

RETROSPECTIVA HISTÓRICA E PERSPECTIVAS ATUAIS DA ANÁLISE DE ERROS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*

Helena Noronha Cury**

Resumo

O presente artigo apresenta uma retrospectiva histórica da análise de erros em Educação Matemática, apontando as diversas fases, a saber: as investigações apoiadas no behaviorismo, no processamento da informação e no construtivismo. Na primeira fase, as pesquisas procuravam, principalmente, classificar os tipos de erros cometidos por alunos dos primeiros anos escolares. Sob a ótica do processamento da informação, foram desenvolvidos programas de computador para detectar padrões de erros. Já sob a perspectiva construtivista, os investigadores destacam o papel do erro na construção do conhecimento.

Entre os pesquisadores que se dedicam, atualmente, à análise de erros, encontramos Raffaella Borasi, que apresenta várias alternativas para o uso dos erros, segundo o objetivo didático e o foco de interesse do investigador. A partir do esquema de Borasi, são apresentados exemplos de uso dos erros no ensino de Cálculo Diferencial e Integral.

Palavras-chaves: análise de erros; avaliação; ensino de matemática

Abstract

The presente article offers a historical retrospective of error analysis in Mathematics Education, pointing out different phases, which are: investigations based on behaviorism, on information processing and on constructivism. In the first phase, the research aimed, mainly, to classify the types of errors made by students in the early school years. Computer programs have been developed to detect patterns of errors under the information processing point of view. According to the constructive approach,

* O presente artigo é uma adaptação do Capítulo 5 da Tese de Doutorado da autora, citada por Cury (1995) em *Erros em Educação Matemática*.
** Professora de Educação pela UFRGS e Docente do Instituto de Matemática da PUC-RS.

researches enhance the role of the error in the building of knowledge.

Among the researchers that are nowadays dedicated to error analysis we find Raffaella Borasi, who presents several alternatives for the use of errors, according to the researcher's didactic purpose and focus of interest. From Borasi's scheme, examples of use of errors in the teaching of differential and integral calculus are discussed.

Key Words: error analysis; assessment; mathematics teaching

Analisar os erros cometidos pelos alunos em questões de provas de verificação é uma das tarefas desempenhadas pelos professores de Matemática, em qualquer nível de ensino. A forma de avaliar esses erros, no entanto, varia de professor para professor: alguns estão preocupados, unicamente, em detectar os erros, sem discuti-los com os alunos; outros, aproveitam os erros encontrados e retomam o conteúdo em questão, permitindo que os alunos identifiquem suas dificuldades e tentem superá-las; outros, ainda, exploram os erros com os alunos, questionando os limites de validade da resposta dada ou, mesmo, tentando entender como os alunos raciocinam ao resolver a questão. Em qualquer uma das formas de considerar os erros dos alunos, os professores estão agindo, em geral, conforme suas concepções e crenças sobre a natureza da Matemática, sobre a melhor forma de ensiná-la e sobre o que significa *aprender Matemática*.

Para tentar entender as relações entre essas concepções e as formas de avaliar os erros, realizamos uma pesquisa com professores universitários de Matemática, aplicando questionários e realizando entrevistas (CURY, 1994). De uma maneira geral, os professores participantes dessa investigação parecem assumir uma concepção *absolutista* da Matemática, vendo-a como o domínio do conhecimento incontestável e das verdades absolutas. Em termos de avaliação, a grande maioria dos entrevistados afirma realizar provas escritas para verificação da aprendizagem e buscar a eliminação dos erros encontrados, alertando os alunos quanto à sua ocorrência, para não haver repetição futura.

Para fundamentar a referida pesquisa, apoiamo-nos em pesquisas sobre concepções e crenças dos professores, sobre práticas avaliativas e sobre erros. No presente texto, reportamo-nos à análise de erros, apresentando um retrospecto de trabalhos realizados na área e uma visão das novas possibilidades apontadas por alguns pesquisadores.

