A CONCEPÇÃO DE MATEMÁTICA DE AUGUSTE COMTE

Circe Mary Silva da Silva*

Uma análise da concepção de Matemática segundo Comte só é possível dentro do contexto de sua Filosofia. Comte não pensa em Matemática de forma dissociada de sua concepção filosófica. Ele tentou realizar em sua obra Filosofia Positiva (1830-1842) a síntese dos conhecimentos **positivos**[1] de sua época. Estudando cada ciência em seus princípios, regras e artifícios particulares, sistematizou o que havia em comum entre os **métodos** e os princípios. A maioria dos autores que analisam a obra de Comte esquecem ou não levam em conta um aspecto fundamental desta obra, que é o fato de que Comte tinha em vista uma **meta** social. A **Filosofia Positiva** é uma resposta à pergunta - qual é o princípio que deve orientar uma sociedade organizada? A Filosofia Positiva é considerada por Comte como a **única** base sólida da reorganização social. Para ele, a divulgação e propagação da Filosofia Positiva deveria servir para uma radical renovação do conjunto do sistema de ensino, do qual a formação científica constituiria a base.

Comte constrói sua Filosofia Positiva baseada nas **Ciências**. O ensino deve seguir a ordem por ele utilizada para a classificação das ciências; essa obediência, a seu ver, é indispensável à renovação do sistema intelectual. Comte vive numa sociedade em que a ciência alcançou um relativo desenvolvimento, novas áreas do conhecimento surgiram, a técnica se aprimorou com auxílio da ciência, e, como resultado disso, a sociedade como um todo via a ciência como sinônimo de progresso. Por outro lado, Comte percebe o perigo que representa a especialização exagerada e clama contra ela. Não há ainda com Comte uma verdadeira posição crítica com relação à ciência, mas já há uma percepção muito clara do dilema entre *pesquisa* e *ensino*. A pesquisa especializada faz com que se perca a visão do todo. Esta é uma afirmação que Comte irá repetir em todo o "Cours", em sua correspondência e em outras obras. Será exatamente esta postura que ele salientará em sua abordagem da Matemática.

Uma segunda fonte de sua

* Docente do Departamento de Matemática, Estatística e Computação da Universidade de Caxias do Sul - RS.

Filosofia está na ligação do sistema de ciências com a função social e a própria concepção de ciência. Comte aspirou a uma síntese das ciências de seu tempo e fixou os fundamentos de uma nova ciência: a Sociologia. O seu sistema tem dois pilares: de um lado, está o método positivo e, de outro, a classificação hierárquica. Esta dicotomia também está presente na ciência fundamental - a Matemática -, inclusive na divisão que nela estabelece em Matemática Abstrata (Álgebra) e a Matemática Concreta (Geometria e Mecânica).

Na introdução do "Cours", além de todo o primeiro capítulo, que é dedicado à definição de Filosofia Positiva, Comte chama a atenção para o sentido que dará a esse conceito:

> "*por filosofia positiva (...) entendo tão somente o estudo próprio das generalidades das diferentes ciências, concebidas como submetidas a um único método e como formando as diferentes partes de um plano geral de pesquisas*" (Comte, 1969, viii).

Essa declaração revela que a ciência, para Comte, não apenas possui uma racionalidade, na qual o método científico está fundamentado, mas também desempenha um papel social. Aí está a justificativa do desenvolvimento de "um plano geral" de pesquisa. A ciência diz respeito não apenas ao intelecto dos cientistas mas também a uma oportunidade social.

