3) Nenhuma delas pode ser confirmada por dados históricos, isto é, nenhuma delas pode ser elevada do nível de pura possibilidade ao nível mais alto de persuasiva probabilidade histórica.

Em vista disso, Szabó prossegue sua busca, definindo qual deve ser o programa natural a ser seguido quando se investigam as origens da Matemática teórica. Para ele, esse programa constitui-se de duas etapas:

1) Como se deu o desenvolvimento histórico da demonstração matemática e do conceito de evidência.
2) Qual foi a origem dos "princípios" na Matemática grega.

Em relação à primeira dessas etapas, o raciocínio de Szabó é o seguinte: Euclides utiliza-se da Lógica estrita na construção de suas demonstrações porque em sua época a validade de um teorema era **mostrada** por meio da Lógica. Aquilo que ele queria dizer por 'demonstratio' ('desenvolvimento') era expresso em grego pelo verbo δείκνυμι (deiknymi). Conseqüentemente, esse verbo em Euclides é o termo técnico para 'desenvolvimento lógico'. Mas como os gregos interpretavam a **'demostratio'** antes dessa época? Por meio de vários argumentos, Szabó conclui que a técnica de demonstração na Matemática grega antiga era a simples **visualização**. Diz que os antigos pitagóricos consideravam a Geometria como ιστορίη[6], isto é, como uma ciência inseparável da **visão** e que, por volta da época de Platão, os gregos ainda tinham consciência do antigo significado do verbo δείκνυμι, isto é, **'concretamente visível'**. Disso decorre imediatamente que a passagem da concepção primitiva para a concepção euclidiana da 'demonstratio' deve ter sido provocada por uma tendência anti-ilustrativa e anti-empírica da ciência grega. Onde buscar as razões para o surgimento dessa tendência e da sua ligação com o desenvolvimento da ciência dedutiva grega? Mediante verificação da surpreendente freqüência da demonstração indireta nas provas dos teoremas do LIVRO VII dos *Elementos* de Euclides (dos 36 teoremas que aí aparecem, em 15 aplica-se o método da demonstração indireta) e no conjunto dos 17 teoremas (6 deles demonstrados indiretamente) que constituem a teoria dos números pares e ímpares (que se sabe terem pertencido à aritmética pitagórica), Szabó levanta a conjetura de que foi devido ao uso da demonstração indireta que a Matemática se transformou em uma ciência dedutiva e sis-

[6] É interessante observar que o termo utilizado pelos gregos antigos para designar 'história' é o mesmo que o utilizado pelos antigos pitagóricos para designar 'geometria', qual seja, ιστορίη ou 'historie'. A razão dessa coincidência deve-se ao fato de que a palavra grega 'histor' significa 'testemunha' no sentido de 'aquele que vê'. O historiador seria, portanto, aquele que testemunhou o acontecimento com seus próprios olhos e, nesse sentido, tanto a geometria quanto a história compartilhariam a concepção da visão como fonte essencial de conhecimento (cf. LE GOFF in Enciclopédia Einaudi, verbete "História", p. 159).

temática. Mas ele não se contenta com isso e continua a interrogar: qual foi a origem da demonstração matemática indireta? Para responder a essa questão, apresenta nova conjetura:

> *A questão da origem da forma indireta de demonstração em matemática seria para sempre insolúvel se quiséssemos deduzi-la de formas de pensamento matemático historicamente mais primitivas que ignoravam esse processo de demonstração. A forma indireta de demonstração não foi criada por matemáticos, nem foram eles os primeiros a usá-la; os pitagóricos do sul da Itália tomaram-na, já pronta, dos filósofos eleáticos que também ali viveram por volta do início do século V a.C. ... Não há dúvida que, de acordo com o nosso conhecimento atual, o método de demonstração indireta foi primeiramente usado entre os gregos por Parmênides. Eram os eleáticos que provavam suas afirmações através da prova da impossibilidade da tese contrária. Foram Parmênides e os eleáticos que, claramente, fizeram da ausência de contradição o critério de verdade de uma afirmação* (SZABÓ, 1960, pp. 45-46).