A análise de erros é uma abordagem de pesquisa em Educação Matemática que vem sofrendo as influências das teorias vigentes, em diferentes épocas, tanto na Pedagogia, quanto na Psicologia. No início do século XX, Watson lança, nos Estados Unidos, a revolução behaviorista, afirmando que a psicologia é uma ciência objetiva, e que seu tema é o estudo da conduta observável. Inseridas nesse paradigma, estão as idéias de Thorndike sobre a associação entre estímulo e resposta. Em *Psychology of Arithmetic*, ele sugere que a missão dos professores é selecionar vínculos estímulo-resposta que permitam aos alunos efetuarem cálculos e resolverem problemas (Cf. RESNICK e FORD, 1990).

Colaboradores de Thorndike pesquisaram as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de problemas de aritmética. Knight e Behrens, por exemplo, registraram os erros cometidos por alunos de 2º ano, ao praticarem adições e subtrações de naturais com resultado inferior a 20. A análise de erros limitava-se ao cômputo do número de vezes em que uma operação tinha que ser apresentada para que o aluno desse a resposta correta, ou o tempo necessário para o aluno resolver a operação. Eram organizadas escalas de dificuldades, para auxiliar o professor a suprimir a conduta errônea dos alunos (Cf. RESNICK e FORD, 1990).

Os trabalhos em análise de erros, nessas primeiras décadas do século XX, estavam restritas às pesquisas sobre erros em aritmética, cometidos, portanto, por alunos dos primeiros anos escolares. Uma exceção foi a pesquisa de Smith, realizada com alunos de *high school*, sobre erros em demonstrações de Geometria Plana (SMITH, 1940 a, 1940 b).

Na Alemanha, por essa época, havia também o interesse pela análise de erros, sob a influência da Gestalt e da Psicanálise. No entanto, não houve intercâmbio entre os pesquisadores americanos e europeus. Segundo RADATZ (1980), a análise de erros didaticamente orientada, na Alemanha, foi iniciada por Weimer cujo interesse se ligava ao estabelecimento de padrões individuais de erros.

Uma segunda fase na análise de erros aconteceu a partir dos anos 50, sob o enfoque do processamento da informação. A cibernética de Wiener, a teoria da informação de Shannon, os trabalhos de Bruner e as experiências de Newell e Simon abriram novas portas para pesquisas nas mais diversas áreas, sugerindo novos métodos e novas abordagens para os problemas estudados.

Mesmo discordando em vários pontos, os teóricos do processamento da informação compartilham o pressuposto de que a mente

humana possui uma estrutura semelhante a de um computador, processando informações através de uma série de *memórias*.

Sob a ótica do processamento da informação, muitos pesquisadores utilizam os protocolos verbais em seus trabalhos de análise de erros. Como salientam NEWEL e SIMON (1972:12), "a análise dos protocolos verbais é uma técnica típica para verificar a teoria e tornou-se, de fato, uma espécie de marca registrada da abordagem do processamento da informação".

Uma das pesquisas dessa fase foi realizada por Lankford, que trabalhou com alunos de 7ª série, resolvendo problemas que envolviam as quatro operações com inteiros e racionais. O entrevistador pedia aos alunos que *pensassem em voz alta*, enquanto resolviam os problemas e, através dos protocolos, eram analisadas as diversas estratégias de resolução e os padrões de erros.

A partir de estudos desse tipo, Brown e Burton desenvolveram um programa de computador, denominado *Buggy*, para estudar os erros sistemáticos cometidos pelos alunos em operações de subtração. Na memória do computador são armazenados todos os procedimentos errôneos já detectados e, a partir desses, o desempenho dos alunos é catalogado (Cf. RESNICK e FORD, 1990).

Essas experiências em análise de erros com utilização de computadores influenciaram várias pesquisas nos Estados Unidos e América Latina, a partir da divulgação em Congressos. Como exemplo, podemos citar o projeto *Dignóstico e análise de erros: subsídios para o processo ensino-aprendizagem em Matemática*, desenvolvido na Universidade Federal do Rio de Janeiro (Cf. Guimarães Jr., 1989).