A meta de Comte em seu Curso de Filosofia Positiva não é apenas fazer um tratado sobre as ciências positivas, mas sim considerar as relações de cada ciência positiva com o sistema positivo como uma todo; isto é, considerar a dupla relação entre método e princípios. Segundo Comte, o verdadeiro espírito positivo surge na superação de um especialismo individualista:

> "*Uma filosofia diretamente oriunda das ciências encontrará provavelmente seus mais perigosos inimigos naqueles que as cultivam hoje. A principal fonte desse deplorável conflito consiste na especialização cega e dispersiva que caracteriza profundamente o espírito científico atual, segundo sua formação necessariamente parcial, acrescida da complicação crescente dos fenômenos estudados [...]. Essa marcha provisória, que uma perigosa rotina acadêmica se esforça hoje por eternizar, sobremaneira entre os geômetras, desenvolve a verdadeira positividade em cada inteligência; no entanto, atingindo uma fraca porção do sistema mental, deixa todo o resto sob o vago regime teológico-metafísico, ou*

abandona-o a um empirismo ainda mais opressivo. Por isso, o verdadeiro espírito positivo, que corresponde ao conjunto dos diversos trabalhos científicos, se encontra, no fundo, na impossibilidade de ser plenamente compreendido por aqueles que assim o prepararam naturalmente" (Comte, 1844, 163).

Comte apresentou quatro propriedades gerais que caracterizam a filosofia positiva:

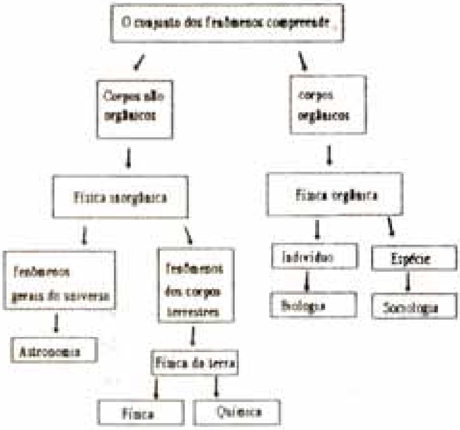
1) o estudo da ciência positiva nos fornece o único meio racional de por em evidência as leis lógicas do espírito;
2) a filosofia positiva deve conduzir a uma transformação do nosso sistema de educação;
3) o ensino científico pode ser considerado como a base da educação geral verdadeiramente racional. Mas o estudo das ciências não tem apenas o objetivo de transformar a educação, mas deve também ser o suporte para o desenvolvimento de ciências especializadas;
4) a filosofia positiva pode ser considerada como a única base sólida da reorganização da sociedade.

O filósofo francês acentua que não há unidade indispensável senão a unidade do método; quanto à doutrina, não é necessário que ela seja única, é suficiente que seja homogênea.

A Filosofia Positiva baseia-se em duas leis: a primeira delas refere-se aos três estados do desenvolvimento do pensamento humano, e a segunda, é a que classifica e hierarquiza as ciências.

A lei dos três estados é uma espécie de tipologia do pensamento e compreende 3 níveis. Conforme a formulação de Comte, esta lei consiste no seguinte: cada uma de nossas concepções, cada ramo de nosso conhecimento, passa sucessivamente por três estados teóricos diferentes: o estado teológico ou fictício, o estado metafísico ou abstrato e o estado científico ou positivo. Ou seja, há três métodos diferentes de filosofar. O primeiro é o ponto de partida necessário à inteligência humana, o terceiro, seu estado fixo e definitivo e o segundo é o que se destina a servir de transição entre o primeiro e o terceiro.

A segunda lei, que classifica e hierarquiza as ciências, é a denominada lei enciclopédica. Para Comte, a fim de se obter uma classificação natural e positiva das ciências fundamentais, é necessário que se proceda a uma comparação dos diversos fenômenos. É na dependência dos fenômenos que se encontrará a interrelação dos diversos estudos científicos. Apoiado nessa premissa, Comte procede, então, ao que poderíamos chamar de classificação das ciências, tendo como ponto de partida uma classificação dos fenômenos.



Quadro 1

O próprio filósofo observa que há uma lacuna nesta classificação. Falta determinar o lugar da Matemática. Ele alega ser proposital essa ausência em vista da importância da Matemática. Mas parece que na realidade o problema não é bem esse. Comte teve dificuldade de classificar a Matemática, exatamente por causa de seu objeto. Via a Matemática sob duas perspectivas: de um lado como uma física, como uma ciência natural, e de outro, como uma lógica, como um método, como a base para a Filosofia Positiva. Este duplo caráter da Matemática se expressa terminologicamente na sua distinção entre Matemática abstrata e Matemática concreta. A Matemática, portanto, é um caso especial dentro da teoria classificatória de Comte. Embora para ele ela seja uma física e, portanto, uma ciência, ao mesmo tempo que uma lógica, ele precisa vê-la como um todo, a fim de que ela entre na classificação e hierarquização das ciências em seu sistema. Comte supera o problema, colocando-a como o ponto de partida de sua Filosofia Positiva. Ela é a mais simples e geral de todas as ciências. Então, as ciências hierarquizam-se na fórmula enciclopédica em: Matemática, Astronomia, Física, Química, Biologia e Sociologia.