Esta última conjetura permite a Szabó explicar a conexão orgânica existente entre forma indireta de demonstração e tendência anti-empírica e anti-ilustrativa em Matemática. Isso porque, na Filosofia eleática, esses dois fenômenos eram inseparáveis, uma vez que os filósofos eleáticos usavam o método de demonstração indireta para provar apenas aqueles teoremas que flagrantemente feriam a experiência do senso comum. Não foi Zenão quem provou indiretamente a impossibilidade do movimento que a experiência e a ilustração mostravam ser real?

Finalmente, Szabó acrescenta que os matemáticos da antigüidade acabaram apropriando-se do método indireto de demonstração e incorporando a atitude anti-empírica e anti-ilustrativa, não por razões metafísicas ou estéticas, mas pelo fato desse método e dessa atitude abrirem novos horizontes e permitirem o reconhecimento do fenômeno da incomensurabilidade que, de outra forma, poderia lhes ter permanecido desconhecido.

Em relação à segunda etapa de seu programa de investigação, isto é, à explicação da origem dos princípios (definições, postulados e noções comuns) na Matemática grega, a pergunta central que orienta a investigação de Szabó é: *como se descobriu, no curso do desenvolvimento histórico, que a Matemática como um todo devia basear-se sobre tais afirmações não provadas?* A opção feita por ele é a de traçar, em primeiro lugar, a origem dos princípios da Aritmética e, depois, os da Geometria. Isso porque, antes da geometrização da Matemática grega, devido à descoberta das quantidades irracionais, a Aritmética, com muita probabilidade, era considerada mais importante do que a Geometria, e o reconhecimento desta última como disciplina matemática não aconteceu sem alguns debates. Isso porque a palavra com a qual os antigos pitagóricos designavam a Geometria (ιστορίη) devia referir-se a uma espécie de conhecimento empírico de origem visual.

Uma vez justificada a opção, Szabó inicia o exame dos princípios da Aritmética euclidiana investigando a série de teoremas referentes aos números pares e ímpares presentes no Livro VII dos *Elementos*. Como dificilmente se pode aceitar que a distinção entre números pares e ímpares não tenha sido precedida pela colocação da questão "o que é número?", Szabó conclui que a definição de número é parte integrante e essencial dessa série de teoremas. Mas qual é a definição euclidiana de número? "Um conjunto composto de unidades". Logo, a definição de "unidade" não pode também ser omitida da teoria dos números pares e ímpares.

Mas o que é o "um" para Euclides? "Um é a unidade em relação à qual cada coisa é dita ser una". Como essa definição concisa é aparentemente ininteligível, Szabó tenta esclarecê-la recorrendo à seguinte passagem do Livro VII de *A República*, de Platão:

> *... sem dúvida, sabes como são aqueles entendidos neste estudo (os matemáticos), se intentamos, num raciocínio, dividir a 'unidade', riem de nossa atitude e não a admitem: pelo contrário, se tu a divides, eles a multiplicam porque temem que a unidade venha a aparecer não como unidade, mas como uma multiplicidade de partes ... Supõe agora ... que alguém lhes perguntasse, 'Ó sábios admiráveis, que números são esses sobre os quais vós falais? Onde estão estas unidades cuja existência vós postulais, considerando-as perfeitamente iguais e indivisíveis?' Que pensas que responderiam? Na minha opinião, responderiam que falam de números que podem ser concebidos, mas que não podem ser manuseados de nenhum outro modo* (apud SZABÓ, 1960, parte 2, p.116).

De acordo com essa passagem, a unidade é indivisível, embora, na prática, toda unidade pudesse ser dividida como o atestavam os mercadores, arquitetos e engenheiros gregos. Mas, para Szabó, essa passagem é instrutiva num outro sentido. Ela fornece uma explicação inequívoca da razão pela qual os matemáticos consideravam o "um" como indivisível: o temor de que a unidade apareça não como unidade, mas como multiplicidade de partes. Pois, se o "um" fosse divisível, então ele não seria apenas "um", mas também o seu contrário, isto é, "não-um", ou seja, muitos. Portanto, foi a contradição gerada no pensamento pela idéia do "um" ser divisível que levou à conclusão de que ela não poderia ser verdadeira. O contrário é que deveria ser verdadeiro. Essa é a razão pela qual os antigos aritméticos gregos proibiam o uso de frações na teoria dos números.

Conclui-se, portanto, que a aparentemente insignificante definição euclidiana de "um" é, na realidade, o teorema final de uma seqüência de idéias. Ela é, na realidade, a conclusão de uma demonstração indireta.

