existentes na estrutura cognitiva e, portanto, pouca ou nenhuma interação ocorre entre a nova informação adquirida e aquela já armazenada*" (NOVAK: 1981, p.59).

Apesar das constantes buscas metodológicas, sabemos que o ensino assim organizado está dando ênfase quase que somente ao aspecto representacional do conhecimento através de suas linguagens próprias e formais, linguagens essas muitas vezes distantes e inacessíveis à maioria dos alunos, pelo menos num primeiro momento. Isso é, com certeza, o principal fator que contribui para a impossibilidade de qualquer pessoa compreender mensagens como $X \mid X^2 - 4 = 0, X \in Z$. Um outro exemplo seria um aluno empregar corretamente a expressão "(base X altura) dividido por 2" e, em seguida, observar um retângulo contendo uma diagonal, mas não conseguir estabelecer a correspondência de significados existente entre a aritmética (expressão) e a geometria (figura).

Estamos, assim, segundo entendimento nosso sobre LURIA & YUDOVICH (1987), desconsiderando as formas complexas da atividade mental infantil e promovendo uma combinação de hábitos motores elementares como resultado de aprendizagem, o que implica um enfoque meramente mecanicista no ensino, que ignora o que há de mais essencial na vida mental do sujeito. Neste enfoque acabamos por considerar o desenvolvimento infantil como produto mecânico do adestramento e doutrinação ou como simples questão de **maturação**. Além disso, ao agirmos tão somente no aspecto informativo, abrimos mão da ciência educativa que deve se ocupar, em princípio, de influir formativamente no desenvolvimento mental da criança. Com isso deixamos de investigar cientificamente, no âmbito escolar, o modo como as formas complexas de atividade se constróem gradualmente durante o processo de desenvolvimento infantil e de como se dá a comunicação viva e ativa com o meio.

Se, enquanto educadores, continuarmos considerando o desenvolvimento complexo (LURIA & YUDOVICH: 1987, p.9) como uma simples questão de combinação de hábitos, reduziremos o ensino e a educação a uma simples exercitação, e, se continuarmos considerando a "maturação das capacidades mentais" como um processo contínuo e espontâneo, não só não conseguiremos explicações para os mecanismos do desenvolvimento mental como também relegaremos para um segundo plano as influências educativas, considerando-as, no máximo, como meio para acelerar ou retardar a "maturação natural", que já tem direção pré-determinada. Ou seja, a escola continuará num nível inatista ou pré-formista.

Quando organizamos o ensino num nível meramente representacional, cometemos o **erro** de não considerar as categorias conceituais que as crianças já têm sobre os objetos de conhecimento e tiramos delas a oportunidade de interação com eles e de explicarem fenômenos que **entendem**, assim como de exporem e reelaborarem conceitos que já possuem.

Várias experiências bem sucedidas nos convencem a fazer essas afirmações. Por exemplo, apresentamos para crianças de 2ª e 3ª séries, recortado em cartolina, um triângulo dobrável de modo que os três distintos ângulos se tocavam pelos vértices; com atividade direcionada para a obtenção de que a "soma dos três ângulos internos dá 180 graus", várias crianças enunciaram: "as três pontas dão meia roda" e "os três juntos formam meia lua" entre outros enunciados semelhantes (LORENZATO: 1976).

Esta aparente **falta de rigor** inicial tem nos demonstrado ser um excelente caminho para que a criança chegue conceitualmente ao rigor matemático num próximo passo. A valorização da **linguagem natural** tem sido elemento fundamental para que elas possam representar **corretamente** futuros resultados de uma dada atividade, uma vez que não se preocupam, inicialmente, em **acertar** tais representações e, ao mesmo tempo, indicam de forma mais eficaz o processo de aprendizagem que está ocorrendo, direcionando melhor o trabalho de ensino do professor.

Uma Experiência "Solicitada"

A experiência relatada a seguir aconteceu numa sala de 3ª série do 1º grau. Não foi prévia nem propositadamente planejada para ser aplicada em uma turma de séries iniciais do 1º grau; foi apenas circunstancialmente organizada para uma determinada turma em um dado momento e, por não ter tido então um objetivo específico de pesquisa, carece de registros precisos e cientificamente formais.