A interessante propriedade desta lei enciclopédica reside no fato de que ela constitui-se num verdadeiro plano, totalmente racional, para a formação científica. Somente pela sua observância é possível alcançar-se uma verdadeira instrução integral. Embora o método seja fundamentalmente o mesmo em cada ciência, cada uma delas desenvolve um processo característico, de tal forma que só é possível alcançar-se o método positivo quando cada ciência foi estudada segundo a ordem enciclopédica.

O objetivo da Filosofia de Comte é colocar o desenvolvimento da sociedade sob uma base racionalmente científica e evitar crises e revoluções. Conforme Saint-Simon, "*a filosofia do século XVIII foi revolucionária, enquanto que a do século XIX deve visar à organização*". Ao mesmo tempo, ela precisa se unir com a ciência, a fim de se tornar racional.

A concepção comtiana do conhecimento pode ser entendida como uma concepção funcional do saber. O sistema de Comte apóia-se em dois pilares: o método, de um lado, e a enciclopédia dos conhecimentos de outro. Uma concretização disto pode ser vista na Matemática, quando ele a divide em abstrata e concreta[1].

Especificamente sobre a Matemática, Comte dedicou 15 capítulos do primeiro volume da Filosofia Positiva. O seu objetivo era dar uma visão geral sobre o conjunto da Matemática, a fim de que a pesquisa especializada não obscurecesse a visão da ciência como um todo. Esta tendência generalista de Comte justifica-se por causa de sua preocupação constante com o ensino: o importante é a aquisição de uma formação geral. A base segura desta formação reside no conhecimento de todas as seis ciências fundamentais, pelo menos nos seus aspectos mais gerais. Como base para o ensino, Comte elegeu a disciplina mais geral e mais simples, conforme seu modo de ver, ou seja, a Matemática.

Comte criticava duramente os geômetras, terminologia da época para designar os matemáticos, porque eles se ocupavam muito pouco das generalidades matemáticas, absorvidos que estavam com as aplicações e esqueciam, portanto, a filosofia da ciência. Defendia a tese de que o espírito filosófico trazia inerentemente comparações generalizadoras e isto era o suficiente para que repudiasse as especializações.

Comte percebia que o constante desenvolvimento da Matemática tornava-a cada vez mais especializada e que o progresso e a pesquisa faziam com que se perdesse a visão de conexão entre as partes dessa ciência. O progresso, ao qual ele se referia, não se limitava apenas à teoria, mas também às suas aplicações. Em sua opinião, era necessário que as partes se unissem num sistema único a fim de que esta mesma ciência não perdesse o seu caráter filosófico e a fim de que se preparasse para novos progressos.

A partir de meados do século XIX, começa a surgir uma concepção de Matemática diferente daquela do século anterior. Essa diferenciação, de forma esquemática, pode ser vista no Quadro 2.

De uma definição de matemática como "a ciência da quantidade", que é ainda uma concepção defendida nos séculos XVII e XVIII, vê-se uma transição para um conceito de ciência matemática, onde os objetos passam a ser relações, funções[3]. A essa nova linha pertence também Comte.

