Escapando de las matemáticas

Lucía Rey-Lorenzo
Mª Elena Vázquez-Abal
Universidade de Santiago de Compostela

Resumen: *El alumnado de Educación Secundaria está expuesto a múltiples estímulos tanto internos como externos, la mayoría de procedencia tecnológica, que dificultan su motivación por las matemáticas. En este artículo se ofrece una experiencia educativa realizada en un grupo de 4 º ESO empleando el recurso de la gamificación y consistente en dos sesiones de Escape Room. La primera dedicada a trabajar con lógica matemática y álgebra, y la segunda enfocada al estudio de los contenidos de geometría y análisis matemático. La experiencia tuvo como objetivo principal lograr un cambio actitudinal positivo del alumnado hacia las matemáticas.*
Palabras clave*: propuesta didáctica, gamificación educativa, resolución de problemas, enseñanza-aprendizaje y Educación Secundaria.*

Escaping mathematics

Abstract: *Secondary Education students are exposed to multiple internal and external stimuli, most of them of technological origin, which make their motivation for mathematics difficult. This article offers an educational experience carried out in a group of 4th Secondary Education course using the resource of gamification and consisting of two sessions of Escape Room. The first dedicated to work with mathematical logic and algebra, and the second focused on the study of the contents of geometry and mathematical analysis. The main objective of the experience was to achieve a positive attitudinal change for students towards mathematics.*
Keywords*: educational proposal, educational gamification, problem solving, teaching-learning and Secondary Education.*

INTRODUCCIÓN

Actualmente, la metodología y el tratamiento de muchos de los contenidos del sistema educativo vigente han quedado en gran parte obsoletos para el alumnado del siglo XXI, ya que la presencia de las nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la sociedad está llevando a cabo importantes cambios en la forma de vivir, de relacionarse y de aprender. Una de las consecuencias de estos cambios es el incremento de la falta de interés que muestra el alumnado hacia materias como la de matemáticas, suponiendo esta motivación un reto cada vez mayor para el profesorado.

Según Luiz Alves de Mattos (1963, p. 159) **motivar** “es despertar el interés y la atención de los alumnos por los valores contenidos en la materia, excitando en ellos el interés de aprenderla, el gusto de estudiarla y la satisfacción de cumplir las tareas que exige”. Además hay que tener en cuenta las metas y objetivos del alumnado ya que originan diversos tipos de motivación (Tapia, 2003).

Las matemáticas son una disciplina que requiere para su asimilación cierto esfuerzo y el uso de estrategias cognitivas de orden superior, así denominadas según la Taxonomía de Bloom, como la abstracción o el pensamiento lógico-deductivo, y el proceso de concreción y generalización a través del cual se pasa de las teorías a la aplicabilidad (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2005). Para trabajar este tipo de procesos, en esta propuesta se intentó promover el **aprendizaje profundo** (Moll, 2018) y el **aprendizaje emocional** (Gómez Chacón, 2000).

Autores como Miguel de Guzmán (2006) señalan que uno de los factores más influyentes en la aparición de emociones negativas relacionadas con las matemáticas es el método docente. Además, según Gómez Chacón (2000), las concepciones epistemológicas del propio profesorado influirán en su práctica de enseñanza y, consecuentemente, en el aprendizaje del alumnado.

La matemática ha sido y es arte y juego.- Miguel de Guzmán (1989)

El juego matemático bien escogido puede conducir a los y las estudiantes, independientemente del nivel, a la mejor posición de observación y aproximación inicial a cualquiera de los temas de estudio con los que se han de enfrentar, mejorando sus habilidades de aprendizaje gracias a la apertura, el desbloqueo, la motivación, el interés, la diversión o el entusiasmo generados.

Para ello, esta propuesta emplea el recurso de la *gamificación* que hace referencia al uso de elementos propios del juego en situaciones no lúdicas, como por ejemplo en el aula, y que se define como un proceso relacionado con el pensamiento de la persona que juega, con el fin de atraerla, incitarla a la acción, promover el aprendizaje y resolver problemas con dinámicas, estéticas y mecanismos propios del juego tradicional. Todas estas técnicas empleadas en el ámbito educativo constituyen lo que hoy en día se conoce como **gamificación educativa**, la cual ofrece la posibilidad de que el estudiantado se desarrolle a nivel cognitivo, emocional y social (Lee y Hammer, 2011).

Una forma de gamificar un aula es mediante una dinámica de aventura real, denominada Escape Room, ambientada normalmente en una habitación en la que las personas participantes han sido encerradas previamente y en la que deben resolver enigmas, juegos o rompecabezas a modo de pruebas para conseguir el objetivo final: escapar de la habitación (Nebot y Ventura-Campos, 2017). De este modo, las Escape Rooms educativas permiten transformar al alumnado en el protagonista de una historia real de escapismo en la que tiene que mostrar sus habilidades al manejar conceptos propios de la etapa educativa en la que se encuentre.

Para que el alumnado alcance un estado mental de equilibro (conocido como estado de *flow*) dichos enigmas no deben resultar ni demasiado fáciles ni excesivamente difíciles; de esta manera la experiencia logra que el estudiantado se encuentre absorto en la actividad de aprendizaje y de resolución de problemas. Así, la lógica, el ingenio y el trabajo en equipo permiten desenvolver no solo la competencia matemática sino que también otras competencias clave.

Por lo tanto, la propuesta que se describirá a continuación tuvo como objetivos:

1. **Conseguir** que el alumnado alcance una **motivación** intrínseca, de competencia y de control de logro sana.
2. **Trabajar en equipo** reforzando las componentes de interacción promocional cara a cara, valoración personal y el auto-análisis de grupo.
3. **Mejorar** las **habilidades socio-emocionales** del alumnado.
4. **Aumentar** el **rendimiento académico** y el grado de **significatividad del aprendizaje**.
5. **Emplear** una actitud docente que promueva la **visión dinámica** de las matemáticas proponiendo actividades que refuercen las cinco fases de resolución de problemas.