Durante um trabalho que estávamos realizando surgiu, emergindo dos alunos, a necessidade de interagirem com um objeto de conhecimento matemático que aparente e academicamente não era próprio para aquele grau de escolaridade. Por **solicitação** dos alunos, acabamos, numa atividade posterior, trabalhando naquela turma de 3ª série com o conceito de números negativos e com a operação de multiplicação em Z.

Foi uma experiência muito rica tanto para as crianças como, e em especial, para um grupo de professores que, muito embora estivesse interessado naquele momento nesse tipo de experiência, duvidava decididamente das possibilidades de sua realização e dos resultados obtidos.

Numa discussão sobre questões financeiras, mais especificamente sobre transações comerciais, os alunos começaram a falar sobre as representações da moeda brasileira (papel moeda, moeda propriamente dita, cheques, notas promissórias,etc). Ao discutirem cheques e contas bancárias, surgiu a idéia de saldos negativos e positivos nas contas especiais. A discussão que se seguiu sobre valores positivos e negativos despertou o interesse geral da turma. Aqueles números com o sinal (-) na frente eram, de certa forma, um desafio pra eles. Incentivados quanto ao assunto, relataram tudo que sabiam e de que se lembraram sobre esses **números** e as diversas situações nas quais eles haviam observado a sua presença: termômetros, as **contas de menos** que a **tia** disse que era impossível mas que a calculadora faz e coloca o (-) na frente da resposta, a queda que o repórter da televisão disse que houve no dólar, saldos bancários, etc. Mostraram ter um conceito correto e saber das **utilidades** daqueles números **engraçados** e do **contra**.

Num dado momento, uma das crianças foi até o quadro negro e colocou duas **contas** iguais às que viu o irmão mais velho fazer em casa e que não tinha entendido. Ela estava curiosa para saber o que significavam e como é que podia fazê-las:

(-5)X(+3)=(-15) e
(-8)X(-6)=(+48)

Isto foi o suficiente para que todos quisessem também saber o que significavam aqueles números e resultados estranhos. Prometemos, então, que no dia seguinte iríamos realizar uma atividade para entendermos aquelas **estranhas contas** e seus **números esquisitos**.

Uma Atividade Corporal

Partindo da idéia de que os números negativos também são um constructo humano, propusemos uma atividade com regras previamente estabelecidas, através das quais fosse possível dar alguma concretude àquelas **contas**.

Elaboramos um jogo que consistia no seguinte: dividimos a turma em duas equipes (A e B). Pedimos a cada uma das equipes que fizesse numa folha de papel um desenho **qualquer** (uma figura que considerassem significativa para eles) e que desse a cada um deles um nome. Esses desenhos foram afixados nas paredes laterais da sala, um em cada parede, e cada um foi denominado pela turma, com a primeira letra do seu nome: ao desenho que chamaram **coração** a letra **C** e ao desenho que chamaram **estrela** a letra **E**. Passamos assim, a ter a parede **C**, a da direita da sala e a parede **E**, a da esquerda da sala.

AS REGRAS

O jogo tinha as seguintes regras:

a) alternadamente, uma criança de cada uma das equipes vinha até a frente da sala;
b) uma criança da outra equipe falava um número de 1 a 9 associado a um dos desenhos;
c) a criança que estava na frente voltava-se para a parede que tinha tal figura e memorizava o número citado;
d) outra criança falava um segundo número, também de 1 a 9 e

igualmente associado a um dos desenhos;

e) se esse segundo desenho fosse coração (C), a criança da frente permanecia na posição em que se encontrava naquele momento, ficava imóvel;

f) se esse segundo desenho fosse estrela (E), a criança da frente tinha que se virar para o lado oposto ao que se encontrava naquele momento;

g) a criança que estava na frente multiplicava mentalmente os dois números e respondia em voz alta para toda a turma ouvir;

h) dependendo da resposta, os pontos eram ganhos, ou não, pela sua equipe;

i) a equipe que ditou os números se encarregava de verificar se as regras haviam ou não sido cumpridas e se o cálculo estava ou não correto;

j) a quantidade de pontos era o resultado da multiplicação e o tipo de figura que ganhava a equipe, cujo representante estava na frente, era aquela para a qual estivesse olhando no final.

k) se o aluno que estava na frente acertasse, ganhava pontos para sua equipe; caso contrário, ganhava a outra equipe, que deveria corrigí-lo.