Para ele, a Matemática como ciência positiva só iniciou com Descartes. O surgimento da ciência é marcado pelos nomes de Bacon, Descartes e Galileu, momento este em que o espírito positivo começou a se manifestar. A descoberta da Geometria Analítica por Descartes, segundo ele, mudou a face da ciência matemática. Na opinião de Boyer, essa revolução a que

Comte e Chasles se referem é exagerada. Comte viu nessa descoberta o verdadeiro germe de todos os progressos posteriores, porque foi o resultado de uma aproximação que se estabeleceu entre dois saberes que anteriormente estavam isolados. Essa fantástica aproximação consistiu em unir-se o abstrato (Álgebra) com o concreto (Geometria). O mundo de Comte é ainda o mundo cartesiano, que rejeita todo o conhecimento provável e aceita somente aquelas coisas que podem ser conhecidas sem nenhuma dúvida.

A Matemática abstrata é formada apenas pelo Cálculo, ou seja, pela Aritmética, Álgebra e Análise, enquanto que a Matemática concreta compreende a Geometria e a Mecânica. O caráter filosófico da Matemática concreta é essencialmente experimental, físico e fenomenalístico, enquanto que o abstrato, ao contrário, é, em primeira linha, lógico e racional.

Quando Comte pensa em termos de Matemática abstrata, vê apenas uma lógica, uma linguagem, um método, e, portanto, não há objeto matemático; todavia, na Matemática concreta, há objetos matemáticos que são oriundos da empiria.

Com o objetivo de facilitar a análise da concepção comtiana de Matemática, elegi inicialmente algumas categorias, tais como a oposição entre "Matemática abstrata e Matemática concreta", termos introduzidos pelo próprio filósofo, e uma outra polaridade, a qual denominei "Matemática exemplar versus Matemática especializada". Ambos os pares de categoria não são meras abstrações, mas foram concebidas a partir de um ponto de vista que parece apropriado para entender o papel de dois matemáticos, Lagrange e Fourier, na obra de Comte. Fourier incorpora de modo exemplar a conexão entre "Matemática abstrata e concreta", enquanto que a concepção de Lagrange é, para Comte, do ponto de vista filosófico, perfeita e ideal. A concepção algebrista de Matemática de Lagrange parece ser também para o nosso filósofo a base ideal para o ensino. Essa opinião insere-se numa tendência geral, na qual o ensino da matemática é essencialmente

Século XVIII	Meados do século XIX
Os objetos da Matemática são as quantidades	Os objetos da Matemática são as funções
A linguagem matemática e sua interpretação formam uma unidade	A Matemática abstrata separa-se de sua interpretação ou aplicações
A Matemática pura ou aplicada são inseparáveis e a Matemática é o conhecimento sobre o mundo	A Matemática torna-se uma espécie de metodologia ou metaconhecimento

Quadro 2

orientado pela visão algebrista do século XVIII.

Lagrange, ao lado de Fourier, desempenha um papel extremamente importante na obra de Comte, principalmente no que se refere à Matemática. A análise dessa influência não é tarefa fácil, nem tampouco trivial, como se pode pensar a princípio.

Em sua carta à Academia de Ciências em 1836, diz Comte que as duas capacidades, "aptidão à pesquisa" e "aptidão para o ensino", em geral, não se encontram reunidas em uma só pessoa. Todavia, há exceções, reconhecidas por ele próprio. Em alguns gênios, essas habilidades coexistem - "gênios eminentes e excepcionais" diz ele, referindo-se especificamente a Lagrange, Descartes e Leibniz.

Na quinta lição do "Cours", na qual são abordadas as considerações gerais sobre o cálculo das funções indiretas, Comte manifestará o seu entusiasmo pela simplicidade e perfeição lógica da concepção de derivadas de Lagrange, que conseguiu estabelecer a unidade filosófica no conjunto da análise matemática. Não há, para ele, dúvidas quanto ao valor da fundamentação filosófica da concepção de cálculo de Lagrange. É neste trabalho que este conseguiu reduzir a análise transcendente a um sistema puramente algébrico. Esta tarefa foi realizada, segundo Comte, com grande perfeição. Não obstante reconhecer a importância da contribuição de Lagrange, não se furta a observar que este sistema não é apropriado para as aplicações (Comte, 1969, p.109).

A idéia básica de Lagrange foi fundamentar o Cálculo sobre uma base algébrica. Em uma carta a Euler, datada de 1759, ele diz:

> "*Eu próprio já formulei os elementos de Mecânica e de Cálculo diferencial e integral para uso de meus alunos, e, na medida do possível, creio ter desenvolvido a verdadeira metafísica de seus princípios*" (Lagrange, 1759).