METODOLOGÍA

La metodología de esta propuesta emplea en su desarrollo el **trabajo en equipo** y la **resolución de problemas**, pues se considera que favorecen notablemente al aprendizaje de esta ciencia.

El **trabajo en equipo** fue entendido como la suma del *aprendizaje colaborativo*, con el que el éxito de la tarea se alcanza gracias al trabajo de cada uno de los individuos, y del *aprendizaje cooperativo*, el cual hace que la necesidad de interacción con el resto de los miembros del grupo sea la clave para poder alcanzar el objetivo de la actividad (Paintz, 1999).

La metodología de trabajo constó de las siguientes componentes: la interdependencia positiva, la interacción promocional cara a cara, la responsabilidad o valoración personal, las habilidades cooperativas y el auto-análisis de grupo (Domingo, 2008; Paintz, 1999; López Haro, 2013).

Por otro lado, resolver un problema puede ser un proceso realmente complejo puesto que en el intervienen variables como las estrategias que el alumnado es capaz de emplear, la influencia de los factores individuales y afectivos, las características del propio problema y los métodos de enseñanza llevados a cabo por el profesorado, entre otras.

Mediante la puesta en práctica de las cinco fases que distingue Miguel de Guzmán (2006) en la **resolución de problemas**, se intentó transformar los problemas en situaciones más sencillas. Por lo tanto, al plantear tareas en las que fue necesario abordar cada una de estas fases se ayudó al estudiantado a enfrentarse a los problemas con una actitud menos negativa.

LLEVANDO LA PROPUESTA AL AULA

Escapando de las matemáticas es una propuesta que consistió en que un grupo de estudiantes de 4º ESO intente superar una seria de etapas constituidas por rompecabezas, acertijos y problemas matemáticos (seleccionados, en este caso, de los ejercicios y exámenes realizados por el grupo hasta la fecha) empleando sus conocimientos académicos y sus habilidades tanto cognitivas como socio-emocionales.

La actividad estuvo dividida en dos salas (Escape Rooms) en las que se trabajaron diferentes áreas de las matemáticas y en las que la organización de los elementos internos propios de cada una fue similar, puesto que ambas contaron con una historia que fue el principal elemento motivador y el eje que vertebró junto con las normas, una puesta en escena con música ambiental y elementos audiovisuales que contribuyeron a la credibilidad de la trama. Las distintas etapas, cuyo número dependería de la sala, con sus correspondientes pruebas y pistas (comodín o no), y una reflexión final, completaban la estructura de cada habitación.

El procedimiento que se ha seguido para presentar y realizar cada Escape Room ha sido lineal, es decir, mantuvo un orden lógico de presentación, ejecución y reflexión sobre el juego. Inicialmente, se dividió al grupo clase en equipos (grupos reducidos de 3 o 4 personas) y, con el objetivo de que el estudiantado adquiriese cierta cultura matemática, se asignó a cada miembro un personaje a través de un cartel que indicaba, en este caso, el nombre de un matemático o matemática, su fecha de nacimiento y defunción, su nacionalidad y los campos de estudio. A continuación, el *game master*, que en este ámbito es la docente, describió la historia y fijó las normas del juego. De seguido se accionó la cuenta atrás, comenzando así el periodo de superación de las etapas por parte del alumnado donde la responsabilidad recayó mayoritariamente sobre el mismo. Finalmente, conseguida o no la salida de la sala por parte de los y las estudiantes, se realizó una reflexión final para comentar las etapas más complicadas, la relación de las pruebas con las matemáticas y la motivación que les generó la sala.

Puesta en escena (historia y normas)

- Pantalla guía. Cuenta atrás de 40 minutos, el semáforo en rojo que no se abrirá hasta la etapa final (comienza cuando todos los equipos superan la penúltima etapa en las dos sesiones) y la ventana de texto para proporcionar las pistas.
- Música ambiental de suspense acorde con la temática de cada sala que sonó durante las Escape Rooms, incluso en la narración de las historias.
- Otros elementos como mantas oscuras, figuras antiguas de decoración y una linterna de luz ultravioleta (para encontrar pistas escritas con tinta de limón) en la primera sesión y figuras geométricas en la segunda. Para ambas sesiones una campana (para alertar de los mensajes que el *game master* escribía en la pantalla) y ordenadores.

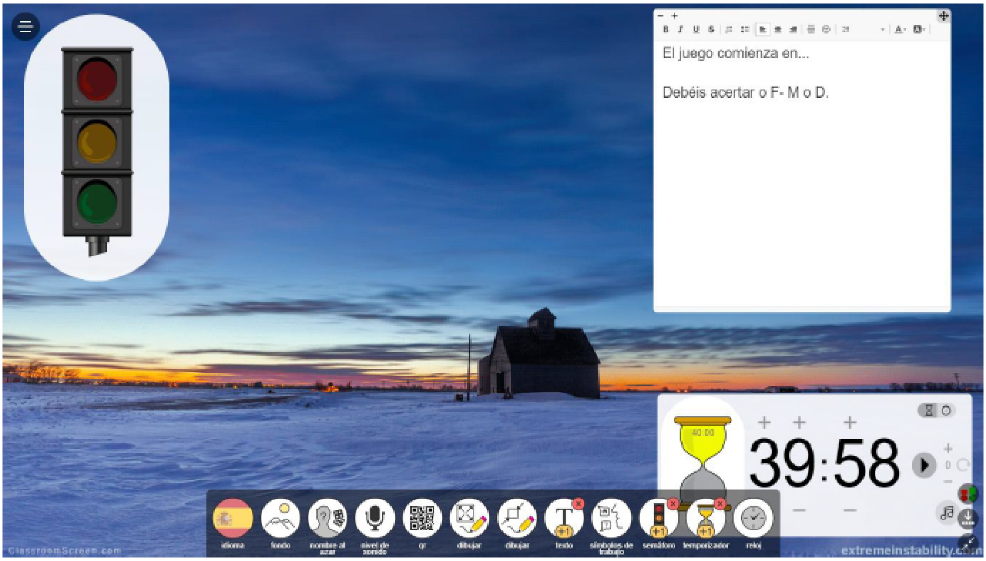
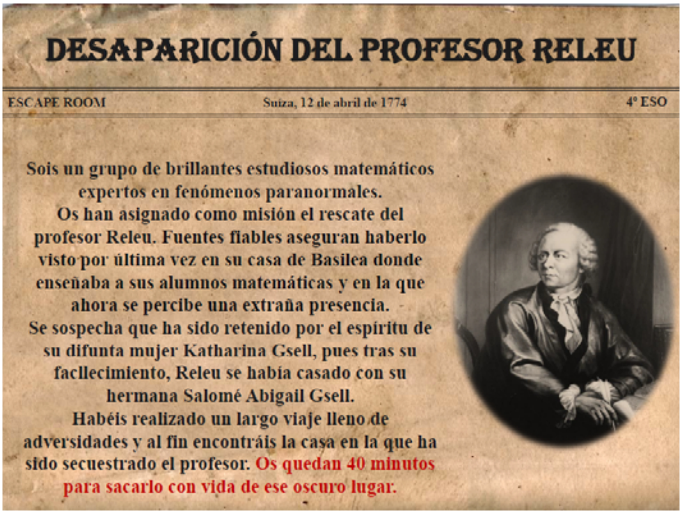