Tanto sob a perspectiva do behaviorismo, como sob a do processamento da informação, a análise de erros em Matemática tem-se restringido a uma função diagnóstica e reparadora. Os pesquisadores preocupam-se em classificar os erros para permitir aos professores uma modificação nas estratégias de ensino, tornando-as mais eficazes. Parece vigorar, então, a visão absolutista da Matemática, no momento em que os pesquisadores e professores procuram oportunizar aos alunos meios de alcançarem a verdade absoluta, evitando os erros.

Macedo critica essa preocupação da escola com o fazer e com a eficácia, em detrimento do compreender:

Quando a escola falha nesta perspectiva da eficácia, a razão do erro é buscada em muitas fontes: ora é considerado um problema do professor, ora da escola, ora da criança, etc. Mas há sempre um culpado na história (MACEDO, 1990:353).

Parece-nos que, sob as perspectivas já citadas, os pesquisadores não levam em conta o papel da cultura e do inter-relacionamento humano na ocorrência dos erros. Suas experiências são feitas em laboratórios ou, se realizadas em sala de aula, ocorrem em condições especiais, previamente planejadas. O aluno é solicitado a dar resposta a um problema ou a fazer alguns cálculos; porém, se no seu cotidiano ele tem outras formas de resolver tais questões, se a interação com os colegas tem ou não influência em suas resoluções, essas são questões que, em geral, os pesquisadores não formulam, perdendo, assim, a oportunidade de verificar as reais condições do aluno como ser humano, inserido em uma determinada cultura e sociedade.

A abordagem construtivista, a partir da obra de Piaget, tem outra visão do erro. Vários autores que seguem essa tendência têm apontado os defeitos das outras abordagens. Bessot, por exemplo, critica os que buscam apenas eliminar os erros:

Certas teorias consideram o reforço externo como principal mecanismo desse desenvolvimento: sob esse ponto de vista, os erros são o efeito da ignorância ou da desatenção e dessa forma devem ser evitados em todo o processo de aprendizagem (BESSOT, 1983:474).

Casávola et al. destacam o importante papel dos erros na construção do conhecimento, na perspectiva construtivista, e citam uma frase do próprio Piaget:

(...) um erro corrigido (por ele mesmo) pode ser mais fecundo do que um acerto imediato, porque a comparação de uma hipótese falsa e suas conseqüências fornece novos conhecimentos e a comparação entre dois erros dá novas idéias (PIAGET, apud CASÁVOLA et alii, 1988:43).

A perspectiva construtivista, portanto, apresenta uma visão bem mais aberta, aceitando os erros cometidos pelos alunos e até estimulando a sua ocorrência, considerando as possibilidades que se abrem para o sujeito construtor do conhecimento.

Gostaríamos de assinalar, ainda, as atividades que vêm sendo realizadas por grupos ligados aos IREMs (*Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques*) franceses, cujos pesquisadores enfatizam mais a noção de obstáculo do que a de erro. Os conceitos referentes a obstáculos têm sua origem na noção de *obstáculo epistemológico*, introduzida por Bachelard em 1938:

Quando se buscam as condições psicológicas do progresso da ciência, chega-se logo a essa convicção de que é em termos de obstáculos que é necessário colocar o problema do conhecimento científico. (...) é no ato mesmo de conhecer, intimamente, que aparecem, por uma espécie de necessidade funcional, lentidões e perturbações. É lá que nós mostraremos as causas de estagnação e mesmo de regressão, é lá que nós descobriremos as causas da inércia que chamaremos de obstáculos epistemológicos (BACHELARD, apud ARTIGUE, 1989:4).

Segundo ARTIGUE (1989), o aparecimento da noção de obstáculo epistemológico em textos de Didática da Matemática teve sua origem em trabalho apresentado por BROUSSEAU, em 1976, em um encontro da Comissão Internacional para o Estudo e Melhoria do Ensino da Matemática. No entanto, o próprio BROUSSEAU (1983, p.173), retomando o texto anterior, diz que "a noção de obstáculo está em vias de se constituir e se diversificar: não é fácil dizer generalidades pertinentes sobre esse assunto". Mais adiante, porém, enfatiza que um obstáculo se manifesta por erros.