Além disso, a forma como Platão enfatiza as seguintes idéias: "o um é indivisível", "ele existe apenas em pensamento", "cada um é em si mesmo completamente uniforme e não possui partes", continua Szabó, nos leva imediatamente a associá-las com as idéias de Parmênides. Isso porque Parmênides caracterizou o "ser" como tendo exatamente as mesmas características. Não é acidental que na Filosofia eleática o "ser" e o "um" sejam, de fato, conceitos idênticos.

A conclusão a que chega Szabó é que o problema decisivo que exigiu a elaboração de todas as definições aritméticas importantes presentes na introdução do Livro VII dos *Elementos* de Euclides - isto é, as definições de "um", de "número", de "número par", de "número ímpar", de "parte", de "número primo", de "número composto" - foi o debate filosófico em torno do dogma eleático da indivisibilidade do ser. Isso porque os pitagóricos da primeira metade do século V a.C., desejando manter o princípio da não-contradição presente no espírito da doutrina eleática, acabaram criando o conceito abstrato de "muitos" mediante definição de "número". Além disso, a fim de resolverem sem qualquer contradição o novo problema da divisibilidade, introduziram definições dicotômicas como as acima citadas.

Mas a influência da doutrina eleática não se restringiu à constituição dos princípios aritméticos. Ela se fez sentir, posteriormente, também no campo da Geometria. Entretanto, se no terreno da Aritmética os princípios eleáticos puderam amoldar-se com relativa facilidade, em virtude de os números poderem ser tratados como conceitos mentais e também por ser fácil evitar a visualização concreta nas demonstrações aritméticas - bastando para isso substituir as pedras por segmentos de reta para representarem os números -, o mesmo não acontecia no terreno da Geometria, uma vez que, afirma Szabó, as figuras geométricas eram muito menos abstratas do que os números (o triângulo, por exemplo, é, necessariamente, mais concreto que o número ímpar). Além disso, era mais difícil eliminar o método ilustrativo da demonstração geométrica que da aritmética. No domínio dos números, estava claro que, sendo o "um" indivisível e sendo o número definido como "um conjunto composto de unidades", qualquer quantidade definida podia ter apenas um número finito de divisores. Ao eliminar o tipo de divisão que podia ser realizada "ad infinitum", os pitagóricos eliminaram simultaneamente da Aritmética aquilo que era considerado inexprimível, irracional ou, em outras palavras, contraditório. Contudo, no campo da Geometria, a dificuldade residia no fato de que tanto a matéria quanto o espaço pareciam ser infinitamente divisíveis. Daí a conclusão necessária de que não há nada, nem na matéria, nem no espaço, que pudesse ser chamado "o menor". A definição euclidiana de "ponto" ilustra as dificuldades encontradas em aplicar os princípios eleáticos à Geometria. "Ponto é aquilo que não tem partes". Esta é a primeira definição dos *Elementos* de Euclides. Do mesmo modo que no livro sobre Aritmética a primeira definição determina o menor componente, isto é, o "um", os livros sobre Geometria introduzem, por definição, aquilo que é "o menor" em Geometria, isto é, o ponto. Essas duas definições podem ser comparadas. Assim como, segundo o espírito da Filosofia eleática, um "não-número" é indispensável para se conceber os números, também em Geometria o ponto, embora não sendo uma quantidade geométrica, é indispensável para se conceber as quantidades geométricas.