Figura 1. Pantalla principal (sala 1).



DESAPARICIÓN DEL PROFESOR RELEU

ESCAPE ROOM — Suiza, 12 de abril de 1774 — 4º ESO

Sois un grupo de brillantes estudiosos matemáticos expertos en fenómenos paranormales. Os han asignado como misión el rescate del profesor Releu. Fuentes fiables aseguran haberlo visto por última vez en su casa de Basilea donde enseñaba a sus alumnos matemáticas y en la que ahora se percibe una extraña presencia. Se sospecha que ha sido retenido por el espíritu de su difunta mujer Katharina Gsell, pues tras su fallecimiento, Releu se había casado con su hermana Salomé Abigail Gsell. Habéis realizado un largo viaje lleno de adversidades y al fin encontráis la casa en la que ha sido secuestrado el profesor. Os quedan 40 minutos para sacarlo con vida de ese oscuro lugar.

Figura 2. Historia (sala 1).

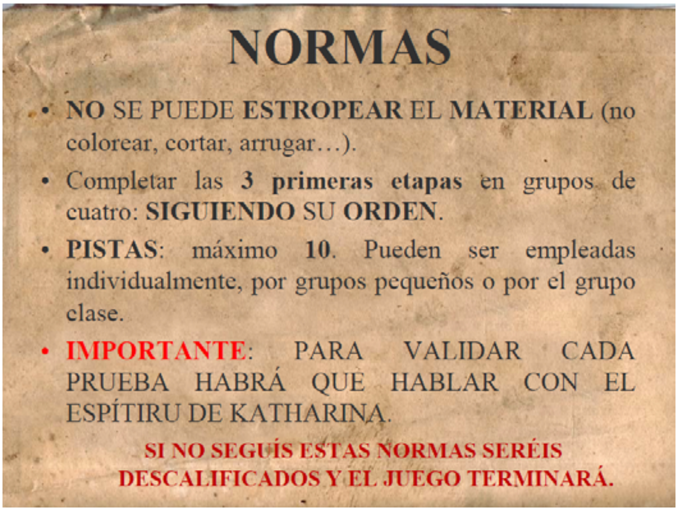


Figura 3. Normas (sala 1).

Figura 4. Pantalla principal (sala 2).

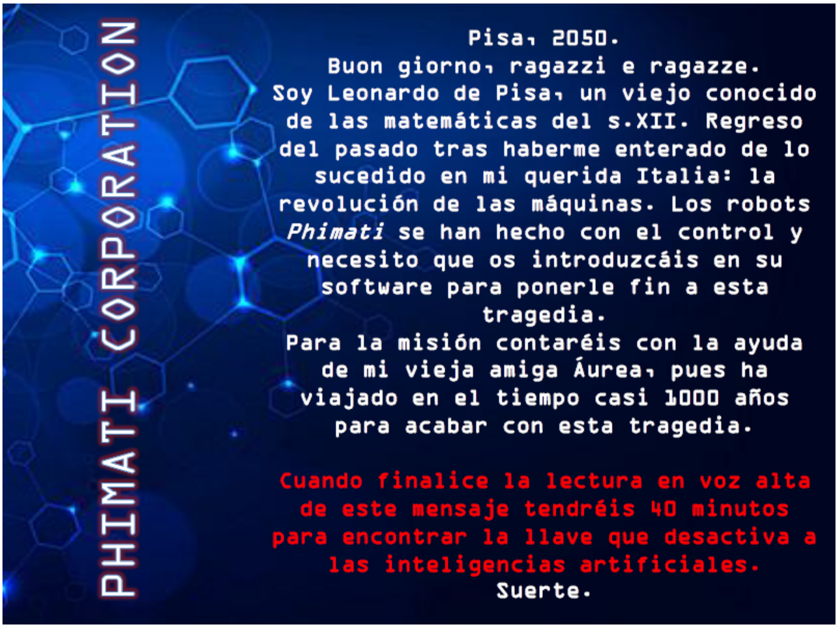


Figura 5. Historia (sala 2).