Uma justificativa clara a respeito de sua recusa em empregar os infinitamente pequenos, ou seja, sobre aquilo que ele entende acerca da verdadeira metafísica de seus princípios, será dada no "Discours sur l'objet de la théorie des fonctions analytiques" publicado no Journal de l'École Polytechnique em 1799. Neste artigo, Lagrange critica a forma pela qual Euler, Maclaurin e D'Alembert empregaram as considerações sobre os limites, pois, segundo ele, para evitar os inifitamente pequenos, Euler considerou as diferenciais nulas, chegando assim a expressões vagas e absurdas como a divisão de zero por zero. Além disso, as considerações sobre os limites não passam de meras aproximações para Lagrange:

> *"a subtangente não é mais que, a rigor, o limite das subsecantes, pois nada impede a subsecante de aumentar mais quando ela se torna subtangente; (...) a circunferência do círculo, com relação aos polígonos inscritos e circunscritos, porque, por maior que seja o número dos lados, jamais o polígono interior sairá do círculo, nem o exterior entrará nele"* (Lagrange, 1877, pp.325-26).

Foi somente em 1960 que os infinitésimos foram verdadeiramente reabilitados, com a obra de Abraham Robinson sobre "Non-Standard Analysis", onde ele estende o corpo dos números reais para o corpo *R, no qual os "números" infinitamente pequenos e infinitamente grandes são incluídos no corpo dos reais[4].

Lagrange não exclui a possibilidade de que se possa fundamentar rigorosamente o Cálculo através da consideração dos limites. Todavia, segundo ele, esse modo de proceder permite que elementos "estranhos" ao espírito da análise penetrem nos seus fundamentos. Ao contrário, a verdadeira metafísica do Cálculo, segundo Lagrange, é de que façam parte de seus fundamentos apenas os primeiros princípios e as operações fundamentais destes. O Cálculo Diferencial deve ser, portanto, reconduzido a uma origem puramente algébrica.

Comte compartilha com Lagrange a mesma opinião: os infinitésimos são para ele "entes metafísicos" que não podem servir como fundamento de uma ciência. Todavia, Comte manifestará uma posição contrária à de Lagrange com relação a alguns aspectos da Mecânica Racional, particularmente no que diz respeito à composição de forças.

A concepção de Álgebra de Lagrange é mais ampla do que a normalmente encontrada entre os matemáticos do século XVIII. Em sua obra de 1806 intitulada "Leçons sur le calcul des fonctions", Lagrange afirma que a Álgebra pode ser considerada como a ciência das funções.

> *"O Cálculo das funções tem o mesmo objeto que o Cálculo diferencial, tomado no seu sentido mais amplo (...). Além disso, ele serve para ligar diretamente o Cálculo diferencial à Álgebra, podendo-se, portanto, dizer que constitui, até o presente, uma ciência separada"* (Lagrange, 1806, p.7).

Uma concepção semelhante à de Lagrange sobre a Álgebra pode ser encontrada em Comte:" [...] **vê-se que a Álgebra pode ser definida, em geral, como tendo por objeto a resolução das equações**, *o que, não obstante pareça de início demasiado* *restrito, é contudo suficientemente abrangente, desde que se tomem essas expressões em sua acepção lógica plena, o que significa transformar as funções implícitas em funções explícitas equivalentes: do mesmo modo, a Aritmética pode ser definida como sendo destinada à avaliação das funções. Assim, contraindo as expressões até seu mais alto grau, creio poder dar de modo claro uma idéia precisa dessa divisão, ao dizer, como farei daqui por diante, para evitar as perífrases explicativas,* **que a álgebra é o cálculo das funções**, *e a aritmética o cálculo dos valores*" (Comte, 1969, p.89).

Até o século XIX a Álgebra se limitava quase que exclusivamente à resolução de equações algébricas. Comte partilhava também dessa concepção, o que implicava a ausência de uma visão geral daquela ciência.