A afirmação de que o "ponto não tem partes" é proveniente de Zenão de Elea, que falava de "extensão sem partes". A "extensão sem partes", na terminologia de Zenão, quando referida ao espaço, denotava o mesmo que a palavra "agora" que ele usava em relação ao tempo. Zenão dividia o curso do tempo em momentos ("agoras") sem duração. Era esse o modo como ele provava a contraditoriedade dos conceitos de movimento, tempo e espaço. Para os eleáticos, esses conceitos podiam ser percebidos por nossos sentidos, mas não podiam ser aceitos pelo pensamento sem incorrer em contradição. Mas, se insistirmos na exigência de não-contraditoriedade, devemos qualificar nossa experiência sensorial de errônea. Foi essa a opção feita pelos eleáticos. No caso particular do espaço, ou reconhecemos a sua existência da forma como é vivenciado por nossos sentidos e, nesse caso, devemos negar a existência do ponto, ou aderimos estritamente ao princípio de consistência e negamos a existência do espaço. Porém, se negamos a existência do espaço, não pode haver nenhuma ciência relativa ao espaço, isto é, não pode haver Geometria. Daí o esforço dos primeiros pitagóricos em construir uma Geometria sem contradições - como ocorrera com a Aritmética - ter levado a um beco sem saída. "Linha é um comprimento sem largura". Essa é a segunda definição presente no Livro I dos *Elementos* de Euclides. Quando comparada com a definição de "número", não se pode deixar de perguntar: porque a linha não é definida como o número em Aritmética? Se um número é um "conjunto composto de unidades", porque a linha não é uma "soma de pontos"? Para Szabó, os antigos evitaram uma tal definição porque ela acabaria realçando ainda mais o caráter contraditório dos fundamentos da Geometria. Pelo fato de reconhecerem muito cedo a influência das definições para a fundamentação teórica de uma ciência dedutiva é que os matemáticos da antigüidade foram induzidos a enunciar postulados e axiomas.

Após a análise de Szabó, percebe-se claramente a dimensão do projeto platônico. Ele não inventou a desmaterialização. Tomou-a de empréstimo aos eleáticos. Mas, se na perspectiva racionalista radical dos eleáticos a afirmação da racionalidade do real traz como conseqüência a exclusão de tudo quanto se possa revelar inacessível ao pensamento, na perspectiva racionalista moderada de Platão, o primado do inteligível sobre o sensível não traz como conseqüência a negação do sensível. Elimina-se a contradição, desdobrando-se o real: o real sensível e o real inteligível. É neste último, isto é, é no mundo das Idéias, que habita o conhecimento matemático. E por habitar esse mundo é que o conhecimento matemático é caracterizado por Platão como atemporal e não-espacial e, portanto, não passível de desenvolver-se ou retificar-se. Não que Platão negasse a existência do tempo e do espaço como fizeram os eleáticos. Mas, ao fazer do tempo um produto da inteligência divina, isto é, algo gerado pela **atividade** do demiurgo, concebeu-o como uma entidade que, contrariamente às Idéias, pertencia ao mundo sensível - este, também, obra do demiurgo. A seguinte passagem do Timeu é ilustrativa dessa concepção platônica do tempo:

> *Quando o pai que havia produzido o mundo o viu pôr-se em movimento e viver, santuário trazido à existência para os deuses eternos (as estrelas e os planetas) alegrou-se e, sentindo-se muito contente, pensou, todavia, em fazê-lo mais parecido com seu modelo. E como o modelo é o ser vivente, que é eterno, procurou que o universo se parecesse o mais possível com ele também nesse aspecto. Ora, a natureza do ser vivente é eterna, caráter impossível de se conferir por completo a uma coisa produzida. Então, pensou como fazer uma imitação móvel da eternidade. Assim, ao mesmo tempo que organizava o céu, da eternidade que permanece na unidade fez uma imitação perpétua e móvel segundo o número, à qual damos o nome de tempo* (apud, ROSS, 1989, p. 274).

Não estando o conhecimento matemático situado na esfera do mundo sensível, também não estava, portanto, submetido à influência do tempo. No que se refere ao espaço, Platão não o concebia como obra do demiurgo, mas como algo que este devia necessariamente considerar como um dado. Porém, esse espaço era entendido como receptáculo das **cópias das idéias**, e não das próprias idéias. Conseqüentemente, o conhecimento matemático não era o reflexo das propriedades ou das relações entre os objetos espacialmente configurados, isto é, os objetos sensíveis. É por essa razão que o resultado do confronto da muito citada opinião de Marc Bloch de que "a História é a ciência dos homens no tempo" - se é que ela ainda tem algum poder de atrair adeptos - com a concepção platônica da Matemática seria: não há intersecção entre a ciência Matemática e a História, uma vez que essa ciência não é nem um produto humano (pois não chega nem mesmo a ser algo produzido) nem está submetida à influência do tempo.