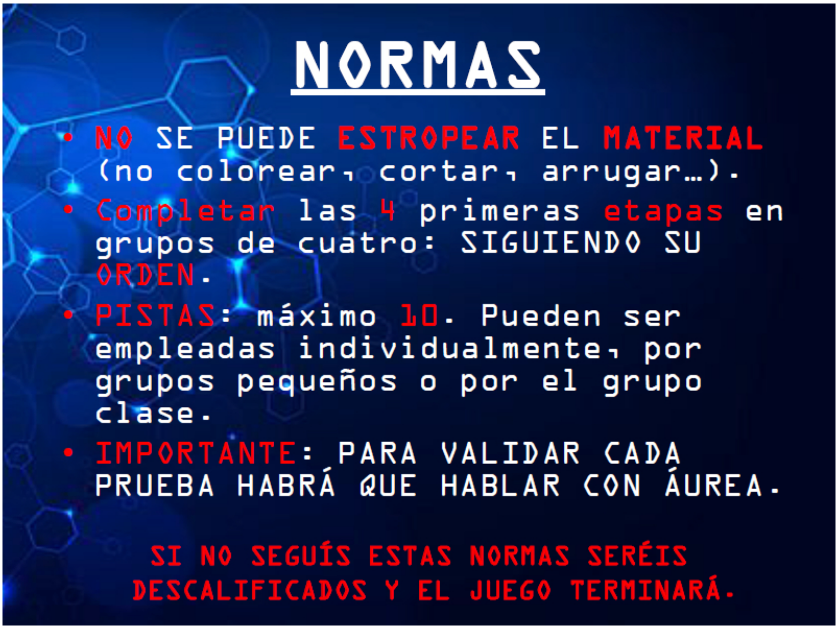


Figura 6. Normas (sala 2).

Escape Room I

Esta primera Escape Room, creada para trabajar el pensamiento lógico-deductivo y el álgebra, estuvo basada en la vida del matemático Euler, aquí denominado "profesor Releu", y en ella el alumnado se convirtió en un equipo de matemáticos y matemáticas expertos en fenómenos paranormales que tenía como misión el rescate del famoso "profesor Releu". Constó de cuatro etapas, las tres primeras se realizaron en 6 grupos reducidos y la etapa final en el grupo clase. A medida que cada grupo pequeño superaba la tercera etapa se dividía y ayudaba a los demás equipos.

Etapa 1

Debajo del mobiliario se escondieron los acertijos lógicos con indicaciones sobre su dificultad mediante las letras F, fácil, M, media y D, difícil, y numerados con fragmentos escogidos del *número e*. Previamente, se había pegado en la pared del aula una expresión del número con 25 dígitos y en cada uno de esos fragmentos escogidos se colgaron los sobres que contenían los acertijos de la segunda fase.

Para superar esta etapa, cada grupo tenía que resolver adecuadamente los rompecabezas. Para comprobar la validez de su respuesta debían preguntarle a la difunta *Katharina* representada por la *game master*; en caso de dificultad podían solicitar los acertijos comodín. Si el grupo acertaba, pasaba a la segunda etapa.

Etapa 2

En el sobre situado en cada fragmento del *número e* se encontraban con un sistema algebraico, una inecuación y una expresión a simplificar que tenían que resolver. Esta vez las soluciones estaban escondidas en el aula, correspondiéndole tres a cada grupo reducido. Cada conjunto de soluciones tenía asignado un color que indicaba cuál de los siete tangram colocados (como marca páginas) en los tomos de una enciclopedia tenían que resolver en la siguiente fase.

Etapa 3

Esta etapa consistió en la resolución de un tangram por grupo. Cada uno contenía un fragmento del mensaje final que permitía iniciar la última etapa.

El mensaje a conseguir y que les permitió acceder a la etapa final fue:

Releu:(I) día 18(II) de septiembre (III) del _+_+_+_=19(IV). Llave de la casa:(V)
¿Qué año? (VI) ¿Qué matemático? (VII)

Si se encontraban con dificultades, en el aula había unas indicaciones pintadas con tinta de limón que podrían visualizar con una linterna de luz ultravioleta, esto consumiría una pista.

Etapa 4

En uno de los ordenadores de la sala estaba abierto un calendario (http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Day_files/Year.html) en el que tenían que encontrar la respuesta a las dos preguntas que dicho mensaje planteaba, introduciendo en él el día y el mes descubiertos (*18 de septiembre*). En la página web se encontrarían con una lista de los matemáticos que nacieron y otra con los que fallecieron dicho día y mes pero en años diferentes, también indicados. Así pues, tuvieron que encontrar aquel cuyo año sumase *19* y cuyo nombre estuviese relacionado con la historia: *Euler, 1783*.

Finalmente, una vez que *Katharina* comprobó que la respuesta era la correcta, les entregó el sobre final con el nombre del lugar en donde se encontraba la llave para salir de la habitación y liberar al profesor. Dicho nombre estaba cifrado con la Cifra de César (desplazamiento 19), por ejemplo, *Thkksvhk* (Borrador), y para su resolución tuvieron a su disposición un disco móvil de desplazamiento.

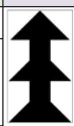
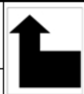
GRUPOS	ETAPAS		
	E1	E2	E3
G1 (2.71)	(F) Silencio: Más bajo.	$\begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = 61 \\ xy = 12 \end{cases}$ $x = 4; y = 3$ $x = -4; y = -3$ $x = 3; y = 4$ $x = -3; y = -4$	 (I) Releu:
	(M) La hilera de casas: Los Brown.	$4\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{20} - \frac{2}{5}\sqrt{125}$ $\frac{10}{3}\sqrt{5}$	
	(D) Los 3 presos y las boinas: El primer preso (el que no ve ninguna boina) averigua el color de su boina: Como el tercer preso, que ve las dos boinas, no dice nada, no puede ver dos boinas negras. Si el segundo viera una boina negra en el primero, sabría que él tiene una blanca ya que no oye al tercero decir que tiene una blanca. Entonces el primer preso tiene una boina blanca.	$3 - (2x - 1) < x$ $S = (\frac{4}{3}, +\infty)$	
G2 (281)	(F) Colocando números (III): 6,5,4; 1,9,3; 7,8,2.	$\begin{cases} x + 5y = 12 \\ x^3 = 8 \end{cases}$ $x = 2$ $y = 2$	 (II) Día 18
	(M) Tres parejas en la discoteca: La chica de rojo está con el chico de verde.	$\frac{x(x+1)(4x-7)}{(x-2)(x-3)} \cdot \frac{x^2 - 4x + 4}{(16x^2 - 49) \cdot (x^2 + x)}$ $\frac{x-2}{4x^2 - 5x - 21}$	
	(D) El encuentro: Ángel bebe agua, Boris bebe cagé, César bebe anís y Diego bebe vino.	$x^2 - 2x - 4 \leq -6$ *Sin solución.*	

Figura 7. Etapas 1,2,3 de Grupos 1,2.