Enquanto alguns pesquisadores questionam a idéia de que o obstáculo produz erros (ARTIGUE, 1989), outros fazem distinções entre *dificuldade e obstáculo* (EL BOUZZOUI, 1988) e outros, ainda, preferem utilizar tais termos com o significado da linguagem comum, por acreditarem ser prematuro estabelecer conceituações rígidas (GLAESER, 1985).

Por sua vez, RADATZ (1980), ao fazer uma revisão das pesquisas sobre análise de erros, realizadas nos Estados Unidos e Europa até o final dos anos 70, aponta para a importância dos erros, no sentido de oportunizar o diagnóstico das dificuldades de aprendizagem e de criar condições para avaliar o desempenho individual dos alunos. A análise de erros também serve como *ponto de partida para a pesquisa sobre o processo de ensino-aprendizagem matemático* e como *estratégia de pesquisa promissora para esclarecer algumas questões fundamentais da aprendizagem matemática* (RADATZ, 1980:16).

No entanto, em outro texto, ao apresentar uma classificação das causas dos erros, segundo os paradigmas do processamento da informação, o autor mostra estar preocupado com a eliminação dos erros, pois se refere ao "desempenho exitoso em tarefas matemáticas" (RADATZ, 1979:166). Dessa forma, parece partir do pressuposto de que o professor ensinará um determinado conteúdo e proporá tarefas que lhe permitam avaliar o desempenho do aluno, através dos erros e acertos na resolução.

Mesmo que essa avaliação dos erros possibilite a pesquisa sobre os processos de ensino-aprendizagem, ou sobre o desenvolvimento cognitivo do aluno, não há, em RADATZ, uma preocupação com os aspectos sociais e culturais, com o papel da cultura na formação dos conceitos matemáticos e com a influência dos professores e dos colegas em interação com o aluno. Trata-se de uma visão absolutista, bem de acordo com os paradigmas do processamento da informação nos quais o autor se insere.

Uma abordagem mais ampla sobre as possibilidades da utilização da análise de erros no processo de ensino-aprendizagem é apresentada pela pesquisadora italiana Raffaella Borasi. Incorporando idéias de Kuhn, Lakatos, Piaget e Vergnaud, a autora propõe novos rumos para a análise de erros, fugindo de certas limitações do behaviorismo e do processamento da informação.

Além do papel tradicional da análise de erros, no sentido de identificar e classificar os erros cometidos pelos alunos e propor estratégias para eliminá-los, BORASI (1988) aponta outras possibilidades: usar os erros como instrumentos para explorar o funcionamento da mente (Piaget, Vergnaud); aproveitá-los como elementos fundamentais para o desenvolvimento de uma disciplina (Kuhn, Lakatos); avançar, partindo dos erros em programação de computadores e através do *debugging*, na

compreensão da linguagem de programação utilizada e dos próprios conteúdos trabalhados (Papert).

Todas essas alternativas podem ser analisadas sob o ponto de vista do objetivo didático proposto ao fazer análise de erros e, também, do foco de interesse. Borasi tem apresentado essas alternativas em um quadro-resumo, sucessivamente aperfeiçoado (1985, 1987, 1988), que procuramos, aqui, sintetizar. A pesquisadora considera que analisamos os erros com dois objetivos: eliminá-los ou explorar suas potencialidades. Em qualquer um dos casos, estamos focalizando o conteúdo técnico-matemático do erro, a natureza da Matemática ou o processo de aprendizagem dessa disciplina.

Se o foco de interesse é o conteúdo técnico-matemático do erro e queremos eliminá-lo, procuramos diagnosticar suas causas, pois ele representa uma *falha* no processo; se pretendemos explorá-lo, o erro será considerado um estágio necessário no processo de aprendizagem, pois pode levar a novas descobertas matemáticas.

Se focalizamos a natureza da Matemática em si, a eliminação do erro está ligada ao entendimento da incompreensão do aluno sobre o conceito apresentado e à retomada do assunto sob novos enfoques; se pretendemos explorar o erro, esse pode nos levar à reflexão sobre os limites e características da própria Matemática.