Entretanto, foi com esse olhar platônico transcendental, para cuja constituição foram fundamentais as contribuições do pitagorismo e do eleatismo, que Euclides olhou a produção matemática de seus antecessores e, ocultando tanto os seus produtores quanto as condições sob as quais se processou essa produção, escreveu os seus 13 famosos livros intitulados *Os Elementos*, que viriam a exercer uma poderosa influência nos mais diversos setores da atividade humana: na administração, nas finanças, na economia, nas atividades bélicas, no Direito, nas ciências e nas ideologias, na evolução da própria Matemática e, particularmente, na Educação Matemática.

Com Euclides chegamos ao último elo da cadeia que constituiu a concepção de Matemática do paradigma do formalismo pedagógico clássico.

Embora seja possível olhar para essa produção euclidiana com diversos olhares, citemos dois deles - o de Upinsky e o de Struik - que evidenciam a ideologia subjacente a essa concepção.

> *Depois de Pitágoras - filósofo, mago, profeta e místico, Platão, político, ideólogo e dialético - aparece Euclides, fundador da metodologia técnica do Poder. O encadeamento lógico tanto é necessário entre Pitágoras, Platão e Euclides, como entre os princípios, constituindo um programa político e uma metodologia técnica de execução* (UPINSKY, 1989, p. 87).

Mas o caráter descompromissado e neutro do empreendimento euclidiano é, para Upinsky, apenas aparente - genialmente aparente:

> *Sua obra apareceu como um simples método técnico, sem conotação filosófica, política ou espiritual; suas formulações são isentas de qualquer afetividade, qualquer emoção e qualquer coisa que se pareça com um julgamento moral, estético ou qualificativo; não é possível encontrar asserções mais 'ascéticas' do que as de Euclides... Nada menos do que uma grande ilusão! Euclides codificou seus ritos, porém, não nos impondo, ele nos leva imperceptivelmente a celebrar o culto de Pitágoras e o de Platão... Seus* ***Elementos*** *devem ser entendidos como uma liturgia com seus seres ideais, suas fórmulas e suas regras. Os seres ideais, objetos de culto, são os pontos, os segmentos, as retas e os triângulos, os quadrados, os cubos..., figuras rígidas, angulosas, frias e intemporais que chamamos 'figuras geométricas'... Constatamos também que* ***Os Elementos*** *constituem um*

modelo de centralização. Fazendo reviver, pela prática, parte do espírito pitagórico, Euclides formalizou o sistema do poder plano. Codificando o governo dos pontos, Euclides (teria consciência?) criou um modelo de poder em que os homens ávidos de poder serão tentados a se inspirar (UPINSKY, 1989, pp. 88-89).

De forma menos acalorada, STRUIK também constatou essa íntima conexão entre a filosofia política platônica e o empreendimento técnico euclidiano:

Na escola de Alexandria encontramos um enfoque mais técnico, não metafísico, para a matemática, porém não devemos nos esquecer de que Proclus, setecentos anos depois de Euclides, ainda considerava ***Os Elementos****, que pareciam não ter qualquer conotação filosófica, uma introdução à filosofia de Platão, especialmente para o entendimento do Timaeus, a cosmogonia de Platão, baseada nos poliedros regulares, uma idéia que ainda chegou a impressionar Kepler... ou o Timaeus é um chapéu velho, um fantástico sem sentido, ou ele é uma contribuição séria para a compreensão da filosofia de Platão e do papel que a matemática nela desempenha* (STRUIK, 1985, p. 202).

A conexão Platão-Euclides e Pitágoras é também constatada por STRUIK:

Um ***arithmos****, diz Euclides, é uma multitude de unidades chamadas* ***mônadas*** *... Razões são relações entre grandezas e não são elas próprias* ***arithmos****. Esse tipo de Matemática, na qual círculos e esferas, bem como sólidos regulares, têm um papel excepcional como figuras de perfeição, foi intimamente tecida na filosofia pitagórico-platônica... A Matemática não somente entra na epistemologia e ontologia dessa filosofia, mas também tem valores éticos e religiosos. As harmonias da corda vibrante conduziram às harmonias das esferas e são dominadas pelas harmonias dos* ***arithmos*** (STRUIK, 1985, p.201).