Segundo Comte, mais do que qualquer outro matemático, foi Fourier que conseguiu, de um modo muito amplo, penetrar na Filosofia da Matemática. Isto significa que foi ele quem melhor entendeu a relação íntima e contínua entre o abstrato e o concreto ("relation intime et continue de l'abstrait au concret"). A relação entre o concreto e o abstrato resume de uma forma simples e clara as idéias de Comte sobre a Filosofia da Matemática: ser um matemático-filósofo significa saber unir o abstrato ao concreto e ainda ser capaz de fornecer aplicações concretas para teorias abstratas e vice-versa. Isto significa, em última instância, poder produzir uma relação entre o objetivo e o subjetivo.

Comte via em Fourier um modelo de matemático-filosófo, por ter conseguido mostrar, no exemplo do fenômeno do calor, ser possível uma interpretação abstrata. Fourier estabeleceu o modelo teórico para o fenômeno do calor, ou seja, estabeleceu equações diferenciais para traduzir este fenômeno. Além disso, propôs uma teoria geral sobre o desenvolvimento de funções em séries trigonométricas, que possibilitava resolver estas equações. E não apenas isso: era possível a aplicação da teoria de Fourier em várias áreas da Matemática.

A teoria do desenvolvimento de funções em séries trigonométricas de Fourier ainda não estava apoiada em bases rigorosas. Ele considerava que qualquer função poderia ser desenvolvida em uma série trigonométrica. Tanto Fourier quanto Comte e outros matemáticos da época demonstravam dificuldades de compreender o que é uma função. Comte não conseguia definir uma função abstrata, contentando-se em enumerar um conjunto de funções analíticas. Para ele, assim como para Lagrange, uma função é quase um sinônimo de equação. Com Dirichlet, discussões mais aprofundadas sobre o tema seriam desenvolvidas. Em seu famoso artigo de 1829, publicado no Journal de Crelle, levantou questões sobre a integrabilidade de funções e definiu uma função que é descontínua em todos os seus pontos.

Tanto Fourier quanto Comte viam na Matemática o modelo de ciência "par excellence". Ambos partilhavam a crença de que a análise matemática era o instrumento para se entender as outras ciências, isto é, a ferramenta sem a qual não se poderia fazer progressos nas demais ciências.

Fourier, em seu "Éloge Historique de Laplace", em 1829, trata a Matemática como uma ciência exemplar. Ele considerava Lagrange, depois de Euler, o geômetra que mais contribuiu para a fundamentação da Matemática. Com essa fundamentação, a análise matemática tornou-se uma ciência completa e rigorosamente demonstrada. Segundo ele, dentre todas as teorias, é a única que, além de ser auto-suficiente, é capaz de esclarecer todas as outras, o que define seu caráter essencialmente necessário às demais ciências, as quais sem a sua ajuda permaneceriam muito imperfeitas.

A mesma visão da análise matemática é compartilhada por Comte. A análise matemática é uma ciência instrumental, que serve para as demais ciências, e sem ela não há possibilidade de que elas alcancem algum progresso.

> "*As teorias analíticas, mais simples e mais gerais do que as da matemática concreta, são, em si mesmas, essencialmente independentes, ao passo que estas têm, ao contrário, por sua própria natureza, uma necessidade contínua daquelas, sem cujo auxílio praticamente não poderiam progredir*" (Comte, 1975, p.83).

Além disso, ela é a ciência que já alcançou um estágio de perfeição que as demais ainda não atingiram.

Auguste Comte começou a escrever sobre a Filosofia da Matemática em 1819. Pode-se, depois de um século e meio, então, formular a pergunta: o que ele entendia por Filosofia da Matemática? Uma resposta a esta pergunta não é simples. Em 1819, Comte dizia que, para que se pudesse realizar uma "Filosofia da Matemática", seria necessário deixar de lado os detalhes desta ciência e apenas se dedicar ao seu estudo geral. A diferença entre um espírito científico e um espírito filosófico reside, segundo ele, no fato de que o primeiro aspira à "positividade", enquanto que o segundo procura a "generalidade". Por esse motivo, Comte queria ver a Matemática como um todo. Não se pode, segundo ele, desenvolver nenhuma Filosofia de um única disciplina, sem que primeiro se tenha uma perspectiva da ciência como um todo, ou, dito de outra forma, sem anter ter como fundamento uma enciclopédia das ciências.