Se estamos interessados no processo de aprendizagem da Matemática, o erro pode ser visto como instrumento de identificação dos problemas do currículo e da metodologia, e, ao resolvê-los, os erros serão eliminados; se, no entanto, queremos explorar o erro, esse pode constituir-se em instrumento para a compreensão dos processos cognitivos dos alunos.

A idéia de Borasi sobre o papel construtivo do erro é diversa da dos piagetianos. Mesmo enfatizando a exploração e a descoberta como objetivos das pesquisas, a autora está considerando o erro como instrumento didático; para Piaget e colaboradores, seu papel é de construtor do conhecimento.

Para esclarecer as possibilidades do esquema de Borasi, vamos tomar exemplos de erros cometidos por alunos de Cálculo Diferencial e Integral, analisados por nós em uma pesquisa realizada na PUCRS (CURY, 1990). No referido trabalho, tentávamos identificar e classificar os erros em soluções de problemas de Cálculo em provas de verificação de aprendizagem. Em uma determinada questão, apresentávamos uma função composta e solicitávamos sua derivada. Independentemente de outros

erros cometidos que se acumulavam na resolução e, também, do tipo de função apresentada, notamos que alguns alunos utilizavam uma regra de derivação incorreta que parecia ter origem em uma *falsa generalização* de outra já conhecida. Por exemplo, se solicitávamos a $D_x(u.v)$, sendo u e v funções de x , alguns alunos respondiam que $D_x(u.v)=u'.v'$, numa espécie de *generalização* da regra da derivada da soma, $D_x(u+v)=u'+v'$. Da mesma forma, na determinação da $D_x(e^x)$, encontramos, em alguns casos, que $D_x(e^x)=x.e^{x-1}$, evidenciando, claramente, que os alunos aplicaram (erradamente) a regra da derivada da potência, $D_x(x^p)=p.x^{p-1}$.

Se se focaliza o conteúdo técnico-matemático, com o objetivo de eliminar o erro, pode-se pensar que houve falhas na apresentação das regras de derivação, e o conteúdo será retomado, reexplicado, e melhor exemplificadas as regras, tentando-se mostrar aos alunos como se faz corretamente. Em termos da natureza do conteúdo matemático, pode-se considerar que não ficou clara a noção de derivada de uma função, e o assunto é retomado sob novos enfoques, lembrando a noção de derivada e a interpretação geométrica.

Quanto ao processo de aprendizagem, sempre com o objetivo de eliminar o erro, pode-se considerar que há falhas no planejamento da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, que os métodos de ensino não estão sendo eficientes ou que os conteúdos poderiam ser melhor distribuídos, para que, no futuro, se pudesse ter mais tempo para estudar a parte operacional da derivação.

Se, no entanto, a preocupação não é com a eliminação dos erros, há, em termos de conteúdo técnico-matemático, uma sugestão para aceitar esse tipo de erro cometido pelos alunos, ou seja, a *falsa generalização* de regras. Partindo da regra incorreta, pode-se jogar com outra abordagem, representando geometricamente o resultado obtido pelos estudantes ou aplicando sua regra em um exemplo prático (velocidade de um móvel, taxa de crescimento ou custo marginal), para explorar o erro no sentido da descoberta das conseqüências da *nova* regra.

Pensando na natureza da Matemática, pode-se partir da regra incorreta e questionar a própria idéia de regra em Matemática: como se deduz uma regra, quais os limites de validade ou que condições devemos impor para utilizá-la. Nessas discussões, é possível explorar certos aspectos gerais da Matemática, tais como a formalização de resultados.

Finalmente, pode-se explorar a *falsa generalização*, no sentido de estudar processos cognitivos complexos. Como salienta Rivière,

Muitos erros são resultados de procedimentos ou algoritmos incorretos que as crianças inventam. A questão é de como chegam a essa invenção e qual o seu significado e coerência em função das estruturas de conhecimento e dos recursos cognitivos que as crianças possuem (RIVIÈRE, 1990:67).