Mas é preciso estar atento e evitar reducionismos. Se por um lado é possível constatar e pôr em evidência o fio ideológico de coloração nitidamente eleático-pitagórico-platônica com que se tece a obra euclidiana, seria, por outro lado, uma falha irreparável ignorar o seu núcleo objetivo. Nesse sentido, não podemos nos esquecer de que

Os Elementos *de Euclides são, antes de mais nada, uma teoria das grandezas geométricas definidas com base em dados empíricos, e a sua leitura apresentaria aspectos incompreensíveis se não se admite esse ponto de vista. A problemática euclidiana não é a de construir a geometria 'a priori' mas, a partir* *de dados iniciais, colocar em funcionamento a máquina dedutiva que lhe permita descobrir as* ***verdades geométricas*** *... e diferentemente ao que se encontra nos textos matemáticos contemporâneos, as coisas (que são expressas pelas definições) são anteriores ao nome; trata-se de nomear aquilo que existe e não de fazer existir pelo fato de se nomear* (BKOUCHE, 1982, pp. 14-15).

Esse ponto de vista de Bkouche interessa-nos particularmente porque, ao ressaltar um dos elementos diferenciadores das abordagens axiomáticas antiga e contemporânea, permite-nos ir além na caracterização da concepção de Matemática do paradigma do formalismo pedagógico clássico.

Um primeiro ponto a se dar destaque é que, diferentemente das abordagens axiomáticas contemporâneas, nas quais os entes primitivos só adquirem significações por meio dos axiomas que os ligam, na abordagem axiomática euclidiana, os princípios (definições, postulados e axiomas) que fundamentam a Matemática, além de terem uma base experimental, aplicam-se a objetos realmente existentes, definidos explicitamente com palavras claras e distintas. Nesse sentido,

Sendo Euclides, como bom grego, visual nato, não ***pede***[7]*, isto é, não postula nada daquilo que esteja dado imediatamente à intuição geométrica ... a construção não é para ele um meio de fazer existir os objetos geométricos para depois investigar as propriedades que se possam 'deduzir' da construção, sem ter que construí-las. A construção não é uma 'prova de existência' pois, para ele, o critério de existência é o da 'existência visível', imediata ou não; e se a coisa não estiver imediatamente visível, o procedimento que emprega não é pura e simplesmente uma construção, mas uma construção que torne possível uma visão* (BACCA, 1944, pp. LXXIV-LXXV).

Um segundo ponto a destacar, decorrente da distinção anterior, é a concepção de evidência subjacente ao paradigma do formalismo pedagógico clássico. Segundo ela, os princípios não necessitam de demonstração por serem evidentes. Mas por que são evidentes? Diferentemente da axiomática contemporânea, para a qual o conceito de evidência (se é que ele existe) refere-se à caracterização daquelas afirmações em relação às quais se pode mostrar que sua

---

[7] BACCA (1944, pp. XXIII-XXIV) assinala que a palavra "postulado" significava, para o heleno clássico, "petição". Assim, quando Euclides notou que *certas proposições não podiam ser suficientemente aclaradas por meio de outras perfeitamente evidentes e manifestas, "pediu" (αἴτημα) que se lhe concedessem como se fossem claras e manifestas, afim de poder tratá-las e encadeá-las ao sistema total de proposições geométricas evidentes, dignas de serem vistas e formuladas proposicionalmente por um raciocínio encadeado pela evidência e luminosidade intrínseca das proposições verdadeiras.*

negação implica uma contradição (SCHOLZ, 1980, p. 13), para a axiomática antiga os princípios são evidentes ou por estarem baseados na experiência ou por se constituírem nas únicas opções perceptíveis resultantes da conciliação entre experiência e razão.

Um terceiro ponto a ser realçado diz respeito ao modo como se concebem as proposições no paradigma do formalismo pedagógico clássico. Se para a axiomática contemporânea não há, a rigor, proposições, uma vez que não há objetos definidos explicitamente dos quais se possam formular predicados que resultem numa proposição verdadeira ou falsa, na axiomática antiga as proposições não só enunciam um conteúdo como também decidem a veracidade ou falsidade desse conteúdo, tendendo a eliminar da ciência toda afirmação da qual não conste seu valor-verdade (BACCA, 1944, pp. XXXVII-LXXXVIII). Isso porque, fiel aos princípios eleáticos, toda a filosofia grega é guiada pelo pressuposto de que a razão deve afirmar a verdade e negar o falso, dando, conseqüentemente, forma de proposições afirmativas àquelas que expressam o que as coisas são e a forma de proposições negativas àquelas que não expressam o que as coisas são (BACCA, 1944, p. XVIII).