G3 (845)	**(F) Colocando números (4):** 8,4,7. 5,2,6; 1,9,3; 8,4,7.	$\begin{cases} 5x^2+y^2=25 \\ 3x^2-y^2=-25 \end{cases}$	$x=0\,;y=5$ $x=0\,;y=-5$		**(III) de septiembre**
	(M) Examen de historia: b) y d).	$\frac{2x-3}{x^2-9}-\frac{x+2}{x+3}-\frac{x+1}{x-3}$	$\frac{-2x^2-x}{x^2-9}$		
	(D) Caballos: El más viejo Mac, el más lento Jack y el más claro Smith.	$(x+1)^2-2(x+3)(x-2)+6x+2\geq 4x$	$S=[-3{,}5]$		
G4 (523)	**(F) Colocando números (I):** 8,3,6; 4,1,2; 5,9,7.	$\begin{cases} \frac{x+2}{5}-\frac{3y-1}{10}=-\frac{3}{10} \\ \frac{2x+3}{8}-\frac{y+7}{4}=\frac{19}{8} \end{cases}$	$x=-1$ $y=2$		**(IV) de _+_+_+_= 19.**
	(M) La boda: Si quiere.	$\frac{\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[5]{16}}{\sqrt[6]{8}}$	$\sqrt[30]{2^{29}}$		
	(D) El explorador condenado: Moriré en la hoguera.	$\frac{x-1}{4}-\frac{x+2}{3}\geq\frac{3x-1}{6}-x$	$S=[\frac{9}{5},+\infty)$		
G5 (47)	**(F) El test:** Julia.	$\begin{cases} 2x+y=3 \\ xy-y^2=0 \end{cases}$	$x=\frac{3}{2}\,;y=0$ $x=1\,;y=1$		**(V) Llave de la casa:**
	(M) El número: 204862.	$(2x^2+1)(x-2)+3(2x^2-3)^2-4(2x^2-3)(2x^2+3)$	$-4x^4+2x^3-40x^2+x+61$		
	(D) El prisionero y los dos guardianes: Si le dijera a tu compañero que me señale la puerta de la libertad, ¿qué me diría?	$4x-1>8x-5$	$S=(-\infty,1)$		

Figura 8. Etapas 1,2,3 de Grupos 3,4,5.

G6 (6028)	**(F) Los cuatro perros:** El galgo.	$\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{20} \\ x+2y=3 \end{cases}$	$x=-12\,;y=\frac{15}{2}$ $x=-5\,;y=4$		**(VI) ¿Qué año?**
	(M) Neumáticos: d) y e).	$3\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[4]{27\cdot 3^2}$	$3^2\cdot\sqrt[12]{3^7}$		
	(D) Sellos de colores: C lo tiene verde.	$\frac{x}{3}-\frac{x+1}{2}\geq\frac{5}{6}-x$	$S=[\frac{8}{5},+\infty)$		
G7 (352)	**(F) Colocando números (2):** 9,5,3; 8,1,4; 7,2,6.	$2(3y-2)+4(2+x)=-6$ $\frac{x+1}{3}-\frac{x-2y}{2}=y+7$	$x=-40$ $y=25$		**(VII)¿Qué matemático?**
	(M) El pastor: El pastor pasa primero la cabra, regresa a la orilla a por el lobo, al cruzar deja al lobo y vuelve con la cabra, deja la cabra y cruza con la lechuga, deja la lechuga con el lobo y regresa con la cabra.	$\frac{3x}{2x-1}:\frac{15x^2}{4x^2-1}$	$\frac{2x+1}{5x}$		
	(D) Los cien políticos: 1 honesto y 49 deshonestos.	$7x-2(1-3x)\leq 2x+3$	$S=(-\infty,\frac{5}{11}]$		

ETAPA 4	Euler, 1783. // Desplazamiento 19: Borrador.

Figura 9. Etapas 1,2,3 de Grupos 6,7 y Etapa grupal 4.

ACERTIJOS COMODIN

1) LAS HIJAS. El Padre de Ana tiene 4 hijas. Una se llama Ena, otra Ina y otra Ona. ¿Cómo se llama la otra hija?. Respuesta: Ana.

2) LOS MESES. Hay meses que tiene 30 dias y otros 31 dias. ¿Cuantos meses tienen 28 dias? Respuesta: todos.

3) GASOLINA. Si al llegar a la esquina Jim dobla a la derecha o a la izquierda puede quedarse sin gasolina antes de encontrar una estación de servicio.
Ha dejado una atrás, pero sabe que, si vuelve, se le acabará la gasolina antes de llegar. En la dirección que lleva no ve ningún surtidor. Por tanto:

a) Puede que se quede sin gasolina.
b) Se quedará sin gasolina.
c) No debió seguir.
d) Se ha perdido.
e) Debería girar a la derecha.
f) Debería girar a la izquierda.

Respuesta: a).

4) OSTRAS. Todas las ostras son conchas y todas las conchas son azules; además algunas conchas son la morada de animalitos pequeños.
Según los datos suministrados, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) Todas las ostras son azules.
b) Todas las moradas de animalitos pequeños son ostras.
c) a) y b) no son ciertas.
d) a) y b) son ciertas las dos

Respuesta: a).