Se quisermos obter uma visão geral da concepção de Matemática de

Comte, podemos dizer que, para ele, os objetos da Matemática - e aqui me refiro à Matemática concreta -, não são construídos. Os objetos da Matemática são dados; eles existem, isto é, são seres quase empíricos. Comte não formulou nenhuma teoria nova na Matemática; seu mérito parece ter sido organizar os conteúdos de Matemática de uma forma sistemática, de tal maneira que eles pudessem ser aplicados ao ensino. Concluindo, as preocupações levantadas por Comte sobre a dicotomia entre pesquisa e ensino da Matemática, a meu ver, continuam atuais, e suas idéias sobre o assunto, merecedoras de nossa atenção.

NOTAS

[1] O significado da palavra "positivo" foi dado por Comte na sua obra de 1848, "Discours sur l'ensemble du positivisme": "*Considerado primeiramente na sua acepção mais antiga e mais comum, o termo positivo designa o* ***real****, por oposição ao quimérico; [...] Num segundo sentido, muito próximo do anterior este termo fundamental indica o contraste do* ***útil*** *e do ocioso; [...] numa terceira significação usual, esta feliz expressão é freqüentemente utilizada para qualificar a oposição entre a* ***certeza*** *e a indecisão; [...] uma quarta acepção comum, muitas vezes confundida com a anterior, consiste em opor o* ***preciso*** *ao vago; este sentido relembra a tendência constante do verdadeiro espírito filosófico para obter sempre o grau de precisão compatível com a exigência das nossas verdadeiras necessidades; [...] É preciso, por fim, notar especialmente uma quinta aplicação, menos utilizada que as outras, embora igualmente universal, quando se emprega o termo positivo como* ***contrário de negativo****. Deste ponto de vista, indica uma das mais eminentes propriedades da verdadeira filosofia moderna, mostrando-a sobretudo destinada, por natureza, não a destruir mas a organizar [...]* (Bastide, 1984, 74f).

[2] Veja maiores detalhes em Silva da Silva, "Positivismus und Mathematikunterricht: Portugiesische und französische Einflüsse in Brasilien im 19. Jahrhundert".

[3] Veja a obra de Cassirer intitulada "Substanzbegriff und Funktionsbegriff".

[4] Veja a obra de Robinson na bibliografia e o artigo de Prestel intitulado "Non-Standart Analysis" in Zahlen, editado em 1988.

BIBLIOGRAFIA

BASTIDE, P. *Auguste Comte*. São Paulo. Edições 70, 1984.

BOYER, C. *History of Analytic Geometry*. New York Scripta Mathematica, 1956.

CARNOT, L. *Reflexion sur la Metaphysique du Calcul Infinitesimal. Paris.* Gauthier-Villars, 1921.

CASSIRER, E. *Substanzbegriff und Funktionsbegriff. Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*, Darmstadt. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1980.

CHARLTON, D.G. *Positivist thought in France during the second empire 1852-1870*. Connecticut, Greenwood Press 1976.

CHASLES, M. *Geschichte der Geometrie*. Wiesbaden. Dr. Martin Sändig oHG, 1968.

COMTE, A. *Rede über den Geist des Positivismus*. Hamburg. Felix Verlag, 1956.

COMTE, A. *Auguste Comte - Écrits de Jeunesse (1816-1828)*. Paris. Archives Positivistes, 1970.

COMTE, A. *Philosophie prêmiere*. Paris. Hermann Editeurs et des Artes, 1975.

COMTE, A. *Cours de Philosophie Positive*.Paris. Bachelier Libraire pour les Mathematiques, 1969.

COMTE, A. *Traité Élémentaire de Géométrie Analytique a deux et a trois dimensions*. Paris. Corilian-Coeury e V. Dalmont, 1843.

COMTE, A. *Traité Philosophique D'Astronomie Populaire*. Paris. Corilian-Goeury, 1844.