Um quarto ponto que devemos salientar é que a axiomática subjacente ao paradigma do formalismo pedagógico clássico pode ser interpretada, em sua quase totalidade, como uma "física teórica", isto é, uma "física do espaço" (BKOUCHE, 1982, p. 18). Ela é, na realidade, o reflexo do mundo físico, ainda que Euclides se esforce o máximo possível para ocultar esse fato e tente permanecer fiel ao dogma platônico de ser o mundo físico o reflexo imperfeito do mundo das Idéias. É por essa razão que nos *Elementos*, embora *tudo que se afirme seja empiricamente verdadeiro, a experiência nunca é invocada como uma justificação* (BLANCHÉ, 1987, p. 9).

É nesse sentido que seria legítimo falar de um empirismo euclidiano sobreposto a um racionalismo euclidiano, o que revela o caráter epistemológico dual do empreendimento euclidiano: empírico no que se refere ao seu conteúdo e racional no que diz respeito ao método de justificação do valor cognitivo das proposições. Ou, como afirma BLANCHÉ,

> *um teorema da geometria (euclidiana) é simultaneamente uma informação sobre as coisas e uma construção da inteligência, uma lei da física e o elemento de um sistema lógico, uma verdade da experiência e uma verdade racional* (BLANCHÉ, 1987, p. 15).

Talvez tenha sido essa possibilidade de dupla leitura do conhecimento matemático, isto é, uma concepção fisicista sobreposta a uma concepção estritamente teórica que tenha originado, na Grécia Clássica, a cisão desse campo do conhecimento em dois compartimentos radicalmente distintos: uma Matemática pura e uma Matemática aplicada.

Entretanto, essa sobreposição de concepções, por razões menos de ordem técnica que ideológicas, tomou entre os gregos a forma de oposição, de dicotomia: de um lado a Aritmética (entendida como ciência teórica dos números) e a Geometria (em sua concepção teórica racional), consideradas ciências nobres, e, de outro, a Logística (ou cálculo numérico) e a Geodésia (ou geometria prática), consideradas conhecimentos vulgares.

Essa dicotomia que perpassa o terreno da Matemática era o reflexo de uma outra, de maior amplitude: aquela existente entre teoria e atividade prática produtiva.

A concepção filosófica moderna de que o homem só se humaniza através do trabalho, isto é, através da transformação do mundo material, era estranha ao pensamento grego, embora não lhe fosse desconhecida a atitude não-depreciativa em relação ao trabalho produtivo e às artes mecânicas, como atestavam o Hesíodo de *Os trabalhos e os dias* e alguns sofistas como Pródico (VÁZQUEZ, 1968, p. 17 e p. 24). Entretanto, era hegemônica a concepção negativa da relação teoria-prática - defendida preponderantemente por Platão e Aristóteles -, segundo a qual o homem só se aperfeiçoa *através da isenção de qualquer atividade prática material e, portanto, separando a teoria e a contemplação, da prática* (VÁZQUEZ, 1968, p. 17).

Essa exaltação (e redução) do homem como ser teórico é própria de uma sociedade cuja produção está orientada exclusivamente ao atendimento das necessidades dos cidadãos da polis. Daí a oposição entre trabalho intelectual e trabalho físico. Daí a superioridade do espiritual sobre o material. Daí o desdém pelas aplicações práticas da Aritmética e da Geometria.

Ressaltemos, finalmente, um quinto e último aspecto caracterizador da concepção de Matemática inerente ao paradigma do formalismo pedagógico clássico: a convicção de que o sistema de verdades geométricas é único. São pelo menos dois os pressupostos relativos à teoria do conhecimento em que se assenta essa convicção. O primeiro refere-se à adoção da concepção clássica da verdade, isto é, da concepção, de verdade como correspondência ou adequação. De acordo com essa concepção, a verdade é propriedade do ser e, sendo uno o ser de cada coisa, o conhecer passa a ser o ato de identificar-se com esse unitário ser das coisas. É a clássica fórmula aristotélica: *Não és branco porque te consideramos corretamente branco; ao contrário, é por seres branco que temos razão no que afirmamos.*

Essa concepção de verdade relativa ao conhecimento em geral, quando aplicada ao conhecimento geométrico em particular, resulta nas seguintes crenças:

- os seres geométricos só podem ser o