5) PUEBLOS. A lo largo de una carretera hay cuatro pueblos seguidos: los Rojos viven al lado de los Verdes pero no de los Grises; los Azules no viven al lado de los Grises.
¿Quiénes son pues los vecinos de los Grises?

Respuesta: Los verdes.

6) EL INTERRUPTOR. Un hombre esta al principio de un largo pasillo que tiene tres interruptores, al final hay una habitación con la puerta cerrada.
Uno de estos tres interruptores enciende la luz de esa habitación, que esta inicialmente apagada.
¿Cómo lo hizo para conocer que interruptor enciende la luz recorriendo una sola vez el trayecto del pasillo?

Respuesta: Enciende el A 10 min y lo apaga; enciende el B y va a la habitación. Si está encendida es el B, si está caliente y apagada el A, y si esta fia y apagada el C.

7) COMIENDO EN EL RESTAURANTE. Armando, Basilio, Carlos y Dionisio fueron, con sus mujeres, a comer. En el restaurante, se sentaron en una mesa redonda, de forma que:

- Ninguna mujer se sentaba al lado de su marido.
- Enfrente de Basilio se sentaba Dionisio.
- A la derecha de la mujer de Basilio se sentaba Carlos.
- No había dos mujeres juntas.

¿Quién se sentaba entre Basilio y Armando?

Respuesta: La mujer de Dionisio.

8) LAS DEPORTISTAS. Ana, Beatriz y Carmen. Una es tenista, otra gimnasta y otra nadadora. La gimnasta, la más baja de las tres, es soltera. Ana, que es suegra de Beatriz, es más alta que la tenista. ¿Qué deporte practica cada una? Respuesta: Ana nadadora, Bea tenista y Carmen gimnasta.

Figura 10. Acertijos comodín.

Escape Room II

La segunda Escape Room, en la que se trabajó la geometría y el análisis matemático, se desarrolló en un mundo futuro dominado por las máquinas. En ella el alumnado se convirtió de nuevo en un equipo de matemáticos y matemáticas con gran experiencia en fenómenos paranormales que, siguiendo las órdenes de *Fibonacci*, tendría que desactivar una inteligencia artificial. Esta vez las cuatro primeras etapas se llevaron a cabo en 6 grupos reducidos y la etapa final en el grupo clase, siguiendo la misma dinámica de *finalización-ayuda* de la primera habitación.

Etapa 1

Debajo de cada grupo de mesas distribuidas como si fuesen los asientos de una nave espacial los grupos se encontraron con una expresión a simplificar, una ecuación y un problema trigonométrico, que tuvieron que resolver para encontrar la solución. Las tres soluciones correspondientes a cada grupo les proporcionaban un código de tres colores que les asignaba cuál de las siete funciones tendrían que caracterizar en la segunda fase.

Etapa 2

Una vez identificada la función, los grupos tuvieron que caracterizarla buscando los datos correctos en unas cajas distribuidas por el aula que contenían: dominio y recorrido, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, simetrías, asíntotas y periodicidad, y Tasa de Variación Media (TVM).

Una vez descrita cada función de forma ordenada (tal y como se indicó en la pista), esta formaría un fragmento del *número de oro* que estaría situado previamente en el aula, comenzando así la tercera etapa.

Etapa 3

De cada fragmento del número áureo colgaba un sobre que les indicaba el tipo de función al que deberían asignar un gráfico de los anteriores.

Etapa 4

Una vez identificado el gráfico cada grupo abre el sobre que contiene la representación. Dicho sobre les indicaba el área o volumen de una figura plana o tridimensional distribuida por la sala que contenía la última pista: un fragmento del mensaje final cifrado con la cifra de César y su desplazamiento para descifrarlo.

El mensaje a conseguir que les permitía acceder a la etapa final fue:

> *La sucesión (I) del matemático Fibonacci (II) que es 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... (III) tiene relación con (IV) el número de oro. (V) ¿Cuál es el siguiente término? (VI) ¿Cuál es la relación? (VII)*

Etapa 5

Esta etapa comenzó con el mensaje de la fase anterior descifrado y ordenado. Para obtener el sobre final tuvieron que responder a ambas preguntas (VI y VII), cuyas respuestas fueron: *21, las divisiones tienden al número de oro.*

Para terminar, *Áurea* (la *game master*) validó las respuestas y les dio el sobre final que contenía el área de la figura en la que estaba escondida la llave para salir de la sala y ``desactivar'' la inteligencia artificial: $A=b·a$.

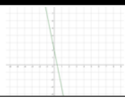
GRUPOS	ETAPAS			
	E1	**E2**	**E3**	**E4**
G1 (1,61803)	$(sen\, x + \cos x)^2$ $1 + 2 \cdot sen\, x \cdot \cos x$ $6sen^2 x + \cos x = 4$		Función trigonométrica	Mb tvdftjpñ (I) 1 *La sucesión(I)*
	$x = 120º, x = 240º$ **Un globo está sujeto al suelo mediante un cordel de 50 m de largo, que forma con el suelo un ángulo de 48° por efecto del viento. Suponiendo que nuestro cordel está completamente recto, calcular la altura del globo.** $\text{sen } 48^0 = \frac{h}{L} \Leftrightarrow h = L \cdot \text{sen } 48°$ $h = L \cdot \text{sen } 48° = 50 \cdot \text{sen } 48° \approx 37.157 \text{ m}$	$D = \mathbb{R}$ $R = [-1,1]$ *Decrece en* $[0, \pi]$ *y crece en* $[-\pi, 0]$ *Máx. en* (0.1) *y min. en* $(-\pi, -1)$. *Simétrica en* OX. *Sin asíntotas.* *Es periódica de periodo* 2π. *TVM en* $[0, \pi]$ *negativa y en* $[-\pi, 0]$ *positiva.*	$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ (cono)	
G2 (39887)	$sen^4 x - \cos^4 x$ $2sen^2 x - 1$ $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$		Función lineal	efm nbufnbujdp Gjcpñbddj (II) 1 *del matemático Fibonacci(II)*
	$x = 60º, x = 180º, x = 300º$ **Se recorren 150 m en una carretera salvando un desnivel de 10 m. ¿Cuál es el ángulo de inclinación de la carretera?** $\text{sen } \alpha = \frac{\text{desnivel}}{\text{distancia}} = \frac{10}{150} = \frac{1}{15}$ $\alpha = \text{arcsen}\left(\frac{1}{15}\right) = 3.822° = 3°49'21''$	$D = \mathbb{R}$ $R = \mathbb{R}$ *Decrece en* $\mathbb{R}$. *Sin extremos en* $\mathbb{R}$. *Sin simetrías.* *Sin asíntotas.* *No es periódica.* *TVM en* $[-3, 3]$ *negativa.*	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ (cilindro)	