COMTE, A. *Correspondence inédite d'Auguste Comte*. Paris. Au siege de la Societe Positiviste, 1904.

COMTE, A. *Nouvelles Lettres Inedites*. Paris, 1939.

D'ALEMBERT, J. *Traité de Dynamique*. Paris, 1743.

D'ALEMBERT, J. *Einleitung zur Enzyklopädie*. Frankfurt. Fischer Taschenbuch Verlag,1989.

D'ALEMBERT, J. *Oeuvres de D'Alembert*. Tome Premier. Genève. Slatkine Reprints, 1967.

DASTON, L. The physicalist tradition in early nineteenth century french geometry. In: *Studies in History and Philosophie of Science* 17, 269-295, 1986.

DESCARTES, R. *Regeln zur Leitung des Geistes*. Hamburg Verlag von Felix Meiner, 1962.

DESCARTES, R. *La Géométrie*. In: La Géométrie Analytique d'Auguste Comte, 1894.

DIRICHLET, L. Sur la convergence des séries trigonométriques qui servent à représenter une fonction arbitraire entre des limites données. In *Crelle Journal*. 4. Volume, 1829.

DUMAS, G. *La psychologie de deux messies positivistes*. Alcan. Saint-Simon et Auguste Comte, 1905.

FICQUELMONT, G. u.a. *Auguste Comte Qui êtes-vous*? Lion. La Manufacture, 1988.

FOURIER, J. *The Analytical Theory of Heat*. New York Dover Publications, 1955.

FRASER, C. Lagrange's Analytical Mathematics, its Cartesian Origins, and Reception in Comte's Positive Philosophy. In: *Studies in History and Philosophy of Science*. Toronto, 1990.

GOERGEN, P. *Der Positivismus Auguste Comte und seine Auswirkungen in Brasilien*. Dissertation. München, 1975.

GOUHIER, H. *La jeunesse d'Auguste Comte et la formation du positiviste*, 3. Volume. Paris, Libraire Philosophique J. Vrin, 1937.

GRATTAN-GUINNESS, I. *Joseph Fourier 1768-1830*, London. The Massachusetts Institute of Technology, 1972.

LAGRANGE, J.L. *Mathematische Elementarvorlesung*. Leipzig Teubner, 1880.

LAGRANGE, J.L. *J.L. Lagrange's mathematische Werke*: Über dei Auflösung der numerischen Gleichungen von beliebigen Graden. Berlin. G. Reimer, 1824.

LAGRANGE, J.L. *Leçons de Calcul de Fonctions*. Paris. Novel Edition, 1806.

LAGRANGE, J.L. *Oeuvres de Lagrange*. Paris. Tome Treizième. Gauthier-Villars, 1882.

LEIBNIZ, G.W. *Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie*: (editor) Cassirer. Hamburg. Verlag von Felix Meiner, 1966.

LEVY-BRUHL, L. *The Philosophy of Auguste Comte*. London. Swan Sonneschein, 1903.

MILL, J. *Auguste Comte und der Positivismus* Aalen. Scientia Verlag, 1968.

MISCH, G. [1900]. *Zur Entstehung des französischenPositivismus*.Darmstad Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1969.

EWTON, I. *The Mathematical Papers of Isaac Newton*. Cambridge At the University Press 1972 und vol. VII, 1976.

PRESTEL, A. Non-standard analysis. In *Zahlen*. Berlin. Springer Verlag, 1988.

ROBINSON, A. *Non-standard analysis*. Amsterdam. North-Holland. London, 1966.

SILVA DA SILVA, C. *Positivismus und Mathematikunterricht: Portugiesische und französische Einflüsse in Brasilien im 19. Jahrhundert*. Diss. IDM, Bielefeld, 1991.

STANDLEY, A. *Auguste Comte*. Bost on. Twayne Publishers, 1981.

WUBING, H. und Arnold, W. (Editor) *Biographien Bedeutender Mathematiker*. Berlin, Volk und Wissen Volkseigener, 1975.

WUBING, H. *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*. Berlin, Deutscher Verlag der Wissenschaften,1989.