Sintetizando os elementos aqui apresentados, vê-se que as pesquisas em análise de erros podem ser agrupadas em torno de dois objetivos principais: a superação do erro através de sua eliminação ou através da exploração de suas potencialidades. Na primeira categoria, ficam as pesquisas realizadas sob a influência do behaviorismo e do processamento de informação. Em segundo lugar, aparecem os trabalhos mais recentes, de caráter construtivista. Essa divisão não é rígida e podem ser encontrados os dois objetivos em alguns trabalhos. O que distingue as pesquisas, no entanto, é a ênfase na eliminação ou na exploração do erro e as conseqüências do estudo para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Uma discussão sobre esses objetivos e conseqüências pode ser um primeiro passo para uma maior conscientização sobre as várias alternativas que se apresentam para o uso dos erros.

Referências Bibliográficas

- Artigue, Michelle. (1989). Epistemologie et didactique. *Cahier de Didirem*, Paris, n.3, juin.
- Bessot, Annie. (1983). Analyse d'erreurs dans l'utilisation de la suite des nombres par les enfants de la 1.ère anée de l'enseignement obligatoire en France au cours preparatoire (enfants de 6 a 7 ans). In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. *Proceedings*. Boston: Birkhauser, p.474-476.
- Borasi, Raffaella. (1987). *Alternative perspectives on the educational uses of errors*. Sherbrooke, 1987. 12 p. Trabalho apresentado no 3º CIEAEM, realizado em Sherbrooke, Canada, jul.

- Borasi, Raffaella. (1988). Sbagliando s'impara: alternative per un uso positivo degli errori nella didattica della matematica. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, v.11, n.4, p.365-404, apr.
- Borasi, Raffaella. (1985). Using errors as springboards for the learning of mathematics: an introduction. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, v.7, n.3-4, p.1-14.
- Brousseau, Guy. (1983). Les obstacles épistemologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v.4, n.2, p.165-198.
- Casávola, H. M. et al. (1988). O papel construtivo dos erros na aquisição dos conhecimentos. In: Castorina, J.A. et al. *Psicologia genética: aspectos metodológicos e implicações pedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Cury, Helena Noronha. (1994). *As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos*. Porto Alegre, UFRGS. Tese Doutorado em Educação - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Cury, Helena Noronha. (1990). *Erros em soluções de problemas de cálculo diferencial e integral: análise, classificação e tentativas de superação*. Porto Alegre: PUCRS, Instituto de Matemática, 44 p. Relatório de pesquisa. Texto digitado.
- El Bouazzoui, Habiba. (1988). *Conceptions des élèves et des professeurs à propos de la notion de continuité d'une fonction*. Québec: Université Laval. Tese (Doutorado) - Faculté des Sciences de l'Éducation, Université Laval.
- Glaeser, Georges. (1985). Epistemologia dos números relativos. *Boletim GEPEM*, n.17, p.29-124.
- Guimarães JR, Wilson. (1989). Um protótipo para o diagnóstico automático de erros no algoritmo da subtração. In: CONGRESSO NACIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA EM MATEMÁTICA, 2. Rio de Janeiro. *Anais*. Rio de Janeiro: UFRJ, p.2-19.
- Macedo, Lino de. (1990). Para uma visão construtivista do erro no contexto escolar. In: SÃO PAULO. Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Coletânea de Textos de Psicologia: psicologia da educação*. São Paulo, v.1. p.346-362.
- Newell, Allen, Simon, Herbert. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs: Prentice-Hal.
- Radatz, Hendrik. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.10, n.3, p.163-172, May.
- Radatz, Hendrik. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. *Journal of Learning of Mathematics*, v.1, n.1, p.16-20, July.

- Resnick, Lauren B., FORD, Wendy W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós.
- Rivière, Angel. (1990). Problemas y dificultades en la aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. In: Coll, C., Palacio, J., Marchesi, A. *Desarrollo psicologico y educación III*. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar. Madrid: Alianza, p.155-182.
- SMITH, Rolland R. (1940 a). Three major difficulties in the learning of demonstrative geometry. Part I: Analysis of errors. *Mathematics Teacher*, New York, v.33, n.3, p.99-134, Mar.
- SMITH, Rolland R. (1940 b). Three major difficulties in the learning of demonstrative geometry. Part II: Discription and evaluation of methods used to remedy errors. *Mathematics Teacher*, New York, v.33, n.4, p.150-178, Apr.