Figura 11. Etapas 1,2,3,4 de Grupos 1,2.

G3 (49894)	$sen\, x \cdot \cos x \cdot (\frac{1}{tg\, x} + tg\, x)$ 1 $3tg^2 x - \sqrt{3} tg\, x = 0$		Función radical	swg gu 0,1,1,2,3,5,8,13… (III) 2 *que es 0,1,1,2,3,5,8,13… (III)*
	$x = 180º, x = 0º, x = 30º, x = 210º$ **Juan y Pedro ven un árbol en la otra orilla del río que está frente a ellos. Al caminar Juan por la orilla una distancia de 150 metros mide el ángulo de elevación de esta orilla a la parte más alta del árbol y se obtiene un ángulo de 62°. ¿Cuál es el ancho del río?** $\text{tg } \alpha = \frac{x}{d}$ ancho del rio : $x = d \cdot \text{tg } \alpha = 150 \cdot \text{ tg } 62° = 282.1 \text{ m}$	$D = [-3, \infty)$. $R = [0, \infty)$. *Crece de* $[-3, \infty)$. *Min. en* $(-3,0)$. *Sin simetrías.* *Sin asíntotas.* *No es periódica.* *TVM en* $[-3,0]$ *positiva y en* $[-5, -4]$ *no tiene.*	$A = \frac{b \cdot h}{2}$ (triángulo)	
G4 (84820)	$\frac{\cos x}{tg\, x \cdot (1 - sen\, x)}$ $\frac{1 + sen\, x}{sen\, x}$ $sen^2 x - \cos^2 x = 1$		Función cuadrática	wlhph uhñdflrp frp (IV) 3 *tiene relación con (IV)*
	$x = 90º, x = 270º$ **¿Cuál es la inclinación de los rayos del sol si un mástil de una bandera de 3m de altura proyecta una sombra sobre el suelo de 1.2 m?** $\text{tg } \alpha = \frac{h}{\text{proyección}} = \frac{3}{1.2} = 2.5$ $\alpha = \text{arctg } (2.5) = 68.198° = 68°11'52''$	$D = (-\infty, \infty)$. $R = [0, \infty)$. *Crece de* $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ *y decrece de* $[\frac{1}{2}, \infty)$. *Max. en* $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right)$. *Sin simetrías.* *Sin asíntotas.* *No es periódica.* *TVM en* $[-3, -1]$ *positiva y de* $[1, 1000]$ *negativa.*	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ (esfera)	

Figura 12. Etapas 1,2,3,4 de Grupos 3,4.

G5 (45868)	$\frac{\sqrt{1-\cos x}\cdot\sqrt{1+\cos x}}{sen\, x}$ 1		**Función logarítmica**	jp rzqjwt ij twt. (V) 5
	$2sen^2x-1=0$ $x=45º, x=315º$		$A=\pi\cdot r^2$ (esfera)	*el número de oro.(V)*
	Un avión despega desde Barajas y lleva recorrido una distancia de 3 Km. Si el ángulo de elevación es de 15°. Calcular la altura del avión. $\text{sen}\ \alpha=\frac{h}{d}$ $h=d\cdot \text{sen}\ \alpha=3\cdot \text{sen}15^o=$ $=0.77645\ Km=776.45\ m$	$D=(-\frac{9}{7},\infty)$. $R=(-\infty,+\infty)$. *Crece en* $(-\frac{9}{7},\infty)$. *Sin extremos en* $(-\frac{9}{7},\infty)$. *Sin simetrías.* *Asíntota vertical en* $x=-\frac{9}{7}$. *No es periódica.* *TVM en* $[-2,3]$ *positiva y en* $[-5,-4]$ *no hay.*		

Figura 13. Etapas 1,2,3,4 de Grupo 5.

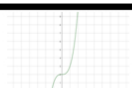
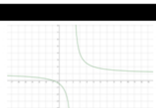
G6 (34365)	$\frac{\sec x-\cos x}{cosec\, x-sen\, x}$ tg^3x		**Función cúbica**	Kcis ma ms apñcpmubm bmztpuw? (VI) 8
	$2sen^2x+3\cos x=0$ $x=240º, x=120º$		$V=l^3$ (cubo)	*Cuál es el siguiente término? (VI)*
	Un piloto que vuela a una altitud de 300 m señala que su ángulo de depresión a la torre de control es de 18 °. Si el avión sigue volando a esta altitud hacia la torre de control, ¿Cuántos metros tiene que recorrer para llegar a la torre? $\text{tg}\ \alpha=\frac{h}{d}$ $d=\frac{h}{\text{tg}\ \alpha}=\frac{300}{\text{tg}18^o}=923.305\ \text{m}$	$D=\mathbb{R}$ $R=\mathbb{R}$. *Crece en* $\mathbb{R}\backslash\{2\}$. *Su curvatura cambia en* $(0,2)$. *Simetría impar respecto* $(0,2)$. *Sin asíntotas.* *No es periódica.* *TVM en* $[-7,-5]$ *y en* $[8,9]$ *es positiva.*		
G7 (63811)	$\frac{cosec\, x}{1+cotg^2\, x}$ $sen\, x$		**Función racional**	Ohnx qf xn eqxnoubz? (VII) 13
	$tg^2x-tg\, x=0$ $x=45º, x=225º, x=0º, x=180º$		$A=\frac{D\cdot d}{2}$ (rombo)	*Cuál es la relación? (VII)*
	Desde un punto en el suelo situado a 50 m del pie de una antena, se traza la visual a la cúspide de la antena con un ángulo de 48°. ¿Cuál es la altura de la antena? $\text{tg}\ \alpha=\frac{h}{d}$ $h=d\cdot\text{tg}\ \alpha=50\cdot\ \text{tg}\ 48^o=55.53\ \text{m}$	$D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$. $R=\mathbb{R}\backslash\{1\}$. *Decrece en* $\mathbb{R}\backslash\{2\}$. *Sin extremos* $\mathbb{R}\backslash\{2\}$. *Sin simetrías.* *Asíntota horizontal en* $y=1$ *y asíntota vertical en* $x=2$. *No es periódica.* *Sin TVM en* $[1,3]$.		
ETAPA 5	21, las divisiones tienden al número de oro. // A=b·a.			