Após um ensaio para garantir que todos haviam compreendido adequadamente as regras, demos início ao jogo. Todos os alunos fizeram questão de ir à frente jogar pela sua equipe e apenas dois erros foram cometidos durante a primeira partida.

A Linguagem "Natural"

Quando perguntamos qual era o resultado final da partida, qual era a equipe vencedora, surgiu um problema: não conseguiram se lembrar dos resultados de cada jogada, não tinham a memória do jogo. Concluímos, então, mais uma vez, a importância de se fazer registros.

Como este conteúdo estava sendo trabalhado fora da **sua série** e não iríamos poder trabalhá-lo com todos os níveis de atividades conforme normalmente fazemos, propusemos uma segunda partida, só que, desta vez, eles teriam que registrar cada jogada. Como não foi sugerido por nós, professores, nenhuma forma específica para tal registro mas, ao contrário, foi pedido a eles que **inventassem** um jeito de fazê-lo, apareceram várias sugestões. Por isso, a turma sentiu a necessidade de discutí-las. Pedimos a eles que fossem colocando na lousa cada uma das suas sugestões e, após analisá-las e recusá-las, chegaram a uma forma única para que todos pudessem usar. Decidiram registrar cada partida do jogo por uma operação de multiplicação, já que era essa a **conta** que faziam, e colocar na frente de cada número a letra correspondente ao desenho que ele indicava. Acabaram por chegar à seguinte convenção (os exemplos são arbitrários para efeitos didáticos desse relato):

1) C5 X C4 = C20
2) C5 X E4 = E20
3) E5 X E4 = C20
4) E5 X C4 = E20

No exemplo 1, a criança que estava na frente se colocaria olhando para a parede **C**; como o segundo número era **C**, ela continuaria voltada para a parede **C**.

No exemplo 2, a criança que estava na frente se colocaria olhando para a parede **C**; como o segundo número era **E** ela deveria se voltar para a outra parede, que era **E**.

No exemplo 3, a criança que estava na frente se colocaria olhando para a parede **E**; como o segundo número era **E**, ela deveria se voltar para a outra parede, que era **C**.

No exemplo 4, a criança que estava na frente se colocaria olhando para parede **E**; como o segundo número era **C** ela continuaria olhando para a parede **E**.

Ao término da segunda partida, verificamos que todas as crianças, além de jogarem corretamente, faziam seus registros corretamente (dentro do que havia sido convencionado). Nesse momento, elas também quiseram saber o que aquilo tudo que estavam fazendo tinha a ver com as operações **engraçadas** do dia anterior e com os tais números negativos (os números com o sinal (-) na frente elas já sabiam que se chamavam números negativos), embora fosse, para elas, desprovida de significado matemático a palavra negativo.

A Linguagem Formal

O que fizemos a seguir foi simplesmente uma **tradução de linguagens**, da notação que convencionaram para a notação usual da matemática, mostrando a eles que, no lugar de (C), iríamos escrever (+) e, no lugar de (E), iríamos escrever (-), porque estes sinais já são os da convenção aceita pelos matemáticos para tais números. Daquele momento em diante, apesar de estarem conscientes de que a sua convenção também estava correta, os registros deveriam ser daquele **jeito novo**. Anunciamos também que os números com o sinal (+) seriam chamados de números positivos e que os números com o sinal (-) seriam chamados de números negativos.

Passaram a jogar uma terceira partida registrando da forma convencional:

1) (+5) X (+4) = (+20)
2) (+5) X (-4) = (-20)
3) (-5) X (-4) = (+20)

4) (-5) X (+4) = (-20)

Terminada a terceira partida, passamos a propor, na lousa, algumas jogadas hipotéticas, com, inclusive, alguns números além de 9. Nenhuma criança apresentou dificuldades para encontrar os resultados para as multiplicações propostas. Após mais alguns poucos exemplos, começaram a mostrar-se satisfeitos com o conhecimento que já tinham a respeito daquelas **estranhas operações de multiplicação** e não estavam mais empenhadas naquele tipo de exercício. Porém, apresentaram um desejo explícito de saber como eram as outras operações: DIVISÃO, ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO.

Considerações

Há duas questões nesta experiência para as quais gostaríamos de chamar a atenção. A primeira é quanto a não continuidade dos trabalhos com o conjunto dos números inteiros. Por se tratar de um conteúdo que academicamente não faz parte do programa das séries iniciais, não nos foi possível continuar atendendo ao desejo dos alunos quanto às outras operações, uma vez que tínhamos que atender a outras cobranças legais da escola no que diz respeito ao cumprimento do programa para aquela série.