Figura 14. Etapas 1,2,3,4 de Grupos 6,7 y Etapa grupal 5.

EVALUACIÓN

En primer lugar, se llevó a cabo una evaluación inicial que constó de dos partes: una se ocupó de recopilar las calificaciones del alumnado hasta la fecha para obtener datos sobre sus conocimientos académico-matemáticos, y la otra de conocer los intereses y la percepción que este grupo tiene sobre dicha ciencia mediante un cuestionario.

Para evaluar los avances adquiridos durante el desarrollo de la propuesta y el grado de obtención de los objetivos propuestos, se ha empleado una rúbrica inclusiva mediante la que se ha valorado el comportamiento de cada estudiante, el trabajo autónomo y en grupo, los contenidos puestos en práctica durante el juego y sus periodos de reflexión, y un cuestionario en el que el alumnado resolvió unos ejercicios sobre los contenidos abordados en cada una de ellas.

Por último se llevó a cabo la evaluación de la propuesta a través de un cuestionario en el que el alumnado valoró los diferentes aspectos de cada sala.

CONCLUSIONES

Inicialmente, con la puesta en práctica de las actividades se ha logrado cumplir en mayor o en menor medida los cinco objetivos establecidos. Por un lado, se pudo observar la emoción del alumnado y sus ganas de resolver los acertijos durante el transcurso de las dos salas, pues las matemáticas parecían haberse vuelto divertidas para quien inicialmente había mostrado indiferencia o rechazo hacia las mismas, hecho que se vio confirmado a través del último cuestionario. Por otro lado, el alumnado hizo notar su gusto por el trabajo en grupo no solo verbalmente si no que también a la hora de llevar a cabo las actividades, pues las muestras de ayuda hacia los demás estuvieron presentes durante todo el desarrollo de la propuesta.

La mejora de las habilidades socio-emocionales del estudiantado no es algo que se pueda medir de forma cuantitativa, pero gracias la observación en sala se ha podido percibir un cambio en sus actitudes. Es cierto que en el momento en que fueron comunicados los equipos parte del alumnado mostró cierto rechazo o insatisfacción por su composición, sin embargo, tras haber trabajado conjuntamente en la primera Escape Room, en la segunda habitación el espíritu de grupo y la metodología de trabajo se mostraron bastante reforzados.

Por lo tanto, el cumplimiento exitoso de estos tres primeros objetivos tuvo como consecuencia el alcance de unas mejores calificaciones por parte de todos los equipos, pues a través del juego y de la necesidad de comunicación que este suponía, adquirieron un aprendizaje no solo de contenidos y estrategias de resolución de problemas sino que también de cultura matemática, algo que actualmente suele quedar al margen de lo impartido y enseñado.

REFERENCIAS

Alves de Mattos, L. (1963). *Compendio de Didáctica General.* Buenos Aires: Editorial Kapelusz.

De Guzmán, M. (1989). Juegos y matemática*. Revista Suma,* nº4, 61-64.

De Guzmán, M. (2006). *Aventuras matemáticas: una ventana hacia el caos y otros episodios.* Madrid: Pirámide.

Domingo, J. (2008). El aprendizaje cooperativo. *Cuadernos de trabajo social*, nº21, 231-246.

Gómez Chacón, I.M. (2000). *Matemática emocional: los efectos en el aprendizaje matemático.* Madrid: Narsea Ediciones.

Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2005). El perfil emocional matemático como predictor de rechazo escolar: relación con las destrezas y los conocimientos desde una perspectiva evolutiva. *Educación Matemática*, 17(2), 89-116.

Lee, J. J. y Hammer, J. (2011). Gamification in Education: What, How, Why Bothe? *Academic Exchange Quarterly*, 15(2), 1-5.

López Haro, I. M. (2013). *Aprendizaje cooperativo con actividades motivadoras en Matemáticas.* Máster en Profesorado de Educación Secundaria. Univ. de Almería. Recuperado el 20 de Julio de 2019, de http://repositorio.ual.es/handle/10835/1971

Moll, S. (2018). *Aprendizaje profundo. ¿Qué es? ¿Qué características tiene?* Recuperado el 20 de Julio de 2019, de http://justificaturespuesta.com/aprendizaje-profundo/

Nebot Diago, P. D. y Ventura-Campos, N. (2017). Escape Room: gamificación educativa para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Suma*, nº85, 33-40.

Paintz, T. (1999). Collaborative versus Cooperative Learning. A comparison of the two concepts which help us understand the underlying nature of interactive learning. Recuperado el 20 de Julio de 2019, de https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED448443.pdf

Tapia, J.A. (2003). *Motivar para Aprender*. Herramientas para la Reflexión Pedagógica. Bogotá: Santillana.