Por outro lado, gostaríamos de que ficasse claro que, num trabalho normal, não chegamos à formalização e/ou sistematização de um conteúdo, realizando somente uma atividade como esta que chamamos de "Atividade Corporal". Normalmente realizamos cinco níveis de atividades diferentes para a elaboração de um determinado conhecimento. A criação e elaboração de registros devem acontecer somente durante uma terceira atividade, a que chamamos "Atividade de Manipulação com Registro", momento em que não corremos mais o risco de a criança fazer uma simples memorização de forma meramente mecânica (mnemonicamente) desprovida de significação conceitual.

Os cinco níveis de atividades são, na ordem: "Atividade Corporal", "Atividade de Manipulação Simples", "Atividade de Manipulação com Registro", "Atividade com Texto" e "Atividade Alternativa" (SOUZA LIMA, 1985).

Conclusões

Para pensar numa mudança é preciso antes de tudo ter coragem, é preciso ousar, criar e experimentar; é preciso buscar uma mudança de paradigmas para testar e avaliar o potencial de nossos alunos e vê-los sob uma perspectiva de competência, mas isso significa antes de tudo um teste e avaliação de nós mesmos enquanto profissionais. Precisamos buscar um tipo de avaliação no qual possamos privilegiar antes de mais nada o processo no qual se encerra a aprendizagem, e não somente o aluno enquanto um produto (RABELO & ABREU, 1992). Normalmente, nós, professores, pouca ou quase nenhuma experiência realizamos e, quando o fazemos, não vamos muito além de trocas de métodos, técnicas ou seqüências curriculares. É por ir além disso que hoje temos registros de algumas experiências brasileiras bem sucedidas, tais como: o cálculo das áreas de figuras planas sem o auxílio de fórmulas (linguagem representacional) na 5ª série; a generalização e a aplicação do teorema de Pitágoras na 6ª série; o ensino de noções de topologia na 1ª série e de probabilidade para a 5ª/8ª séries. Longe de interpretar o ensino de modo mecanicista e de valorizar somente o seu aspecto representacional, deveríamos ver a sala de aula como melhor fonte de onde podem surgir questionamentos ao proposto pelos livros didáticos e programas oficiais.

Durante este relato, tivemos a oportunidade de perceber respostas para aquelas perguntas que colocamos na introdução.

A abordagem em termos de ensino feita somente no sentido lógico do conhecimento não é necessariamente a melhor abordagem para uma efetiva aprendizagem; ao contrário, quando consideramos os aspectos psicológicos do nosso aluno ou quanto valorizamos o seu saber com relação ao objeto de conhecimento matemático temos maior sucesso escolar. A maneira como tradicionalmente realizamos nosso trabalho de ensino, principalmente por não valorizar o processo da aprendizagem da criança, influi negativamente em seu aproveitamento, acentuando suas dificuldades. Para que se chegue à linguagem formal e rigorosa, tão importante na matemática como em qualquer outra área do conhecimento, é necessário valorizar, num primeiro momento, a linguagem **natural** da criança, e para que se chegue aos conceitos cientificamente elaborados é necessário valorizar, como ponto de partida, os conceitos que a criança já tem sobre os objetos de conhecimentos.

BIBLIOGRAFIA

AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro, Interamericana, 2ª ed., 1980

LURIA, A.R. & YUDOVICH, F.I. *Liguagem e Desenvolvimento Intelectual na Criança*. Porto Alegre, Artes Médicas, 1987.

VIGOTSKY, L.S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo, Martins Fontes, 1987.

NOVAK, J.D. *Uma Teoria da Educação*. São Paulo. Pioneira Editora, 1981.

LORENZATO, S. *Subsídios Metodológicos para o Ensino da Matemática - Cálculo de Áreas de figuras Planas*, Tese de Doutorado. UNICAMP, 1976.

SOUZA LIMA, R.N. *Topologia*, Mimeo. UFMG, 1985.

RABELO, E.H. Somando os números à escrita. in *Revista AMAE Educando* 1992.

RABELO, E.H. e ABREU, M.D. Uma Proposta de Avaliação. *Revista AMAE Educando*, 1992.